

CONTACT PROBLEM OF INTERACTION BETWEEN A MEDIUM-THICKNESS PLATE LYING ON AN ELASTIC BASE AND A RIGID BODY

*S. A. Kuznetsov*¹, *S. V. Krasnov*¹, *Y. V. Morenko*¹, *E. V. Smetanina*¹,
*O. V. Starozhilova*²

¹Kazan Federal University, Kazan

²Volga state University of Telecommunications and Informatics, Samara

Based on a mathematically correct formulation of the contact problem, we obtain a solution for a rectangular plate lying on an elastic base interacting with a flat stamp under cylindrical bending conditions. We assume that the contact between the plate and the body occurs only in the normal direction to the surface. The problem is posed within the framework of the refined theory of Timoshenko plates taking into account the transverse compression in the contact zone. In the course of a systematic research, we found that the plate thickness and fixation conditions exert a significant effect on the distribution of contact stresses.

Keywords: Contact problem, plate, transverse shear, transverse compression.

УДК 519.6

РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ЛУЧИСТОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ SPH

A. A. Лазарев, С. Н. Полищук

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, Саров

Работа посвящена программной реализации и распараллеливанию вычислений численного решения уравнения лучистой теплопроводности методом сглаженных частиц (SPH). Распараллеливание вычислений выполнено с использованием смешанной модели: на верхнем уровне реализуется распараллеливание по MPI-процессам на распределенной памяти с использованием интерфейса MPI, на нижнем уровне – распараллеливание по OMP-потокам внутри MPI-процесса на общей памяти с использованием стандарта OpenMP. На примере тестовой задачи распространения излучения от постоянно действующего источника проведена оценка показателей эффективности распараллеливания при использовании различных предоблавателей (метод блочного Якоби и алгебраический многосеточный метод селективного типа) для решения СЛАУ.

Ключевые слова: метод сглаженных частиц (метод SPH), лучистая теплопроводность, неявная схема, смешанная модель распараллеливания MPI + OpenMP, эффективность распараллеливания.

Введение

Метод сглаженных частиц (метод SPH) [1, 2] является бессеточным лагранжевым методом, развитие которого в первую очередь связано с численным моделированием астрофизических про-

цессов. Одним из таких процессов является перенос энергии излучением. В том случае, когда длина свободного пробега фотонов много меньше характерного размера изучаемой системы, хорошим приближением для указанного процесса служит модель лучистой теплопроводности. Она используется во многих важных приложениях, в частности, для решения задач тяжелоионного инерциально-го термоядерного синтеза [3].

Настоящая работа посвящена программной реализации и распараллеливанию вычислений по смешанной модели (MPI [4] + OpenMP [5]) созданной авторами программы численного решения уравнения лучистой теплопроводности с использованием метода SPH в двумерной постановке [6]. Дифференциальное SPH-уравнение аппроксимируется по неявной разностной схеме. Для линеаризации системы уравнений по частицам используется метод Ньютона, решение системы уравнений на итерациях выполняется с использованием решателей библиотеки LParSol [7].

1. Численное решения уравнения теплопроводности

Рассматривается процесс распространения излучения в ограниченной области Ω . Уравнение, описывающее данный процесс в приближении лучистой теплопроводности, для плоского ($\nu = 0$) и осесимметричного ($\nu = 1$) случаев имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left(\chi r^\nu \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) = Q. \quad (1)$$

Здесь $\vec{r} = (z, r)$ – координаты, t – время, ρ – плотность, ε – удельная внутренняя энергия; T – температура; Q – функция источника (стока); χ – коэффициент теплопроводности, который вычисляется по формуле: $\chi = \frac{4}{3} c \sigma \ell T^3$, где c – скорость света, σ – постоянная Стефана-Больцмана, ℓ – эффективный пробег излучения.

Уравнение (1) дополняется соотношениями: $\varepsilon = \varepsilon(\rho, T)$; $l = l(\rho, T)$ или $\chi = \chi(\rho, T)$.

В качестве начальных условий используется заданное распределение температуры, в качестве граничных условий могут быть использованы заданное значение температуры $T_G(t, \vec{r})$, заданный поток тепла $q_G(t, \vec{r})$ и условие симметрии.

