

In this paper it is generalized for case of Godunov-type schemes of higher order of accuracy. Several realizations of the well-known schemes are selected for the research on the problem. They comprise the algorithms of the data reconstruction by space implemented in MUSCL-type and WENO-type schemes, as well as algorithms of integration by time, such as Runge-Kutta method and the predictor-corrector procedure of the Godunov-Kolgan-Rodionov scheme. Many computations on benchmark problems of Quirk-type and other popular tests made it possible to test and align the new method (adding an artificial viscosity) using the selected schemes. As a result, the basic coefficient in the artificial viscosity model was selected for the schemes of higher order of accuracy (1) and there were formulated some recommendations, following which it will make it possible to reduce the oscillation level behind the shock-wave front considerably (2).

*Key words:* shock-capturing computational methods, Godunov-type schemes, «carbuncle» instability, shock-wave instability, artificial viscosity, Riemann problem solvers.

УДК 539.3

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ НАРУЖНОГО КОЛЬЦА ШАРИКОПОДШИПНИКА НА ОСНОВЕ ПП ЛОГОС-ПА

*А. А. Рябов, В. И. Романов, Ю. А. Вяткин, В. А. Барышев*

Российский федеральный ядерный центр –  
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, Саров

В работе представлены результаты численных исследований деформирования наружного кольца радиально-упорного шарикового подшипника 84-126208РЯУ-ТУ3900-А под воздействием радиальной силы. Численные исследования проведены на основе пакета программ ЛОГОС-ПА. Выполнен сравнительный анализ численных результатов с эталонным аналитическим решением.

*Ключевые слова:* численное моделирование, шарикоподшипник, контактная задача, аналитический расчет, напряженно-деформированное состояние (НДС), конечно-элементная модель, граничные условия, напряжения, перемещения.

### Введение

В конструкциях с вращающимися частями подшипники являются ответственными деталями, которые зачастую определяют прочность и ресурс конструкции в целом. При анализе возможных причин перегрева и износа подшипников весьма важным является вопрос разрушения дорожек качения колец. Дорожки качения могут повреждаться в результате возникновения зон локальных пластических деформаций материала колец, вмятин на кольцах, вызываемых высокими нагрузками на шарик. Для выявления природы повреждения колец подшипника проводятся расчетно-экспериментальные оценки его несущей способности, направленные на определение допустимых нагрузок на шарик. При проектировании изделия, работающего при высоких скоростях вращения, на предприятии-изготовителе возникла задача определения напряженно-деформированного состояния радиально-упорного шарикового подшипника 84-126208РЯУ-ТУ3900-А предназначенного для восприятия комбинированной радиально-осевой нагрузки.

В настоящее время в РФЯЦ-ВНИИЭФ разрабатывается высокопроизводительный многофункциональный программный комплекс ЛОГОС [1] решения задач прочности и тепломассопереноса для развития суперкомпьютерных технологий наукоемких отраслей промышленности России. Компьютерное моделирование в счетном модуле ПП ЛОГОС-ПА позволяет определить напряженно-деформированное состояние колец подшипника под шариком и характер ядра напряжений в кольцах.

В работе изложены результаты численного моделирования деформирования наружного кольца шарикового подшипника под воздействием радиальной силы с использованием пакета ЛОГОС-ПА. Для определения нормальных напряжений в наружном кольце и величины сближения контактирующих тел используется теория Герца [2–6].

## 1. Описание конструкции

Подшипник 84-126208РЯУ-ТУ3900-А, схема которого показана на рис. 1, включает в себя кольцо наружное (поз. 1), два полукольца внутренних (поз. 2), тринадцать шариков керамических (поз. 3) и сепаратор (поз. 4).

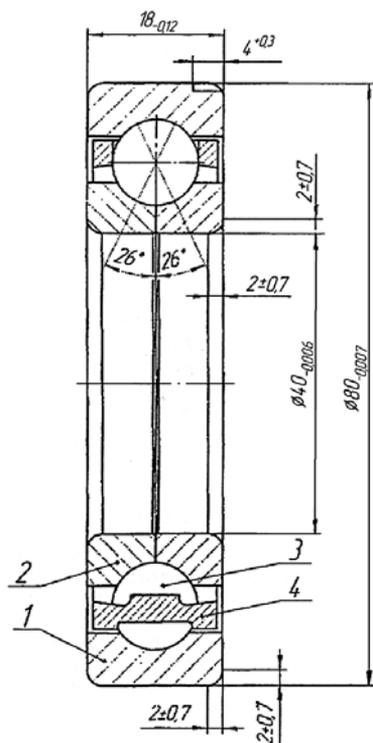


Рис. 1. Подшипник 84-126208РЯУ-ТУ3900-А

## 2. Аналитический расчет

Согласно [2], первоначальная точка контакта шарика с желобом наружного кольца после приложения нагрузки превращается в площадку, имеющую форму эллипса (рис. 2) с осями  $2a$  (в направлении, перпендикулярном качению) и  $2b$  (в направлении качения).

