

УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОНСТРУКЦИЙ СО СРЕДАМИ НА БАЗЕ СХЕМЫ С. К. ГОДУНОВА И МНОГОСЕТОЧНЫХ АЛГОРИТМОВ

*К. М. Абузяров, М. Х. Абузяров, Е. Г. Глазова, А. В. Кочетков, С.В. Крылов*

Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского  
Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,  
Нижний Новгород

Рассматриваются пространственные задачи ударноволнового взаимодействия упругопластических конструкций с различными средами в эйлеровых переменных. Для численного моделирования используется модификация схемы С. К. Годунова повышенной точности, единая как для газодинамических, так и упругопластических течений с использованием трех видов пространственных сеток. Первые сетки в виде наборов треугольников (STL файлов), задающие поверхности объектов и отслеживающие эти поверхности в процессе движения. Вторые сетки – это базовые неподвижные декартовы сетки, вложенные в каждую среду. Третий вид сеток – локальные ортогональные подвижные сетки, привязанные к каждому треугольнику первого вида сеток. На базовых и локальных сетках происходит интегрирование уравнений динамики сплошной среды и взаимная интерполяция параметров между сетками различных видов. На подвижной контактной границе различных сред используется точное решение задачи распада разрыва. Приведена определяющая система трехмерных уравнений динамики моделируемых сред. Приводятся результаты решения пространственных задач динамического взаимодействия различных сред с элементами конструкций. В случае ударного взаимодействия со льдом численное решение сопоставляется с экспериментальными данными.

*Ключевые слова:* моделирование, детонация, трехмерные процессы, многосеточный подход, интерполяция, схема Годунова, нелинейные связанные задачи, аэроупругопластичность, разгон тел.

### 1. Введение

Моделирование быстропротекающих трехмерных процессов взаимодействия упругопластических конструкций с сплошными средами является актуальной задачей. В настоящее время в основном используется подход, разделяющий задачу на две: первая – расчет нагрузок на неподвижную конструкцию в эйлеровых координатах, вторая – расчет деформирования упругопластической конструкции под действием этих нагрузок. То есть пренебрегается взаимовлиянием изменения положения конструкции и положения среды, передающей нагрузку. При этом, как правило, используются различные эйлеровы методы и программы для определения нагрузок на жесткую конструкцию, которые затем используются в качестве динамических граничных условий в лагранжевых методах для расчета упругопластического деформирования конструкции, что вносит существенные ошибки, если она претерпевает значительные формоизменения или перемещения. Например, использование только лагранжевых подходов [1] одновременно для конструкций и газовых сред при ударноволновом нагружении позволяет решать проблемы взаимодействия в связанной постановке. Однако, практически решение возможно только на начальной стадии процесса деформирования конструкции или в случаях, когда достаточно быстро можно пренебречь влиянием газа на конструкцию и исключить его из вычислительного процесса [2 – 4]. Моделирование таких задач в связанной постановке с использованием различных численных методов для газа и упругопластических

течений, имеющих отличающиеся пространственные и временные шаблоны, различные аппроксимационные ошибки и критерии устойчивости, создает проблемы при определении контактных сил. Обзор по контактными алгоритмам, объединяющим различные численные методы можно найти в [5]. Кроме того перечисленные методики имеют общий существенный недостаток – требуют сложных трехмерных сеточных генераторов.

В данной работе для моделирования как динамики сред, так и деформируемых твердых тел используется схема Годунова повышенной точности в эйлерово-лагранжевых переменных, единая как для уравнений Эйлера, так и уравнений Эйлера-Коши, описывающих деформирование твердого тела [6]. Повышение точности схемы достигается за счет использования пространственного 3D решения задачи распада разрыва (3D space time dependent Riemann's Problem solver), зависящего от времени. Это же решение применяется для расчета взаимодействия на границе газа и твердого тела (Fluid Structure Interaction problem). В процессе расчета используются три вида разностных сеток. Первая – подвижная поверхностная сетка в виде непрерывного набора треугольников (STL файл), задающая и сопровождающая расчетные тела и два вида объемных трехмерных сеток. Это базовая декартова неподвижная сетка для каждого тела, вложенная в него, и подвижная локальная эйлерово-лагранжева сетка, связанная с поверхностной сеткой, также сопровождающая контактные границы. Физические величины в этих сетках связаны взаимной интерполяцией. Учитываются процессы распространения детонационных волн от зон инициирования ВВ и влияние нелинейного поведения материала и формоизменения тел на контактные силы и процесс взаимодействия. Детальное описание методики приведено авторами в [7].

