

10. Харченко Е. Ф., Ермоленко А. В. Композитные, текстильные и комбинированные бронематериалы. Том 1. Механизмы взаимодействия с баллистическими поражающими элементами. – М.: Изд-во ЗАО «Армированные композиты», 2013.

11. Акашева Е. П., Бухарев Ю. Н., Корсакова Е. И., Циберев К. В. Применение пакета программ ЛОГОС для трехмерного моделирования задач взаимодействия ударников с металлическими преградами со скоростями 750 – 1330 м/с. // XIII Международный семинар «Супервычисления и математическое моделирование»: сб. докл. Саров, 2012.

MODELLING OF THE ARMOUR-PIERCING INCENDIARY BULLET IMPACT WITH YAW ANGEL ON SPACED TARGETS

E. P. Akasheva, I. N. Merkuryev, S. E. Khazov

Russian Federal Nuclear Center –
All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov

The assessment of safety parameters of various technical systems under some emergency actions, including the impact of small arms bullets, is relevant. Numerical simulation of penetration problems using actual codes taking into account the large quantity of factors which influence on the result is of interest, since the armour design simulation can significantly reduce time and material costs. The aim of the work is to simulate the normal impact of armour-piercing incendiary bullet with a heat-strengthened core on the spaced steel 2P and AMg6 targets at ~ 750 m/s velocity with a bullet yaw angle 4°. Also it is necessary to compare the data obtained in the simulation with the experiment. The simulation was made by LOGOS.

Keywords: numerical simulation, simplified Johnson-Cook model, bullet, fracture, yaw angel.

УДК 519.6

ГИДРОЛОГИЧЕСКИЙ МОДУЛЬ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ НИМФА

А. В. Баранов, О. И. Бутнев, М. Л. Сидоров, В. А. Пронин

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, Саров

В статье описывается гидрологический модуль в составе ПК НИМФА, состоящий из блока поверхностного стока и блока, описывающего течение в открытых каналах. Обозначается область применения. Также приводятся результаты расчета задачи и двух тестов.

Ключевые слова: гидрологический модуль, НИМФА, поверхностный сток, течение воды по открытым каналам.

Модуль расчета поверхностного стока в ПК НИМФА [1].

Расчетный модуль поверхностного стока в составе ПК «НИМФА» разрабатывается в рамках контракта с ГК «Росатом».

На данный момент этот модуль состоит из двух частей:

- модуль расчета уравнений мелкой воды в диффузионном приближении (2D течение по поверхности);
- гидрологический модуль расчета одномерных уравнений Сен-Венана [2] для открытых водотоков (1D течение в реках).

2D модель движения воды по поверхности позволяет описывать: процесс переноса загрязнений по поверхности в результате выпадения осадков, снеготаяния, паводкового наводнения, создавать карты риска при наводнениях, определять возможные меры по предотвращению наводнений, процесс образования новых водоемов в результате запруживания рек и т. д.

При разработке гидрологического модуля перед авторами была поставлена задача выбора оптимально подходящей модели. В результате проведенного исследования выяснилось, что для моделирования требуемых процессов используют: уравнения мелкой воды (или уравнения Сен-Венана) – описывает такие явления, как образование волн, приливов и отливов и другие, кинетическое приближение уравнений мелкой воды применяется в случае, когда уклон русла каналов, стоковой поверхности постоянен, диффузионное приближение уравнений мелкой воды позволяет учитывать изменение рельефа, но при этом пренебрегает так же, как и кинетическое, всеми инерциальными и турбулентными членами из уравнений мелкой воды, а так же состоит всего из одного уравнения, упрощая реализацию. Поэтому для моделирования поверхностного стока в рамках ПК «НИМФА» было решено использовать именно диффузионное приближение.

Для моделирования поверхностного стока используется неявная схема, решаемая методом простой итерации.

С целью охвата класса задач, моделирующих течение по открытым каналам и рекам основываясь на опыте создания модуля поверхностного стока, было решено применить 1D диффузионное приближение уравнений мелкой воды (Сен-Венана) для каналов с прямоугольным сечением, решаемое неявной схемой. Данный элемент предназначен для описания процесса переноса загрязнений по рекам, ручьям и техногенным каналам. Такой подход в будущем позволит выполнить сопряжения 2D модели поверхностного стока и 1D модели течения в открытых каналах.

