

УДК 519.6

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖЕСТКИХ УДАРНИКОВ В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕДАХ НА НЕПОДВИЖНОЙ СЧЕТНОЙ СЕТКЕ ПО МЕТОДИКЕ "ЭГАК"

А. А. Краюхин, А. Л. Стадник, Ю. В. Янилкин  
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Представлены результаты расчетов нескольких задач о движении малодеформируемых ударников в упругопластических средах. Численное моделирование проводилось по методике ЭГАК на неподвижной счетной сетке с использованием для описания ударника приближения абсолютно твердого тела. Течение окружающей среды рассчитывалось в неинерциальной системе отсчета, связанной с неподвижным ударником. Результаты расчетов ЭГАК хорошо согласуются с результатами аналогичных расчетов в лагранжевых переменных и экспериментальными данными.

*Ключевые слова:* проникание, абсолютно твердое тело, упругопластическая среда, неинерциальная система отсчета, неподвижная счетная сетка, методика ЭГАК.

### Введение

При численном моделировании в эйлеровых переменных движения малодеформируемых тел (ударников) в упругопластических средах (преградах) возникает ряд проблем, связанных с точностью описания контактных границ между различными веществами [1, 2]. Из-за использования односкоростного приближения и усреднения газодинамических величин в смешанных ячейках на границе контакта ударника с преградой в расчетах на неподвижных (эйлеровых) счетных сетках происходит искусственное "прилипание" контактирующих материалов. Этот счетный эффект может существенно повлиять на результаты расчетов, в частности, увеличить ускорение торможения ударника, уменьшить глубину внедрения, изменить траекторию движения ударника и форму каверны.

Одним из способов решения указанных проблем является использование для описания ударника приближения абсолютно твердого тела. В [3] предложен метод BODY-3D расчета пространственного движения абсолютно твердого тела в упругопластической среде с учетом силы трения. Метод BODY-3D реализован в методике ЭГАК [4]. Результаты численного моделирования тестовых задач показали применимость и приемлемую точность предложенного подхо-

да. Целью настоящей работы является валидация метода BODY-3D на модельной задаче [5] и двух сериях опытов [6, 7], связанных с движением малодеформируемых ударников в упругопластических средах.

### Общие положения метода BODY-3D

Метод BODY-3D представляет собой способ расчета пространственного движения ударника в упругопластической среде на неподвижной счетной сетке и заключается в численном моделировании течения окружающей среды в неинерциальной системе отсчета, в которой ударник является неподвижным [3]. Кратко изложим его основные положения.

Рассмотрим тело, которое характеризуется массой  $m$ , радиусом-вектором центра масс  $\vec{r}_C$  и тензором инерции в главных осях относительно центра масс  $J$ . В момент времени  $t = 0$  тело ударяется со скоростью  $\vec{V}_0$  о преграду из упругопластического материала и внедряется в нее. Уравнения движения тела записываются в виде [8]

$$m\vec{a} = \vec{F}; \quad J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}.$$

Здесь  $\vec{F}$  и  $\vec{M}$  — сила сопротивления внедрению тела и момент силы относительно его центра

масс, действующие на тело со стороны преграды;  $\vec{a}$  — ускорение центра масс тела;  $\vec{\omega}$  — вектор угловой скорости вращения тела относительно центра масс. Силу сопротивления внедрению можно найти по формуле [9]

$$\vec{F} = \int_S (\sigma_n \vec{n} + \sigma_\tau \vec{\tau}) dS,$$

где  $\sigma_n$  и  $\sigma_\tau$  — нормальное и касательное напряжения, действующие на площадке  $dS$  на поверхности тела;  $S$  — площадь поверхности тела;  $\vec{n}$  — единичный вектор нормали к поверхности тела;  $\vec{\tau}$  — единичный вектор тангенциальной компоненты массовой скорости среды на поверхности тела. Касательное напряжение определяется из закона сухого трения Кулона:

$$\sigma_\tau = \begin{cases} 0, & \sigma_n < 0; \\ \min \{ \mu \sigma_n, Y \}, & \sigma_n \geq 0, \end{cases}$$

где  $\mu = \text{const}$  — коэффициент трения;  $Y$  — предел текучести вещества окружающей среды. Здесь полагается, что при сжатии среды  $\sigma_n > 0$ . Ограничение касательного напряжения  $\sigma_\tau$  связано с невозможностью существования в веществе напряжений, превышающих его прочностные характеристики. Момент силы по определению равен

$$\vec{M} = \int_S [\vec{r} \times (\sigma_n \vec{n} + \sigma_\tau \vec{\tau})] dS,$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор элемента поверхности тела  $dS$ , на который действует сила  $d\vec{F} = (\sigma_n \vec{n} + \sigma_\tau \vec{\tau}) dS$  относительно центра масс.

Метод BODY-3D реализован для случая внедрения ударника при подходе под углом  $\theta$  к поверхности преграды с углом атаки  $\alpha$  и нулевым углом скольжения ( $\beta = 0$ ). При этом предполагается, что ударник имеет плоскость симметрии, перпендикулярную поверхности преграды. В частном случае он является телом вращения. Тогда количество уравнений, описывающих движение ударника, сокращается с шести до трех:

$$ma_x = F_x; \quad ma_y = F_y; \quad J_C \frac{d\omega}{dt} = M_Z. \quad (1)$$

Здесь  $\omega$  — угловая скорость вращения тела вокруг оси  $z$  относительно центра масс, а  $J_C$  — момент инерции вокруг оси  $z$  относительно центра масс тела. Величина  $\omega$  и угол поворота  $\gamma$  удар-

ника относительно оси стрельбы рассчитываются по формулам

$$\omega = \frac{1}{J_C} \int M_Z dt; \quad \gamma = \int \omega dt.$$

Численная реализация метода BODY-3D, а также особенности подготовки расчетов подробно изложены в [3]. Основное изменение аппроксимации уравнения движения среды по сравнению со стандартным подходом, реализованным в методике ЭГАК [4], состоит в использовании формул пересчета кинематических величин (ускорения, массовой скорости, координат) при переходе от инерциальной системы отсчета к неинерциальной [8].

### Расчеты задач проникания по методике ЭГАК

**Внедрение стального ударника в алюминиевую преграду.** В [5] представлены результаты расчетов по коду AUTODYN [10] модельной задачи о внедрении по нормали стальных ударников в алюминиевую полубесконечную преграду. В работе рассматривались цилиндрические ударники с наконечниками различной формы. Отношение длины ударника к его диаметру составляло  $L/D = 20$  ( $D = 0,6$  см;  $L = 12$  см), масса —  $m \approx 27$  г. В расчетах полагалось, что ударник испытывает только упругие деформации. Материал преграды описывался в приближении идеального упругопластического тела с пределом текучести  $Y = 0,4$  ГПа. Расчеты проводились в двумерной осесимметричной постановке. Движение преграды рассчитывалось в эйлеровых переменных, а ударника — в лагранжевых.

Одним из основных результатов работы [5] является обоснование существования критического значения скорости соударения  $V_C$ , меньше которого ускорение торможения ударника на квазистационарной стадии внедрения не зависит от скорости удара. Для ударников с оживальным наконечником (CRH=3) при внедрении в алюминиевую преграду это значение составило  $V_C = 2,1 \div 2,2$  км/с [5].