## 2. Определяющая система уравнений и метод решения

Для моделирования ударно волновых процессов в газожидкостных и упругопластических средах используется система уравнений, описывающая деформирование сплошной среды в приближении модели сжимаемого упругопластического тела. Из этой системы уравнений как следствие можно получить систему уравнений газовой динамики. В декартовой системе координат они имеют следующий вид [8]:

$$\rho_{,t} + (\rho u_i)_{,x_i} = 0 \quad (2.1)$$

$$(\rho u_i)_{,t} + (\rho u_i u_j - \sigma_{ij})_{,x_j} = 0 \quad (2.2)$$

$$e_{,t} + (e u_j - u_i \sigma_{ij})_{,x_j} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} + \lambda_i S_{ij} = 2\mu e_{ij} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(p, \rho), \quad (2.5)$$

где  $t$  – время,  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) – пространственные координаты,  $u_i$  – компоненты вектора скорости по осям  $x_i$  соответственно,  $\rho$  – плотность,  $e = \rho (\varepsilon + u_i u_i / 2)$  – полная энергия единицы объема,  $\varepsilon$  – внутренняя энергия единицы массы, заданная уравнением состояния (2.5),  $\|\sigma_{ij}\|$  – тензор напряжений, который представляется в виде шаровой и девиаторной частей  $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + S_{ij}$ ,  $p = -\frac{1}{3}\sigma_{ij}$ ,

$\|e_{ij}\|$  – девиатор тензора скоростей деформаций  $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\varepsilon_{kk}\delta_{ij}$ , где  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ , индексы после запятой относятся к соответствующему дифференцированию (по времени или соответствующему направлению). Символом  $D/Dt$  обозначена производная Яуманна, учитывающая поворот тензора напряжений в Эйлеровых переменных.  $\frac{DS_{ij}}{Dt} = S_{ij,t} + u_k \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_k} - S_{ik}\omega_{jk} - S_{jk}\omega_{ik}$ , где

$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i})$ ,  $\mu$  – модуль сдвига материала. В качестве критерия перехода из упругого в пластическое состояние используется условие текучести Мизеса  $S_{ij}S_{ij} = \frac{2}{3}\sigma_S^2$ ,  $\sigma_S$  – предел текучести при одноосном растяжении. Параметр  $\lambda_t$  должен оставаться положительным в ходе пластической деформации, при выполнении условия текучести Мизеса  $\lambda_t = \frac{3}{2}S_{ij}S_{ij} / \sigma_S^2$ . Пластическое течение описывается путем сохранения девиатора на поверхности текучести [1]. Система уравнений (2.1–2.5) для каждой среды замыкается уравнениями состояния с соответствующими параметрами.

В случае отсутствия сдвиговых напряжений данная система очевидным образом переходит в уравнения Эйлера для движения сжимаемой жидкости или газа [9]. Интегрирование уравнений Эйлера может осуществляться при помощи оригинальной схемы С. К. Годунова или ее модификаций.

Для моделирования сжимаемого упругопластического случая используется метод расщепления упругопластических уравнений, предложенный В. Н. Кукуджановым [8]. Эта схема расщепления основана на замене на малом отрезке времени аддитивного матрично-дифференциального оператора по пространственным переменным в уравнении (2.4) на мультипликативный, состоящий из двух множителей – упругого и пластического. Этот метод позволяет значительно упростить процесс расчета упругопластических течений и сводит расчет пластического поведения к коррекции упругого решения с сохранением второго порядка аппроксимации. В рамках схемы Годунова это означает, что достаточно интегрирования упругих уравнений (упругая задача распада разрыва, расчет и интегрирование упругих потоков и компонент девиатора тензора напряжений) с дальнейшей коррекцией напряжений в зависимости от используемой модели пластичности. Для случая идеальной пластичности корректировка совпадает с предложенной Уилкинсом [1]:  $S_{ij} = S_{ij} / \sqrt{\lambda_t}$ , где