1. Модель поверхностного стока. Формулировка. Аппроксимация

Уравнения мелкой воды (уравнения Сен-Венана) без учета турбулентных составляющих выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = q \\ \frac{\partial uh}{\partial t} + \frac{\partial u^2 h}{\partial x} + \frac{\partial uvh}{\partial y} = \tau_x - u \frac{\eta^2 g \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} - gh \frac{\partial H}{\partial x}, \\ \frac{\partial vh}{\partial t} + \frac{\partial uvh}{\partial x} + \frac{\partial v^2 h}{\partial y} = \tau_y - v \frac{\eta^2 g \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} - gh \frac{\partial H}{\partial y} \end{cases}$$

где h – глубина воды [м]; H – уровень воды ($H = h + z$) [м]; z – высота земной поверхности [м];

u – компонента вектора скорости по оси ox [м/с];

v – компонента вектора скорости по оси oy [м/с];

τ – вектор касательных напряжений [м²/с];

g – ускорение свободного падения [м/с²];

η – коэффициент шероховатости (Маннинга) [с/м^{1/3}].

Уравнения мелкой воды требуют дополнительных усилий для преодоления проблемы (повторного) смачивания/осушения зон в области. Также данные уравнения чувствительны к ошибкам в цифровой модели рельефа (ЦМР).

Для описания процесса поверхностного стока в ПК НИМФА используется модель неинерциальной (диффузионной) аппроксимации уравнений мелкой воды уравнений Сен-Венана. Диффузионное приближение данной системы получается, если пренебречь инерционными

слагаемыми $\frac{\partial uh}{\partial t} + \frac{\partial u^2 h}{\partial x} + \frac{\partial uvh}{\partial y}$, $\frac{\partial v h}{\partial t} + \frac{\partial uvh}{\partial x} + \frac{\partial v^2 h}{\partial y}$ и вектором касательных напряжений (τ_x, τ_y) .

Разделим второе и третье уравнения на gh :

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial v h}{\partial y} = q \\ u \frac{\eta^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} + \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \\ v \frac{\eta^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} + \frac{\partial H}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

Данную систему можно свести к одному уравнению, для этого выразим компоненты градиента уровня во втором и третьем уравнении системы, и возведем их в квадрат

$$\begin{cases} -u \frac{\eta^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} = \frac{\partial H}{\partial x} \\ -v \frac{\eta^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} = \frac{\partial H}{\partial y} \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} u^2 \frac{\eta^4 (u^2 + v^2)}{h^{8/3}} = (\nabla_x H)^2 \\ v^2 \frac{\eta^4 (u^2 + v^2)}{h^{8/3}} = (\nabla_y H)^2 \end{cases}$$

Сложим два уравнения и выразим модуль вектора скорости через модуль градиента уровня

$$\begin{aligned} \frac{\eta^4 (u^2 + v^2)}{h^{8/3}} &= (\nabla_x H)^2 + (\nabla_y H)^2 \\ (u^2 + v^2) &= \frac{h^{4/3}}{\eta^2} |\nabla H| \\ \sqrt{(u^2 + v^2)} &= \frac{h^{2/3}}{\eta} \sqrt{|\nabla H|} \end{aligned}$$

Подставим выражение для модуля вектора скорости во второе и третье уравнения системы:

$$\begin{cases} -u \frac{\eta}{h^{2/3}} \sqrt{|\nabla H|} = \frac{\partial H}{\partial x} \\ -v \frac{\eta}{h^{2/3}} \sqrt{|\nabla H|} = \frac{\partial H}{\partial y} \end{cases}$$

Из этой системы выразим компоненты вектора скорости

$$\begin{cases} u = -\frac{h^{2/3}}{\eta \sqrt{|\nabla H|}} \frac{\partial H}{\partial x} \\ v = -\frac{h^{2/3}}{\eta \sqrt{|\nabla H|}} \frac{\partial H}{\partial y} \end{cases}$$

Подставляя эти выражения в первое уравнение системы, получаем уравнение диффузионной волны:

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^{5/3}}{\eta \sqrt{|\nabla H|}} \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^{5/3}}{\eta \sqrt{|\nabla H|}} \frac{\partial H}{\partial y} \right) = q$$

Последнее выражение, введя обозначение $Q = \frac{-h^{5/3} \nabla(z+h)}{\eta \sqrt{|\nabla(z+h)|}}$, можно записать в компактном

виде следующим образом:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot Q = q.$$

Уравнение решается в двумерной области G .