На рис. 1 изображены зависимости ускорения торможения ударника с оживальным наконечником от времени при скорости соударения  $V_0 = 0,5 \div 1,5$  км/с, полученные в [5]. Из графика видно, что на квазистационарной стадии внедрения для всех случаев ускорение торможения ударника оказалось близко к константе

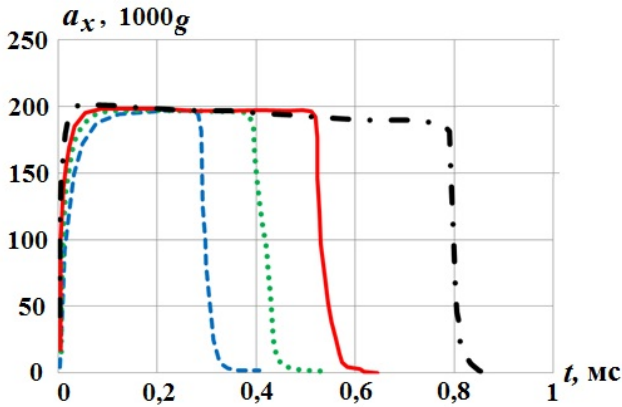


Рис. 1. Зависимости ускорения торможения ударника от времени [5]: — — —  $V_0 = 0,5$  км/с; · · · —  $V_0 = 0,75$  км/с; — — —  $V_0 = 1$  км/с; — · —  $V_0 = 1,5$  км/с

$a_x \approx 200\ 1000g$ , где  $g \approx 10\text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения. По этой причине ниже для сравнения используются только данные из расчета с  $V_0 = 1$  км/с [5].

Рассмотренная задача представляет интерес с точки зрения адекватности расчета напряжений на поверхности малодеформируемого ударника при различных скоростях внедрения в упругопластическую среду. Численное моделирование процесса проникания проводилось по методике ЭГАК в двумерной осесимметричной постановке на квадратной эйлеровой счетной сетке с размером ячейки  $h = 0,015$  см. В первой серии расчетов для описания ударника и преграды использовалось приближение сплошной деформируемой среды (стандартный подход), что аналогично подходу, который использовался в [5]. Во второй серии расчетов для описания ударника применялось приближение абсолютно твердого тела. В этом случае учитывалась только продольная компонента силы сопротивления внедрению  $F_x$ , а  $F_y$  и  $M_z$  полагались равными нулю (см. формулу (1)). Коэффициент трения меж-

ду веществами ударника и преграды полагался нулевым:  $\mu = 0$ .

Для описания материалов преграды и ударника (для ударника только в первой серии расчетов) использовались уравнение состояния (УРС) в форме Ми–Грюнайзена и модель идеального упругопластического тела с параметрами из табл. 1. Отрицательное давление ограничивалось откольной прочностью.

В первой серии расчетов накапливались зависимости продольной компоненты импульса ударника от времени  $P_x(t)$ . Далее по формуле

$$a_x = \frac{1}{m} \frac{\Delta P_x}{\Delta t}$$

рассчитывалось продольное ускорение торможения ударника. Здесь  $m = 27$  г — масса ударника;  $\Delta t$  — шаг по времени. Во второй серии расчетов (абсолютно твердое тело) ускорение торможения определялось из формулы (1).

Сначала рассмотрим результаты первой серии расчетов по методике ЭГАК (стандартный подход). На рис. 2 изображены зависимости ускорения торможения ударника от времени для разных скоростей соударения. Из рисунка видно, что результаты расчетов ЭГАК существенно отличаются от данных [5], полученных по коду AUTODYN, как количественно, так и качественно. В расчетах ЭГАК ускорение торможения возрастает при заглублинии ударника, а его максимальное значение реализуется в момент остановки. Это противоречит результатам расчетов по коду AUTODYN [5], а также теоретическим представлениям о процессе внедрения ударников в данных условиях [11]. Дополнительно в расчетах ЭГАК с ростом скорости соударения наблюдается рост ускорения торможения ударника, который отсутствовал в [5].

Рассмотрим причины полученных отличий. На рис. 3 приведены поля веществ и интенсивности пластической деформации в веществе преграды, полученные в расчете ЭГАК при

Таблица 1

**Параметры материалов**

Материал	$\rho_0, \text{ г/см}^3$	$C_0, \text{ км/с}$	$\Gamma$	$n$	$P_{spall}, \text{ ГПа}$	$\nu$	$Y, \text{ ГПа}$
Алюминий	2,71	5	2,13	4	-0,5	0,33	0,4
Сталь	8	4,57	1,68	5,65	-2,2	0,3	5

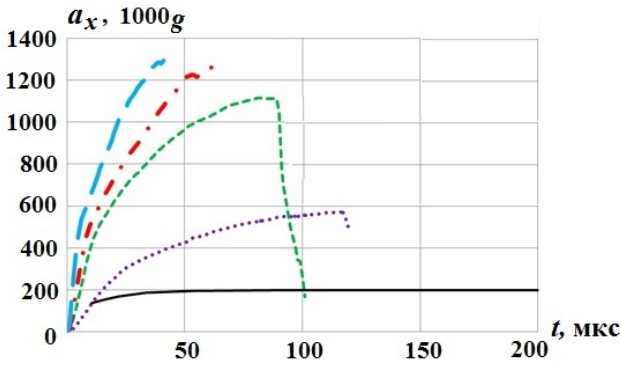


Рис. 2. Зависимости ускорения торможения ударника от времени:  $\cdots$  — ЭГАК,  $V_0 = 0,5$  км/с;  $-\ -$  — ЭГАК,  $V_0 = 0,75$  км/с;  $- \cdot -$  — ЭГАК,  $V_0 = 1$  км/с;  $-\ - -$  — ЭГАК,  $V_0 = 1,5$  км/с;  $—$  — AUTODYN,  $V_0 = 1$  км/с

$V_0 = 0,75$  км/с на момент времени  $t = 90$  мкс. Из рисунка видно, что в процессе внедрения образуется каверна радиусом, близким к радиусу ударника. При этом на стенках каверны формируется сильно деформированный слой вещества преграды толщиной в несколько ячеек. Аналогичные результаты получены и для других скоростей соударения.

Рассмотрим возникшую картину течения. Будем полагать, что в расчетах на неподвижной счетной сетке при контакте боковой поверхности ударника со стенками каверны реализуется прилипание материалов без проскальзывания. По условию задачи предел текучести материала ударника существенно превышает предел текучести материала преграды. Из-за этого в преграде около поверхности каверны должен образоваться слой вещества, который будет испытывать сильную пластическую деформацию при

движении вдоль него прочного ударника. Это реализовалось в расчетах ЭГАК (см. рис. 3). Оценим работу, совершаемую при деформировании этого слоя.

