

УДК 533.6.011.6.001.573

ЛАГРАНЖЕВ ПОДХОД ДЛЯ РАСЧЕТА ЭВОЛЮЦИИ УДАРНОГО ФРОНТА В НЕОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ ИДЕАЛЬНОГО И ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА

А. Л. Адрианов

Сибирский федеральный университет, Красноярск

В настоящей работе делается попытка синхронизации (в пространственном смысле) возмущений по обе стороны скачка уплотнения в потоке вязкого теплопроводного газа при больших числах Рейнольдса ($Re \rightarrow \infty$). Некоторые допущения и соответствующая постановка задачи позволяют рассматривать схематизированный ударный фронт в неоднородном потоке невязкого или вязкого теплопроводного газа как траекторию условной ударной частицы в подходе Лагранжа и произвести редукцию исходной начально-краевой задачи для уравнений Эйлера или Навье-Стокса к задаче Коши для системы ОДУ. Согласовывая приходящие с обеих сторон на фронт искусственно созданные вторичные безударные возмущения, удаётся усилить процесс деградации самого ударного фронта при действии фактора вязкости и механизма теплопроводности.

Ключевые слова: сильный газодинамический разрыв, криволинейный скачок уплотнения (СУ), сдвиговый слой (слой), внешний фактор вязкости и механизм теплопроводности (фактор ВТ), условная ударная частица, обобщённые дифференциальные соотношения на скачке (ОДС), краевой эффект (КЭ), расширенная дифференциальная связь, углы Маха и Ускова за скачком уплотнения, синхронизация возмущений на ударном фронте.

Математическое моделирование ударных течений невязкого, а также вязкого теплопроводного газа при больших числах Рейнольдса (Re_∞), на основе подходов, объединяющих положительные свойства численных и аналитических методов, имеет очевидную перспективу. Правильно сконструированный численно-аналитический метод-симбиоз может обладать значительно большей разрешающей способностью и (или) эффективностью при расчёте газодинамических течений, содержащих скачки уплотнения (СУ), сдвиговые слои, а также их взаимодействия, чем отдельные представители классов численных и аналитических методов. Методы, построенные на основе указанного симбиоза, способны дать новые сведения о деталях внутреннего устройства сложных двумерных, в частности, стационарных ударных газодинамических течений, выявить как раздельное, так и совместное влияние таких факторов, как *неравномерность* невозмущённого течения перед СУ, *краевой эффект* за ним, формируемый догоняющими его возмущениями, *вязкость-теплопроводность* (ВТ), на исследуемый физический процесс. Под термином *краевой эффект* (КЭ) здесь понимается то, что он несёт производный (дифференциальный) смысл от общепринятого термина «краевое (граничное) условие» применительно к задней поверхности СУ; КЭ имеет отношение к продолженной системе соответствующих законов сохранения. Аналитический аппарат в подобных численно-аналитических методах оказывается задействованным благодаря схематизации (выделению) ударного фронта гладкой криволинейной поверхностью *сильного газодинамического разрыва*, поэтому наряду с известными соотношениями на косом скачке (или даже вместо них) используются продолженные – *обобщённые дифференциальные соотношения*, учитывающие действие фактора вязкости и механизма теплопроводности (фактора ВТ) асимптотически [1–6]. Здесь важно отметить роль В. Н. Ускова, уделявшему большое внимание аналитическому аппарату в исследованиях течений с ударными волнами. Этот творческий процесс передался и его ученикам и, в частности, автору настоящей работы, попытавшемуся гармонично соединить достоинства разделённых на тот момент аналитических и численных методов.

При численном моделировании ударных течений вязкого теплопроводного газа с большими числами Re_∞ без схематизации СУ, рассчитывая его сквозным образом, практически невозможно выделить вклад в реализующиеся за ним газодинамические параметры от действия **внешних (!)** (со стороны макротечения по обе стороны СУ вне ударного перехода) вязких напряжений и потока тепла [1 – 4]. Другими словами, корректно отключить действие *внешнего* фактора ВТ исключительно на СУ, выявив при этом роль данного фактора в ударном процессе. Здесь и далее по тексту имеются в виду не схемные (численные), а физические внешние *фактор вязкости* и *механизм теплопроводности*, учёт которых в контексте самой методики сквозного расчёта ударных течений не столь принципиален. Среди основных достоинств *методов сквозного счёта* (МСС) необходимо отметить их универсальность, относительную простоту конструирования вычислительного алгоритма (его программной реализации) и, как следствие этого, некоторую надёжность. Фактическая точность (без учёта неизбежных аппроксимативных потерь на скачках), получаемая при использовании МСС, в большинстве случаев удовлетворяет практике, в связи с чем, данное направление активно развивается.