Численного решение уравнения (1) находится по методу SPH [1, 2]. Основополагающие формулы для вычисления значения функции $f(\vec{r})$ и значения ее градиента в любой точке пространства по значениям в известных точках \vec{r}_j имеют следующий вид:

$$\langle f(\vec{r}) \rangle = \sum_j \frac{m_j}{\rho(\vec{r}_j)(2\pi r_j)} f(\vec{r}_j) W(\vec{r} - \vec{r}_j, h), \quad (2)$$

$$\langle \text{grad} f(\vec{r}) \rangle = \sum_j \frac{m_j}{\rho(\vec{r}_j)(2\pi r_j)} f(\vec{r}_j) \text{grad} W(\vec{r} - \vec{r}_j, h), \quad (3)$$

где m – масса, r_j – расстояние до оси симметрии, h – радиус сглаживания, W – интерполяционное ядро, выбранное как сплайн третьей степени [8]:

$$W(\vec{r} - \vec{r}_j, h) = \frac{1}{N} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2} R^2 + \frac{3}{4} R^3, & 0 < R < 1 \\ \frac{1}{4} (2 - R)^3, & 1 \leq R < 2, \\ 0, & R \geq 2 \end{cases}$$

$$R = |\vec{r} - \vec{r}_j|/h, \text{ где } N = 0, 7\pi h^2.$$

Значение градиента ядра в (3) вычисляется как: $\text{grad } W(\vec{r} - \vec{r}_j, h) = W'(\vec{r} - \vec{r}_j, h) \frac{\vec{r} - \vec{r}_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|}$.

Разобьём области Ω на набор точечных масс частиц и, используя интерполяционные формулы (2), (3), запишем SPH-представление уравнения теплопроводности для частицы с номером i [6]:

$$\frac{d\varepsilon_i}{dt} - 2\sum_j \left(\frac{1}{2\pi r_i r_j} \right)^v \frac{m_j}{\rho_i \rho_j} \chi_{ij} \frac{T_i - T_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} W'_{ij}(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h_{ij}) = Q_i, \quad i = \overline{1, N}, \quad (4)$$

где $r_{ij} = \frac{1}{2}(r_i + r_j)$, $h_{ij} = \frac{1}{2}(h_i + h_j)$.

Коэффициент теплопроводности χ_{ij} на границе взаимодействия частиц с номерами i и j вычисляется по одной из разновидностей модифицированного гармонического усреднения:

$$\chi_{ij} = \frac{(\chi_i(\rho_i, T_i) + \chi_i(\rho_i, T_{ij}))(\chi_j(\rho_j, T_j) + \chi_j(\rho_j, T_{ij}))}{(\chi_i(\rho_i, T_i) + \chi_i(\rho_i, T_{ij})) + (\chi_j(\rho_j, T_j) + \chi_j(\rho_j, T_{ij}))},$$

где T_{ij} – температура на границе взаимодействия частиц, определяемая из условия непрерывности температуры и потока.

Аппроксимируя неявно дискретное уравнение (4) и используя линеаризацию уравнения состояния по Ньютону, получим систему линейных уравнений относительно температуры $T^{\gamma+1}$ (γ – номер итерации):

$$\varepsilon_i^\gamma - \varepsilon_i^n + \frac{\partial \varepsilon}{\partial T}_i^\gamma (T_i^{\gamma+1} - T_i^\gamma) - 2\tau \sum_j \left(\frac{1}{2\pi r_i r_j} \right)^v \frac{m_j}{\rho_i \rho_j} \chi_{ij}^\gamma \frac{T_i^{\gamma+1} - T_j^{\gamma+1}}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} W'_{ij} = \tau Q_i, \quad (5)$$

$$\varepsilon_i^\gamma \Big|_{\gamma=0} = \varepsilon_i^n, \quad T_i^\gamma \Big|_{\gamma=0} = T_i^n.$$

Итерационный процесс завершается при выполнении по всем i неравенства

$$|T_i^{\gamma+1} - T_i^\gamma| < \varepsilon_{\text{отн}} |T_i^\gamma| + \varepsilon_{\text{абс}},$$

где $\varepsilon_{\text{отн}} = 10^{-4}$ и $\varepsilon_{\text{абс}} = 10^{-8}$ – соответственно значения относительной и абсолютной погрешностей.