$$\lambda_t = \frac{3}{2}S_{ij}S_{ij} / \sigma_S^2.$$

Для численного решения уравнений (2.1–2.5) применяется модификация схемы С. К. Годунова [6], обеспечивающая второй порядок аппроксимации на компактном 3\*3\*3 шаблоне. Для газодинамической части уравнений по сравнению с базовой схемой С. К. Годунова [9] модификации необходимы только на шаге предиктор при подготовке параметров к обычному решению задачи распада разрыва. Для моделирования упругопластических течений на этапе предиктор достаточно упругого решения задачи распада разрыва для линейаризованных уравнений. Учет пластического поведения производится на этапе корректор [8]. Решение задачи распада разрыва линейаризованной системы (2.1–2.5) строится аналогично [6]. Это же решение используется для реализации основных граничных условий: «неподвижная жесткая стенка» – задаются симметричные параметры с противоположной нормальной скоростью; «жесткая заделка» – задаются 3 компоненты скорости на границе, «Р – граница» – задаются нормальные напряжения и нулевые касательные напряжения. Свободные границы являются частным случаем «Р границ». Решение задачи распада для трехмерного случая между упругой средой и продуктами детонации строится итерационной комбинацией нелинейного решения задачи распада разрыва для жесткой стенки для газа [9] и «Р границы» для упругого тела [6].

### 3. Результаты численного моделирования

Рассматриваются трехмерные ударно волновые процессы взаимодействия продуктов детонации с упругопластическими телами, расположенными вблизи зарядов. На рис. 1 показана постановка задачи. Светло-синим изображен заряд ВВ ТГ36/64 сферической формы, радиусом 5 см массой 0,9 кг, источник начальной детонации задавался в центре заряда в области радиусом 0,2 см. Сечение проходит через центр заряда и центры масс разгоняемых тел. По заряду и, соответственно, воздуху использовалась разностная сетка со стороной кубической ячейки 0,15 см. Красным отмечены

3 стальных кубика со стороной 1 см массой 7,8 грамма, вплотную прилегающие к заряду (зазоры на рис. 1 и 2 между продуктами детонации и телами связаны с неточностью изображения). Шаг основной сетки по кубикам 0,07 см. Отчет времени принимался с момента инициации ВВ. В начальный момент поверхности воздуха и продуктов детонации были покрыты сеткой из 100 тысяч треугольников со стороной от 0,125 см до 0,6 см, поверхности кубиков покрывались сеткой из 768 треугольников со стороной от 0,125 см до 0,176 см. Основная сетка по продуктам детонации, воздуху и кубикам состояла из 3,6 миллионов ячеек. При расчете деформирования стали уравнение энергии не использовалось, применялась модель баротропной упругопластической среды с линейным изотропным упрочнением. Параметры для стали 3: плотность –  $7800 \text{ кг/м}^3$ , модуль объемного сжатия – 175 ГПа, модуль сдвига – 80,77 ГПа, линейный модуль упрочнения – 0,24 ГПа, предел текучести – 0,34 ГПа. Для продуктов детонации ТГ36/64 применялось уравнение состояния типа JWL [10]. На рис. 2 приведено распределение плотности на момент окончания деформирования кубиков под действием детонационной волны, на рис. 3 соответственно положение и формы кубиков на этот и начальный момент времени. Кубики сильно и необратимо деформируются, потоки продуктов детонации движутся существенно быстрее, формируются газовые струи, обтекающие кубики. На рис.4 приведена скорость на поверхности кубика, разгоняемого в вертикальном направлении, нижняя кривая соответствует центру верхней (дальней от заряда) поверхности, соответственно верхняя кривая центру нижней (ближней к заряду) поверхности кубика.

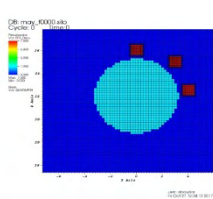


Рис. 1

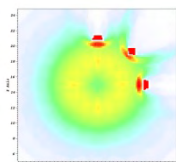


Рис. 2

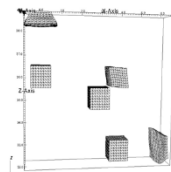


Рис. 3

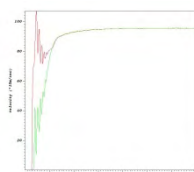


Рис. 4

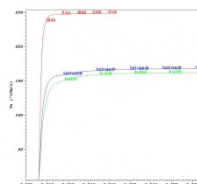


Рис. 5

Рассматривался также разгон стальных тетраэдров и цилиндров той же массы.