Справедливости ради отметим, что часто хорошая выполнимость *обычных условий на косом (прямом) СУ* означает, что при больших Re_∞ фактор ВТ на *сильном газодинамическом разрыве* может и вовсе не учитываться: в интегральные формулы схематизированного ударного перехода данный фактор входит с малым параметром; градиенты величин по обе стороны СУ предполагаются ограниченными [1]. В случае равномерного по обе стороны СУ течения, вклад указанного фактора в параметры ударного перехода вообще отсутствует при любом Re_∞ , поскольку отсутствуют внешние градиенты величин, а сам скачок при этом является плоским.

Если выполнена *схематизация СУ*, то очевидно, что, в общем случае неравномерного макротечения вне его криволинейной поверхности, влияние фактора ВТ на параметры ударного перехода должно корректно учитываться математической моделью уже при средних ($\sim 10^3$) Re_∞ , вследствие чего возникает необходимость в использовании *обобщённых условий* на таком СУ. Но и при *схематизации СУ*, в рамках краевой постановки задачи (!) не представляется возможным проварьировать в широком диапазоне всевозможными КЭ, выявив их степень влияния на форму самого скачка, распределение параметров и их производных вдоль его задней поверхности, действие фактора ВТ. Кроме того, численные методы решения систем уравнений *Эйлера* (УЭ) и *Навье-Стокса вязкого теплопроводного газа* (УНСВТ), интегрированные в тот или иной коммерческий программный продукт, все ещё требуют значительных вычислительных ресурсов, с чем, несмотря на появление СуперЭВМ с петафлопной производительностью, нельзя не считаться.

Рассмотренные проблемы, возникающие при численном моделировании ударных течений, оказываются преодолемыми при использовании *численно-аналитических методов* и, в частности, *«дискретно-аналитического подхода»* [1].

Уточним, что понимается под составным термином *численно-аналитический метод* (равно как и *разностно-аналитический метод*, *дискретно-аналитический подход*). В общем случае под этим не следует понимать какой-либо метод, сконструированный на основе прямого (независимого) объединения численного (дискретного) и аналитического аппаратов, позволяющий построить некоторое «суммарное решение» той или иной задачи. Однако в некоторых случаях *аналитическое* (в расширенном смысле [7]) решение для *ударного процесса* строится именно путём «погружения» его в другое решение-источник, которое может определяться аналитическими зависимостями либо иметь численное происхождение – поле газодинамических величин, полученное из предварительного расчёта и затабулированное с помощью гладких интерполянтов. Возможность получения аналитических решений в классическом смысле этого слова обычно сопряжена с упрощающими постановку задачи предположениями, рассмотрением отдельных частных случаев и т. п. Таким методам посвящена обширная литература, поскольку в докомпьютерную эпоху и даже при появлении первых относительно малопродуктивных ЭВМ массового использования эти методы и физический эксперимент являлись основными *инструментами* в исследованиях сложных аэрогазодинамических процессов. Эти методы используются и совершенствуются по сегодняшний день, поскольку оказались работоспособными при математическом описании отдельных высокоградиентных *ударных* и *безударных* газодинамических процессов. В отличие от этого, в проводимых исследованиях делаются лишь некоторые минимальные допущения, позволяющие как максимум осущест-

вить редукцию краевой постановки задачи для рассчитываемого *ударного течения* в рамках УЭ или УНСВТ к задаче Коши для нелинейной системы ОДУ, которая затем решается уже численно. Окончательные *рабочие уравнения* этой системы получаются путём сложных математических выкладок с применением средств компьютерной алгебры [8]: они являются точными лишь в газодинамическом отношении, а при учёте фактора ВТ – приближенными асимптотическими уравнениями, содержащими к тому же элементы разностных аппроксимаций. К сожалению, такая система ОДУ требует для своего численного интегрирования разработки нестандартных подходов [1, 3, 4]. В любом случае об *аналитических* или *точных решениях* здесь можно говорить лишь в *расширенном смысле* [7].

