

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ ИЗ ТОЧКИ НАЧАЛЬНОГО ВОСПЛАМЕНЕНИЯ ГАЗА

А. С. Мокеев, В. Г. Рогачев, Е. А. Кудряшов, В. М. Ямщиков, Ю. Н. Дерюгин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Рассмотрен важный случай распространения расходящейся сферической детонационной волны. Приведено подробное изложение вопросов, связанных со сведением системы уравнений газовой динамики в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и их последующим численным интегрированием с высокой точностью. Проведено численное интегрирование указанных уравнений и получено решение с относительной точностью $\sim 10^{-6}$. Получено более точное, по сравнению с другими источниками, значение безразмерной координаты в точке слабого разрыва $\xi_{c,p} = 1,820148$. Проведено сравнение результатов численного моделирования распространения плоской и сферической детонационной волны в пакете программ DIADA с соответствующими точными решениями. Показано хорошее согласие результатов численного решения с точным.

Ключевые слова: сферическая детонация, детонационная волна, автомодельное решение, численное интегрирование, моделирование.

Введение

Одним из важных явлений, возникающих при взаимодействии лазерного излучения с веществом, является процесс распространения ударных волн (УВ). Так, например, при изучении динамики плазмы С. А. Рамсен и В. Е. Дэвис [1] заметили интересный эффект: быстрое движение фронта плазмы вдоль светового канала навстречу лучу. Для объяснения наблюдаемого явления С. А. Рамсен и П. Савич [2] выдвинули идею о «светодетонационной волне». Суть ее состоит в следующем. От места оптического пробоя по газу распространяется сильная УВ. Газ за этой волной нагревается и ионизируется, приобретая вместе с тем способность поглощать лазерное излучение. Поглощение происходит в тонком слое плазмы сразу за фронтом УВ. Таким образом, возникает УВ с поглощением энергии на ее фронте – детонация. Процесс распространения УВ навстречу лазерному лучу имеет много общего с детонацией в газе. В теории детонации задача о распространении детонацион-

ной волны (ДВ) в газе является такой же пионерской работой, как и решение уравнения Шредингера для атома водорода в квантовой механике.

Существуют две хорошо известные задачи о распространении детонации: 1) случай детонации в газе, находящемся в трубе, один из концов которой закрыт; 2) случай сферической детонационной волны, расходящейся от точки начального воспламенения газа.

Далее будут рассмотрены вопросы, связанные с моделированием движения сферической ДВ. Этот важный случай теоретически был описан в работе [3]. В отличие от детонации газа в трубе, в случае сферической детонации решение не может быть получено аналитически. Получение численного решения также затруднено в связи с наличием особых точек на границах исследуемой области. Основные асимптотики в окрестности особых точек приведены, например, в работах [4–6].

В настоящей работе представлено полное и максимально подробное описание задачи, а также получено численное решение с высокой точностью ($\sim 10^{-6}$).

Проведены численные расчеты соответствующей задачи по пакету программ [7], приводятся графические результаты, обсуждаются аналитические и численные решения.

Результаты данной работы могут быть применимы для апробации расчетных методик и комплексов программ при численном моделировании детонации.

Постановка задачи

Рассматривается процесс инициирования детонации из точки начального воспламенения газа (рис. 1). Поскольку газ должен быть неподвижным как перед фронтом ДВ, так и в центре симметрии, то скорость должна падать по направлению от фронта волны к центру. В промежутке между фронтом ДВ, в котором газ сжимается, и центром симметрии происходит разрежение, ибо масса газа между центром симметрии и фронтом ДВ остается той же, что и была до возникновения детонации.

«Голова» волны разрежения (ВР) бежит по газу перед ней со скоростью звука $c_{зв}$, как и ДВ, обладающая скоростью D , бежит по оставляемым ею продуктам с той же звуковой скоростью $c_{зв}$. «Голова» ВР должна при этом совпадать с детонационным разрывом, так как бежать на каком-то расстоянии от него с той же скоростью $c_{зв}$ она не может – в задаче нет масштаба длины для такого расстояния. Таким образом, единственная возможность для существования решения, удовлетворяющего всем законам газодинамики, это режим Чепмена–Жуге, при котором фронт ДВ и «голова» ВР совпадают и распространяются по продуктам детонации (ПД) с местной скоростью звука $c_{зв}$.