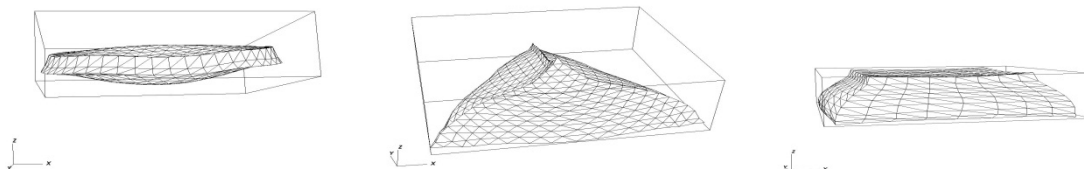


Рис. 6

На рис. 5 приведены зависимости скоростей центров масс от времени соответственно для цилиндра, тетраэдра и кубика, разгоняемых вдоль вертикальной оси. Очевидна существенная зависимость скорости от геометрии разгоняемых тел. На рис. 6 изображены остаточные формы этих тел.

Моделирование позволило выявить закономерности процесса разгона при инициации детонации в центре сферического заряда. А именно, скорость разгоняемых тел существенно меньше скорости истечения продуктов детонации; длительность времени разгона тела сопоставима с временем выхода детонационной волны на поверхность контакта, взаимодействие с детонационной волной может вызывать в упругопластическом теле напряжения, значительно превосходящие предел текучести и существенно его деформировать в процессе контакта, процесс деформирования очень кратковременен и фактически продуктами детонации может разогнаться тело, форма которого значительно изменяется и отличается от начальной.

Изучалось проникание оживального оголовка диаметром 12 мм с отношением радиуса оживала к диаметру основания равным 6 (6CRH) в ледяную преграду. Конструкция оголовка приведена на рис. 7. Оголовок был изготовлен из стали ЭП637 с пределом текучести более 1800 МПа. Экспериментальные исследования проводились на установке, реализующей измерение сил сопротивления

ния внедрению с помощью мерного стержня в обращенном эксперименте. [11]. Разгон контейнеров со льдом осуществлялся на газовой пушке калибром 57 мм. Удар осуществлялся по нормали к свободной поверхности льда с начальной скоростью 155 м/с. Подробное описание задаваемых физико-механических свойств льда и алгоритм расчета его деформирования приведен в [12]. Оголовок считался недеформируемым.

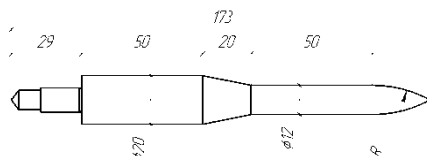


Рис. 7. Конструкция оголовка

Полученные экспериментальные и расчетные временные зависимости силы сопротивления при проникании данного ударника в ледяную преграду изображены на рис. 8.

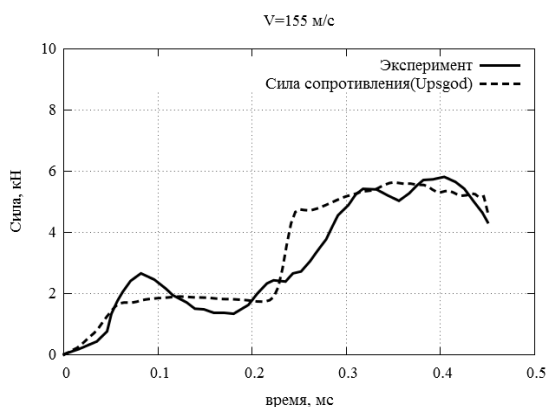


Рис. 8. Сила сопротивления при ударе о ледяную преграду

В данном случае поведение полученных кривых отвечает геометрии ударника. Начальный процесс внедрения первого конического носика на этапе примерно 0 – 0,1 мс после удара сопровождается фрагментированием льда и завершается квазистационарной стадией формирования ледяной каверны (0,1 – 0,2 мс). После чего в ударное взаимодействие с уже разрушенным ледяным материалом вступает вторая коническая часть ударника. В целом наблюдается удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных на первых двух этапах и хуже обстоит дело на развитой стадии проникания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в соответствии с исследовательским проектом № 19-08-00320 и госзадания Минобрнауки РФ 9.7057.2017 / БЧ.

