

15. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988.
16. Абросимов Н. А. Методика построения разрешающей системы уравнений динамического деформирования композитных элементов конструкций: учебно-методическое пособие. Н. Новгород: 2010.
17. Голованов А. И., Тюленева О. Н., Шигабутдинов А. Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. – М.: Физматлит, 2006.
18. Bathe K. J. Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1996.
19. Yunki Baik. Spot weld modeling for vehicle durability performance with ANSA // 4th ANSA & μETA International Conference. – 2011.
20. Shen R. Wu, Lei Gu. Introduction to the explicit finite element method for nonlinear transient dynamics. – UK: John Wiley & Sons Inc. Publication, 2012.

LOGOS PROGRAM PACKAGE. FUNCTIONALITIES TO SOLVE DYNAMIC STRENGTH PROBLEMS

*D. Yu. Dyanov, V. V. Borliayev, A. A. Chelakov, A. V. Kazantsev, K. V. Tsiberev,
M. V. Medvedkina, E. I. Naumova, A. M. Gel'berg, I. V. Seriakova*

Russian Federal Nuclear Center –
All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov

The report provides the review of the current state of the LOGOS program package in its part designed for the problems of dynamic strength. These capabilities cover the development of simulation methods for beam and shell structures, simulation of composite materials, calculation methods for contact interaction, simulation methods for structural joints, concrete structures, tests, piercing of different obstacles, explosion effects on the structures etc. The solution results of methodological and practical problems for dynamically strained structures are shown to confirm the operability of new functionalities of the strength module of the LOGOS software package.

Key words: LOGOS software package, dynamic strength module, finite elements method.

УДК 519.6

ВИРТУАЛЬНЫЙ 3D ПРИНТЕР. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИЙ

Д. Ю. Дьянов, М. В. Медведкина, А. Н. Быков, В. В. Попов

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, Саров

В данной работе приводятся подходы и алгоритмы, используемые в базовой версии программного обеспечения «Виртуальный 3D принтер» для нахождения новых топологий конструкций. Для демонстрации работоспособности и эффективности реализованных функциональных воз-

возможностей по моделированию оптимальной топологии в докладе представлены результаты численного расчета ряда задач. Приводится сравнительный анализ полученных результатов с эталонными решениями.

Ключевые слова: виртуальный 3D принтер, топологическая оптимизация, ESO, BESO, SIMP, PTO.

Введение

В настоящее время ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» участвует в разработке базовой версии программного обеспечения для моделирования процессов селективного лазерного плавления и сопутствующих проблем: виртуальный 3D принтер. Одна из программных компонент виртуального 3D принтера позволяет проводить топологическую оптимизацию деталей и генерировать различные типы ячеистых структур для заполнения объема деталей.

Топологическая оптимизация является математическим подходом, решающим проблему оптимального распределения материала в ограниченном пространстве, с учетом действующих нагрузок и граничных условий. Данный вид оптимизации используется на стадии разработки первоначального вида конструкции. Полученное оптимальное решение затем модифицируется и «доводится» с учетом функциональных и технологических требований. Это позволяет сэкономить время на первоначальном этапе проектирования. Следует отметить, что полученные в результате оптимизации конструкции, хотя и являются оптимальными, могут быть слишком дороги или сложны в производстве. Фактически, в основном, оптимизация сводится к уменьшению веса конструкции путём удаления, наименее вовлеченного в работу материала [1 – 3].

В данной работе приводятся подходы и алгоритмы, разработанные в интересах использования в базовой версии программного обеспечения «Виртуальный 3D принтер» для нахождения новых топологий конструкций.

Для демонстрации работоспособности и эффективности реализованных функциональных возможностей по моделированию оптимальной топологии в докладе представлены результаты численного расчета задач. Проводится сравнительный анализ полученных результатов с эталонными решениями.