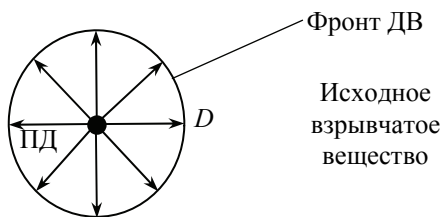


Рис. 1. Схема инициирования

Течение предполагается сферически-симметричным, а продукты детонации – идеальным газом с показателем адиабаты γ . Решение большинства задач по газодинамике взрыва резко упрощается, если принять $\gamma = 3$. Хорошее соответствие этого условия опыту и простоту решения задач с ним

впервые отметили Л. Д. Ландау и К. П. Станюкович [8]. Адиабатическое течение ПД за фронтом ДВ описывается одномерными нестационарными уравнениями газовой динамики в сферических координатах:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u\rho}{r} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \\ p\rho^{-\gamma} = \text{const}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь u – массовая скорость, ρ – плотность, p – давление, γ – показатель адиабаты, r – радиус сферы, t – время.

Первое уравнение в системе (1) представляет собой уравнение непрерывности, второе – уравнение движения и третье – уравнение состояния идеального газа в адиабатическом случае.

Соотношения на фронте детонационной волны

Далее будут рассмотрены соотношения на фронте ДВ. Поскольку химическая реакция протекает в ДВ при высокой температуре быстро, толщина зоны горения за УВ оказывается достаточно малой, и всю детонационную волну в целом можно рассматривать как разрыв. В разрыве исходная горючая смесь скачкообразно превращается в продукты детонации, и столь же скачкообразно выделяется запасенная в исходной смеси химическая энергия q на единицу массы. Для ДВ, как и для УВ, справедливы законы сохранения потоков массы, импульса и энергии.

Пусть среда перед фронтом ДВ имеет параметры p_0, ρ_0, u_0 . Тогда за фронтом будут параметры p_1, ρ_1, u_1 соответственно. С учетом потенциальной химической энергии q относительно исходного газа и применив понятие удельного объема $v = 1/\rho$ можно записать законы сохранения массы, импульса и энергии:

$$\begin{cases} (D - u_0)/v_0 = (D - u_1)/v_1, \\ p_1 - p_0 = \frac{1}{v_0} (D - u_0)(u_1 - u_0), \\ \rho_0 (D - u_0) \left(u_1^2/2 + p_1 v_1 / (\gamma - 1) - u_0^2/2 - \right. \\ \left. - p_0 v_0 / (\gamma - 1) - q \right) = p_1 u_1 - p_0 u_0. \end{cases} \quad (2)$$

Если среда перед фронтом ДВ покоится, т. е. $u_0 = 0$, и ДВ является сильной, т. е. $p_1 \gg p_0$, то путем несложных преобразований система уравнений (2) приводится к виду:

$$\begin{cases} u_1 = \sqrt{p_1(v_0 - v_1)}, \\ D = v_0 \sqrt{\frac{p_1}{v_0 - v_1}}, \\ \frac{p_1 v_1}{(\gamma - 1)} = \frac{1}{2} p_1 (v_0 - v_1) + q. \end{cases} \quad (3)$$

Система уравнений (3) дополняется условием Чепмена – Жуге [5, 6]:

$$D - u_1 = c_{зв}, \quad (4)$$

где $c_{зв}$ – скорость звука в ПД, которая для идеального газа равна:

$$c_{зв} = \sqrt{\gamma \frac{p_1}{\rho_1}}.$$

Разрешая систему из четырех уравнений (3), (4) с четырьмя неизвестными u_1 , p_1 , ρ_1 , D , можно получить параметры на фронте ДВ:

$$\begin{cases} D = \sqrt{2q(\gamma^2 - 1)}, \quad \rho_1 = \rho_0 \frac{(\gamma + 1)}{\gamma}, \\ u_1 = \sqrt{\frac{2q(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)}}, \quad p_1 = 2q\rho_0(\gamma - 1). \end{cases} \quad (5)$$

Автомодельность решения

Как и в случае движения в трубе, в данной задаче нет каких-либо заданных параметров размерности длины или времени, поэтому течение газа должно быть автомодельным. Газодинамические величины зависят от r и t не порознь, а от комбинации r/t .