Для уравнения ставятся:

начальные условия $h(x, y, t) = h^0(x, y)$,

граничные условия I-рода $h(x, y, t)|_{G_1} = h^{G_1}(x, y, t)$,

граничные условия II-рода $Q \cdot n|_{G_2} = \frac{h^{5/3} \frac{\partial z}{\partial n}}{\eta |\nabla z|}$.

Для численного решения приведенных выше уравнений используется метод конечных объемов и неявная схема. Область моделирования покрывается сеткой, состоящей из многоугольных конечных объемов. Проинтегрируем полученное выше уравнение по многоугольной ячейке C с границей L (рис. 1).

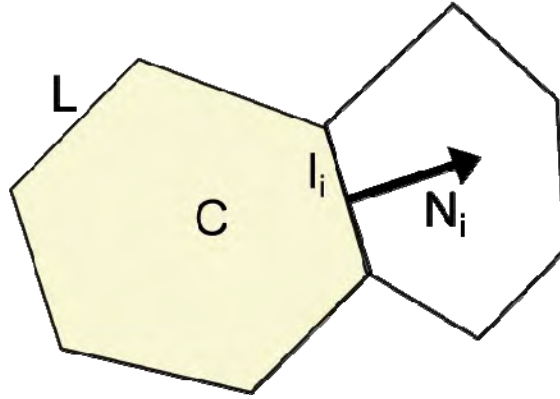


Рис. 1. Ячейка интегрирования

Ниже приведем выкладки этапов интегрирования:

$$\int_S \frac{\partial h}{\partial t} \partial S + \int_S \nabla \cdot Q \, dS = \int_S q \, dS$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} \cdot S_C + \int_S \nabla \cdot Q \, dS = q \cdot S_C$$

Применим формулу Грина и получим:

$$\frac{\partial h}{\partial t} \cdot S_C + \oint_L Q \cdot \bar{n} \, dL = q \cdot S_C$$

Применив данную формулу для каждой ячейки области, получим систему нелинейных уравнений. Решение полученной системы ищется итерационно, при этом коэффициенты на гранях, являющиеся функциями водного столба, берутся с предыдущей итерации:

$$\frac{S_C}{\Delta t} h^{v+1} + \sum_{i=1}^k \left(\left[-\frac{h^{5/3}}{\eta \sqrt{|\nabla(z+h)|}} \right]^{v+1} \nabla(z+h)^{v+1} \cdot \bar{N} \cdot l \right)_i = \frac{S_C}{\Delta t} h^n + \varepsilon.$$

Обозначим реберный коэффициент $F^v = \left[-\frac{h^{5/3}l}{\eta\sqrt{|\nabla(z+h)|}} \right]^v$, v – номер итерации по нелинейности.

Значение $h^{5/3}$ на ребре (P2, P4) (рис. 2) берется из ячейки CL если $(z+h)_{CR}^v < (z+h)_{CL}^v$, а иначе из CR (течет оттуда, где $z+h$ больше). Модуль градиента водного горизонта также берется из ячейки против потока. Градиент высоты водного горизонта $\nabla(z+h)$ в ячейке аппроксимируется с помощью формулы Грина:

$$\nabla(z+h) = \frac{1}{2} \frac{\sum_{cellFaces} \left[(z+h)_{CL}^{v+1} + (z+h)_{CR}^{v+1} \right] l \bar{N}}{S_{cell}}$$

Единичная нормаль \bar{N}_l к ребру l_i (P2,P4) – внешняя относительно ячейки С.

$R_{P1, P3}$ – расстояние от центра ячейки CL до центра ячейки CR

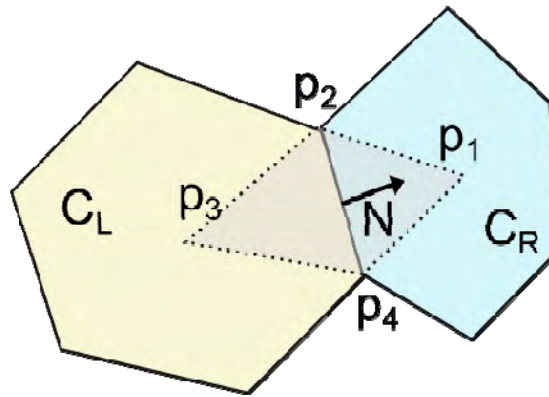


Рис. 2. Две соседние ячейки на плоскости

Итоговое уравнение имеет вид:

$$\frac{S_c}{\Delta t} h^{v+1} + \sum_{i=1}^k \left(F^v \left[\frac{h_{CR}^{v+1} - h_{CL}^{v+1}}{R_{P1, P3}} \right] \right)_i = \frac{S_c}{\Delta t} h^n - \sum_{i=1}^k \left(F^v \left[\frac{Z_{CR} - Z_{CL}}{R_{P1, P3}} \right] \right)_i + \varepsilon.$$

• Данное уравнение, записанное для ячейки С, наглядно демонстрирует схему заполнения строки матрицы:

• Вклад от ячейки в правую часть равен $\frac{S_c}{\Delta t} h^n + \varepsilon$.

• Вклад на диагональ от нестационарного слагаемого равен $\frac{S_c}{\Delta t}$ (коэффициент перед h^{v+1}).

• Вклад от каждого ребра ячейки на диагональ равен $\left(\left[\frac{F^v}{R_{P1, P3}} \right] \right)_i$ и на внедиагональный

элемент $-\left(\left[\frac{F^v}{R_{P1, P3}} \right] \right)_i$.

CL и CR выстроены так, чтобы CL совпадала с рассматриваемой ячейкой.

Для улучшения сходимости итерационного процесса также вводится дополнительная поправка в диагональ матрицы и правую часть, в процессе итерационного решения поправка стремится к нулю.

2. Модель течений в открытых водотоках. Формулировка. Аппроксимация

Нелинейные уравнения мелкой воды в одномерном случае в переменных площадь и поток выглядят следующим образом [3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = q \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial h}{\partial s} + S_f - \frac{\partial z}{\partial s} \right) = 0 \end{cases}$$

$$S_f = \frac{Q^2 \eta^2}{A^2 R^{4/3}}, \quad R = \frac{A}{P},$$

где Q – поток вдоль русла реки (расход) [$\text{м}^3/\text{с}$], s – координата вдоль русла реки [м], A – площадь смоченного поперечного сечения, перпендикулярного руслу реки [м^2], h – уровень воды в реке [м], z – отметка дна реки [м], P – смоченный периметр [м], R – гидравлический радиус [м], g – ускорение свободного падения [$\text{м}/\text{с}^2$], η – коэффициент Маннинга [$\text{с}/\text{м}^{1/3}$].

Для дальнейшего упрощения уравнения используем предположение о прямоугольной форме канала, тогда смоченную площадь и гидравлический радиус можно записать в виде:

$$A = hw, \quad R = \frac{hw}{2h + w}, \quad w - \text{ширина канала.}$$

$$\frac{\partial wh}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{whR^{2/3}}{\eta \sqrt{\left| \frac{\partial(z-h)}{\partial s} \right|}} \frac{\partial(z-h)}{\partial s} \right) = q.$$

Данное нелинейное параболическое уравнение есть диффузионная форма одномерных уравнений Сен-Венана для открытых каналов прямоугольной формы.

Уравнение решается численно с помощью итерационной неявной схемы:

$$\frac{h_i^{v+1} - h_i^v}{\tau} w \Delta s_i + \sum_{j \in K(i)} \left(\frac{whR^{2/3}}{\eta \sqrt{\left| \frac{h_i - h_j + z_i - z_j}{\Delta s} \right|}} \right)^v \frac{h_i^{v+1} - h_j^{v+1} + z_i - z_j}{\Delta s} N = q$$

$K(i)$ – ребра, инцидентные узлу i ,

Δs_i – линейный размер узла,

Δs – расстояние между узлом I и соседним узлом J ,

v – номер итерации.

2. Аналитические тесты

Тест 1. Заводнение горизонтальной плоскости

Описание теста приведено в [3].

Геометрические характеристики области:

Длина – 5000 м, ширина – 100 м, высота – 1 м

Стресс-период: 1 час.

Начальное условие

Начальный уровень воды совпадает с рельефом ($h = 0$, $H = z(x, y)$ – высота рельефа).