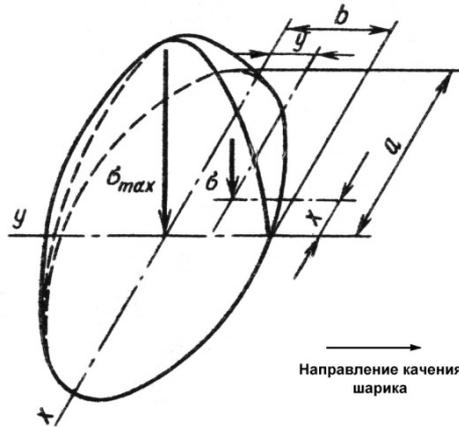


Рис. 2. Эллиптическая поверхность точечного контакта шарика с наружным кольцом

Максимальные нормальные напряжения определяются по формуле [2]:

$$\max \sigma = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b}, \quad (1)$$

где  $P$  – действующее радиальное усилие, Н;

$$a = \mu \cdot \left\{ \frac{3 \cdot P}{2 \sum \rho} \left[ \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2} \right] \right\}^{1/3} = 5,78 \cdot \left\{ \frac{3 \cdot P}{2 \cdot 0,157387} \cdot 7,3 \cdot 10^{-6} \right\}^{1/3} -$$

большая полуось эллипса деформации, мм;

$$b = \nu \cdot \left\{ \frac{3 \cdot P}{2 \sum \rho} \left[ \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2} \right] \right\}^{1/3} = 0,333 \cdot \left\{ \frac{3 \cdot P}{2 \cdot 0,157387} \cdot 7,3 \cdot 10^{-6} \right\}^{1/3} -$$

малая полуось эллипса деформации, мм;

$\mu = 5,78$ ,  $\nu = 0,333$  – вспомогательные табличные величины, зависящие от значения  $\cos \tau$ ,

$$\cos \tau = \frac{(\rho_{11} - \rho_{12}) + (\rho_{22} - \rho_{21})}{\sum \rho} = 0,9786;$$

$\rho_{11} = \rho_{12} = 2 / D_w = 0,183486 \text{ мм}^{-1}$  – главные кривизны шарика;  $\rho_{21} = -1 / R = -0,1818 \text{ мм}^{-1}$ ,  $\rho_{22} = -1 / R_1 = -0,027785 \text{ мм}^{-1}$  – главные кривизны наружного кольца;  $D_w = 10,9 \text{ мм}$  – принятый в расчете диаметр шарика подшипника;  $R = 5,5 \text{ мм}$  – принятый радиус желоба;  $R_1 = 35,9903 \text{ мм}$  – принятый радиус кольца по дну желоба;  $\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} = 0,157387 \text{ мм}^{-1}$  – сумма главных кривизн;  $E_1 = 2,15 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $E_2 = 3 \cdot 10^5 \text{ МПа}$  – модули упругости шарика и наружного кольца;  $\nu_1 = 0,3$ ,  $\nu_2 = 0,28$  – коэффициенты Пуассона шарика и наружного кольца.

Под сближением соприкасающихся тел при действии нормальной нагрузки понимается величина  $\delta$  (мм), на которую уменьшается расстояние между двумя точками соприкасающихся тел. Данные точки расположены на прямой, параллельной линии действия радиальной силы  $P$ , на достаточном расстоянии от места касания. В случае соприкасания шарика с желобом наружного кольца, за  $\delta$  можно принять величину, на которую центр шарика удаляется от начального положения геометрической оси подшипника.