Введем безразмерные величины – функции – представители координаты, плотности, скорости и давления:

$$\xi = \frac{r}{t\sqrt{q}}, \quad R(\xi) = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad U(\xi) = \frac{u}{\sqrt{q}}, \quad P(\xi) = \frac{p}{q\rho_0}. \quad (6)$$

Здесь характерный постоянный параметр q – теплота реакции на единицу массы, ρ_0 – плотность газа в невозмущенном состоянии.

Подставив (6) в систему уравнений газовой динамики (1), получим исходные уравнения в безразмерном виде:

$$\begin{cases} [\xi - U(\xi)] \frac{R'(\xi)}{R(\xi)} = U'(\xi) + \frac{2U(\xi)}{\xi}, \\ [\xi - U(\xi)] U'(\xi) = \frac{P'(\xi)}{R(\xi)}, \\ P(\xi) = c_1 R^\gamma(\xi). \end{cases} \quad (7)$$

Разрешая первое и второе уравнения системы (7) относительно производных, вместо системы из уравнений в частных производных (7) получим систему из обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} U'(\xi) = \frac{2U(\xi)}{\xi \left[(\xi - U(\xi))^2 / c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi) - 1 \right]}, \\ R'(\xi) = \frac{R(\xi)(\xi - U(\xi))}{c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi)} \frac{2U(\xi)}{\xi \left[(\xi - U(\xi))^2 / c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi) - 1 \right]}. \end{cases} \quad (8)$$

Решить полученную систему аналитически не представляется возможным, однако можно исследовать поведение решения уравнений (8) вблизи особых точек и провести численное интегрирование [4].

Решение исходной задачи можно разбить на три области, как показано на рис. 2.

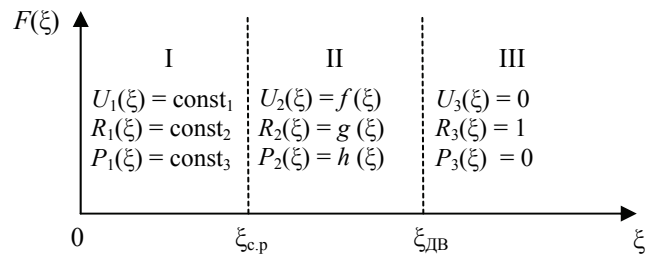


Рис. 2. Вид решения искомой задачи

Точка $\xi_{с.п}$ представляет собой «хвост» ВР (слабый разрыв), а точка $\xi_{ДВ}$ – фронт ДВ и одновременно «голову» ВР. Область III представляет собой невозмущенный газ в исходном состоянии, его параметры известны.

На границе слабого разрыва газодинамические параметры должны быть непрерывны, соответственно можно записать следующие условия сшивки:

$$\begin{cases} U_1(\xi_{с.п}) = U_2(\xi_{с.п}) = \text{const}_1, \\ R_1(\xi_{с.п}) = R_2(\xi_{с.п}) = \text{const}_2, \\ P_1(\xi_{с.п}) = P_2(\xi_{с.п}) = \text{const}_3. \end{cases}$$

Из граничного условия симметрии:

$$U_1(0) = U_2(\xi_{c.p}) = \text{const}_1 = 0.$$

Далее будут рассмотрены соотношения в точке $\xi_{ДВ}$ на фронте ДВ. При подстановке (6) в (5) получены параметры ПД на фронте ДВ:

$$\begin{cases} U(\xi_{ДВ}) = \sqrt{\frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)}}, & R(\xi_{ДВ}) = \frac{(\gamma+1)}{\gamma}, \\ P(\xi_{ДВ}) = c_1 R^\gamma(\xi_{ДВ}), & \xi_{ДВ} = \sqrt{2(\gamma^2-1)}, & c_1 = 2(\gamma-1) \left(\frac{\gamma}{\gamma+1} \right)^\gamma. \end{cases} \quad (9)$$

Для слабого разрыва параметры ПД имеют следующий вид:

$$\begin{cases} U(\xi_{c.p}) = 0, & R(\xi_{c.p}) = \left[(\xi_{c.p} - U(\xi_{c.p}))^2 / (c_1 \gamma) \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}, \\ P(\xi_{c.p}) = c_1 R^\gamma(\xi_{c.p}), & c_1 = 2(\gamma-1) \left(\frac{\gamma}{\gamma+1} \right)^\gamma. \end{cases} \quad (10)$$

При подстановке значений функций – предстителей скорости, плотности и координаты в точке слабого разрыва из системы (10) в систему уравнений (8) возникает неопределенность вида 0/0. В то время как при подстановке соответствующих значений на фронте ДВ из системы (9) в систему уравнений (8) получается $+\infty$.