Пусть пластическая деформация сосредоточена в слое из  $n$  счетных ячеек толщиной  $l = hn$ , где  $h$  — размер ячейки. Пренебрегая упругой частью, приращение пластической деформации этого слоя за небольшой интервал времени  $\Delta t$  оценим как

$$\Delta \varepsilon = \frac{V}{l} \Delta t,$$

где  $V$  — скорость ударника. Работа, которая совершается при этом, равна

$$\Delta E_p = Y S_c l \Delta \varepsilon = Y S_c V \Delta t. \quad (2)$$

Здесь  $Y$  — предел текучести материала преграды;  $S_c$  — площадь контакта боковой поверхности ударника и стенок каверны. Результаты расчетов показали, что радиус каверны близок к радиусу ударника. В этом случае для цилиндрического ударника величину  $S_c$  оценим по формуле

$$S_c = \pi D x, \quad (3)$$

где  $D$  — диаметр ударника;  $x$  — его заглубление на момент времени  $t$ . Это соотношение справедливо при условии  $H_C < x \leq L$ , где  $H_C$  — высота наконечника ударника. В случае  $x = L$  площадь контакта  $S_c$  принимает максимальное значение и при дальнейшем заглублении ударника не меняется. Изменение кинетической энергии ударника за интервал времени  $\Delta t$  составляет

$$\Delta E_{kin} = \left| \frac{m}{2} (V^2(t + \Delta t) - V^2(t)) \right|.$$

Предположим, что кинетическая энергия ударника тратится только на пластическое де-

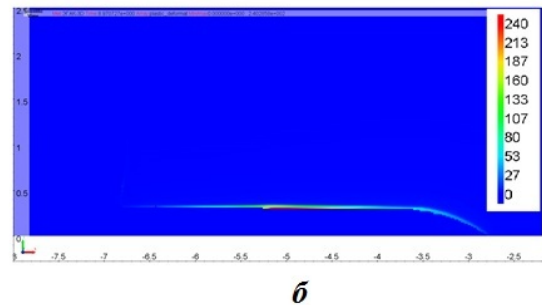
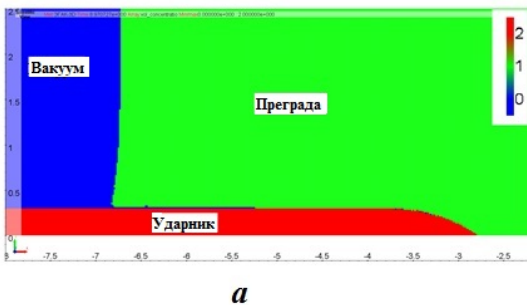


Рис. 3. Поля веществ (а) и интенсивности пластической деформации (б) в расчете ЭГАК при  $V_0 = 0,75$  км/с на момент времени  $t = 90$  мкс

формирование слоя вещества преграды в области контакта с ударником, а также на работу по формированию каверны диаметром  $D$ . Тогда выражение энергетического баланса в расчете за интервал времени  $\Delta t$  можно записать в виде

$$\Delta E_{kin} = \Delta E_{cav} + \Delta E_p, \quad (4)$$

где  $\Delta E_{cav}$  — энергия, которая тратится на формирование каверны за интервал времени  $\Delta t$ . Ее значение можно оценить с помощью результатов расчетов AUTODYN [5]. Из рис. 1 видно, что в этих расчетах на квазистационарной стадии внедрения ускорение торможения ударника составляет  $a_{AD} \approx 200\ 1000g$ . Тогда скорость ударника на момент времени  $t$  равна

$$V_{AD} = V_0 - a_{AD}t.$$

Предположим, что в расчетах AUTODYN кинетическая энергия ударника тратится только на работу по формированию каверны и  $\Delta E_p = 0$ . В этом случае справедливо соотношение

$$\Delta E_{cav} = \left| \frac{m}{2} \left( V_{AD}^2(t + \Delta t) - V_{AD}^2(t) \right) \right|.$$

Используя формулу (4), записываем балансовый коэффициент  $B$  в виде

$$B = \frac{\Delta E_{kin} - \Delta E_{cav}}{\Delta E_p}.$$

Если  $B \approx 1$ , то причиной дополнительной диссипации энергии ударника в расчетах ЭГАК можно считать пластическое деформирование вещества преграды на стенках каверны. Если  $B > 1$ , то должен существовать дополнительный механизм диссипации энергии ударника, помимо работы, расходуемой на пластическое деформирование контактного слоя и формирование каверны. При  $B < 1$  оценка потери энергии по формуле (2) дает завышенный результат. Это означает, что какое-либо из предположений, с помощью которого вычислялось значение  $\Delta E_p$ , неверно.

На рис. 4 приведены полученные в расчетах ЭГАК зависимости  $B$  от безразмерного времени  $t^* = t \frac{H_C}{V_0}$ , где  $H_C = 1$  см — высота наконечника ударника. Из рисунка видно, что для  $V_0 = 1$  км/с и  $V_0 = 1,5$  км/с балансовый коэффициент принимает значение  $B \approx 1$ . С течением времени значения  $B$  убывают. Для  $V_0 = 0,75$  км/с

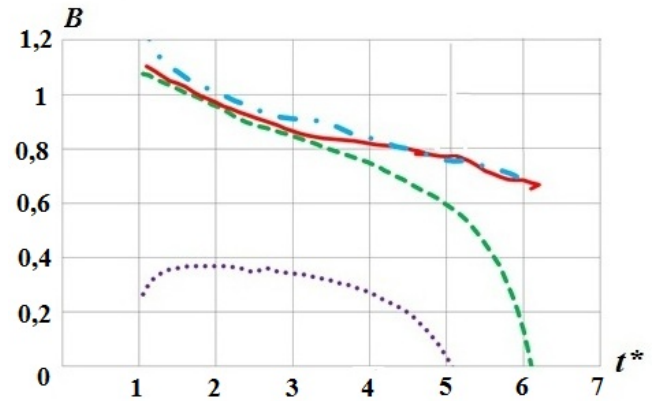


Рис. 4. Зависимости балансового коэффициента от безразмерного времени:  $\cdots$  —  $V_0 = 0,5$  км/с;  $---$  —  $V_0 = 0,75$  км/с;  $---$  —  $V_0 = 1$  км/с;  $- \cdot -$  —  $V_0 = 1,5$  км/с

на начальной стадии внедрения  $B \approx 1$ , а перед остановкой ударника значение коэффициента  $B$  резко уменьшается. Для случая  $V_0 = 0,5$  км/с  $B$  не превышает значения  $B = 0,4$ , т. е. баланс энергии в форме (4) уже не выполняется. Возможно, это связано с неточным определением по формуле (3) площади контакта боковой поверхности ударника со стенками каверны, при котором реализуется взаимное прилипание веществ без проскальзывания.

Теперь рассмотрим результаты расчетов по методике ЭГАК, в которых для описания ударника использовалось приближение абсолютно твердого тела. Аналогично первой серии расчетов в процессе внедрения образуется каверна радиусом, близким радиусу ударника (см. рис. 3). То есть картина проникания качественно не меняется. На рис. 5 изображены зависимости ускорения торможения ударника от времени для разной скорости соударения. Видно, что результаты этой серии расчетов практически совпадают с данными численного моделирования по коду AUTODYN [5]. В этом случае на квазистационарной стадии внедрения ускорение торможения ударника не изменяется по мере его заглубления, а также практически не зависит от скорости соударения. Этот результат свидетельствует об отсутствии проблемы прилипания в расчетах с использованием для описания ударника приближения абсолютно твердого тела.

