

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАЗЕРНОГО КИЛЬВАТЕРНОГО УСКОРЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ВОДОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

*Н. А. Андреев, Н. П. Пятаков, Б. П. Якутов*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» г. Саров Нижегородской обл.

## Введение

В последние несколько десятилетий широко изучаются возможности лазерно-плазменного ускорения электронов, предложенного в 1979 г. [1]. В таких ускорителях фемтосекундный лазерный импульс, распространяясь в плазме докритической плотности, возбуждает продольную волну плотности заряда, идущую вслед за ним. В этой волне, которую обычно называют кильватерной, создаётся продольное электрическое поле величиной  $10^9$ – $10^{10}$  В/см, что в тысячи раз превышает ускоряющие поля на современных линейных ускорителях. Электроны плазмы захватываются продольным электрическим полем кильватерной волны и ускоряются от мегавольтных до гигавольтных энергий, в зависимости от параметров эксперимента (длины плазмы, интенсивности лазерного импульса и др.). В настоящее время на ускорителях такого типа электроны ускорены до энергии 7,8 ГэВ [2].

Основным методом теоретического исследования лазерно-плазменного ускорения является численное моделирование, основанное на методе «частиц в ячейках» (particle-in-cell, PIC). Численное моделирование в PIC-кодах проводится на основе хорошо известной физической модели полностью ионизированной бесстолкновительной плазмы, которая включает в себя релятивистские кинетические уравнения Власова для функций распределения ионов и электронов, а также уравнения Максвелла для электромагнитного поля.

Обычно, чтобы увеличить энергию ускоренных электронов в режиме кильватерного ускорения используют достаточно разреженную плазму, имеющую плотность  $10^{17}$ – $10^{18}$  см<sup>-3</sup> и длину в несколько сантиметров. В таком случае, при достаточно мощном драйвере энергия ускоренных электронов достигает значений в несколько ГэВ. Однако, зачастую в современных научных и технических приложениях бывает необходим компактный и относительно недорогой источник электронов диапазона в десятки МэВ. Для этих целей был проведён эксперимент, описанный в работе [3]. В нём ускорялись электроны в плазме водорода лазерным импульсом энергией в 40 мДж в режиме SM-LWFA (self-modulated laser wakefield acceleration). Плотность плазмы имела гауссов профиль с максимумом –  $4,2 \times 10^{20}$  см<sup>-3</sup>, и длиной на полувысоте от максимума  $\approx 250$  мкм. В настоящей работе представлен анализ результатов 3D численного моделирования ускорения электронов в плазменной кильватерной волне для параметров эксперимента, описанного в статье [3]. Моделирование проводилось при помощи релятивистского параллельного кода PLASMA-3P, разработанного во ВНИИЭФ [4]. В докладе представлено сравнение расчётных результатов с результатами эксперимента, показаны характерные особенности данного режима ускорения, в частности – самофокусировка и самомодуляция лазерного импульса.

## 1. Возбуждение кильватерной волны лазерным импульсом. Основные особенности режима кильватерного ускорения электронов

Кильватерная волна возбуждается в плазме под воздействием ультракороткого, мощного (порядка  $10^{18}$ – $10^{20}$  Вт\см<sup>2</sup>) лазерного излучения, либо пучка высокоэнергетичных электронов. Она представляет собой череду сгущений и разрежений электронной плотности, следующей за «драйвером» (лазерным импульсом или электронным сгустком). На рис. 1 схематично изображен первый период плазменной кильватерной волны. Электроны обозначены маленькими кружками, ионы –

большими со знаком «плюс». Лазерный импульс распространяется справа налево и отмечен большой стрелкой. Изогнутыми стрелками показано направление разлёта электронов.