Решение в области III известно. Таким образом, интерес представляет поведение решения в области II. Необходимо отметить, что применение численных методов для решения системы уравнений (8) напрямую не представляется возможным, поскольку границы области являются особыми точками.

В связи с этим необходимо выполнить разложение вблизи особых точек и получить приближенное решение.

Поведение решения вблизи слабого разрыва

$$\xi = \xi_{c.p}$$

Рассматривается левая граница области II вблизи слабого разрыва $\xi_{c.p}$:

$$\xi = \xi_{c.p} + \Delta\xi, \quad U(\xi) = U(\xi_{c.p}) + \Delta U, \quad (11)$$

$$R(\xi) = R(\xi_{c.p}) + \Delta R.$$

$$\text{Причем} \quad \Delta\xi/\xi_{c.p} \ll 1, \quad \Delta U/U(\xi_{c.p}) \ll 1,$$

$$\Delta R/R(\xi_{c.p}) \ll 1.$$

Подставив (11) в систему уравнений (8), применяя разложение в ряд вида

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x, \quad x \rightarrow 0 \quad (12)$$

и опуская члены более высокого порядка малости, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \Delta U' = \frac{2\Delta U}{\xi_{c.p} \left[2(\Delta\xi - \Delta U)/\xi_{c.p} - (\gamma-1)\Delta R/R(\xi_{c.p}) \right]}, \\ \Delta R' = \xi_{c.p} \cdot R(\xi_{c.p}) / \left(c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi_{c.p}) \right) \Delta U'. \end{cases} \quad (13)$$

Решение системы уравнений (13) имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta\xi &= \left[1 + \frac{\xi_{c.p}^2 (\gamma-1)}{2c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi_{c.p})} \right] \Delta U \ln \left(\frac{C_{int1}}{\Delta U} \right), \\ \Delta R &= \frac{R(\xi_{c.p}) \xi_{c.p}}{c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi_{c.p})} \Delta U + C_{int2}. \end{aligned} \quad (14)$$

В силу того, что при $\Delta U \rightarrow 0$, $\Delta\xi \rightarrow 0$ и $\Delta R \rightarrow 0$ видно, что $C_{int2} = 0$.

Таким образом, полученное решение (14) вблизи слабого разрыва $\xi_{c.p}$ можно использовать в качестве приближения к граничному условию на левой границе II области при численном интегрировании системы уравнений (8).

Поведение решения вблизи фронта детонационной волны $\xi = \xi_{ДВ}$

Рассматривается правая граница области II вблизи фронта детонационной волны $\xi_{ДВ}$:

$$\xi = \xi_{ДВ} + \Delta\xi, \quad U(\xi) = U(\xi_{ДВ}) + \Delta U, \quad R(\xi) = R(\xi_{ДВ}) + \Delta R. \quad (15)$$

$$\text{Причем} \quad \Delta\xi/\xi_{ДВ} \ll 1, \quad \Delta U/U(\xi_{ДВ}) \ll 1, \\ \Delta R/R(\xi_{ДВ}) \ll 1.$$

Подставив (15) в систему уравнений (8), применяя разложение в ряд вида (12) и опуская члены более высокого порядка малости, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \Delta U' = -\frac{2U(\xi_{ДВ})}{B(\Delta U - \Delta\xi) + C\Delta R}, \\ \Delta R' = \alpha \Delta U', \end{cases} \quad (16)$$

где

$$B = \frac{2\xi_{ДВ}}{(\xi_{ДВ} - U(\xi_{ДВ}))}, \quad C = \frac{\xi_{ДВ}(\gamma - 1)}{R(\xi_{ДВ})},$$

$$\alpha = \frac{R(\xi_{ДВ})(\xi_{ДВ} - U(\xi_{ДВ}))}{c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi_{ДВ})}.$$