1. Лазерные аддитивные технологии

В настоящее время передовые промышленные страны активно развивают и внедряют в производство лазерные аддитивные технологии изготовления различных деталей. Сутью лазерных аддитивных технологий является послойное создание деталей путем спекания металлических порошков при воздействии лазерного излучения. Для промышленности интерес представляют разновидности данных технологий, связанные с изготовлением деталей из порошков различных металлов и сплавов с использованием лазерного излучения – селективное лазерное спекание, селективное лазерное плавление, электронно-лучевое плавление, прямая наплавка металла. Лазерные аддитивные технологии характеризуются большим количеством протекающих сложных физико-химических процессов и технологических параметров, что препятствует их широкому внедрению и затрудняет изготовление высококачественных деталей ввиду сложности подбора и отладки режимов технологического оборудования. В настоящее время экспериментальный подбор параметров приводит к существенным временным и материальным затратам при постановке деталей на производство – технологи методом проб и ошибок месяцами подбирают и отрабатывают режимы изготовления конкретных деталей, а производители оборудования привязывают технологические режимы работы оборудования к конкретным порошкам и изготавливаемым изделиям. Это является одним из существенных недостатков лазерных аддитивных технологий и тормозит их внедрение в производство.

В последние десятилетия в связи с развитием математических моделей, численных методов, программ и вычислительной техники, вопросы оптимизации протекающих физических процессов

посредством выбора параметров работы технологического оборудования решаются с помощью математического моделирования. Большое количество и высокий уровень научных работ, посвященных этим вопросам в области лазерных аддитивных технологий за последнее время, привели к созданию первых версий импортного специализированного программного обеспечения, позволяющего смоделировать физические процессы при изготовлении деталей и выбрать основные параметры работы технологического оборудования. ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» участвует в работах в интересах создания базовой версии отечественного программного комплекса «Виртуальный 3D-принтер», предназначенного для прогнозирования результатов 3D-печати. Данный программный комплекс позволяет имитировать процесс послойного построения детали, а также выбрать оптимальные параметры работы оборудования, своевременно выявлять и устранять возможные ошибки. Важной является возможность получить виртуальную модель конечного изделия, для которой расчетным путем с учётом особенностей выбранного оборудования и режимов его работы определены, прежде всего, механические свойства материалов, деформации и остаточные напряжения.

2. Генеративный дизайн с использованием топологической оптимизации

Одним из преимуществ аддитивных технологий является свобода конструктора, при проектировании деталей, от технологических ограничений традиционных способов производства. В связи с этим, огромный практический интерес в области аддитивных технологий представляет создание деталей сложных форм посредством генеративного дизайна с использованием топологической оптимизации и решётчатых структур, что позволяет более эффективно использовать материал, создавать облегченные конструкции, уменьшать время изготовления деталей. Для создания компьютерных моделей таких топологически оптимизированных деталей необходимо иметь программное обеспечение, включающее в себя модуль расчета топологической оптимизации (ТопОпт) формы деталей. Модуль топологической оптимизации является одним из основных компонент планируемого отечественного программного комплекса «Виртуальный 3D-принтер».

В модуле ТопОпт в настоящее время реализован расчёт двумерных и трёхмерных задач топологической оптимизации методами ESO, BESO, PTO, SIMP [1, 3] на основе решения линейных задач статической прочности с различными ограничениями целевой функции.

Метод ESO (evolutionary structural optimization) [3] основан на последовательном удалении наименее нагруженного материала. Однако, удалённый на ранних итерациях материал может быть полезен на следующих, но метод ESO не позволяет его восстановить. Таким образом, данный метод часто приводит не совсем к оптимальным решениям.

Метод BESO (bi-directional evolutionary structural optimization) построен на основе алгоритма эволюционной оптимизации конструкций. BESO метод [4, 5] позволяет материалу быть удалённым и добавленным одновременно. Родоначальником метода BESO являются Yang и др. [6]. Принципиальное отличие метода от ESO заключается в том, что индекс чувствительности элементов определяется путем линейной экстраполяции поля смещений, получаемого в результате конечно-элементного анализа. После этого заполненные элементы с минимальными значениями индекса чувствительности удаляются из структуры, а пустые элементы с наибольшими значениями чувствительности заполняются материалом.

Методы SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) [3, 7] и PTO (Proportional Topology Optimization) [8] реализованы на основе критерия оптимальности и являются наиболее фундаментальными по сравнению с другими математическими методами, и впервые были введены для решения задач структурного дизайна Прагером [9]. В этих методах проектные переменные в элементах пропорциональны значению целевой функции. Элементы в конечно-элементной модели удаляются и добавляются в соответствии с критерием оптимальности [10].