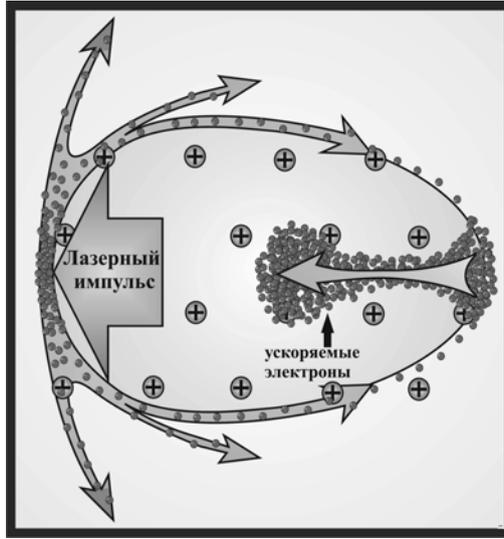


Рис. 1. Схема ускорения электронов в плазменной кильватерной волне. На рисунке большой стрелкой отмечен передний фронт лазерного импульса, маленькими кружками показаны электроны плазмы, большими со знаком «плюс» – ионы

Как видно из рисунка, распространяясь в плазме докритической плотности, лазерный импульс вытесняет электроны из области взаимодействия излучения с плазмой за счёт действия ponderomotorной силы  $\vec{F}_p \sim -\vec{\nabla}I$ . Положительно заряженные ионы остаются при этом практически неподвижны. Таким образом, позади лазерного импульса образуется зона избыточного положительного заряда, которая в свою очередь, начинает притягивать электроны обратно. Вследствие чего, в плазме возбуждаются колебания плотности электронов, следующие за лазерным импульсом. Эта плазменная волна, которую еще называют кильватерной, совершает колебания с плазменной частотой  $\omega_{pl} = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$   $\omega_{pl} = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$ , где  $n_e$  – начальная плотность электронов плазмы,  $e$  – заряд,  $m_e$  – масса электрона и распространяется с фазовой скоростью равной групповой скорости лазерного импульса:

$$v_{ph} = v_g \approx c \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega_0^2} \quad (1)$$

где  $c$  – скорость света,  $\omega_0$  – несущая частота лазерного импульса. В область избыточного положительного заряда, вследствие самоинжекции, могут попасть фоновые электроны плазмы и под действием продольного ускоряющего поля набрать энергию от сотен до нескольких тысяч МэВ. При этом, находясь в ускоряющей фазе, электроны постоянно набирают скорость, стремясь к скорости света  $v_e \rightarrow c$ . В результате, электроны могут обогнать плазменную волну и перейти в область с тормозящим продольным электрическим полем. Длину участка плазмы, где происходит только ускорение электронов, принято называть длиной дефазировки –  $l_d$ . Если считать, что электрон в плазменной волне движется со скоростью света, то длина дефазировки равна [5]:

$$l_d = \frac{\lambda_{pl}}{2(c - v_{ph})} c \approx \frac{\omega_0^2}{\omega_{pl}^2} \lambda_{pl} \quad (2)$$

где  $\lambda_{pl}$  – длина одного периода плазменной волны. Таким образом, максимальное приращение энергии, которое могут набрать электроны, ускоряясь в кильватерной волне равно [1]:

$$W_{Max} = qE_l l_d \approx qE_l \frac{\omega_0^2}{\omega_{pl}^2} \lambda_{pl} \quad (3)$$

где  $q$  – заряд электрона,  $E_l$  – среднее значение продольного ускоряющего поля. Выражение (3) хорошо лишь для приблизительной оценки, так как в нём не учитываются нелинейные эффекты, возникающие при кильватерном ускорении, например, самофокусировка лазерного импульса. Данные эффекты приводят к изменению амплитуды ускоряющего поля и длины дефазировки. Также выражение (3) соответствует случаю, когда  $L_l \leq \lambda_p/2$ , где  $L_l$  – пространственная длина лазерного импульса,  $\lambda_p$  – плазменная длина волны.

## 2. Постановка задачи и метод расчёта

Для моделирования процесса ускорения электронов кильватерной волной чаще всего используют PIC-коды (Particle-In-Cell) – математические программы, моделирующие взаимодействие лазерного излучения с бесстолкновительной плазмой путём решения системы уравнений Максвелла-Власова методом «частиц-в-ячейке». В настоящей работе численное моделирование проводилось при помощи трёхмерного релятивистского параллельного PIC-кода PLASMA-3P, разработанного во ВНИИЭФ. Численное моделирование в этом коде проводится на основе хорошо известной физической модели полностью ионизированной бесстолкновительной плазмы, которая включает в себя релятивистские кинетические уравнения Власова для функций распределения ионов и электронов, а также уравнения Максвелла для электромагнитного поля. Численный алгоритм на каждом шаге по времени содержит три этапа вычислений: решение уравнений Максвелла при заданной плотности тока; расчет изменения распределения ионов и электронов в фазовом пространстве под действием электромагнитного поля с использованием метода частиц в ячейках; определение плотности тока по известным распределениям в фазовом пространстве ионов и электронов [4]. Расчёты проводились в трехмерной постановке. Начальные параметры лазерного импульса, плазмы задавались такими же как и в эксперименте [3]. Расчётная область, плазменная мишень и система координат, принятая при моделировании, схематически показана на рис. 2:

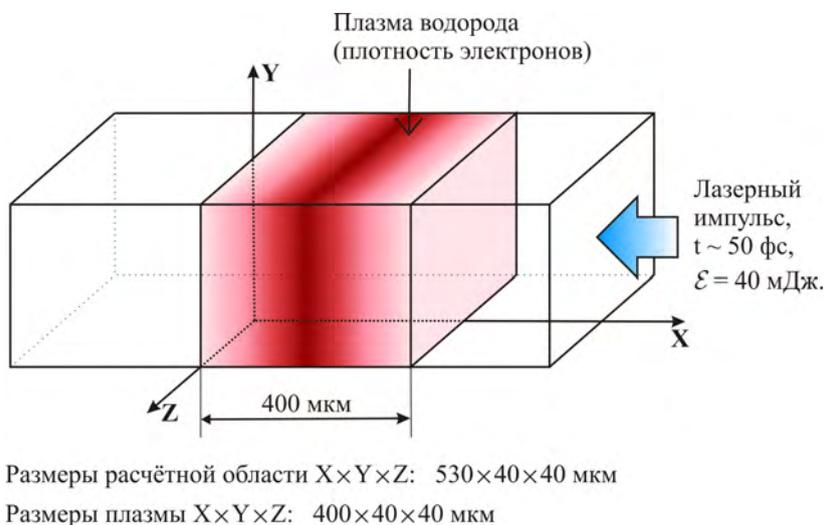


Рис. 2. Расчётная область для численного моделирования лазерно-плазменного ускорения электронов

Из рисунка видно, что лазерный импульс распространялся в отрицательном направлении оси  $X$ . Размеры расчётной области были –  $530 \times 40 \times 40$  мкм вдоль осей  $X \times Y \times Z$ . Плазма водорода имела размеры  $400 \times 40 \times 40$  мкм по осям  $X \times Y \times Z$ . Плотность плазмы была неоднородной, гауссо-

вой формы, с максимумом  $n_0 = 4,2 \times 10^{20} \text{ см}^{-3} \approx 0,241 \times n_{crit}$ , где  $n_{crit} = m_e \omega_0^2 / (4\pi e^2)$  – критическая плотность электронов плазмы, равная  $1,74 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$  для длины волны лазерного излучения  $\lambda = 0,8 \text{ мкм}$  ( $e$  – заряд электрона,  $m_e$  – масса электрона,  $\omega_0$  – лазерная частота). Соответствующее выражение для профиля плотности –  $N_e(x) = n_0 \cdot \exp\left(-\left(l - X \text{ мкм}\right)^2 / d^2\right)$  при  $0 \leq X \leq 400$ , где  $l = 200 \text{ мкм}$  – центр области,  $d = 150 \text{ мкм}$ . Распределение плотности электронов показано на рис. 3:

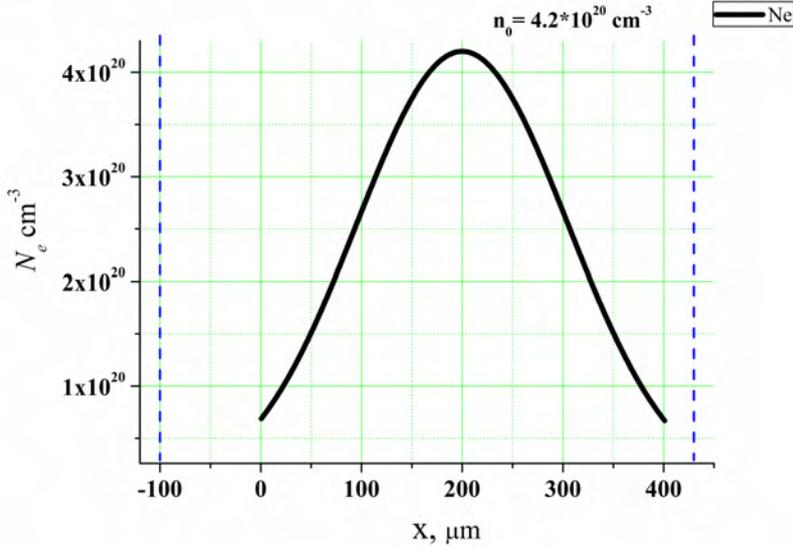


Рис. 3. Начальный профиль плотности электронов плазмы в направлении оси  $X$ . Максимум плотности  $n_0 = 4,2 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , ширина на полувысоте от максимума  $\approx 250 \text{ мкм}$  Пунктиром показаны границы расчётной области

Параметры падающего на плазму лазерного импульса были следующими: длина волны излучения  $\lambda = 0,8 \text{ мкм}$ , интенсивность лазерного импульса  $I = 1 \times 10^{18} \text{ Вт/см}^2$ , длительность гауссова лазерного импульса  $\tau = 50 \text{ фс}$  на полувысоте от максимума, энергия импульса  $W = 40 \text{ мДж}$ , мощность  $P \approx W/\tau = 0,8 \text{ ТВт}$ . Лазерное излучение имело линейную поляризацию и гауссов профиль по времени и пространству. Безразмерная амплитуда импульса была равна  $a_0 = e E_0 / (m_e c \omega_0) = 0,68$ , где  $e$  – заряд электрона,  $m_e$  – масса электрона,  $c$  – скорость света,  $\omega_0$  – лазерная частота.

### 3. Возбуждение кильватерной волны в режиме SM-LWFA. Сравнение с экспериментом

При лазерном кильватерном ускорении в режиме самомодуляции лазерного импульса (SM-LWFA) пространственная длина излучения  $L_l$  должна превышать плазменную длину волны  $L_l > \lambda_p$ , в нашем случае  $L_l = 36 \text{ мкм}$ , а  $\lambda_p = 2\pi c / \omega_{pl} = 1,6 \text{ мкм}$  ( $\omega_{pl} \approx 11,6 \times 10^{14} \text{ с}^{-1}$  – плазменная частота). При этом лазерный импульс становится промодулированным в продольном направлении с масштабом, близким к плазменной длине волны. Также, при достижении лазерным импульсом определённого значения мощности –  $P_{cr} (GW) = 17,4 n_{crit} / n_e$ , называемым критической мощностью [6, 7] в плазме происходит самофокусировка лазерного излучения и амплитуда лазерного поля заметно возрастает. В результате самомодуляции и самофокусировки лазерного импульса происходит генерация плазменной кильватерной волны, в продольном электрическом поле которой ускоряются электроны. На рис. 4 представлена зависимость максимальных значений амплитуды лазерного поля  $|E_{yMAX}|$  от времени, полученная в расчёте:

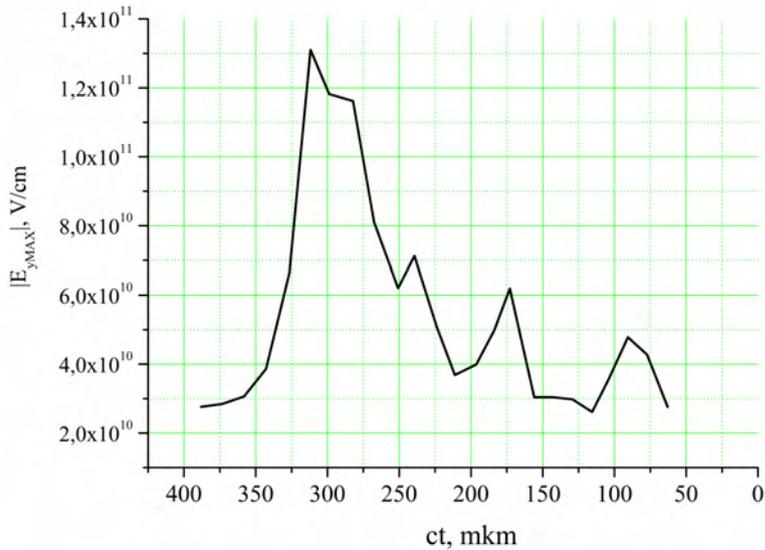


Рис. 4. Зависимость максимальных значений амплитуды лазерного поля  $|E_{yMAX}|$  от координаты  $ct$ , что соответствует различным моментам времени. Излучение входит в плазму в точке  $ct = 400$  мкм и выходит в точке  $ct = 0$  мкм