Решение системы уравнений (16) имеет вид:

$$\begin{cases} \Delta\xi = C_{int1} \exp\left(\frac{B}{2U(\xi_{ДВ})} \Delta U\right) + \left(1 + \frac{\alpha C}{B}\right) \Delta U + \frac{2U(\xi_{ДВ})(B + \alpha C)}{B^2}, \\ \Delta R = \alpha \Delta U + C_{int2}. \end{cases} \quad (17)$$

В силу того что при $\Delta U \rightarrow 0$, $\Delta\xi \rightarrow 0$ и $\Delta R \rightarrow 0$, видно, что $C_{int2} = 0$, $C_{int1} = -2U(\xi_{ДВ})(B + \alpha C)/B^2$.

Таким образом, полученное решение (17) вблизи фронта ДВ можно использовать в качестве приближения к граничному условию на правой границе области II при численном интегрировании системы уравнений (8).

Численное интегрирование системы дифференциальных уравнений

Расчет «справа налево»

При расчете «слева направо» необходимо с высокой точностью подбирать две константы методом «пристрелки», а именно – точку слабого разрыва $\xi_{с.р}$ и константу интегрирования C_{int1} . Такой расчет предполагает ресурсоемкие вычисления. По-

этому целесообразно провести численное интегрирование «справа налево», так как решение в данном случае зависит только от выбора начального приближения ΔU . Интегральная кривая рассчитывалась, начиная с «правого» граничного условия – выражения (9), (15), (17) и заканчивая «левым» граничным условием – выражение (10).

Для решения системы (8) применялся многошаговый метод Адамса – Башворта – Мултона переменного порядка класса предиктор – корректор. Это адаптивный метод, который может обеспечить высокую точность решения [9].

Основные параметры, используемые в расчете, представлены в табл. 1.

Для функции – представителя скорости на фронте детонационной волны $U(\xi_{ДВ})$ значение поправки ΔU варьировалось в пределах $\Delta U = -(1 \cdot 10^{-1} \div 1 \cdot 10^{-7})$ с шагом $\delta = 0,1$.

На рис. 3,а показан график зависимости полученного в результате расчета значения $\xi_{с.р}$ в точке слабого разрыва от значения поправки ΔU для функции – представителя скорости на фронте ДВ в полулогарифмическом масштабе.

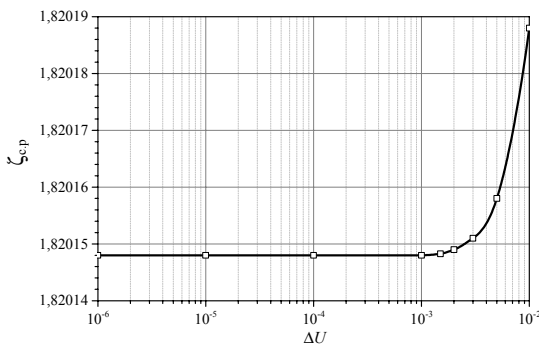
Из рис. 3,а видно, что при $\Delta U = 0,001$ достигается сходимость и дальнейшее уменьшение значения поправки ΔU нецелесообразно. Таким образом, для случая сферической детонации получено значение $\xi_{с.р} = 1,820148$. Стоит отметить, что в работе [10] приводится значение $\xi_{с.р} = 1,8202$.

Графики зависимости функций – представителей скорости U и плотности R от безразмерной координаты ξ представлены на рис. 4,а.

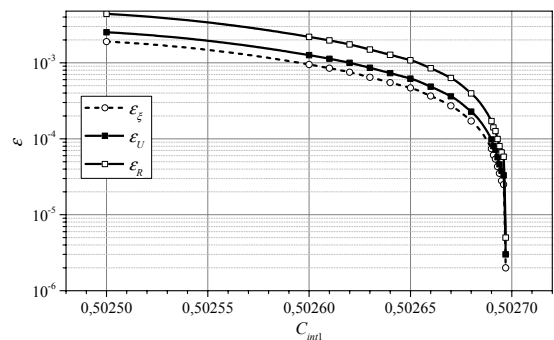
Таблица 1

Параметры, задаваемые в расчете «справа налево»