**Пробивание плиты из алюминиевого сплава стальным ударником.** В [6] приведено описание серии экспериментов, в которых

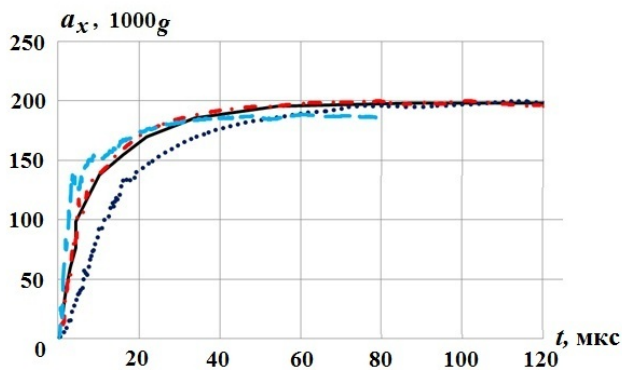


Рис. 5. Зависимости ускорения торможения ударника от времени: — — AUTODYN,  $V_0 = 1$  км/с; ··· — расчет с BODY-3D,  $V_0 = 0,5$  км/с; - · - · — расчет с BODY-3D,  $V_0 = 1$  км/с; - - - - расчет с BODY-3D,  $V_0 = 1,5$  км/с

исследовалось пробитие пластин из алюминиевого сплава Al 6061-T651 стальными ударниками по нормали и под углом  $\theta = 60^\circ$  к поверхности мишени при скорости соударения  $V_0 = 0,28 \div 0,86$  км/с. Толщина пластин составляла  $H = 2,63$  см. Ударники изготавливались из стали 4340 и имели форму стержня с оживальным наконечником (CRH=3). Масса ударников составляла  $m = 81$  г, диаметр  $D = 1,29$  см, длина  $L = 8,89$  см. В опытах с помощью рентгенографирования определялись условия подхода ударника к преграде (углы атаки и скольжения), а также динамика пробития мишени и запреградная скорость ударника. Эти опыты неоднократно использовались для тестирования численных методик [2, 12, 13].

Численное моделирование процесса пробивания пластины проводилось с использованием метода BODY-3D на кубической неподвижной счетной сетке в трехмерной постановке. В расчетах рассматривалась половина реальной геометрии задачи: плоскость  $z = 0$  являлась жесткой стенкой. При численном моделировании задавались характеристики тела, соответствующие реальным значениям для половины ударника:  $m = 40,5$  г;  $J_C = 220$  г · см<sup>2</sup>;  $x_C = 4,9$  см;  $y_C =$

$= 0$ . Коэффициент трения между веществами ударника и преграды полагался нулевым:  $\mu = 0$ . В расчетах варьировались скорость соударения  $V_0$ , а также размер счетной ячейки  $h$ . В основной серии расчетов  $h = 0,03225$  см. При измельчении счетной сетки результаты расчетов практически не изменились. Для описания ударного сжатия вещества преграды использовался УРС в форме Ми–Грюнайзена с параметрами из табл. 2. Отрицательное давление ограничивалось откольной прочностью. Для описания сдвиговой прочности вещества преграды применялась модель упругопластичности Джонсона–Кука [14] с параметрами из табл. 3 [15].

На рис. 6, 7 приведены зависимости запреградной скорости ударника от скорости соударения, полученные в опытах [6] и расчетах. Видно, что результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными во всем диапазоне скоростей соударения. При численном моделировании нормального пробития воспроизведен баллистический предел, полученный в опытах. При  $V_0 = 0,308$  км/с произошло пробивание преграды с вылетом ударника в запреградное пространство, а при  $V_0 = 0,282$  км/с ударник застрял в преграде (рис. 8).

На рис. 9–13 приведены рентгенограммы и поля плотности, полученные в соответствующих опытах [6] и расчетах на близкие моменты времени. Из рисунков видно, что для большей части рассмотренных случаев соударения расчетная картина пробивания ударником плиты близка к экспериментальной. Исключение составляют лишь случаи наклонного пробивания преграды при умеренной скорости соударения  $V_0 \leq 0,5$  км/с. Здесь в опытах реализовался заметный пластический изгиб стержневой части ударника при вылете в запреградное пространство (см. рис. 11). В расчетах же из-за исполь-

Таблица 2

**Параметры УРСа и откольная прочность**

Материал	$\rho_0, \text{г/см}^3$	$C_0, \text{км/с}$	$\Gamma$	$n$	$P_{spall}, \text{ГПа}$
Al 6061-T6	2,703	5,24	1,15	4	-1,1

Таблица 3

**Параметры модели Джонсона–Кука и модуль сдвига**

Материал	$A, \text{ГПа}$	$b, \text{ГПа}$	$k$	$c$	$m$	$C_\nu, \text{кДж/(г} \cdot \text{К)}$	$T_m, \text{К}$	$G, \text{ГПа}$
Al 6061-T6	0,335	0,085	0,11	0,012	1	$875 \cdot 10^{-6}$	925	26



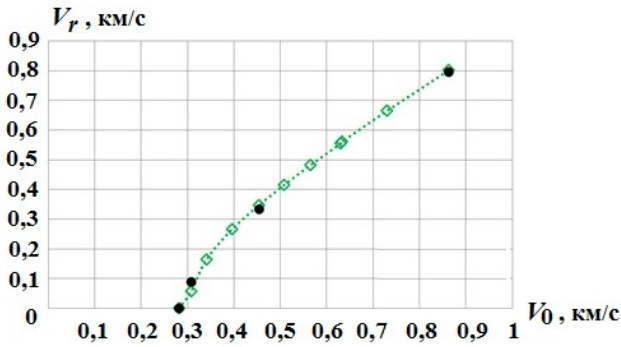


Рис. 6. Зависимости запреградной скорости ударника от скорости соударения в опытах и расчетах при нормальном пробитии преграды:  $\diamond$  — опыты;  $\bullet$  — расчет

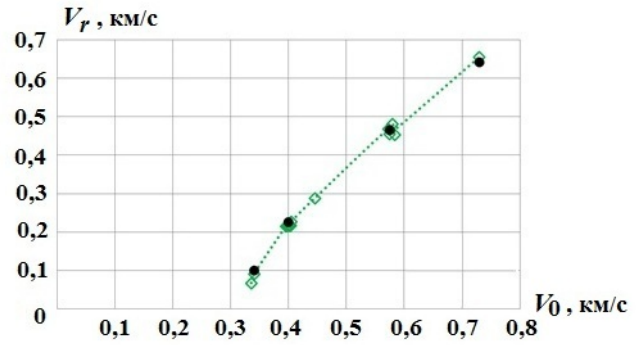


Рис. 7. Зависимости запреградной скорости ударника от скорости соударения в опытах и расчетах при наклонном пробитии преграды:  $\diamond$  — опыты;  $\bullet$  — расчет

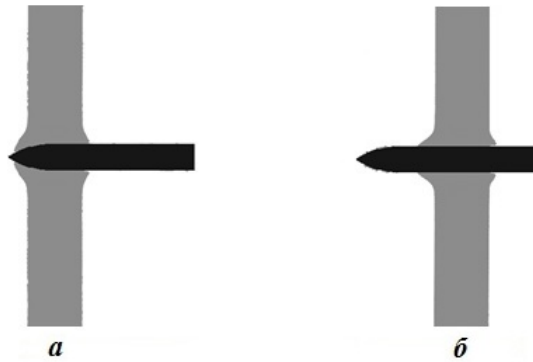


Рис. 8. Поля плотности на момент окончания расчетов: а —  $V_0 = 0,282$  км/с; б —  $V_0 = 0,308$  км/с

зования приближения абсолютно твердого тела для описания ударника такой эффект не моделируется.