Следует отметить, что матрица СЛАУ (5) является несимметричной, поскольку в ее элементах присутствует множитель – масса m_j соседней частицы, которая в общем случае является разной. Для симметризации матрицы необходимо умножить каждую строку СЛАУ на массу частицы m_j .

Шаг по времени выбирается следующим образом:

$$\tau^{n+1} = \min_i \{1, 2\tau^n, \tau_{\text{табл}}\},$$

где τ^n – предыдущее значение шага, $\tau_{\text{табл}}$ – заданное таблично максимальное значение шага по времени.

2. Организация хранения данных

Программная реализация расчетного алгоритма решения уравнения теплопроводности выполнялась на основе структур данных методики [9]. Хранение данных частиц выполняется в динамическом контейнере – наборе линейных массивов. Линейные массивы могут быть целочисленным, вещественными, байтовыми и другими. Увеличение/уменьшение размера массивов осуществляется с учетом параметра *GrowBy* (рис. 1), который определяет величину «запаса» выделяемой памяти. В качестве *GrowBy* в общем случае может выступать либо число, либо величина, вычисляемая как процент от текущего размера массива (для контейнера частиц в качестве параметра *GrowBy* задается величина, равная 10 % от их общего числа). При работе с контейнером происходит анализ его

текущего и максимального размера массивов данных, после чего принимается решение об увеличении/уменьшении размера на величину *GrowBy*.

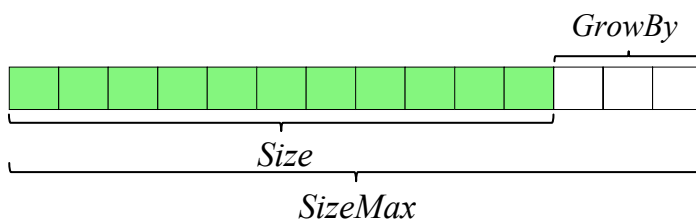


Рис. 1. Линейный контейнер данных
(*Size* – текущий размер массива, *SizeMax* – размер массива с запасом)

При реализации вычислений при решении уравнения теплопроводности для каждой частице формируется список ее соседей. Хранение выполняется в трех линейных массивах (рис. 2): *Data* – массив номеров соседей; *Shifts* – массив указателей на первые номера соседей частиц; *Counts* – количество соседей частиц. Данные массивы также выделяются с «запасом».

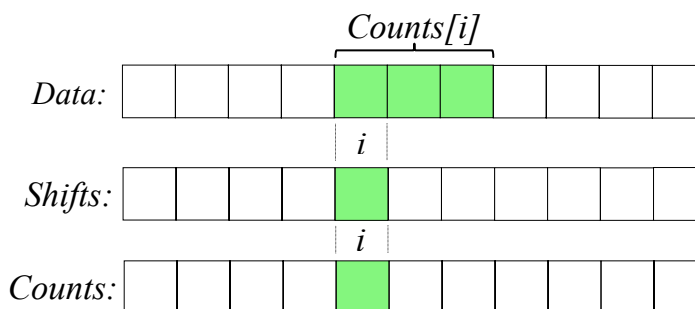


Рис. 2. Организация хранения соседей

Данный подход к хранению частиц и их соседей существенно упрощает реализацию алгоритмов и их распараллеливание. Однако, при удалении частицы следует выполнять операцию схлопывания элементов линейных массивов, но на фоне суммарного времени вычисления данные алгоритмы являются мало затратными.

3. Распараллеливание вычислений

Метод SPH является вычислительно затратным, поэтому его эффективное практическое применение при численном моделировании затруднительно без параллельных вычислений. Распараллеливание вычислений выполняется с помощью смешанной модели: на верхнем уровне реализуется распараллеливание по MPI-процессам в модели распределенной памяти с использованием интерфейса MPI [4], на нижнем уровне – распараллеливание по OMP-потокам внутри MPI-процесса в модели общей памяти с использованием стандарта OpenMP [5]. Использование смешанной модели позволяет более эффективно проводить вычисления на многопроцессорных системах за счет сокращения числа коммуникационных обменов на MPI-уровне.