Итак, под *численно-аналитическим методом* в настоящем исследовании понимается *метод-симбиоз*, сконструированный путём синтеза аппарата разностных схем и аналитического аппарата, применяемого локально (*дискретно*) на особенностях. При этом СУ представляются либо *выделенными*, либо *схематизированными* гладкой криволинейной поверхностью *сильного газодинамического разрыва* в зависимости от используемой математической модели течения сжимаемого газа: невязкой (идеальной) или вязкой с теплопроводностью при больших Re_∞ , соответственно. Основным мотивом для *гладкого представления* СУ с адекватным этому локальным применением аналитического аппарата является естественный (бесконечный (!) в отсутствии других возмущений и, тем более, при учёте фактора ВТ) порядок гладкости решения в касательном к скачку направлении, которым следует воспользоваться. Тогда, при выполнимости на *схематизированном* криволинейном СУ в неравномерном потоке невязкого или вязкого теплопроводного газа *соотношений 0-го порядка*, требуется ещё и выполнимость соответствующих уже «продолженных соотношений» – *соотношений 1-го порядка* (иначе, *дифференциальных соотношений* на СУ [1 – 2]). С привлечением математического языка аппарата *сплайнов* (сплайн-функций), то же может быть сказано иначе: локально используемый аналитический аппарат позволяет в *гладком представлении* фронта СУ перейти к сплайну более высокого порядка. Важно, что при таком *гладком представлении* СУ уже отсутствует необходимость в поточечной постановке на нем *соотношений 0-го порядка*: в любой его расчетной точке они будут выполняться автоматически (!), а поэтому могут быть задействованы в ходе расчета лишь с целью дополнительного поточечного контроля ошибок вычислений. Привлечённый в связи с гладкостью процесса аналитический аппарат *дифференциальных соотношений* на СУ позволяет проанализировать влияние (совместное, в частности) основных физических факторов на эволюцию фронта самого скачка и управлять его поведением. Этими факторами являются: градиенты газодинамических величин в невозмущённом потоке перед СУ, КЭ за ним, а также фактор ВТ при асимптотическом учёте его в данных соотношениях. Заметим, что основываясь только на *обычных* (типа *Рэнкина-Гюгонно*) *соотношениях 0-го порядка*, и, соответственно, аппарате *ударных* либо *ударно-волновых поляр* (УВП) [1] (традиционно используемом экспериментаторами и вычислителями в настоящее время) подобный анализ и управление поведением фронта СУ невозможно осуществить.

Мотивация построения эффективных *численно-аналитических методов* расчёта *ударных течений* невязкого и тем более вязкого теплопроводного газа при больших Re_∞ имеет под собой и более тонкую математическую подоплёку. СУ, имея в своей малой окрестности резкое (разрывное при *схематизации*) изменение газодинамических величин, обладает в касательном направлении «запасом гладкости», который, несомненно (!), должен быть востребован вычислительным алгоритмом решения задачи. В противном случае, как это часто бывает при использовании, например, разностных МСС, кроме обычной локальной потери точности на СУ и других аппроксимативных дефектов, будет иметь место так называемый *дефект насыщения* вычислительного метода [9]. Суть этого негативного, но менее заметного, чем погрешность аппроксимации, явления состоит в том, что, начиная с некоторого рубежного момента, очередное ступенчатое ранговое повышение гладкости решения уже не приводит к адекватному уменьшению вычислительной погрешности алгоритма, т. е. «не чувствуется» им. В частности, уже отсюда вытекает целесообразность локального применения аналитического аппарата при расчётах газодинамических течений, содержащих СУ и другие особенности. Более того, если какой-либо СУ находится в значительной изоляции от встречных и догоняющих его соседних особенностей или же задача решается в более общей постановке с учётом малого по величине фактора ВТ, автоматически обеспечивающего большую гладкость решения (!), то роль отмеченного только усиливается. Например, при *схематизации* одиночного СУ,

проникающего в *сдвиговой слой (слой)* вязкого теплопроводного газа при больших Re_∞ , исходную начально-краевую задачу для УНСВТ и тем более в рамках её невязкого приближения – для УЭ, когда *слой* рассматривается просто как *вихревой слой* с невырожденными профилями энтропии, скорости и энтальпии, удаётся свести (редуцировать) к задаче Коши для системы ОДУ.