3. Метод топологической оптимизации BESO с ограничениями целевой функции по смещениям

В данном разделе кратко изложен метод BESO [1, 4, 11] для решения задач топологической оптимизации линейных статических задач прочности с ограничениями целевой функции по смещениям. В данном методе целевой функцией является податливость системы, а условия по смещению и объему рассматриваются как ограничения целевой функции.

Постановку задачи топологической оптимизации для модифицированного метода BESO с дополнительным ограничением по смещению $u_A \leq u_A^*$ можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \text{Минимизировать} \quad & C = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \\ \text{Ограничения} \quad & u_j \leq u_j^* \\ & V^* - \sum_{i=1}^N V_i x_i = 0 \\ & x_i = x_{\min} \text{ или } 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь, K – глобальная матрица жесткости, u – вектор смещения, u_j и u_j^* определяют амплитуду смещения j -го узла. V_i – объем i -го элемента, а V^* – конечный объем, которого мы хотим достигнуть в процессе оптимизации. Переменная фиктивной плотности (проектная переменная) x_i принимает значения от минимального до единицы.

Число Чувствительности

Принимая во внимание, что фиктивная плотность в нашем подходе записывается в виде диапазона от минимального числа до единицы, запишем модуль упругости Юнга согласно модифицированному SIMP методу:

$$E(x_i) = E_1 x_i^p, \quad (2)$$

где E_1 – обозначает модуль Юнга материала, а p – показатель степени отбраковки. Предполагая, что коэффициент Пуассона не зависит от фиктивной плотности, а глобальная матрица жесткости K может быть выражена через элементную матрицу жесткости и переменные расчета x_i как:

$$K = \sum_i x_i^p K_i^0, \quad (3)$$

где K^0 обозначает элементную матрицу жесткости элемента.

Для удовлетворения условия ограничения по смещениям необходимо модифицировать функцию Лагранжа, введя соответствующие множители Лагранжа. Целевая функция Лагранжа для ограничения по смещению может быть записана в виде:

$$f_1(x) = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} + \lambda (u_j - u_j^*) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} + (u_j - u_j^*). \quad (4)$$

Целевая функция эквивалентна начальной, если смещение равно величине его ограничения. Множитель Лагранжа $\lambda = 0$, если $u_j \leq u_j^*$, что означает удовлетворение ограничения по смещению. Множитель Лагранжа λ стремится к бесконечности, если $u_j > u_j^*$, то мы пытаемся минимизировать смещение u_j , чтобы выполнить ограничение по смещению.

Чувствительность измененной целевой функции может быть найдена как:

$$\frac{df_1(x)}{dx_1} = p x_i^{p-1} \left(-\frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i^0 \mathbf{u}_i - \lambda \mathbf{u}_{ij}^T \mathbf{K}_i^0 \mathbf{u}_i \right). \quad (5)$$

Соответственно, число чувствительности для элемента α_i может быть определено следующим образом:

$$\alpha_i = -\frac{1}{p} \frac{df_1(x)}{dx_1} = x_i^{p-1} \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i^0 \mathbf{u}_i + \lambda \mathbf{u}_{ij}^T \mathbf{K}_i^0 \mathbf{u}_i \right). \quad (6)$$

Здесь u_{ij} – вектор виртуальных перемещений, полученный в результате приложения фиктивной единичной нагрузки к контролируемому по смещению узлу и отсутствию всех других нагрузок.

В результате числа чувствительности для элементов могут быть явно выражены соотношением:

$$\alpha_i = \begin{cases} u_{ij}^T K_i^0 u_i & x_i = 1 \\ x_{\min}^{p-1} u_{ij}^T K_i^0 u_i & x_i = x_{\min}. \end{cases} \quad (7)$$

Определение множителя Лагранжа

Для нахождения числа чувствительности необходимо знать множитель Лагранжа. Соответствующее значение λ может быть определено через удовлетворение условий по объему и смещению с использованием метода дихотомии.

Для простоты осуществления вычисления λ определяется как

$$\lambda = \frac{1 - \omega}{\omega}, \quad (8)$$

где w – константа в пределах от w_{\min} до 1, например от 10^{-10} до 1.