Распараллеливание на распределенной памяти

Распараллеливание на MPI-уровне основано на геометрической декомпозиции в расчетной области ансамбля частиц. Ансамбль разбивается на группы частиц, каждая из которых относится к своему MPI-процессу. Декомпозиция выполняется с использованием геометрических методов библиотеки Zoltan [10]: метод RCB (Recursive Coordinate Bisection), метод RIB (Recursive inertial Bisection) и метод HSFS (Hilbert Space Filling Curve).

На границах расчетной области и границах разбиения ансамбля на группы вводятся, соответственно, дополнительные граничные и обменные частицы (рис. 3). Первые вводятся при практической реализации граничных условий, а вторые для совершения коммуникационных обменов данными по частицам между MPI-процессами. Для выполнения обменов используются парные неблокирующие буферизированные (*MPI_Isend* [4]) пересылки, с последующим контролем их завершения (*MPI_Waitall* [4]).

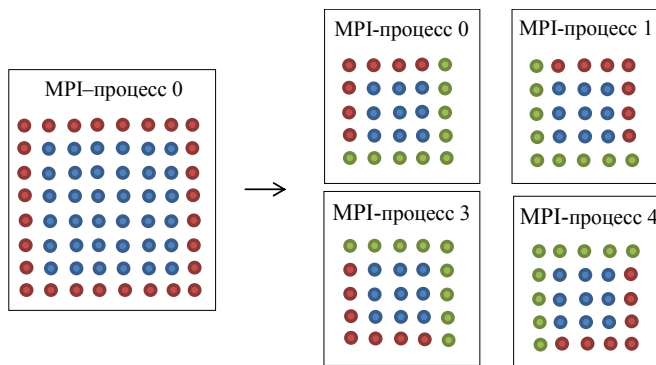


Рис. 3. Разбиение ансамбля частиц на группы
(● – счетная, ● – граничная и ● – обменная частицы)

Эффективность распараллеливания существенно зависит от соотношения числа частиц и MPI-процессов, используемых при решении задачи. Очевидно, что при небольшом числе частиц на MPI-процессе время выполнения коммуникационных обменов будет сопоставимо или даже превосходить время, потраченное на расчет алгоритма. Помимо этого, сложность обчета каждой из частиц может существенно отличаться, например, из-за разного числа соседей или разного уравнения состояния. В этом случае необходимо выполнять балансировку вычислений. В настоящей работе распределение вычислений между MPI-процессами выполняется только по числу частиц.

Распараллеливание на общей памяти

Распараллеливание вычислений внутри группы частиц, отнесенных к своему MPI-процессу, выполняется в модели общей памяти с использованием стандарта OpenMP.

Рассмотрим реализацию основного расчетного цикла по частицам, который состоит из двух вложенных: внешний цикл для счетной частицы и вложенный цикл по ее соседям. Так как данные относятся к частицам, то распараллеливание по OMP-потокам выполняется по внешнему циклу. Распределение вычислений между потоками может выполняться статическим и динамическим способами (рис. 4).



Рис. 4. Статический и динамический способы распределения вычислений

При статическом способе каждому потоку определяется равное число частиц (у последнего число частиц может отличаться). При динамическом способе задается порция частиц (*chunk*), и между потоками организуется очередь: OMP-поток получает порцию частиц для расчета, после вычислений которого вновь встает в очередь и так до тех пор, пока все частицы не будут рассчитаны.

Очевидно, что для эффективного счета при динамическом распределении вычислений важно правильно определить параметр `chunk`. При малом значении `chunk` может возрасти нагрузка на встроенные механизмы OpenMP по организации очереди вычислений и, наоборот, при его большом значении может не «достаться» вычислений для всех OMP-потоков. Поэтому определить его значение можно исходя из известных числа частиц и числа OMP-потоков (решение типичных задач, как правило, проводится в выбранном режиме счета и числе частиц на вычислительном устройстве).

Исследование эффективности распараллеливания

Анализ эффективности распараллеливания проводился на задаче [11] распространении сферической тепловой волны от постоянного действующего источника $Q(t, T) = \frac{3}{2} \frac{T}{t}$. Уравнение со-

стояния $\varepsilon = c_v T$, $c_v = 1$. Коэффициент теплопроводности $\chi = T^\sigma$, $\sigma = 4$. Плотность среды $\rho = 1$.