Отмеченная выше редукция от УНСВТ к системе ОДУ в плане постановки вязкой задачи, с одной стороны, позволяет в процессе математического моделирования в рамках единого вычислительного алгоритма проходить «насквозь» от *газодинамической* до *диффузионной* стадии эволюции СУ в *слое*, задаваясь при этом различными КЭ, а с другой – значительно экономить вычислительный ресурс: счёт на ПЭВМ вместо многих часов (УНСВТ) занимает секунды. И, как уже было замечено, в такой постановке задачи сохраняется естественный (тем более, при учёте фактора ВТ) порядок гладкости решения в касательном к СУ направлении, что и явилось основным мотивом для разработки и применения *дискретно-аналитического подхода* [1].

Рассмотрим данную задачу о проникновении СУ в *слой* невязкого или вязкого теплопроводного газа при больших числах Рейнольдса. На поверхности *схематизируемого* криволинейного СУ выполняются либо обычные, либо *обобщённые соотношения* [1 – 4] 0-го и 1-го (дифференциальные) порядков, учитывающие действие фактора ВТ асимптотически; в газодинамическом отношении они являются точными. При выводе *обобщённых дифференциальных соотношений* (ОДС) используется ряд допущений [1 – 4], среди которых допущение о масштабе производных основных величин в *слое*. Асимптотический порядок удерживаемых в ОДС ВТ-слагаемых соответствует $O(1)$ при $Re_\infty \rightarrow \infty$, что оказывается вполне достаточным для оценки степени влияния фактора ВТ. Приведём компактную матричную запись ОДС [1, 2], выполняющихся на таком СУ:

$$a_{ij} \left(\hat{\Phi}_j \right)_n^{\wedge} + b_i K_w + c_{ij} (\Phi_j)_n + d_i \frac{\delta}{y} + \varepsilon^2 \left[e_{ij} \left(\hat{\Phi}_j \right)_{nn}^{\wedge\wedge} + f_i K_w' + g_{ij} (\Phi_j)_{nn} + N_i \right] = 0,$$

$$\Phi = (W, \theta, p, h)^T; \quad i, j = 1, \dots, 4,$$

где

$$\delta = 0 \quad (\delta = 1); \quad \varepsilon^2 = (Re_\infty)^{-1}; \quad N_i = N_i \left(\left(\hat{\Phi}_j \right)_n^{\wedge}, (\Phi_j)_n, \hat{\Phi}_j, \Phi_j, K_w \right).$$

В (1) применено суммирование по повторяющемуся индексу j ; величины K_w и $K_w' = \frac{d^2 \Omega}{dw^2}$, где

$\Omega = \theta + \sigma \equiv \hat{\theta} + \hat{\sigma}$, представляют собой продольную кривизну СУ (в отличие от радиальной кривизны $1/y$ в осесимметричном случае) и производную от неё; вектор \mathbf{N} явно объединяет нелинейные слагаемые (произведения младших производных и кривизны). Предполагается, что все величины обезразмерены. В (1) в обозначениях K_w и K_w' $w \equiv \tau_s$ – координата в продольном к СУ направлении (в отличие от модуля скорости W обозначена малой w); p – давление; ρ – плотность; h – энтальпия; θ и $\hat{\theta}$ – углы наклона линии тока к оси OX декартовой (цилиндрической) системы координат XOY до и за СУ соответственно; все производные представлены в локальной системе *естественных (собственных) координат* (s, n) – до СУ, (\hat{s}, \hat{n}) – за СУ; производные до СУ предполагаются известными. Острый угол σ между вектором скорости \vec{W} и СУ (между \vec{s} и $\vec{\tau}_s$) определяет интенсивность СУ ($J = \hat{p}/p = (1 + \varepsilon) M^2 \sin^2 \sigma - \varepsilon$; $\varepsilon = (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$; $\gamma = c_p/c_v$): $|\sigma| \geq \alpha_M$, где $\alpha_M = \arcsin(1/M)$ – *угол Маха* в данной точке СУ перед ним, а знак χ этого угла определяет семейство, к которому принадлежит СУ (характеристика, при $\sigma = \chi \alpha_M$) в невязком случае. Функциональные матрицы (векторы) коэффициентов $\mathbf{A}, \dots, \mathbf{G}$ в (1) сложным образом зависят от газодинамических величин по обе стороны СУ; в невязком случае ($\varepsilon^2 = 0$ в (1)) $\mathbf{A}, \dots, \mathbf{D}$ после соответствующих допустимых преобразований в точности приводятся к аналогичным коэффициентам в [5, 6], где В. Н. Усковым была использована другая, более удобная в этом случае, группа зависимых переменных.