Величина  $\delta$  определяется по формуле [2]:

$$\delta = \frac{2 \cdot K}{\pi \cdot \mu} \left\{ \frac{3 \cdot P}{2 \sum \rho} \left[ \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2} \right] \right\}^{1/3} \cdot \frac{\sum \rho}{2} = 0,468 \left\{ \frac{3 \cdot P}{2 \cdot 0,157387} \cdot 7,3 \cdot 10^{-6} \right\}^{2/3} \cdot \frac{0,157387}{2}, \quad (2)$$

где  $\frac{2 \cdot K}{\pi \cdot \mu} = 0,468$  – коэффициент, зависящий от разности кривизны.

Подставляя в формулы (1) и (2) значение усилия  $P$  в интервале от 1 Н до 10000 Н, вычисляются величины максимальных нормальных напряжений и контактного сближения тел, которые приведены ниже в табл. 1.

### 3. Численные исследования

Для решения задачи разработана модель фрагмента подшипника, показанная на рис. 3. В расчетную модель включены 1/8 часть шарика и 1/52 часть наружного кольца. В модели учитывается циклическая симметричность подшипника, что позволяет использовать фрагмент конструкции, заменив отброшенные части условиями симметрии. Радиальное усилие  $P$  в модели задается в виде равномерно распределенного давления  $q$  на сечение шарика:  $q = \frac{P}{F}$  (где  $F = \pi r^2$  – площадь сечения шарика, на которую прикладывается давление). Взаимодействие между шариком и наружным кольцом описывается с использованием контактного алгоритма без учета сил трения.

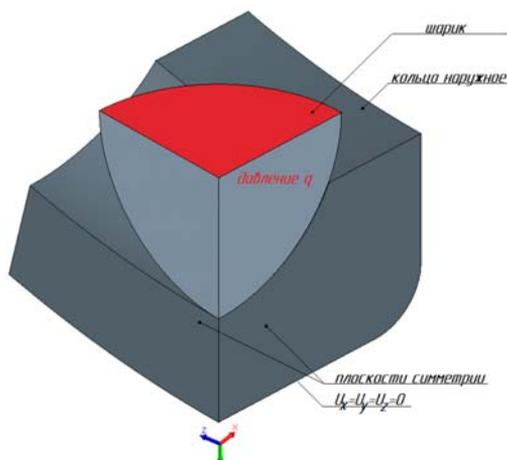


Рис. 3. Модель фрагмента подшипника

Трехмерная пространственная дискретизация расчетной области выполнена на основе объемного восьмиузлового конечного элемента (КЭ). В расчетах используются элементы сплошной среды с уточненными функциями формы. Размерность модели составляет  $\approx 500000$  КЭ. Вид КЭ-модели представлен на рис. 4.

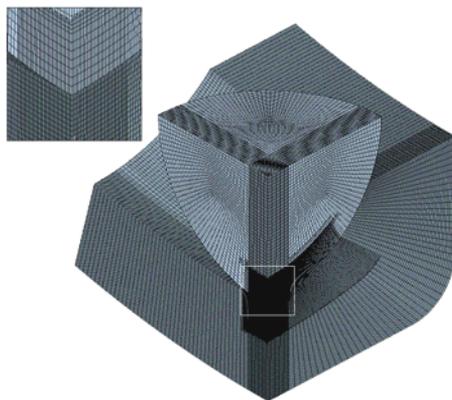


Рис. 4. Конечно-элементная модель

Для достижения высокой точности результатов КЭ-сетка существенно сгущена в зоне контакта шарика с наружным кольцом. Характерный размер КЭ в зоне контактного пятна составляет  $0,025 \times 0,025 \times 0,084$  мм.

Максимальный уровень нагрузки в расчете составляет  $P = 10000$  Н.

Для материала наружного кольца расчеты за пределами упругости проводятся на основе соотношений теории течения с изотропным упрочнением. При моделировании используется кусочно-линейная аппроксимация диаграммы деформирования стали 8Х4В9Ф2-Ш, приведенная на рис. 5.