Чтобы найти соответствующее значение w , начальный диапазон значений w определяется как $w_{\text{lower}} = w_{\min}$ и $w_{\text{upper}} = 1$. Программа начинается с начального значения $w = 1$, число чувствительности определяется согласно уравнениям (7) и (8).

Тогда смещение на следующей итерации u_j^{k+1} может быть оценено, исходя из уравнения:

$$u_j^{k+1} \approx u_j^k + \sum_i \frac{du_j^k}{dx_i} \Delta x_i.$$

Далее анализируется получившееся смещение. Если $u_j^{k+1} > u_j^*$ мы обновляем w с меньшим значением следующим образом:

$$\hat{\omega} = \frac{\omega + \omega_{\text{lower}}}{2}, \quad (9)$$

в то же самое время, мы перемещаем верхнюю границу w так, чтобы $w_{\text{upper}} = w$.

С другой стороны, если $u_j^{k+1} < u_j^*$, мы обновляем w с большим значением следующим образом:

$$\hat{\omega} = \frac{\omega + \omega_{\text{upper}}}{2}, \quad (10)$$

а нижнюю границу w обновляем так, чтобы $w_{\text{lower}} = w$. С обновленным $w = \hat{w}$ повторяем вышеупомянутую процедуру до тех пор, пока, например $(w_{\text{upper}} - w_{\text{lower}}) > 10^{-5}$.

Общий алгоритм решения задачи оптимизации BESO методом с ограничением по перемещению

Процесс топологической оптимизации может быть формализован в следующие шаги:

1. Разбиение исследуемой области на конечные элементы. Задание начальных и граничных условий.
2. Определение параметров оптимизации.
3. Выполнение конечно элементного анализа для реальной структуры и виртуальной структуры (структура находящаяся под действием единичных виртуальных сил). Вычисление данных для нахождения чисел чувствительности.
4. Определение целевого объема для следующей итерации.
5. Вычисление множителей Лагранжа.
6. Работа алгоритма фильтрации.
7. Обновление проектных переменных.
8. Повторение шагов 3 – 7 до полной сходимости результатов.

4. Метод топологической оптимизации РТО с ограничениями целевой функции по напряжению

Метод РТО [12] основан на критерии оптимальности. Основная идея метода заключается в использовании в качестве проектного параметра величины пропорциональной напряжению или податливости.

Задача с ограничением по напряжению

Задача топологической оптимизации с ограничением по напряжению – это задача минимизации объема, удовлетворяющая ограничению по напряжениям, и может быть записана в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sum_i^N \rho_i v_i \\ \text{так, чтобы} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Ku} = \mathbf{f} \\ \sigma_i \leq \sigma_1, \text{ если } \rho > 0 \\ 0 \leq \rho_{\min} \leq \rho_i \leq \rho_{\max} \leq 1 \end{array} \right. \end{array} \right. , \quad (11)$$

где N – количество элементов, ρ – фиктивная плотность (переменная расчета), ρ_i – элементная фиктивная плотность, v_i – объем элемента, K – матрица жесткости, u – вектор смещения, f – вектор внешней силы, σ_i – напряжение в элементе (рассматривается эквивалентное напряжение по Мизесу), σ_1 – предельное значение по напряжению, ρ_{\min} – нижняя граница плотности в элементе, и ρ_{\max} – верхняя граница плотности в элементе. Ограничения для фиктивной плотности $[\rho_{\min}, 1]$, где $\rho_{\min} = 0,001$ [13] для устранения вырожденности матрицы жесткости [14]. Хотя задача записана как минимизация полной массы, мы подразумеваем минимизацию объема, т. к. данный алгоритм не использует инерционные характеристики тел. Нулевой объем говорит об отсутствии материала, в то время как равный 1 говорит о принадлежности элемента к области. Задача о напряжении с точки зрения теории линейного программирования является невыпуклой и существенно нелинейной [13].

Алгоритм РТО с ограничением по напряжению

Целевое количество материала может перераспределяться многократно. Для выполнения перераспределения материала, алгоритм входит во внутренний цикл. Распределение проводится пропорционально значению элементного напряжения

$$\rho_i^{\text{opt}} = \frac{RM}{\sum_j^N \sigma_j^q v_j} \sigma_i^q, \quad (12)$$

где RM – целевое количество материала для распределения, N – количество элементов, ρ_i^{opt} – элементная плотность и проектная переменная, σ_i – мера напряжения в элементе, v_j – элементный объем, и q – степень пропорциональности.