Сложные *машинные* аналитические выкладки с целью получения используемых далее в *расчётных* программных модулях символьных продуктов: *обобщённых соотношений 0-го и 1-го* (ОДС (1)) *порядка* на криволинейном СУ, и следующих из (1), после замыкания их и разностной аппроксимации старших производных за скачком, дифференциально-разностных *рабочих уравнений*, якобианов к ним и т. п., выполнялись автором настоящей работы в системе символьных преобразований на ЭВМ [8] «REDUCE».

Практическое использование ОДС (1) предполагает их замыкание, для чего требуется задать какую-либо из производных за СУ или их комбинацию, определив тем самым КЭ за ним. В качестве такой комбинации может быть использована дополнительная *дифференциальная связь*, в частности, исключающая КЭ [1, 3, 4]. При задании КЭ за СУ, т. е. при замыкании нелинейной (при $\varepsilon^2 \neq 0$) относительно первых производных за СУ системы (1), она становится однозначно разрешимой относительно этих производных и кривизны СУ в любой его расчётной точке и может быть численно проинтегрирована вдоль фронта скачка.

Обобщив всевозможные КЭ за СУ, представим *расширенную дифференциальную связь*, с помощью которой исключается \hat{p}_s из (1), в виде

$$\hat{p}_s + b \cdot \hat{m}^{-\chi} \cdot \hat{p}_n = c, \quad \hat{m}^{-\chi} = \frac{-\chi}{\sqrt{\hat{M}^2 - 1}} = -\chi \operatorname{tg}(\hat{\alpha}_M), \quad (2)$$

где $\hat{\alpha}_M$ – угол Маха за СУ, а b и c – параметры связи. При подстановке (2) в (1) подразумевается, что тангенциальная производная от давления \hat{p}_s , заменена через УЭ нормальной производной от

угла наклона $\hat{\theta}_n$. Варьирование коэффициентами связи (2) позволяет задавать *сильные и слабые* КЭ за СУ типа поджатия фронта (усиление интенсивности), разрежения (ослабление), а также исключение действия КЭ (нейтральный КЭ). Среди КЭ есть запрещённые, определяемые *углом Ускова* [1, 4], который в широком диапазоне интенсивностей СУ для фиксированного M оказался близким (по сути «двойником») к известному *углу Маха* за СУ, но в отличие от последнего, имеет отношение исключительно к задаче *1-го порядка* (дифференциальной задаче).

Приведём расчёт на основе (1) – (2), проникающего в *сдвиговый слой* СУ с начальной интенсивностью $J_\infty(t_0 = 63,7\%)$, которая задавалась в t_0 – процентах от логарифма звуковой интенсивности $J_s(\hat{M}|_{J=J_s} = 1)$, $J_\infty(t_0) = J_s^{t_0/100\%}$. В качестве модели невозмущённого *слоя* бралась сверхзвуковая часть пограничного слоя на теплоизолированной пластине ($\delta = 0$); $Pr = 1$; показатель степени в законе вязкости $\omega = 1$; $\partial p / \partial n \sim 0$; $W|_{y=0} = \partial p / \partial n|_{y=0} = \partial h / \partial n|_{y=0} = 0$.

На рис. 1 показан *характеристический коридор* [4] для *вязких и невязких* решений с различными КЭ и без такового. *Характеристический коридор* представляет в каждой расчётной точке СУ значения величин $|\chi \hat{\alpha}_M|$ (перед СУ), $|\sigma|$ (на СУ), $|\beta + \chi \hat{\alpha}_M|$ (за СУ) – модулей углов наклона СУ и характеристик

одного с ним семейства по обе его стороны к текущей линии тока в невозмущённом течении.

Очевидно, что при полном вырождении СУ за счёт КЭ или (и) ВТ все три однотипные кривые из различных семейств (см. рис. 1), соответствующие конкретному решению, должны пересечься в одной точке внизу: *коридор «схлопывается»*. Из рис. 1 видно, что вне зависимости от того, является КЭ ослабляющим или усиливающим СУ, всегда имеет место частичное сужение *характеристического коридора* за счёт ослабляющего действия фактора ВТ на СУ. Таким образом, если имеет место ослабляющий СУ КЭ, то в результате суммарного, направленного на ослабление скачка, действия обоих факторов сужение *коридора* оказывается более значительным.