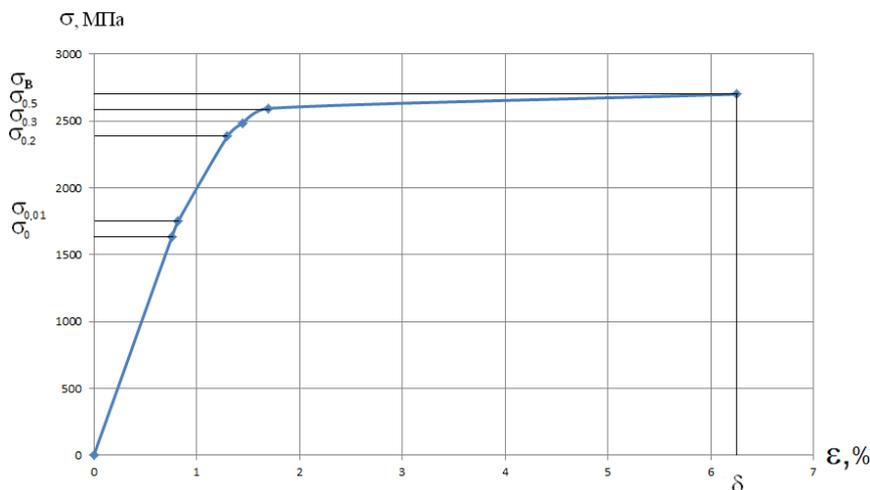


Рис. 5. Кусочно-линейная диаграмма деформирования стали 8Х4В9Ф2-Ш

На диаграмме приняты обозначения:  $\sigma_0 = 1635$  МПа — напряжение, при котором было отмечено начало пластического течения [7],  $\sigma_{0,01} = 1750$  МПа,  $\sigma_{0,2} = 2385$  МПа,  $\sigma_{0,3} = 2485$  МПа,  $\sigma_{0,5} = 2595$  МПа — напряжения, при которых остаточные пластические деформации равны, соответственно,  $\epsilon = 0,01, 0,2, 0,3, 0,5$  %.

Деформирование шарика описывается на основе модели упругого изотропного тела.

Результаты численных расчетов деформирования шарикоподшипника при действии максимального значения радиального усилия  $P = 10000$  Н приведены на рис. 6, 7 в виде полей напряжений  $\sigma_y$  в наружном кольце и перемещений  $U_y$  срединного сечения шарика.

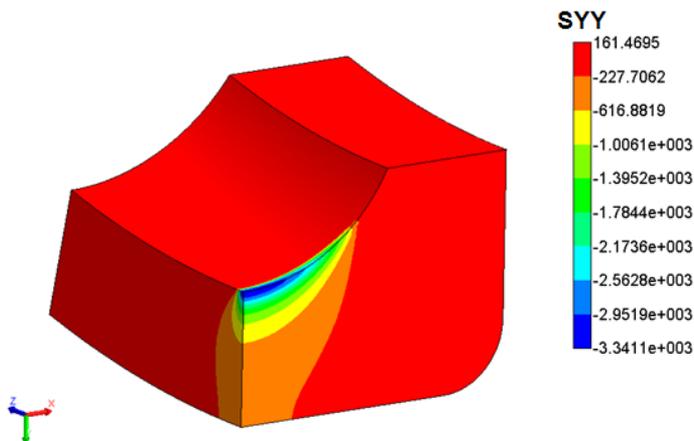
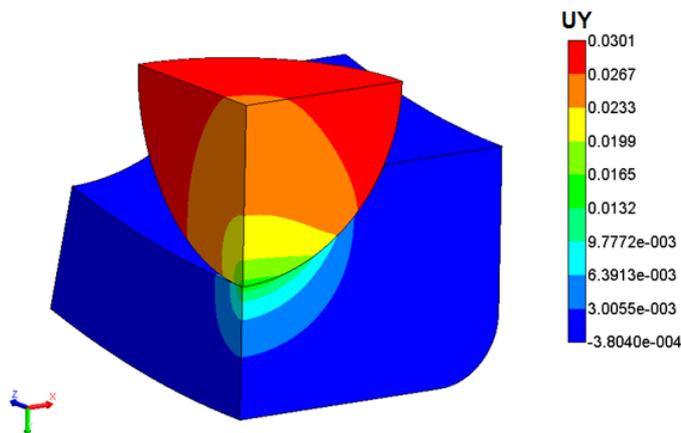
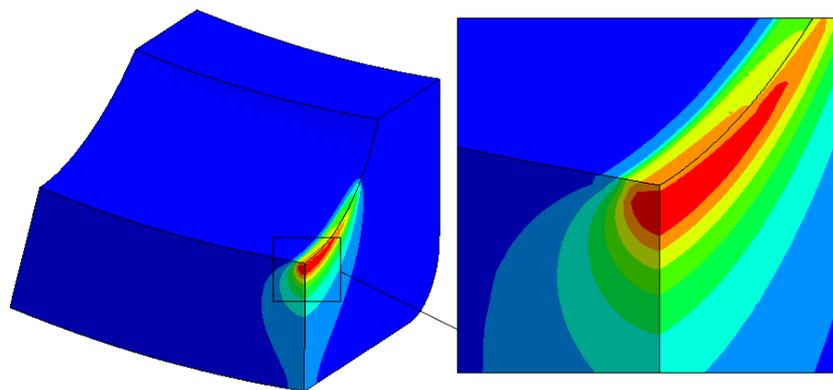