Заключительный шаг главного цикла обновляет плотность в элементах, линейно суммируя элементную плотность с предыдущей итерации и оптимизированную на текущей итерации. Схема обновления имеет вид

$$\rho_i^{\text{new}} = \alpha \rho_i^{\text{prev}} + (1 - \alpha) \rho_i^{\text{opt}}, \quad (13)$$

здесь ρ_i – элементная плотность, ρ^{new} – новая элементная плотность, которая передается на следующую итерацию, ρ^{prev} – элементная плотность на предыдущей итерации, ρ^{opt} – оптимизированная элементная плотность на текущей итерации, и α – временной коэффициент. Данный алгоритм обновления плотности служит для стабилизации фиктивной плотности. Обычно параметр α берется равным 0,5.

Для выбора модуля упругости, за основу берется модифицированный метод SIMP [15]:

$$E(\rho) = E_{\min} + \rho^p E_0, \quad (14)$$

где E – модуль Юнга, E_{\min} – минимальное значение для модуля Юнга (обычно 10^{-9}), принимаемое недействительными элементами, чтобы избежать вырожденной матрицы жесткости, E_0 – начальный модуль Юнга, и p коэффициент отбраковки (обычно принимается равным 3) [15].

Ограничение по напряжению

Метод РТО ограничивает максимальное значение функции напряжения следующим образом:

$$\max \{ \sigma_i \} \leq \sigma_{elastic\ limit}, \quad (15)$$

где σ_i – напряжение по Мизесу в i -ом элементе (напряжение по Мизесу вычисляется в геометрическом центре элемента). Ограничение по напряжению влечет за собой тот факт, что напряжение не превышает предельного значения в любом элементе системы.

Таким образом, ограничение обеспечивает жесткий контроль максимума функции напряжения.

Фильтрация плотности

В методе РТО для борьбы с эффектом «шахматной доски» (рис. 1) используется алгоритм фильтрации фиктивной плотности.

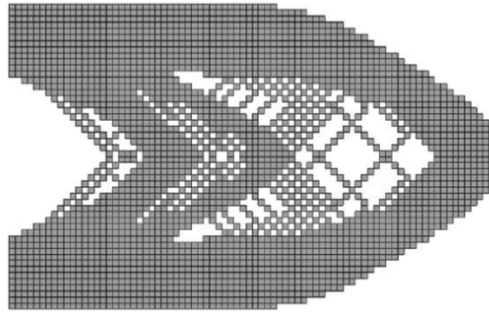


Рис. 1. Образец вида «шахматная доска»

В работе Bruns [16], простое фильтрация плотности представлено как

$$\rho_i = \frac{\sum w_{ij} d_j}{\sum w_{ij}}, \quad \text{где } w_{ij} = \begin{cases} \frac{r_0 r_{ij}}{r_0} & \text{для } r_{ij} < r_0 \\ 0 & \text{для } r_{ij} \geq r_0 \end{cases}, \quad (16)$$

ρ_i – отфильтрованная плотность элемента i , w_{ij} – отфильтрованный вес элементов i и j , d_j – нефильтрованная плотность элемента j , r_{ij} – расстояние между элементами i и j , и r_0 – область фильтрации. Вес обратно пропорционален расстоянию между элементом и его соседями.

В этом смысле, фактически фильтрация плотности – это местное усреднение. Кроме того, сохраняется объем. Фильтрация необходима для достижения следующих преимуществ [17, 18]:

1. Предотвращение мелкомасштабных особенностей топологии, таких как зазубренные края, узкие элементы, и острые поверхности раздела.
2. В результате получается сглаженная область вокруг структурных элементов.
3. Алгоритм спасает от «застревания» в местных минимумах.
4. Предотвращает появления топологии вида «шахматной доски».
5. Налагает ограничение на минимальный характерный радиус взаимодействия элементов в расчете.