**Движение стального конуса в пластилине.** В [7] приведены описание и результаты опытов по прониканию малодеформируемых тел в пластилин. В качестве ударников использовались сплошные стальные конусы с углом полураствора  $\varphi = 8,167^\circ$ , диаметром основания  $D = 7$  мм, высотой  $H = 23$  мм и массой  $m = 2,354 \div 2,5$  г. Носовая часть конусов была затуплена и имела диаметр  $d = 0,47$  мм. Для разгона и приближенного задания угла атаки  $\alpha$  ударники в метательной установке фиксировались пробкой или клинышком в стакане. После разреза мишени по плоскости движения центра масс ударника фотографировалась остаточная каверна. Было проведено семь экспериментов при варьировании угла атаки ударника  $\alpha$  и скорости соударения  $V_0 = 0,25 \div 0,32$  км/с. Далее результаты опытов использовались для калиб-

ровки аналитической модели пространственного движения тела вращения в малопрочной среде с учетом несимметричного отрыва потока [7].

Анализ результатов экспериментов показал, что существуют два типа траекторий движения конуса. При небольшом значении  $\alpha$  центр масс ударника движется по дуге окружности большого радиуса, а к моменту его остановки траектория постепенно выпрямляется. При входе конуса в преграду с углом атаки, превышающим некоторое критическое значение, происходит нарастание возмущений, которое завершается "кувырком" ударника с разворотом относительно поперечной оси на угол  $\gamma \sim 180^\circ$ . На рис. 14 изображены фотографии каверн, полученные в опытах с разными типами траекторий.

Численное моделирование процесса проникания проводилось с использованием метода BODY-3D на кубической эйлеровой счетной сетке в трехмерной постановке. В расчетах рассматривалась половина реальной геометрии задачи: плоскость  $z = 0$  являлась жесткой стен-

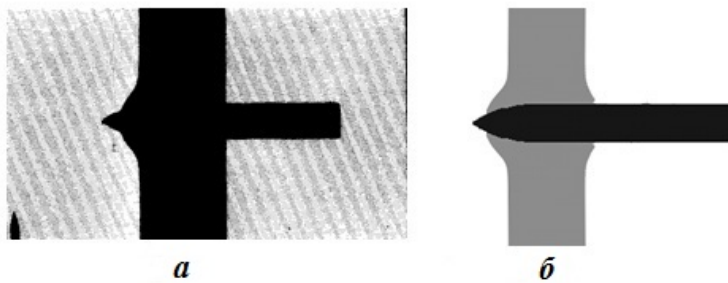


Рис. 9. Пробивание преграды при  $V_0 = 0,308$  км/с: *a* — рентгенограмма опыта,  $t = 185$  мкс; *б* — поле плотности в расчете ЭГАК,  $t = 200$  мкс

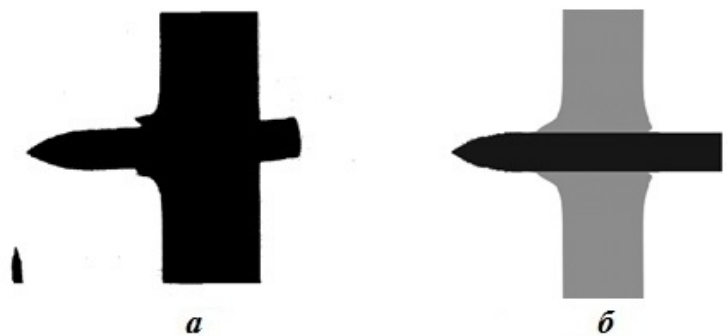


Рис. 10. Пробивание преграды при  $V_0 = 0,863$  км/с: *a* — рентгенограмма опыта,  $t = 85,2$  мкс; *б* — поле плотности в расчете ЭГАК,  $t = 80$  мкс

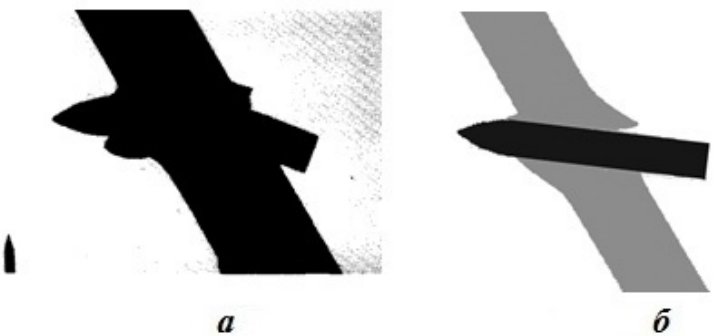


Рис. 11. Пробивание преграды при  $V_0 = 0,4$  км/с: *a* — рентгенограмма опыта,  $t = 204,3$  мкс; *б* — поле плотности в расчете ЭГАК,  $t = 220$  мкс



Рис. 12. Пробивание преграды при  $V_0 = 0,573$  км/с: *a* — рентгенограмма опыта,  $t = 152,8$  мкс; *б* — поле плотности в расчете ЭГАК,  $t = 160$  мкс



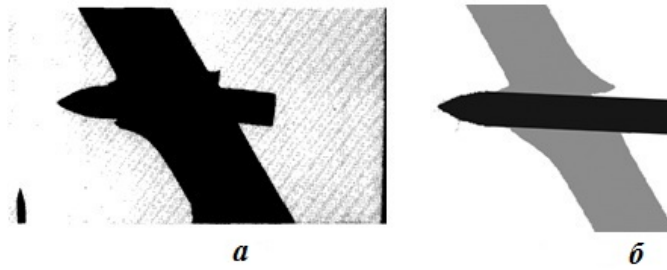


Рис. 13. Пробивание преграды при  $V_0 = 0,73$  км/с: *a* — рентгенограмма опыта,  $t = 90,6$  мкс; *б* — поле плотности в расчете ЭГАК,  $t = 100$  мкс

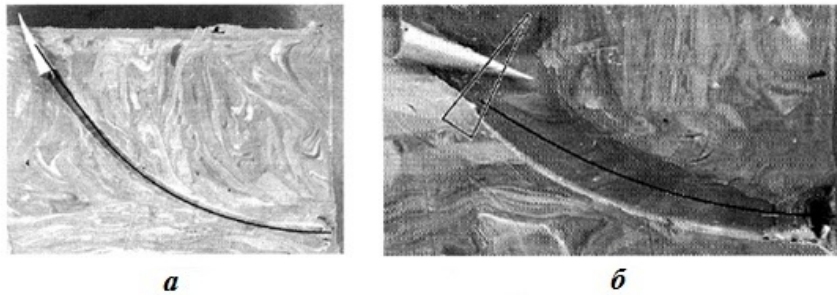


Рис. 14. Результаты опытов [7]: *a* — опыт № 4; *б* — опыт № 7

кой. В расчетах задавались следующие характеристики абсолютно твердого тела, соответствующие реальным значениям для половины ударника:  $m = 1,25$  г;  $J_C = 0,296$  г · см<sup>2</sup>;  $x_C = 1,65$  см;  $y_C = 0$ . Коэффициент трения между веществами ударника и преграды полагался нулевым:  $\mu = 0$ . В опытах угол атаки ударника  $\alpha$  задавался приближенно [7], поэтому в расчетах ЭГАК это был варьируемый параметр в пределах  $0 \leq \alpha \leq 17^\circ$ . Для исследования влияния этой величины на траекторию движения ударника была проведена серия расчетов при фиксированной скорости соударения  $V_0 = 0,28$  км/с. Выбранное значение скорости близко к среднему, реализованному в опытах [7]. В расчетах ось симметрии ударника располагалась на оси  $x$ , а лицевая поверхность преграды была повернута к ней на угол  $\pi - \alpha$ . При  $t = 0$  в преграде задавались продольная и поперечная компоненты массовой скорости:  $V_x = V_0 \cos \alpha$  и  $V_y = V_0 \sin \alpha$ . В основной серии расчетов размер счетной ячейки  $h = 0,035$  см. При измельчении счетной сетки результаты расчетов практически не изменились. Для описания ударного сжатия пластилина использовался УРС в форме Ми—Грюнайзена с параметрами из табл. 4. Отрицательное давление ограничивалось откольной прочностью. Упругие параметры брались из [16].