Рис. 6. Напряжения  $\sigma_y$ , МПа

Рис. 7. Перемещения  $U_y$ , мм

В работах Н. М. Беляева [2] и А. Н. Динника [8] отмечено, что независимо от формы площадки контакта наиболее опасное напряженное состояние не у поверхности контакта, а на некоторой глубине под ней.

На рис. 8 показано распределение интенсивности напряжений, полученное при решении задачи в ПП ЛОГОС-ПА. Из распределения видно, что в кольце под шариком формируются максимальные значения напряжений, которые располагаются в материале ниже поверхности контакта.

Рис. 8. Интенсивность напряжений  $\sigma_y$ 

#### 4. Сравнительный анализ

В табл. 1 приводится отличие результатов численных расчетов от аналитического решения по максимальным значениям параметров:

- напряжения  $\sigma_y$  в наружном кольце;
- перемещения  $U_y$  срединного сечения шарика.

Таблица 1

Результаты численных расчетов и их отличие от аналитического решения

$P$ , Н	max $\sigma_y$ , МПа			max $U_y$ , мм		
	аналитика	ЛОГОС-ПА	%	аналитика	ЛОГОС-ПА	%
400	1081	930	13,9	0,0034	0,0031	8,8
800	1362	1231	9,6	0,0054	0,0050	7,4
1200	1559	1448	7,1	0,007	0,0067	4,3

Окончание таблицы 1

$P$ , Н	max $\sigma_y$ , МПа			max $U_y$ , мм		
	аналитика	ЛОГОС-ПА	%	аналитика	ЛОГОС-ПА	%
1500	1679,5	1583	5,7	0,0082	0,0078	4,9
2000	1848,6	1773	4	0,0099	0,0096	3
3000	2116	2086	1,4	0,013	0,0126	3
4000	2329	2342	0,5	0,0157	0,0155	1,3
5000	2509	2562	2,1	0,0182	0,0181	0,6
6000	2666	2755	3,3	0,0206	0,0207	0,5
7000	2807	2921	4	0,0228	0,0231	1,3
7500	2872	2998	4,3	0,0239	0,0243	1,6
8000	2934	3057	4,1	0,0249	0,0252	1,2
9000	3052	3211	5,2	0,0270	0,0278	3,1
10000	3161	3341	5,6	0,0290	0,0301	3,8

На рис. 9 приводятся зависимости от действующего усилия  $P$  перемещений шарика  $U_y$ , полученных численно, и величины сближения тел, полученной аналитически. На рис. 10 показаны зависимости напряжений  $\sigma_y$  в наружном кольце от усилия  $P$ .