Согласно выражению для мощности релятивистской самофокусировки  $P_{cr}(GW) = 17,4n_{crit}/n_e$  в нашем случае на входе в плазму данное значение равно  $P_{cr} = 0,4$  ТВт, что заведомо меньше мощности лазерного импульса ( $P \approx 0,8$  ТВт), так что процесс самофокусировки наступает практически сразу после входа излучения в плазму. Как видно из рисунка 4 в нашем расчёте максимальная амплитуда лазерного поля равна  $E_{yMAX} \approx 1,3 \times 10^{11}$  В/см, что в 4,8 раз больше начальной амплитуды лазерного импульса  $E_0 \approx 2,7 \times 10^{11}$  В/см. На рис. 5 и 6 показаны зависимости амплитуды лазерного поля вдоль оси  $X$  для двух моментов времени – 210 фс и 460 фс.

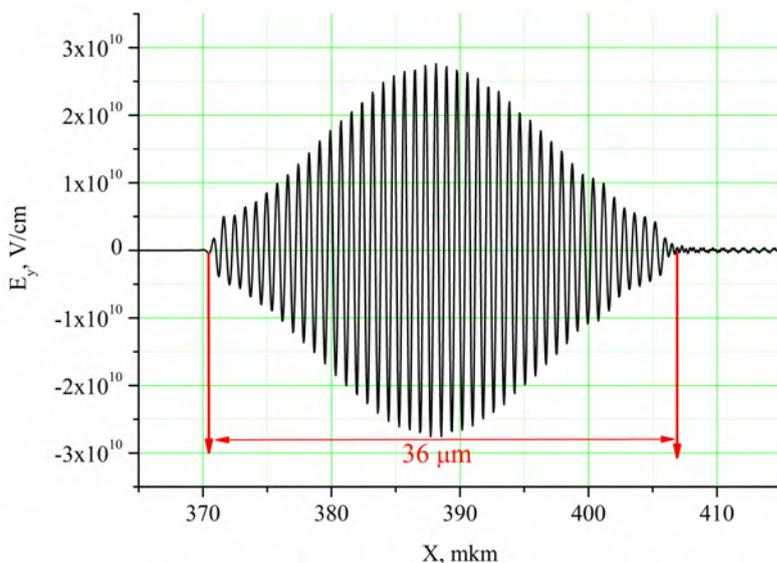


Рис. 5. Зависимость амплитуды лазерного поля вдоль оси  $X$  для момента времени  $t = 210$  фс, что соответствует начальному моменту входа лазерного излучения в плазму