Задача решалась в осесимметричной постановке. Область представляет собой квадрат $0 \leq z, r \leq 2,5$. Расстановка частиц выполнялась равномерно, общее число частиц составило 250000. В частицах, расположенных в квадрате $0 \leq z, r \leq 0,1$, задана средняя начальная температура $T_0 = 1,1629541$, в остальных частицах температура равна нулю. Радиус сглаживания задан постоянным: $h = 1,5d_0$, где d_0 – расстояние между частицами.

Расчеты проводились с начального момента времени $t = 0,0069666$ до момента времени $t = 1,9 \cdot 10^{-2}$ (500 шагов). Начальный шаг по времени задан равным 10^{-5} , максимальный шаг по времени $7,5 \cdot 10^{-5}$.

Эффективность вычислений $F_{\text{эф}}$ рассчитывалась по следующей формуле:

$$F_{\text{эф}} = \frac{t_1}{t_N N} \times 100\%,$$

где t_1 – время расчета задачи на одном MPI-процессе или OMP-потоке, t_N – время расчета задачи на N MPI-процессах или OMP-потоках.

В циклах с динамическим способом распределение вычислений для частиц параметр `chunk` задан равным 1000.

Коэффициент теплопроводности пересчитывается только на первых двух нелинейных итерациях, а затем фиксируется. В качестве решателя библиотеки LParSol [7] использовался метод сопряженных градиентов, в качестве предобуславливателя – блочный Якоби (JB) и алгебраический многосеточный метод селективного типа (AMG).

В табл. 1 и 2 приведено сравнение суммарное время расчета, суммарное время расчета решателя и эффективность вычислений $F_{\text{эф}}$ (к расчету с одним на одном MPI-процессе и одним OMP-потоке) в зависимости от числа процессов и потоков при разном предобуславливании СЛАУ.

Таблица 1

Зависимость времени и эффективности распараллеливания вычислений $F_{\text{эф}}$ от числа процессов и потоков (предобуславливатель JB)

Режим	Суммарное время расчета, с	Суммарное время работы решателя, с	$F_{\text{эф}}$, % (решатель)	$F_{\text{эф}}$, % (программа)	$F_{\text{эф}}$, % (программа + решатель)
1MPIx1OMP	5246	1479	100,00	100,00	100,00
1MPIx2OMP	2925	1018	72,64	98,77	89,68
1MPIx4OMP	1572	585	63,21	95,42	83,43
1MPIx6OMP	1084	421	58,55	94,70	80,66
2MPIx1OMP	2426	534	138,48	99,55	108,12
2MPIx2OMP	1503	550	67,23	98,82	87,26
2MPIx4OMP	836	342	54,06	95,32	78,44
2MPIx6OMP	597	262	47,04	93,71	73,23
4MPIx1OMP	1285	350	105,64	100,72	102,06
4MPIx2OMP	771	298	62,04	99,55	85,05

Окончание таблицы 1

4MPIx3OMP	576	247	49,90	95,42	75,90
6MPIx1OMP	904	275	89,64	99,81	96,72
6MPIx2OMP	539	219	56,28	98,10	81,11
12MPIx1OMP	445	131	94,08	99,97	98,24

Таблица 2

Зависимость времени и эффективности распараллеливания вычислений $F_{эф}$ от числа процессов и потоков (предобуславливатель AMG)

Режим	Суммарное время расчета, с	Суммарное время работы решателя, с	$F_{эф}$, % (решатель)	$F_{эф}$, % (программа)	$F_{эф}$, % (программа + решатель)
1MPIx1OMP	4402	621	100,00	100,00	100,00
1MPIx2OMP	2241	329	94,38	98,88	98,22
1MPIx4OMP	1200	221	70,25	96,55	91,71
1MPIx6OMP	838	175	59,14	95,05	87,55
2MPIx1OMP	2474	599	51,84	100,83	88,97
2MPIx2OMP	1292	348	44,61	100,13	85,18
2MPIx4OMP	796	293	26,49	93,96	69,13
2MPIx6OMP	596	260	19,90	93,77	61,55
4MPIx1OMP	1360	424	36,62	100,99	80,92
4MPIx2OMP	736	261	29,74	99,50	74,76
4MPIx3OMP	556	232	22,31	97,25	65,98
6MPIx1OMP	995	370	27,97	100,83	73,74
6MPIx2OMP	545	223	23,21	97,85	67,31
12MPIx1OMP	490	174	29,74	99,71	74,86

На рис. 5 представлены графики зависимости эффективности вычислений $F_{эф}$ от числа процессов и потоков.