Таблица 4

**Параметры УРСа, откольная прочность, коэффициент Пуассона**

Материал	$\rho_0, \text{г/см}^3$	$C_0, \text{км/с}$	$\Gamma$	$n$	$P_{crit}, \text{ГПа}$	$\nu$
Пластилин	1,48	1,55	1	3	-0,005	0,465

Для определения предела текучести использовалась степенная зависимость от скорости деформации [17]

$$Y = \min \left\{ A \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^n, Y_{\max} \right\}. \quad (5)$$

Здесь  $A = 0,637$  МПа и  $n = 0,266$  — параметры, определенные с помощью обработки опытов по динамическому деформированию пластилина [17];  $\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ с}^{-1}$ . Значение  $Y_{\max} = 3,5$  МПа, ограничивающее рост предела текучести сверху, подбиралось для получения наилучшего согласия результатов численного моделирования с опытными данными.

На рис. 15 приведены профили каверн в преграде после остановки ударника, полученные в расчетах при разных  $\alpha$ . На рис. 16 изображены траектории движения центра масс ударника при разных  $\alpha$  в безразмерных координатах  $x^* = x/H$  и  $y^* = y/H$ , где  $H = 2,3$  см — вы-

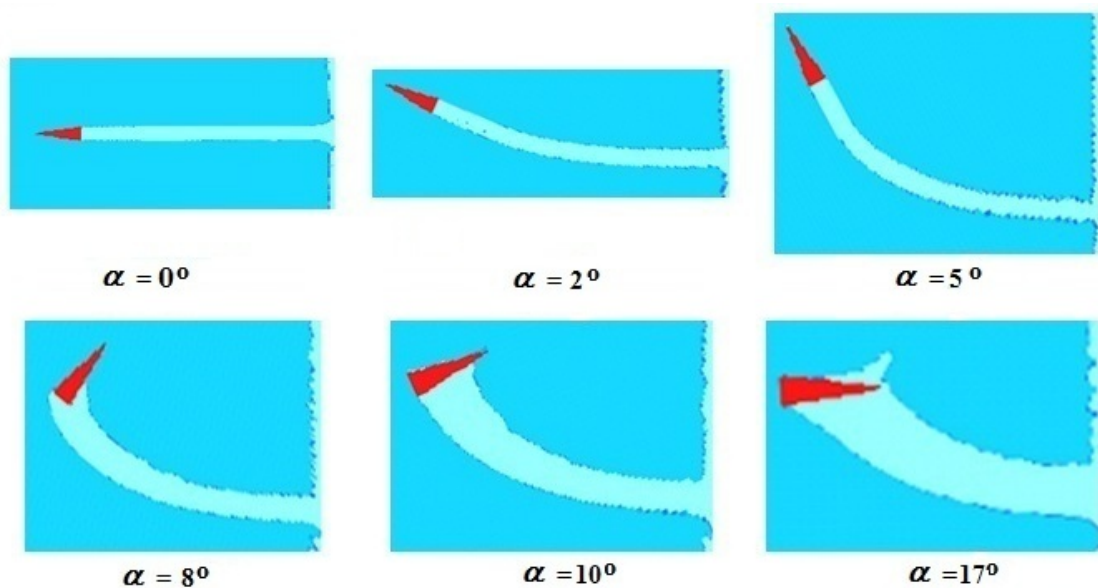


Рис. 15. Каверны в преграде после остановки ударника при разных углах атаки

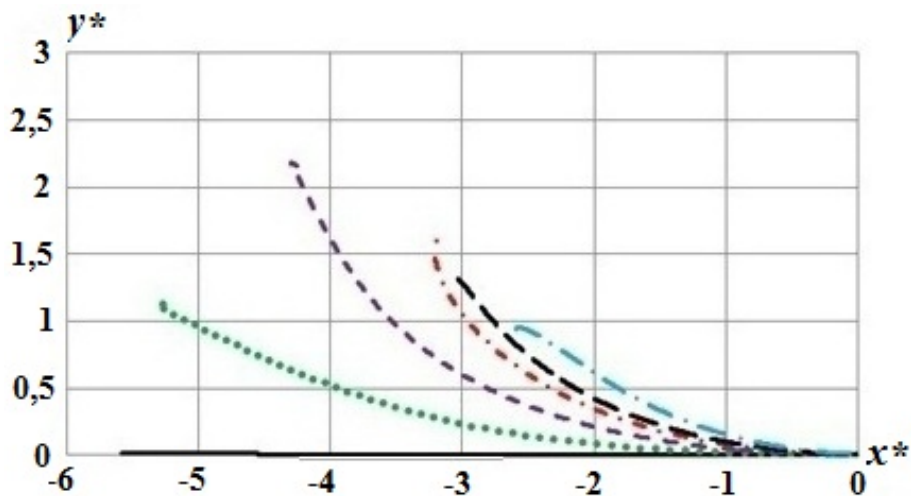


Рис. 16. Траектория движения центра масс ударника при разных углах атаки: — —  $\alpha = 0$ ;  $\dots$  —  $\alpha = 2$ ; - - - -  $\alpha = 5$ ; - · - · -  $\alpha = 8$ ; - - - -  $\alpha = 10$ ; - · - · -  $\alpha = 17$

сота конуса. Из представленных данных видно, что в расчете с нулевым углом атаки ( $\alpha = 0$ ) траектория движения ударника представляет собой прямую линию. Этот результат является очевидным, так как в данном случае по условию задачи отсутствуют начальные поперечные возмущения, которые могут действовать на ударник, приводя к искривлению траектории движения. При малом значении угла атаки ( $2 \leq \alpha < 8^\circ$ ) ударник сначала движется по траектории, представляющей собой окружность большого радиуса. По мере торможения ударника траектория его движения выпрямляется, т. е.

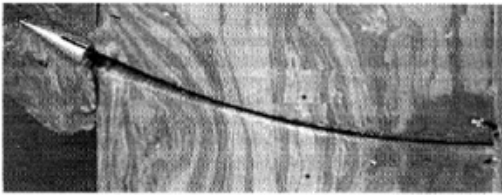
происходит стабилизация. Это согласуется с теоретическим выводом [18] об увеличении запаса устойчивости ударника с падением скорости его движения. При превышении критического значения угла атаки  $8^\circ < \alpha_{cr} < 10^\circ$  реализуется "кувырок" ударника с разворотом относительно поперечной оси на угол  $\gamma \sim 180^\circ$ . Полученные результаты согласуются с данными опытов [7]. Также стоит отметить форму траектории движения, рассчитанную при  $\alpha = 8^\circ$ . В этом случае получено, что ударник, развернувшись в преграде на угол  $\gamma > 90^\circ$ , движется обратно к ее лицевой поверхности. В опытах [7] траекторий тако-

го типа не наблюдалось, однако в [18, 19] теоретически предсказано их существование, а также отмечено, что они фиксировались в экспериментах.