Геодинамические свойства:

Шероховатость поверхности (коэффициент Маннинга) $\eta = 0,01 \text{ с/м}^{1/3}$

Граничные условия

На правой, верхней и нижней границах условие: нулевой поток

На левой границе глубина воды задана формулой (при $u = 1 \text{ м/с}$)

$$h(0, t) = \left[\frac{7}{3} (0,07 + \eta^2 u^3 t) \right]^{3/7}.$$

Аналитическое решение

$$h(x, t) = \left[\frac{7}{3} (C + \eta^2 u^3 (x - ut)) \right]^{3/7} \quad (\text{при } u = 1 \text{ м/с, } C = 0,07)$$

1.1. Параметры расчета

Для решения задачи использовалась треугольная неструктурированная сетка. Средний размер ребра плановой сетки составил 10 м.

Для расчета использовалась неявная противопоточная схема, шаг по времени был равен одной секунде.

1.2. Сравнение с аналитическим решением

На рис. 3 приведен уровень воды, полученный по ПК НИМФА и аналитическое решение, на момент времени один час.

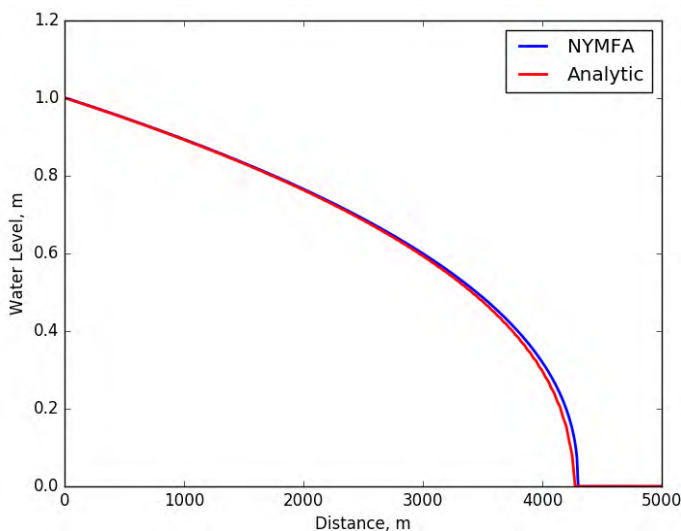


Рис. 3. Сравнение численного и аналитического решений на момент времени $t = 1$ час

Из рисунка видно хорошее качественное и количественное согласие с аналитическим решением. Интегральная относительная погрешность решений составляет 1,12 %.

Тест 2. Задача о разрыве «зеркала» воды (Flooding a disconnect water body)

Описание теста и результаты приведены в [3]. Задача описывает разрыв «зеркала» воды с течением времени.

Геометрические характеристики области:

Длина – 5000 м, ширина – 100 м, высота – 1 м

На рис. 4 приведено распределение высоты столба жидкости.

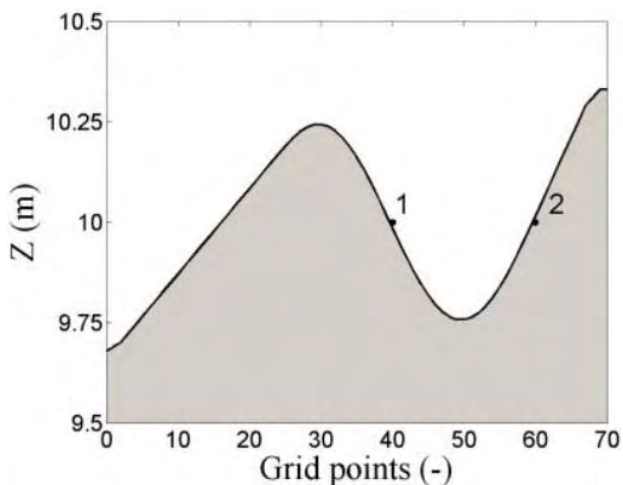


Рис. 4. Распределение высоты столба жидкости

Стресс-период: 20 часов.

Начальное условие

Начальный уровень воды совпадает с рельефом ($h = 0$, $H = z(x, y)$ – высота рельефа)

Геодинамические свойства:

Шероховатость поверхности (коэффициент Маннинга) $\eta = 0,03 \text{ с/м}^{1/3}$

Граничные условия

На левой границе задается уровень воды ($H = h + z$), зависящий от времени, в виде функции, изображенной на рис. 5.