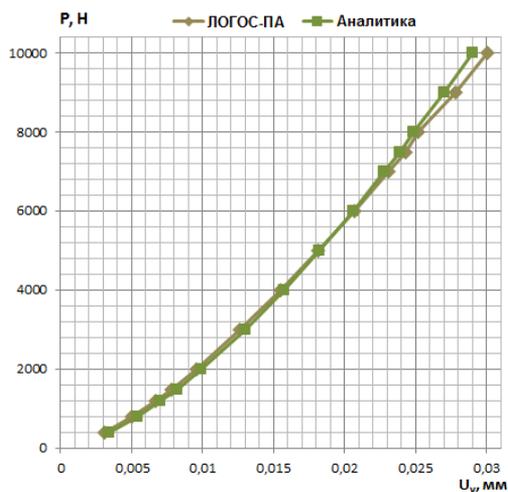


Рис. 9. Зависимость перемещений шарика  $U_y$  от усилия  $P$

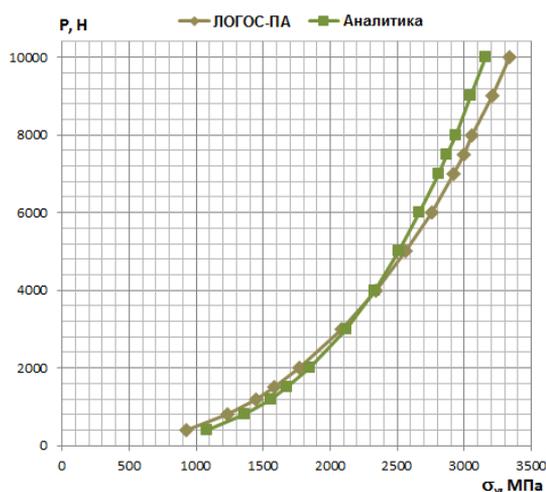


Рис. 10. Зависимость напряжений  $\sigma_y$  в кольце от усилия  $P$

Количественное сравнение по значениям параметров НДС конструкции показывает, что наибольшее отличие от аналитического решения по максимальной величине напряжений и перемещений реализуется при  $P = 400$  Н, что, вероятно, связано с относительно малыми общими перемещениями, которые много меньше размера элемента. При повышении нагрузки результаты, полученные в ПП ЛОГОС-ПА, удовлетворительно совпадают с аналитическим решением.

## Выводы

1. Выполнено численное моделирование деформирования наружного кольца радиально-упорного шарикового подшипника под воздействием радиальной силы с использованием пакета ЛОГОС-ПА и определены параметры НДС конструкции;

2. По результатам моделирования можно отметить хорошее качественное и количественное согласие решений численного исследования и эталонного аналитического расчета, что говорит о корректной работе контактного алгоритма в ЛОГОС-ПА;

3. Сравнительный анализ результатов численных расчетов с аналитическими данными показал, что наибольшие отличия реализуются при минимальной рассмотренной нагрузке  $P = 400$  Н, что вероятно связано с относительно малыми общими перемещениями и для улучшения совпадения требуется более подробная сетка.

### Заключение

Проведены численные и аналитические расчеты деформирования наружного кольца шарикоподшипника в ПП ЛОГОС-ПА. Проведено сравнение результатов численного решения задачи в ПП ЛОГОС-ПА с эталонными аналитическими результатами.

### Литература

1. Рябов А. А., Величко С. В., Волков А. Ю., Володина Н. А., Дьянов Д. Ю., Корсакова Е. И., Косарим С. С., Куделькин В. Г., Авдеев П. А., Артамонов М. В., Борляев В. В. Параллельный пакет программ ЛЭГАК-ДК для расчета задач гидрогазодинамики и прочности на неструктурированных сетках в лагранжево-эйлеровых переменных // X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Нижний Новгород, ННГУ, 24-30 августа 2011г; Вестник Нижегородского ун-та им. Н. И. Лобачевского. – 2011. – № 4 – 5. – С. 2472 – 2473.
2. Беляев Н. М. Вычисление наибольших расчетных напряжений при сжатии соприкасающихся тел // Сборник Ленинградского института инженеров путей сообщения. – 1929. – Вып. 99.
3. Бейзельман Р. Д., Цыпкин Б. В., Перель Л. Я. Подшипники качения: справочник. – М.: Машиностроение, 1975.
4. Подшипники качения: справочное пособие / под ред. Спицына Н. А. и Спиришевского А. И. – М.: Гос. науч.-техн. изд-во машиностроит. лит.-ры., 1961.
5. Перель Л. Я. Подшипники качения: Расчет, проектирование и обслуживание опор: Справочник. – М.: Машиностроение, 1983.
6. Перель Л. Я., Филатов А. А. Подшипники качения: расчет, проектирование и обслуживание опор: справочник. – М.: Машиностроение, 1992.
7. Черменский О. Н., Федотов Н. Н. Подшипники качения: справочник – каталог. – М.: Машиностроение, 2003.
8. Динник А. Н. Удар и сжатие упругих тел: Избр. труды. Т. 1. Киев, 1952.

### NUMERICAL ANALYSIS OF BALL BEARING CUP DEFORMATION USING THE PROGRAM PACKAGE LOGOS-PA

*A. A. Ryabov, V. I. Romanov, Yu. A. Vyatkin, V. A. Baryshev*

Russian Federal Nuclear Center –  
All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov

The paper presents the results of the numerical analysis of radial force-induced deformation of the cup of radial ball bearing 84-126208RYaU-TU3900-A. The numerical analysis was carried out using the program package LOGOS-PA. The numerical results were compared with the reference analytical solution.

*Key words:* numerical modeling, ball bearing, contact problem, analytical calculation, stress-strain state, finite-element model, boundary conditions, stresses, displacements.