При численном моделировании угол атаки  $\alpha$  являлся варьируемым параметром, поэтому для сравнения с опытными данными выбирались те расчеты, результаты которых были наиболее близки к экспериментам. Сопоставление резуль-

татов расчетов и опытов проводилось по форме каверны, положению в ней ударника, а также форме траектории движения центра масс ударника.

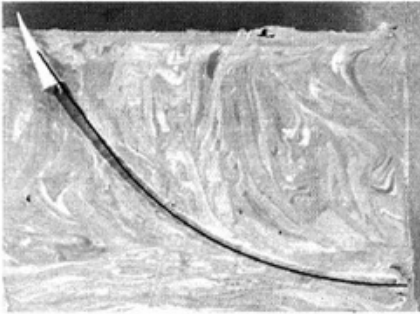
На рис. 17 изображены экспериментальные фотографии каверн [7] и результаты расчетов в одинаковом масштабе. Видно, что в расчетах получено хорошее качественное и количественное согласие с опытными данными. Аналогично



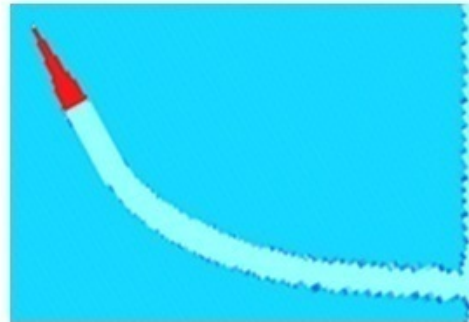
Опыт № 3



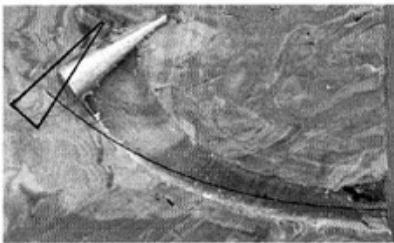
Расчет ( $\alpha = 2^\circ$ )



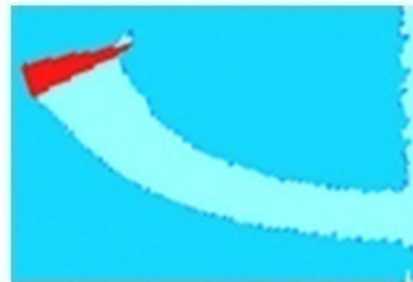
Опыт № 4



Расчет ( $\alpha = 5^\circ$ )



Опыт № 6



Расчет ( $\alpha = 12^\circ$ )



Опыт № 7



Расчет ( $\alpha = 15^\circ$ )

Рис. 17. Результаты опытов и расчетов

опытам при численном моделировании процесса внедрения с небольшим углом атаки ( $\alpha = 2^\circ$ ;  $\alpha = 5^\circ$ ) ударник движется по окружности большого радиуса, а к моменту его остановки траектория постепенно выпрямляется. При большом значении угла атаки ( $\alpha = 12^\circ$ ;  $\alpha = 15^\circ$ ) проникание завершается кувырком ударника. После остановки углы разворота ударника относительно оси стрельбы в опытах и расчетах получились близкими друг к другу. Например, в опыте № 6 проникатель совершил кувырок, но его вершина осталась заглубленной в стенке каверны. В опыте № 7 вершина уже оказалась расположенной в самой каверне без контакта со стенками каверны, причем в стенке каверны от нее осталась вмятина. Аналогичная картина получена в расчетах.

На рис. 18 изображены опытные [7] и расчетные траектории движения центра масс ударника при разных значениях  $\alpha$  в безразмерных координатах  $x^* = x/H$  и  $y^* = y/H$ , где  $H = 2,3$  см — высота конуса. Видно, что результаты расчетов согласуются с опытными траекториями. В среднем отличие в глубине проникания составляет  $\sim 10\%$ . Возможно, это связано с несовершенством модели упругопластичности (5), использованной в расчетах для описания пластилина.

## Выводы

Выполнена валидация метода BODY-3D на модельной задаче и двух сериях экспериментов по пространственному движению малодеформируемых ударников в упругопластических средах. Метод основан на использовании для описания ударника приближения абсолютно твердого тела и расчете течения окружающей среды в неинерциальной системе отсчета, связанной с неподвижным ударником. Численное моделирование процесса проникания проводилось по методике ЭГАК на неподвижной счетной сетке.

В расчетах модельной задачи о внедрении по нормали стальных ударников в алюминиевую полубесконечную преграду получены следующие результаты:

1. Использование для описания малодеформируемого ударника приближения сплошной деформируемой среды приводит к росту ускорения торможения ударника на всем протяжении внедрения, что противоречит теоретическим представлениям и результатам расчетов в лагранжевых переменных, полученных по коду AUTODYN. Это связано с эффектом прилипания контактирующих материалов, возникающим в расчетах на неподвижной счетной сетке. Аналитиче-

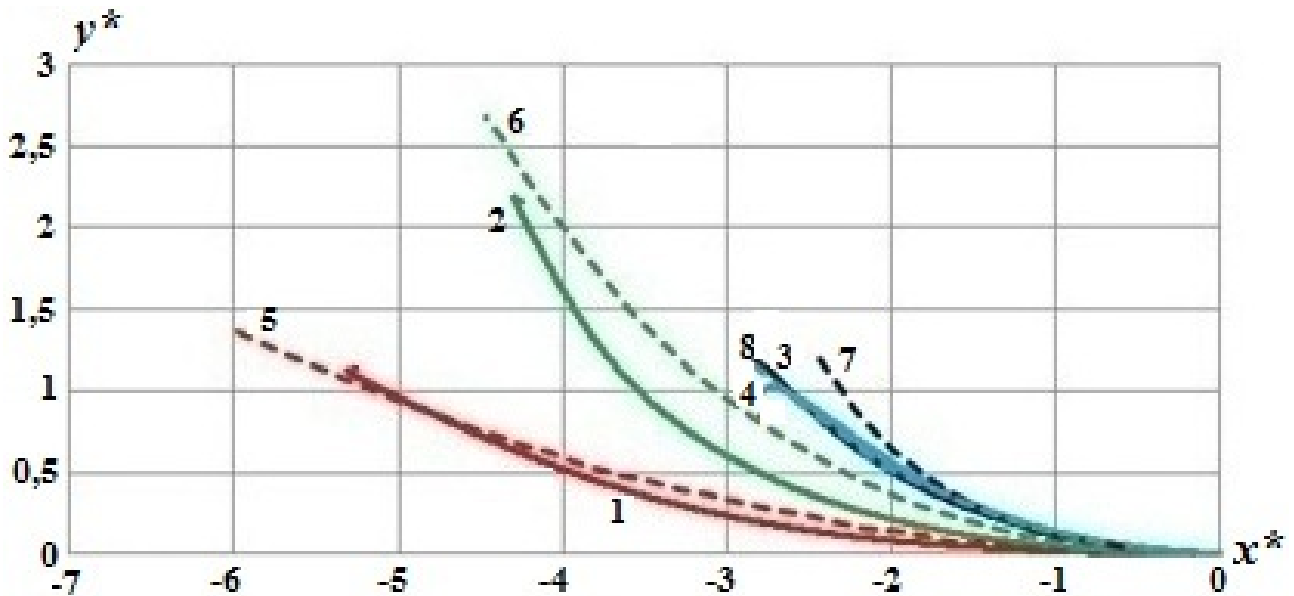


Рис. 18. Траектории движения центра масс ударника в опытах и расчетах: — расчет,  $\alpha = 2^\circ$ ; — расчет,  $\alpha = 5^\circ$ ; — расчет,  $\alpha = 12^\circ$ ; — расчет,  $\alpha = 15^\circ$ ; - - - опыт № 3; - - - опыт № 4; - - - опыт № 6; - - - опыт № 7

ски показано, что нефизичный рост ускорения торможения ударника связан с диссипацией его кинетической энергии во внутреннюю энергию тонкого слоя преграды около поверхности каверны при интенсивном пластическом деформировании этого слоя.