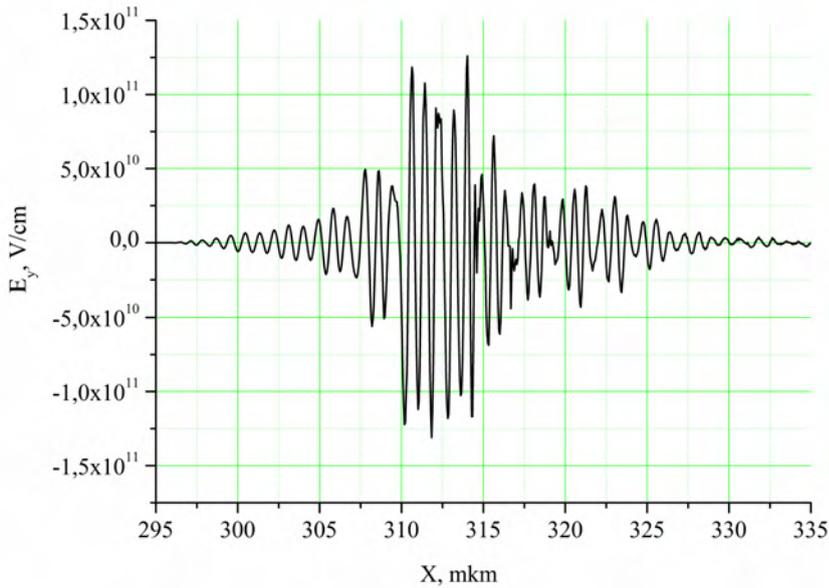


Рис. 6. Зависимость амплитуды лазерного поля вдоль оси  $X$  для момента времени  $t = 460$  фс, когда амплитуда лазерного поля достигает своего максимального значения, полученного в расчёте  $E_{yMAX} \approx 1,3 \times 10^{11}$  В/см =  $4,8 E_0$

Из рисунков видно, что в плазме из-за процесса самофокусировки происходит заметное увеличение амплитуды лазерного поля и укручение фронта импульса, а также профиль излучения вследствие самомодуляции теряет свою гауссову форму, возникает чередование локальных максимумов и минимумов амплитуды лазерного излучения. На рис. 7 показано значение продольного ускоряющего поля  $E_x$  кильватерной волны вдоль оси  $X$ , возбуждаемой лазерным импульсом для момента времени 460 фс (соответствующего рис. 6):

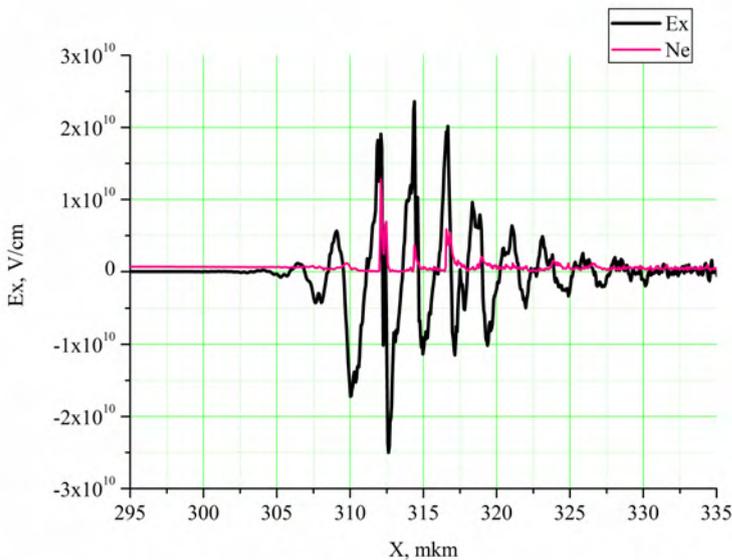


Рис. 7. Зависимость продольного ускоряющего поля  $E_x$  кильватерной волны вдоль оси  $X$  для момента времени  $t = 460$  фс. Более светлым цветом на рисунке показано безразмерное значение плотности электронов

На рис. 7 также более светлым цветом обозначена плотность электронов на оси распространения лазерного импульса (в произвольных единицах) – видно, что электроны вследствие самоинжекции ускоряются полем кильватерной волны. Максимальное значение амплитуды ускоряющего поля для момента времени, показанного на рис. 7, равно  $E_x \approx 2,5 \times 10^{10}$  В/см. Оценка максимальной энергии электронов для такого поля, согласно выражению (3)  $W_{\max} = qE_x l_d \approx 17$  МэВ, тогда как в нашем расчёте  $W_{\max} \approx 11$  МэВ, однако следует учитывать, что выражение (3) даёт приближённую оценку для случая стандартного режима LWFA, когда  $L_l \leq \lambda_p/2$ , тогда как в режиме SM-LWFA заведомо  $L_l > \lambda_p$ . Тем не менее оно показывает, что для данной плотности плазмы, длины волны лазерного излучения только за счёт механизма кильватерного ускорения нельзя получить приращение энергии электронов  $W_{\max}$  свыше  $\approx 17$  МэВ.

На рис. 8 показано сравнение энергетических спектров электронов, вылетевших из плазмы, нормированные на телесный угол, для PIC-моделирования по коду PLASMA-3P и полученные в эксперименте [3].