Вычисление напряжения

Как установлено ранее, напряжение по Мизесу измеряется в геометрическом центре элементов. Напряжение по Мизесу для двумерного случая имеет вид

$$\sigma_{vM} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\sigma_{xy}^2}. \quad (17)$$

Вычисление тензора напряжения можно записать в следующем виде:

$$\sigma = \mathbf{D}\mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (18)$$

где \mathbf{D} – определяющая матрица, \mathbf{B} – матрица производной функции формы, и \mathbf{u} – вектор смещения. Определяющая матрица для плосконапряженного состояния определяется соотношением

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где E – модуль Юнга и ν – коэффициент Пуассона. Поскольку данная линейная форма справедлива для билинейного квадратного элемента, \mathbf{B} имеет вид

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2L} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

\mathbf{u} – вектор смещения элемента.

Общий алгоритм решения задачи оптимизации РТО методом с ограничением по напряжению

Процесс топологической оптимизации может быть формализован в следующие шаги:

1. Разбиение исследуемой области на конечные элементы. Задание начальных и граничных условий.

2. Определение параметров оптимизации.

3. Выполнение конечно элементного анализа.

4. Проверка условия сходимости. Если выполняется, то выходим.

5. Оптимизационный процесс:

5.1. Определение текущего количества материала на итерации.

5.2. Распределение материала по объему. Проверка текущего максимального напряжения и вычисление объема перераспределяемого материала.

5.3. Перераспределение материала:

5.3.1. Распределение материала пропорционально уровню напряжения.

5.3.2. Применение фильтров.

5.3.3. Применение ограничений на фиктивную плотность.

5.3.4. Вычисление количества материала, необходимого для перераспределения.

5.3.5. Повторение 5.3.1. – 5.3.5. до тех пор, пока есть что перераспределять.

7. Обновление проектных переменных.

8. Повторение шагов 3 – 7 до полной сходимости результатов.

5. Результаты некоторых демонстрационных расчётов

В данном разделе приведены результаты некоторых демонстрационных задач, которые показывают работоспособность и функциональные возможности программы решения задач методами топологической оптимизации.

5.1. Численное моделирование плоской задачи оптимизации методом BESO с учетом ограничения по перемещению

Необходимо определить оптимальную топологию задачи, геометрия которой дана на рис. 2, с учетом ограничения по перемещению в узле А. Снизу деталь шарнирно-оперта, сила P приложена к центральному элементу верхнего торца.

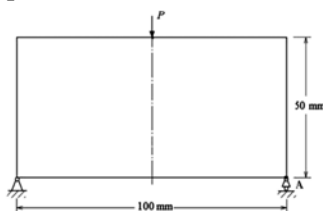


Рис. 2. Начальная геометрия задачи

Параметры нагружения: $P = 1000 \text{ Н}$ – нагрузка, приложенная к центральному элементу верхнего торца.

В расчете используется модель упругого материала. В табл. 1 даны физико-механические характеристики.

Таблица 1

Физико-механические характеристики

Параметр	Описание	Значение
ρ , кг/мм ³	Начальная плотность	$2,7 \cdot 10^{-6}$
E , ГПа	Модуль Юнга	1
ν	Коэффициент Пуассона	0,3

В табл. 2 приведены параметры топологической оптимизации, используемые в расчете.

Таблица 2

Параметры топологической оптимизации метод BESO

Параметр	Описание	Значение
ER , %	Коэффициент отношения объемов на шаге k и $k + 1$	2
r_{\min} , мм	Радиус чувствительности	1,5
p	Параметр отбраковки	3
V/V_0 , %	Отношение конечного объема к начальному	30
u , мм	Ограничение на перемещение в узле A	1,4; 1,2; 1

На рис. 3 приведены результаты расчета задачи, полученные методом топологической оптимизации BESO с учетом ограничения по перемещению в сравнении с [1, 11]