2. В случае использования для описания ударника приближения абсолютно твердого тела эффект прилипания отсутствует. Это позволяет в расчетах на неподвижной счетной сетке получать результаты, хорошо согласующиеся с данными численного моделирования этого процесса в лагранжевых переменных (на примере сравнения с результатами расчетов по коду AUTODYN).

Результаты расчетов опытов по пробиванию пластин из алюминиевого сплава стальными ударниками по нормали и под углом хорошо согласуются с данными экспериментов. Сравнение проведено по запреградной скорости ударника и картине пробивания преграды. При численном моделировании нормального соударения воспроизведен баллистический предел, полученный в опытах.

В расчетах опытов по движению конических ударников в пластилине получены следующие результаты:

1. Численно воспроизведены различные типы траекторий движения ударников в преграде в зависимости от угла атаки  $\alpha$ , наблюдавшиеся в опытах. При малом значении  $\alpha$  центр масс конуса движется по окружности большого радиуса, а к моменту его остановки траектория постепенно выпрямляется. При большом значении  $\alpha$  проникание завершается кувирком ударника с разворотом относительно поперечной оси на угол  $\gamma \sim 180^\circ$ .
2. Количественное сравнение результатов опытов и расчетов по форме каверны, положению в ней ударника, а также траектории движения центра масс ударника показало их хорошее согласие.

Таким образом, в работе продемонстрирована адекватность результатов численного моделирования пространственного движения малодеформируемых ударников в упругопластических средах, полученных по эйлеровой методике ЭГАК с использованием метода BODY-3D.

Авторы выражают благодарность И. А. Еричевой и Л. Е. Корзаковой за помощь в проведении расчетов.

## Список литературы

1. *Silling S. A.* CTH Reference Manual: Boundary Layer Algorithm for Sliding Interfaces in Two Dimensions. Report No SAND92-2487. Albuquerque: SNL, 1994.
2. *Scheffler D. R.* Modeling non-eroding perforation of an oblique aluminum target using the Eulerian CTH code // *Int. J. Impact Eng.* 2005. Vol. 32, No 1–4. P. 461–472.
3. *Кривохин А. А., Янилкин Ю. В., Стадник А. Л., Егужова М. Ю.* Метод расчета движения абсолютно твердого тела в упругопластической среде на неподвижной счетной сетке // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 2018. Вып. 1. С. 15–29.
4. *Янилкин Ю. В., Беляев С. П., Бондаренко Ю. А., Гаврилова Е. С., Гончаров Е. А., Горбенко А. Д., Городничев А. В., Губков Е. В., Гужова А. Р., Дегтяренко Л. И., Жарова Г. В., Колобянин В. Ю., Софронов В. Н., Стадник А. Л., Ховрин Н. А., Чернышова О. Н., Чистякова И. Н., Шемляков В. Н.* Эйлеровы численные методики ЭГАК и ТРЭК для моделирования многомерных течений многокомпонентной среды // *Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ.* 2008. Вып. 12. С. 54–65.
5. *Rosenberg Z., Dekel E.* The penetration of rigid long rods – revisited // *Int. J. Impact Eng.* 2009. Vol. 36. P. 551–564.
6. *Piekutowski A. J., Forrestal M. J., Poormon K. L., Warren T. L.* Perforation of aluminum plates with ogive-nose steel rods at normal and oblique impacts // *Int. J. Impact Eng.* 1996. Vol. 18, No 7–8. P. 877–887.
7. *Осипенко К. Ю.* Проникание тела вращения в упругопластическую среду // *Механика твердого тела.* 2009. № 1. С. 169–180.
8. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Т. 1. Механика. М.: Наука, 1979.
9. *Li Q. M., Flores-Johnson E. A.* Hard projectile penetration and trajectory stability // *Int. J. Impact Eng.* 2011. Vol. 38. P. 815–823.
10. ANSYS AUTODYN: Help. [www.century-dynamics.com](http://www.century-dynamics.com).
11. *Forrestal M. J., Altman B. S., Cargile J. D., Hanchak S. J.* An empirical equation depth of



- ogive-nose projectile into concrete targets // Int. J. Impact Eng. 1994. Vol. 15. P. 395–405.
12. Johnson G. R., Stryk R. A. Conversion of 3D distorted elements into meshless particles during dynamic deformation // Ibid. 2003. Vol. 28, No 9. P. 947–966.
13. Краюхин А. А., Иоилев А. Г., Стадник А. Л., Янилкин Ю. В. Численное исследование пробития алюминиевой плиты заостренным стальным ударником при скорости удара  $0,3 \div 0,86$  км/с // Тр. Второй межд. конф. "Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела". Казань, 8–11 декабря 2009 г. С. 234–237.
14. Johnson G. R., Cook W. H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures // Proc. VII Int. Symp. Ballistics. Hague, Netherlands, 1983. P. 541–547.
15. Dabboussi W., Nemes J. A. Modeling of ductile fracture using the dynamic punch test // Int. J. Impact Eng. 2005. Vol. 47. P. 1282–1299.
16. Колесников Ю. И., Борода С. С. Об определении упругих констант высокопластичных материалов // Физическая мезомеханика. 2009. № 12. С. 121–126.
17. Сапожников С. Б., Игнатова А. В. Исследование механических свойств технического пластилина при квазистатическом и динамическом деформировании // Вестник ПНИПУ. Механика. 2014. № 2. С. 200–219.
18. Симонов И. В., Осипенко К. Ю. Устойчивость, траектории и динамический изгиб затупленного тела вращения при проникании в упругопластическую среду // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 3. С. 146–160.
19. Бивин Ю. К., Симонов И. В. Механика динамического проникания в грунтовую среду // Механика твердого тела. 2010. № 6. С. 157–191.

Статья поступила в редакцию 09.06.18.

NUMERICAL SIMULATION WITH THE EGAK CODE OF MOVING RIGID PENETRATORS IN ELASTO-PLASTIC MEDIA USING A STATIONARY COMPUTATIONAL GRID / A. A. Krayukhin, A. L. Stadnik, Yu. V. Yanilkin (FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region).

Results of simulations for several problems of rigid penetrators moving in elasto-plastic media are presented. The numerical simulation was performed with the EGAK code using a stationary computational grid and an ideal solid body approximation to describe the penetrator. The medium flow was simulated using the non-inertial frame of reference with respect to a fixed penetrator. The EGAK simulation results are in a good agreement with results of similar simulations in Lagrangian variables and data of experiments.

*Keywords:* penetration, an ideal solid body, elasto-plastic medium, non-inertial frame of reference, stationary computational grid, the EGAK code.

---