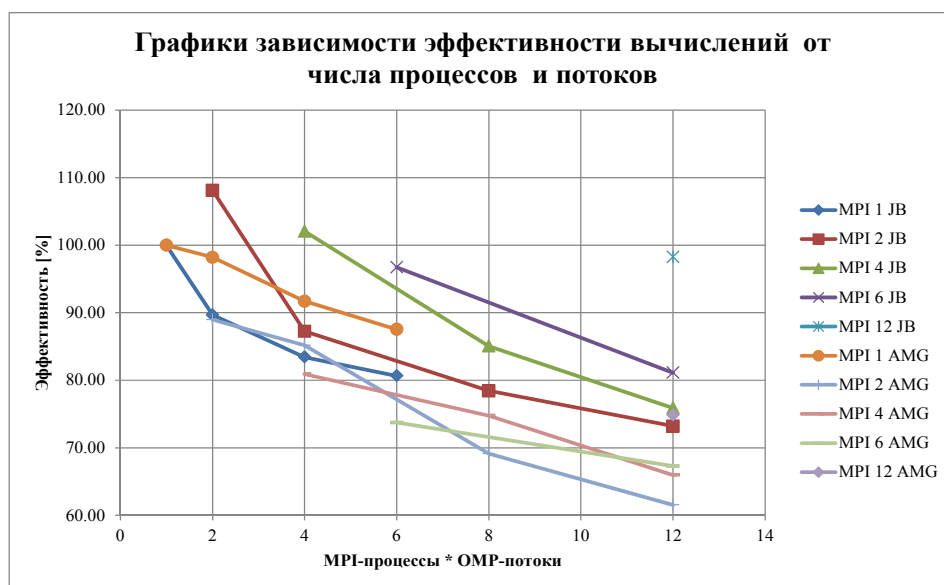


Рис. 5. Графики зависимости эффективности вычислений $F_{эф}$ от числа процессов и потоков

Из приведенных данных видно, что программа имеет высокие показатели эффективности распараллеливания. При увеличении количества вычислительных потоков и числа MPI-процессов время вычислений практически линейно уменьшается. Суммарное число итераций выполненных решателем с предобуславливанием по алгебраическому многосеточному методу в различных режимах счета составило 6011, с предобуславливанием по блочный Якоби – 2803 и 4304. Хотя время, затраченное на расчет одной итерации программы с предобуславливателем AMG меньше по сравнению с предобуславливателем JB, но общее время счета с предобуславливателем AMG, зачастую, больше.

Также из приведенных данных видно, что при решении в режимах дробления по числу MPI-процессов эффективность вычислений решателя выше по сравнению с режимами с дроблением по числу OMP-потоков. При этом оценки эффективности программы (без решателя) практически идентичны.

4. Выводы

На основе рассмотренной методики численного решения уравнения лучистой теплопроводности методом сглаженных частиц создана программа, позволяющие проводить расчеты двумерных задач распространения излучения в плоской и осесимметричной постановках. В работе рассмотрена организация хранения данных программы и представлены алгоритмы ее распараллеливания с использованием смешанной модели MPI + OpenMP. На, примере, задачи распространения излучения от постоянно действующего источника проведена оценка показателей эффективности распараллеливания при использовании различных предобуславливателей (метод блочного Якоби и алгебраический многосеточный метод селективного типа) для решения СЛАУ уравнения теплопроводности. Получено, что наилучшие показатели по суммарному времени счета задачи показал предобуславливатель блочный Якоби. Эффективность вычислений программы без решателя во всех режимах с числом MPI-процессов и OMP-потоков до 12, не ниже 93 %, эффективность с решателем не ниже 61 %.