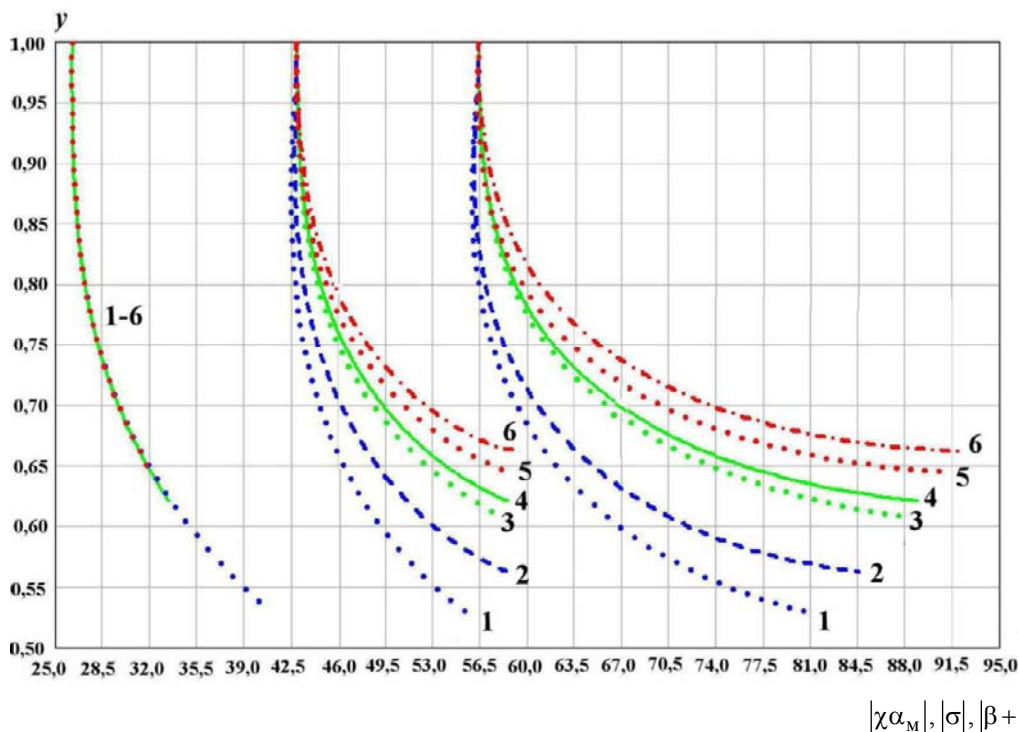


Рис. 1. *Характеристический коридор*: слева — перед СУ; в центре — на СУ; справа — за СУ;
 1 — вязкое решение при КЭ, ослабляющем СУ; 2 — невязкое решение при КЭ, ослабляющем СУ;
 3 — вязкое решение без КЭ; 4 — невязкое решение без КЭ; 5 — вязкое решение при КЭ, усиливающем СУ;
 6 — невязкое решение при КЭ, усиливающем СУ

Уточним, что приведённое на рис. 1 «невязкое решение» с различными КЭ означает, что фактор ВТ отключался ($\varepsilon^2=0$ в (1)) лишь непосредственно в задаче взаимодействия СУ со *слоем*, т. е. последний рассматривался на данный момент просто как *вихревой слой*, сформировавшийся на ранней стадии при действии *фактора вязкости* и *механизма теплопроводности*.

Дополнительно, в ходе вычислительного эксперимента, была также выявлена степень влияния на решение отдельных параметров *дискретно-аналитической модели* [1], таких как порядок асимптотических разложений, порядок аппроксимации разностных представлений и т. п.

Сделаем важный вывод. Из проведённых исследований по проникновению СУ в обычный *сдвиговой слой* следует, что даже при значительных КЭ того или иного знака и фиксированном среднем ($\sim 10^3$) числе Re_∞ , учёт *внешнего* фактора ВТ не приводит (!) к значительному снижению интенсивности СУ по сравнению с невязкой постановкой задачи. Это подтверждается и многочисленными физическими экспериментами, в которых указанные факторы всегда присутствуют. Именно по этой причине невязкая (газодинамическая) модель ударного взаимодействия хорошо работает и вполне адекватна.

В общем случае, все приходящие возмущения, включая сильные и слабые (в невязкой постановке) разрывы, обычно складываются «стихийным образом», определяя дальнейшую эволюцию всех исходящих элементов образующейся при этом ударно-волновой структуры, которую можно оптимизировать, решая конкретную задачу [6] (Усков В. Н.), [10 – 12].