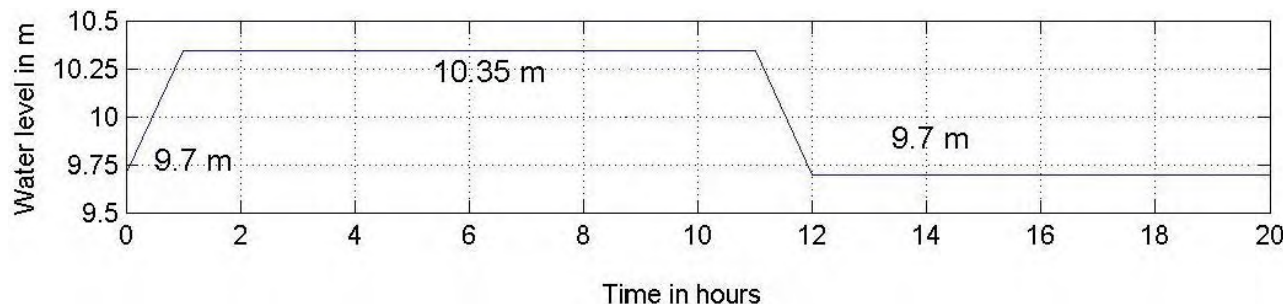


Рис. 5. Граничное условие на левой границе

На правой, верхней и нижней границах задано условие непротекания.

2.1. Параметры расчета

Для решения задачи использовалась структурированная сетка. Средний размер ребра плановой сетки составил 10 м.

Контрольные точки ставились в координатах $(x, y) = [(400 \text{ м}, 50 \text{ м}), (600 \text{ м}, 50 \text{ м})]$.

Для расчета использовалась неявная протипоточная схема, шаг по времени был равен 60 сек.

2.2. Сравнение с результатами по зарубежным ПС(Программными Средствами)

На рис. 6, 7 приведено сравнение результатов расчетов уровня воды в контрольных точках (400 м, 50 м) и (600 м, 50 м), полученным по комплексу НИМФА и по различным зарубежным программным средствам [4].

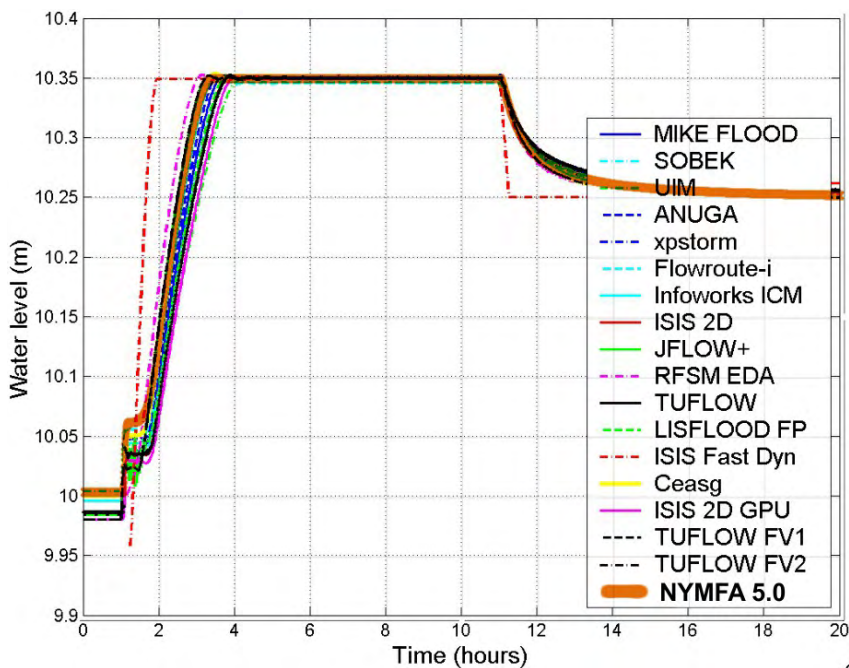


Рис. 6. Распределение уровня воды от времени в контрольной точке (400 м, 50 м)