## Литература

1. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212 – 263.
2. Fairlie G. E., Marriott C. O., Robertson N. J., Levingstone I. H., Birnbaum N. K. Computer modelling of full size fragmenting amiable warheads using AUTODYN-3D // International Symposium on Ballistics «Ballistics'98» South Africa, 23 – 27 March 1998.
3. Ugrcic M. Numerical simulation of the fragmentation process of high explosive projectiles // Scientific Technical Review. – 2013. – V. 63, no.2. – P. 47 – 57.

4. Fairlie G., Glanville J., Xiangyang Quan. Analysis of fragment generation from structures under extreme blast loads using Euler-Lagrange // 16th Technical Dymat Meeting
5. Аганин А. А., Гусева Т. С. Численное моделирование контактного взаимодействия сжимаемых сред на эйлеровых сетках // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2012. – Т. 154, кн. 4. – С. 74 – 99.
6. Abouziarov M., Aiso H. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows) // Tenth International Conference «Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications» in Osaka. September 2004, Copyright 2006 by Yokohama Publishers. – P. 223 – 230.
7. Abuziarov K. M., Abuziarov M. H., Kochetkov A. V. 3D fluid structure interaction problem solving method in euler variables based on the modified godunov scheme // Materials Physics and Mechanics. – 2016. – Vol. 28, no 1/2. – P. 1 – 5.  
October 27 – 28, 2005 Royal Military Academy, Belgium. – P. 55 – 70.
8. Кукуджанов В. Н. Метод расщепления упругопластических уравнений // МТТ – 2004. – № 1. – С. 98 – 108.
9. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976.
10. Баум Ф. А., Орленко Л. Л., Станюкович К. П. Физика взрыва. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
11. Баландин В. В., Баландин Вл. Вл., Брагов А. М., Крылов С. В., Цветкова Е. В. Экспериментально-теоретическое изучение процессов проникания сферических тел во влажный песок. // ПМТФ. – 2015. – Т. 56, № 6. – С. 46 – 50.
12. Баландин Вл. Вл., Крылов С. В., Повереннов Е. Ю., Садовский В. В. Численное моделирование ударного взаимодействия упругого цилиндра со льдом // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Вып. 79, № 1. – С. 93 – 103.

## **SIMULATION OF THREE-DIMENSIONAL DYNAMIC INTERACTION OF CONSTRUCTIONS WITH ENVIRONMENTS ON THE BASIS OF THE S. K. GODUNOV SCHEME AND MULTI-MESH ALGORITHMS**

*K. M. Abuzyarov, M. Kh. Abuzyarov, E. G. Glazova, A. V. Kochetkov, S. V. Krylov*

Research Institute of Mechanics, Nizhny Novgorod Lobachevsky State University,  
Nizhny Novgorod

Spatial problems of shock-wave interaction of elastoplastic structures with various media in Eulerian variables are considered. For numerical simulation, a modification of the S.K. Godunov of high accuracy scheme, uniform for both gas-dynamic and elastoplastic flows, using three types of spatial grids, is used. The first grids are in the form of sets of triangles (STL files), defining the surfaces of objects and tracking these surfaces in the process of movement. The second grids are basic fixed Cartesian grids nested in each medium. The third type of grid is local orthogonal moving grids attached to each triangle of the first type of grid. On the basic and local grids, the equations of the dynamics of a continuous medium are integrated and the mutual interpolation of parameters between grids of different types is used. On the moving contact boundary of various media, an exact solution to the problem of discontinuity of the discontinuity is used. The defining system of three-dimensional equations of the dynamics of simulated media is given. The results of solving spatial problems of dynamic interaction of various media with structural elements are given. In the case of impact interaction with ice, the numerical solution is compared with experimental data.

*Keywords:* modeling, detonation, three-dimensional processes, multigrid approach, interpolation, Godunov scheme, nonlinear coupled problems, aero-elastic plasticity, acceleration of bodies.