В настоящем исследовании рассматриваются лишь безударные вторичные возмущения (типа поджатия-разрежения), поступающие на одиночный схематизированный ударный фронт СУ; по причине задеирования *фактора вязкости* и *механизма теплопроводности* слабые разрывы при этом также исключаются. Важно помнить, что процесс образования ударного фронта, как и его последующая динамика, всегда определяются с **двух сторон!** Поэтому, если, кроме того или иного КЭ, в задачу добавить ещё и вторичные также гладкие возмущения перед СУ, то целью возможной оптимизации может являться и максимизация процесса деградации самого ударного фронта. Подоб-

рать необходимый для этого набор вторичных возмущений, согласовав (синхронизировав) их с обеих сторон фронта, крайне затруднительно даже в рамках модели одного газа, краевой постановки задачи, имея мощные вычислительные средства (экспериментальное оборудование). Однако в рамках *дискретно-аналитического подхода* [1] такие исследования реально осуществить: подход экономичен и позволяет провести масштабный и трудоёмкий вычислительный эксперимент.

В ходе данного вычислительного эксперимента задавались различные гладкие спектры вторичных возмущений перед СУ по основным параметрам потока. В большинстве случаев возмущённое таким образом *ударное решение* располагалось симметрично относительно вязкого невозмущённого и желаемый эффект процесса усиленной деградации ударного фронта не имел место. И только в очень редких случаях имела место желаемая асимметрия возмущённого *ударного решения*, т. е. фактор ВТ начинал активно работать. На рис. 2 показан аналогичный рис. 1 *характеристический коридор*, но при наличии вторичных возмущений перед СУ, вызывающих асимметричный отклик *ударного решения*.

В заключение хотелось бы отметить, что нестационарный аналог, рассмотренного в настоящей работе подхода, гораздо более интересен и не требует ограничения снизу на скорость потока перед ударным фронтом.

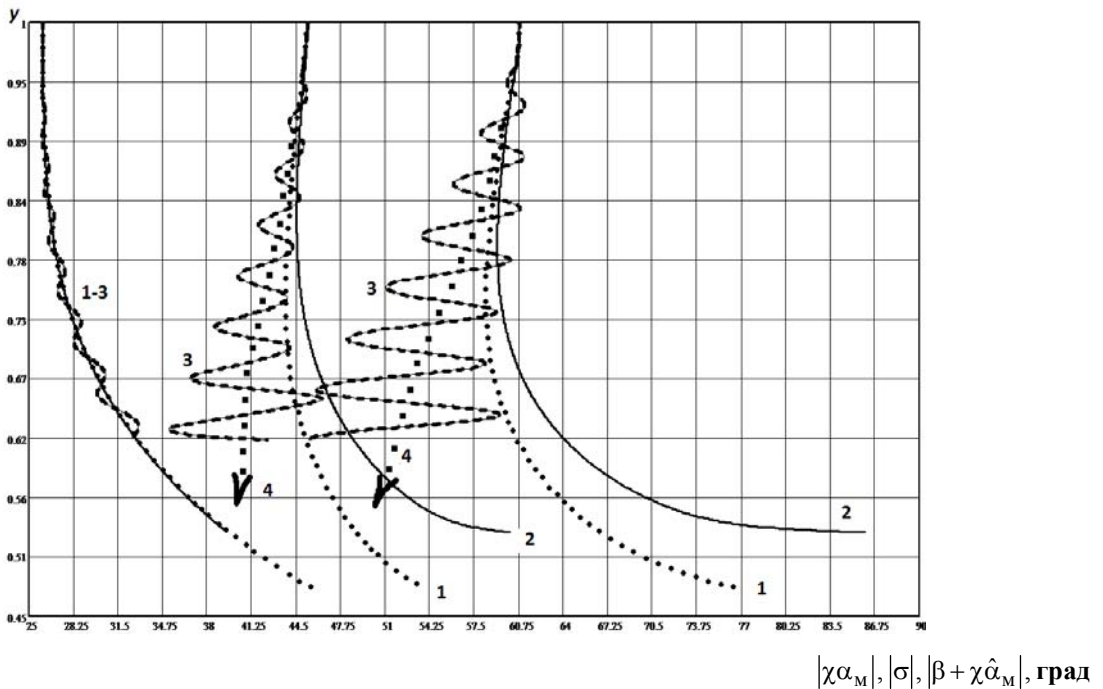


Рис. 2. *Характеристический коридор*: слева — перед СУ; в центре — на СУ; справа — за СУ; **1** — вязкое решение при КЭ, ослабляющем СУ; **2** — невязкое решение при КЭ, ослабляющем СУ; **3** — вязкое решение при наличии вторичных возмущений перед фронтом в сочетании с тем же КЭ, ослабляющем СУ; **4** — средние значения по кривой **3** (слева — перед СУ они совпадают с невозмущёнными значениями)

Доклад посвящен памяти доктора технических наук, профессора Владимира Николаевича Ускова.