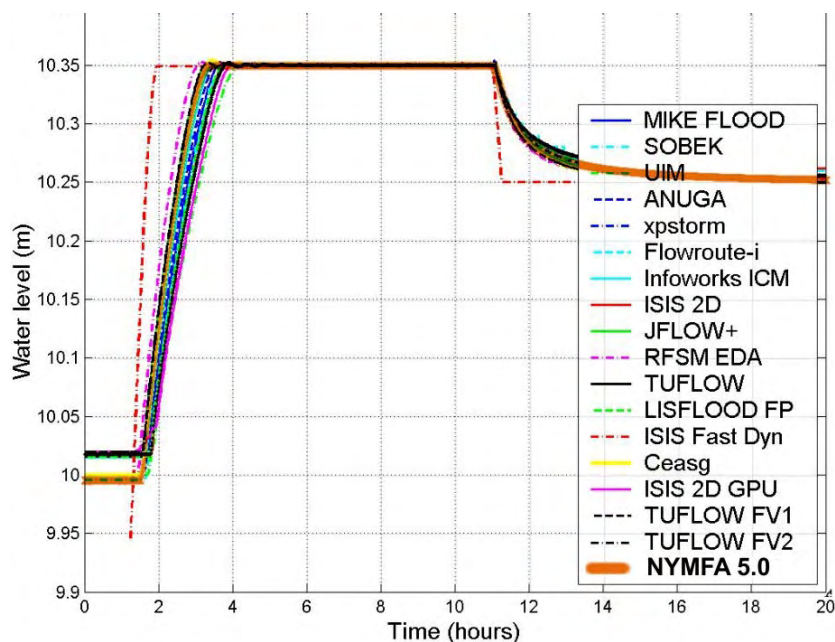


Рис. 7. Распределение уровня воды от времени в контрольной точке (600 м, 50 м)

Из рис. 6, 7 видно хорошее качественное и количественное согласие с зарубежными ПС по расчету поверхностного стока. Различие на начальный момент времени по уровню воды связано с различной точностью установки контрольных точек и сбора данных в них.

Литература

1. Бутнев О. И., Горев И. В., Дерюгин Ю. Н., Колесников С. С., Машенькин П. А., Пронин В. А., Сидоров М. Л., Журавлёва М. В., Лысова Е. Н. Комплекс программ НИМФА. Методика решения

нелинейной однофазной фильтрации жидкости и тепломассопереноса в пористых средах // XVI сессия молодежной школы-семинара «Промышленная безопасность и экология»: сб. материалов. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2017. – С.202 – 209.

2. De Saint Venant B. Theorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivieres et a l'introduction des marees dans leur lits // Comptes rendus des séances de l'Academie des Sciences. – 1871. –73. – 148 – 54, 237 – 40.

3. Leandro, J., Chen, A. S., Schumann, A., A 2D Parallel diffusive wave model for floodplain inundation with variable time step (P-DWave) // Journal of Hydrology. – 2014.

4. Néelz S., Pender G. Benchmarking of 2D Hydraulic Modelling Packages // Environment Agency. – June 2010.

A HYDROLOGICAL MODULE IN NIMFA SOFTWARE

A. V. Baranov, O. I. Butnev, M. L. Sidorov, V. A. Pronin

Russian Federal Nuclear Center –
All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov

The paper describes a hydrological module of the NIMFA software system consisting of the two blocks which describe the surface runoff process and a flow in open channels. The sphere of application is identified. Problem simulation results and results for two benchmarks are also presented.

Key words: hydrological module, NIMFA, surface runoff, a water flow in open channels.

УДК 519.642.2

НР-СХЕМА (НЕЛИНЕЙНАЯ РЕБЕРНАЯ РАЗНОСТНАЯ СХЕМА) ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

A. С. Баранова, Н. П. Плетенёва, Р. М. Шагалиев

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, Саров

В работе предложен новый подход к построению конечно-разностных схем для численного решения кинетического уравнения переноса частиц – Нелинейная реберная разностная схема. Описывается построение схемы применительно к одномерному и двумерному случаям стационарного уравнения переноса нейтронов в декартовой прямоугольной системе координат.

Представлены результаты численных экспериментов на ряде тестовых задач, в каждой из которых варьировалось количество разбиений пространственной и угловой сеток. Проведен анализ и сравнение результатов, полученных с помощью нового подхода, с результатами, полученными по DD-схеме.

Ключевые слова: одномерное уравнение переноса, одномерное уравнение переноса нейтронов, одномерное одностороннее стационарное уравнение переноса частиц, разностные схемы, кинетическое приближение, DD-схема, двумерное уравнение переноса, двумерное одностороннее стационарное уравнение переноса частиц, нелинейная реберная схема.