Литература

1. Gingold R. A., Monaghan J. J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 1977. – V. 181. – P. 375 – 389.
2. Lucy L. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis // Astronom. J. – 1977. – V. 82. – P. 1013.
3. Софронов И. Д., Тихомиров Б. П., Баженов С. В. Базин А. А., Горев В. В., Дарова Н. С., Дементьев Ю. А., Дерюгин Ю. Н., Казакова И. Ф., Мельников В. М., Миронова В. Ф., Певная П. И., Перепелкин П. А., Сизова Л. И., Скидан Г. И., Тихомирова Э. Н., Юрина Н. И. Приближенные методы расчёта лучистого энергопереноса в оптических неоднородных областях сложной формы // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 1999. – Вып. 4. – С.68 – 75.
4. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии MPI. – М. Изд-во МГУ, 2004.
5. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии OpenMP. – М. Изд-во МГУ, 2009.
6. Лазарев А. А., Полищук С. Н., Тихомиров Б. П. Численное решение уравнения лучистой теплопроводности методом сглаженных частиц // XV Научно-техническая конференция «Молодежь в науке»: сб. докл., Саров, 25.10.16-27.10.16, 2016.
7. Бартнев Ю. Г., Ерзунов В. А., Карпов А. П., Петров Д. А., Пищулин И. А., Стаканов А. Н., Щаникова Е. Б., Капорин И. Е., Милукова О. Ю., Харченко С. А., Коньшин И. Н., Сысоев А. В., Мееров И. Б. Комплекс библиотек параллельных решателей СЛАУ LParSol версии 3 // XIV Между-

народная конференция «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах»: сб. докл. Пермь: ПНИПУ, 2014. С. 49 – 53.

8. Monaghan J. J. Smoothed particle hydrodynamics // Annual Review of Astronomy and Astrophysics, Clayton, 1992. – P. 543 – 574.

9. Дерюгин Ю. Н., Полищук С. Н., Тихомиров Б. П. Расчет лучистой теплопроводности в методике МРС с использованием неточных методов Ньютона // XV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование»: сб. науч. тр. / под ред. Р. М. Шагалиева. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2014. – С. 58 – 59.

10. Zoltan Toolkit [Electronic resource]. Mode of access: <http://www.cs.sandia.gov/zoltan>.

11. Тихомиров Б. П. Автомодельные тепловые волны от сосредоточенного или объемного источника в среде с неоднородными теплофизическими параметрами // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2010. – Вып. 2. – С. 40-50.

PARALLELIZATION OF COMPUTATIONS TO SOLVE THE RADIATIVE HEAT TRANSFER EQUATION WITH THE SPH METHOD

A. A. Lazarev, S. N. Polishchuk

Russian Federal Nuclear Center –
All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov

The present paper is devoted to the software implementation and parallelization of computations for numerically solving the radiative heat transfer equation with the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method. A mixed model is used for parallelization: at the upper level the parallelization in MPI-processes is performed on the distributed memory using the MPI-interface and at the lower level the parallelization in OMP-flows inside an MPI-process is performed on the shared memory using the OpenMP standard. The efficiency of parallelizing using various preconditioners (the block-Jacobi method (JB) and the selective type algebraic multigrid method (AMG)) for solving SLAEs has been estimated on the test problem of radiation propagating from a continuous source.

Key words: the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method, radiative heat transfer, implicit scheme, mixed model of parallelizing (MPI+OpenMP), parallelizing efficiency.

УДК: 519.876.5, 623.5

РАЗРАБОТКА СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МОДУЛЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ КОМПЛЕКСА ЗАДАЧ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ОТРАБОТКИ СТРЕЛКОВО-ПУШЕЧНОГО ВООРУЖЕНИЯ

А. М. Липанов¹, И. Г. Русяк², В. Г. Суфиянов², С. А. Королев²

¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

²Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашникова, Ижевск

Проектирование, создание и отработка новых артиллерийских систем и средств высокоскоростного метания требует проведения значительного объема дорогостоящих экспериментальных исследований и опытных работ. Разработка нового подхода к проектированию артиллерийских сис-