Литература

1. Адрианов А. Л. Математическое моделирование ударных течений идеального и вязкого теплопроводного газа на основе дискретно-аналитического подхода: монография / А. Л. Адрианов. — Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2016.

2. Адрианов А. Л. Обобщённые дифференциальные соотношения на скачке уплотнения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 2009. – Вып. 4. – С. 22–30.
3. Адрианов А. Л. Математическое моделирование ударных течений вязкого теплопроводного газа на основе асимптотической модели // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 2010. – Вып. 4. – С. 10 – 26.
4. Адрианов А. Л. О взаимовлиянии краевого эффекта и фактора вязкости-теплопроводности в задаче проникновения скачка уплотнения в сдвиговый слой / А. Л. Адрианов // XII Международный семинар «Супервычисления и математическое моделирование»: сб. науч. тр. / под ред. Р. М. Шагалиева. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2011. – С. 9 – 17.
5. Усков В. Н. Интерференция стационарных газодинамических разрывов // Сверхзвуковые газовые струи: сб. ст. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1983. – С. 22 – 46.
6. Адрианов А. Л., Старых А. Л., Усков В. Н. Интерференция стационарных газодинамических разрывов. – Новосибирск: ВО «Наука». Сибирская издательская фирма, 1995 – 180 с.
7. Сидоров А. Ф., Шапеев В. П., Яненко Н. Н. Метод дифференциальных связей и его приложения в газовой динамике. – Новосибирск: Наука, 1984.
8. Валиуллин А. Н., Ганжа В. Г., Ильин В. П., Шапеев В. П., Яненко Н. Н. Задача автоматического построения и исследования на ЭВМ разностных схем в аналитическом виде // Доклады АН СССР. – 1984. Т. – 275, № 3. – С. 528 – 532.
9. Бабенко К. И. Основы численного анализа. – М.: Наука. 1986.
10. Омельченко А. В., Усков В. Н. Оптимальные ударно-волновые системы // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 1995. – № 6. – С. 118 – 126.
11. Усков В. Н., Чернышов М. В. Особые и экстремальные тройные конфигурации скачков уплотнения // Прикладная механика и техническая физика. – 2006. –Т. 47, № 4. – С. 39 - 53.
12. Усков В. Н., Чернышов М. В. Экстремальные ударно-волновые системы в задачах внешней аэродинамики // Теплофизика и аэромеханика. – 2014. – Т. 21, № 1. – С. 15 – 31.

LAGRANGIAN APPROACH IN COMPUTATIONS ON SHOCK-WAVE FRONT EVOLUTION IN A NON-UNIFORM FLOW OF IDEAL AND VISCOUS THERMOCONDUCTIVE GASES

A. L. Adrianov

Siberian Federal University, Krasnoyarsk

The current work describes the attempt to synchronize (spatially) the perturbations on both sides of the compression shock in the flow of viscous heat-conducting gas at large Reynolds' numbers ($Re \rightarrow \infty$). Some assumptions and respective problem formulations allow us to consider a schematized shock front in a non-uniform flow of a non-viscous or viscous thermally-conductive gas as a trajectory of a conventional impact particle in Lagrangian approach and to reduce the initial- -edge problem for Eulerian and Navier-Stokes equations to Cauchy problem for the system of generalized differential equations (GDE). Correlating artificially created secondary shock-free perturbations that come to the front from both sides it is possible to enhance the degradation process for the shock front itself under the effect of viscosity factor and the mechanism of thermal conductivity.

Key words: strong gas-dynamic explosion, curved shock (CS), strike-slip layer (layer), external viscosity factors and the mechanism of thermal conductivity (VT factor), a conventional impact particle, generalized differential ratios at the shock (GDR), edge effect (EE), extended differential constraint, Mach and Uskov angles behind the compression shock, synchronization of perturbations at the shock front.