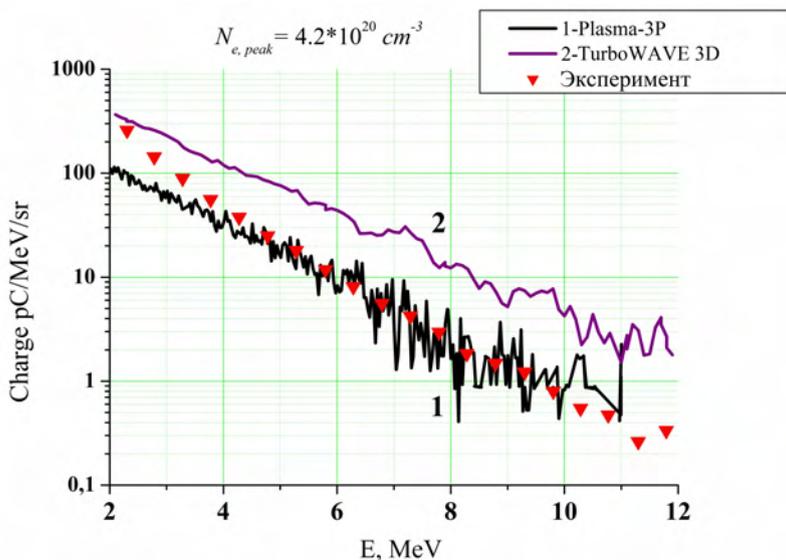


Рис. 8. Энергетические спектры электронов, вылетевших из плазмы, нормированные на телесный угол, для PIC-моделирования по коду PLASMA-3P и полученные в эксперименте [3]. Цифрой 1 на рисунке показан спектр из расчёта по коду PLASMA-3P, точками показан результат эксперимента [3], также цифрой 2 обозначен расчёт по коду TurboWave 3D, который также представлен в статье [3]

Из рисунка видно хорошее совпадение расчётных значений по коду PLASMA-3P с экспериментом.

### Заключение

При помощи разработанного во ВНИИЭФ параллельного полностью релятивистского кода PLASMA-3P (3D3V), основанного на методе «частиц-в-ячейке», проведено численное моделирование ускорения электронов в режиме SM-LWFA (self-modulated laser wakefield acceleration) в кильватерной волне, возбуждённой в неоднородной плазме водорода лазерным импульсом длительностью 50 фс и интенсивностью  $1 \times 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>. Начальная плотность электронов имела гауссов профиль с максимумом  $n_0 = 4,2 \times 10^{19}$  см<sup>-3</sup> и длиной на полувысоте от максимума  $\approx 250$  мкм.

Начальные параметры лазерного импульса, плазмы отвечали условиям эксперимента, описанного в работе [3]. Был проведён анализ результатов численного моделирования, сравнение энергетических спектров ускоренных электронов показало хорошее согласие с экспериментом. Макси-

мальная энергия электронов, полученных в расчёте оказалась равна  $W_{\max} \approx 11$  МэВ. В докладе показаны характерные особенности данного режима ускорения, в частности – самофокусировка и самомодуляция лазерного импульса.

### Список литературы

1. Tajima T., Dawson J.M. Laser Electron Accelerator // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. **43**, N. 4. P. 267–270.
2. Gonsalves A. J., Nakamura K., Daniels J. et. al. / Petawatt Laser Guiding and Electron Beam Acceleration to 8 GeV in a Laser-Heated Capillary Discharge Waveguide // Phys. Rev. Lett. 2019. Vol. **122**, 084801.
3. Goers A. J., Hine J. A., Feder L. / Multi-MeV electron acceleration by sub-terawatt laser pulses // Phys. Rev. Lett. 2015. Vol. 115 194802.
4. Голубев А. И., Сысоева Т. Г., Якутов Б. П. Генерация ионов в тонких мишенях лазерными импульсами круговой поляризации / Проблемы физики высоких плотностей энергии. Труды международной конференции XII Харитоновские тематические научные чтения // Россия, Саров, 19–23 апреля 2010 г. С. 369–374.
5. Андреев Н. Е., Горбунов Л. М. // Лазерно-плазменное ускорение электронов // УФН, 1999. Т. 169, № 1. С. 53–58.
6. Schmidt G., Horton W. // Comments Plasma Phys. 1985. **9**, 85.
7. Литвак А. Г. // ЖЭТФ, 1968. **57**, 629.