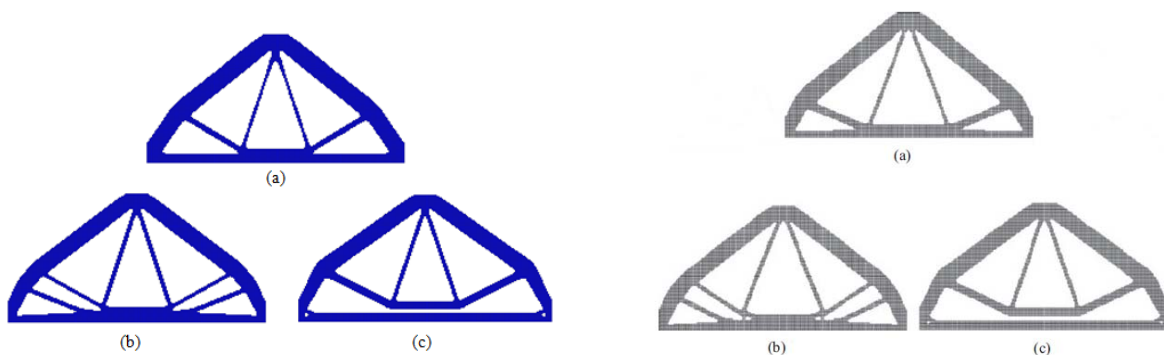


Рис. 3. Результаты, полученные BESO методом, в сравнении с результатами, представленными в [1, 11], с ограничениями по перемещению: а – 1,4 мм; б – 1,2 мм; в – 1 мм

5.2. Численное моделирование плоской задачи оптимизации консольной балки методом РТО с учетом ограничения по напряжению

Необходимо определить оптимальную топологию задачи, геометрия которой дана на рис. 4, с учетом ограничения по напряжению. Скобка жестко заделана по верхнему торцу, сила, направленная по нормали, приложена к вершине правого края.

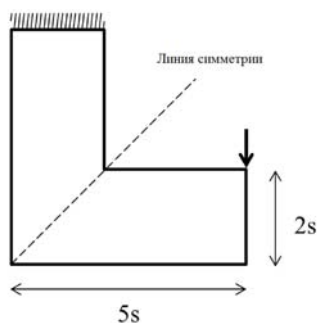


Рис. 4. Начальная геометрия задачи

Параметры нагружения: $P = 1 \text{ Н}$ – нагрузка, приложенная к центральному элементу верхнего торца. Стоит отметить, что нагрузка прикладывается сразу к трем узлам.

В расчете используется модель упругого материала. В табл. 5 даны физико-механические характеристики.

Таблица 5

Физико-механические характеристики

Параметр	Описание	Значение
ρ , кг/мм ³	Начальная плотность	$2,7 \cdot 10^{-6}$
E , ГПа	Модуль Юнга	1
N	Коэффициент Пуассона	0,3

В табл. 6 приведены параметры топологической оптимизации, используемые в расчете.

Таблица 6

Параметры топологической оптимизации для метода РТО с ограничением по напряжению

Параметр	Описание	Значение
E_{\min} , Па	Минимальный модуль Юнга	$1 \cdot 10^{-9}$
P	Параметр отбраковки	3
r_{\min} , мм	радиус чувствительности	1,5
V/V_0 , %	Отношение конечного объема к начальному	35
σ_{\lim} , МПа	Значение ограничения напряжения по Мизесу	1,08

На рис. 5 приведены результаты расчета задачи консольной баки, полученные методом топологической оптимизации РТО с учетом ограничения по напряжению в сравнении с [12].



Рис. 5. Результат, полученный РТО методом, в сравнении с [12], с учетом ограничения по напряжению

6. Заключение

В работе представлены подходы и алгоритмы, планируемые к использованию в базовой версии программного обеспечения «Виртуальный 3D принтер» для нахождения новых топологий конструкций. В модуле топологической оптимизации в настоящее время реализован расчёт двумерных и трёхмерных задач методами ESO, BESO, PTO, SIMP на основе решения линейных задач статической прочности с различными ограничениями целевой функции. Все перечисленные методы прошли верификацию на серии тестовых и производственных задач. По мнению авторов, наибольшее практическое значение и применимость при решении производственных задач имеют методы BESO, PTO с учетом различных ограничений на получаемое решение.

Литература

1. Huang X., Xie Y. M. Evolutionary topology optimization of continuum structures. – UK: John Wiley & Sons, 2010.
2. Оганесян П. А., Шевцов С. Н. Оптимизация топологии конструкции в пакете ABAQUS // Теоретические и практические аспекты развития отечественного авиастроения. – 2014.
3. Bendsoe M. P. and Sigmund O. Topology Optimization: Theory, Method and Application. – Berlin, 2003.
4. Huang X., Xie Y. M. Bi-directional evolutionary topology optimization of continuum structures with one or multiple materials // Comput. Mech. – 2009.
5. Zhu J. H., Zhang W. H., Qiu K. P. Bi-directional evolutionary topology optimization using element replaceable method // Comput. Mech. – 2007.
6. Yang X. Y., Xie Y. M., Steven, G. P., Querin O. M. Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization // AIAA Journal. – 1999.
7. Bendsoe M. P., Sigmund O. Material interpolation schemes in topology optimization // Archive Appl. Mech. – 1999.
8. Rietz A. Sufficiency of a finite exponent in SIMP (power law) methods // Struct. Multidisc. Optim. – 2001.
9. Prager W. Optimality criteria in structural design // Proceeding of the National Academy of Sciences of the United State of America. 1968.
10. Querin O. M., Young V., Steven G. P. and Xie Y. M. Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimization // Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. – 2000.
11. Huang X. and Xie Y. M. Evolutionary topology optimization of continuum structures with an additional displacement constraint // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2010.
12. Biykli E., To A. C. Proportional Topology Optimization: A new non-sensitivity method for solving stress constrained and minimum compliance problems and its implementation in MATLAB. Plos ONE. 2015.
13. Paris J., Navarrina F., Colominas I., Casteleiro M. Topology optimization of continuum structures with local and global stress constraints // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2009.
14. Bruggi M. On an alternative approach to stress constraints relaxation in topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2008.
15. Andersen E., Clausen A., Schevenels M., Lazarov BS., Sigmund O. Efficient topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2011.
16. Bruns T. E., Tortorelli D. A. Topology optimization of non-linear elastic structures and compliant mechanisms // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2001.
17. Le C., Norato J., Bruns T., Ha C., Tortorelli D. Stress-based topology optimization of continua // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2010.
18. Sigmund O. Morphology-based black and white filters for topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2007.
19. Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in MatLab // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2001.

A VIRTUAL 3D PRINTER: THE FUNCTIONAL CAPABILITIES FOR THE TOPOLOGY OPTIMIZATION OF STRUCTURES

D. Yu. D'yanov, M. V. Medvedkina, A. N. Bykov, V. V. Popov

Russian Federal Nuclear Center –
All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov

The paper describes approaches and algorithms used in the basic version of software «Virtual 3D printer» to find new topologies of structures. To demonstrate the serviceability and efficiency of the implemented functional capabilities for the simulation of an optimal topology, numerical simulation results are presented for a number of problems. The paper also gives the comparative analysis of the obtained results and model solutions.

Key words: virtual 3D printer, topology optimization, ESO, BESO, SIMP, PTO.

УДК 519.63, 004.925.84

ПАКЕТ ПРОГРАММ ЛОГОС. УЧЕТ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СТАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ПРОЧНОСТИ

А. Ю. Ерёменко, С. С. Косарим, Р. А. Барабанов

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, Саров

В докладе представлен обзор текущего состояния учета контактного взаимодействия в статических задачах прочности в пакете программ ЛОГОС. Описаны методы и алгоритмы для поиска контактного взаимодействия. Приведены методы учета контактного взаимодействия, такие как метод Штрафа (Penalty Method) и пошаговый метод Лагранжа (Augmented Lagrange Method). Рассмотрены разные способы приложения контактных сил: узел-в-грань и грань-в-грань. Описан метод учета трения между контактирующими телами. Даны все основные формулы. В заключение приведено решение тестовых задач.

Ключевые слова: пакет программ ЛОГОС, статические задачи прочности, учет контактного взаимодействия, алгоритмы определения контактного взаимодействия, методы учета контактного взаимодействия, метод Штрафа, пошаговый метод Лагранжа.

Введение

Очень часто при решении статических задач прочности необходимо учитывать контактные явления, возникающие между различными телами. При этом необходимо как обеспечивать непроникновение тел друг в друга, так и учитывать возможные силы трения, возникающие между ними.

Существуют разные подходы для определения величины контактного взаимодействия между телами [1–10]. Наиболее часто используемыми методами являются метод штрафа (метод штрафных