Относительная точность	Абсолютная точность	Максимальный шаг	Начальный шаг	Максимальный порядок метода
$1 \cdot 10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-10}$	$-1 \cdot 10^{-7}$	$-1 \cdot 10^{-10}$	5



а



б

Рис. 3. Графики сходимости расчетов: а – зависимость точки слабого разрыва $\xi_{с.р}$ от поправки для безразмерной скорости ΔU ; б – зависимость относительной точности ϵ от константы интегрирования C_{int1}

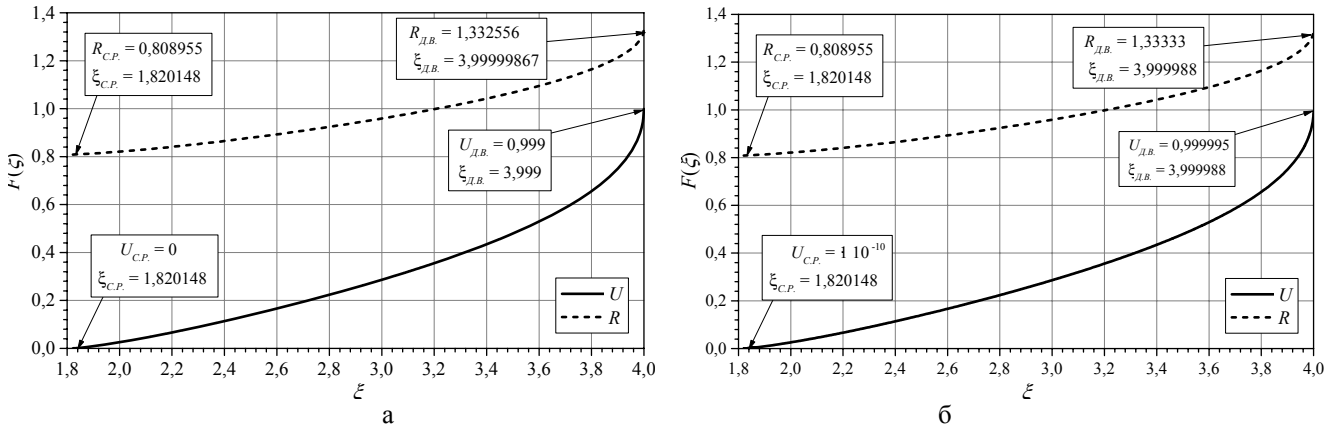


Рис. 4. Графики зависимости функций – представителей скорости $U(\xi)$ и плотности $R(\xi)$: а – расчет «справа налево»; б – расчет «слева направо»

Расчет «слева направо»

В качестве проверки полученного в расчете «справа налево» значения $\xi_{с.р}$ в точке слабого разрыва был проведен расчет «слева направо». Краевая задача с граничными условиями «слева» (выражения (10), (11), (14) и «справа» (выражение (9)) решалась методом «пристрелки» путем задания значения $\xi_{с.р}$ в точке слабого разрыва и константы интегрирования C_{int1} из разложения (26). Для решения системы (16), как и в расчете «справа налево», применялся многошаговый метод Адамса – Башворта – Мултона.

Основные параметры, используемые в расчете «слева направо», представлены в табл. 2.

В качестве начального приближения были выбраны следующие параметры:

- $\Delta U = 1 \cdot 10^{-10}$ – добавка к начальному условию для функции представителя скорости;
- $C_{int1} = 0,5025$ – начальное приближение для константы интегрирования;
- $\delta C_{int1} = 1 \cdot 10^{-4}$ – начальное приращение для константы интегрирования.

Таблица 2

Параметры, задаваемые в расчете «слева направо»

Относительная точность	Абсолютная точность	Максимальный шаг	Начальный шаг	Максимальный порядок метода
$1 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-15}$	5

График зависимости относительной точности ϵ от константы интегрирования C_{int1} в полулогарифмическом масштабе представлен на рис. 3,б.

Из рис. 3,б видно, что интегральная кривая сходится при $C_{int1} = 0,502698$ с точностью $\epsilon_U(C_{int1}) =$

$= 5 \cdot 10^{-6}$, $\epsilon_R(C_{int1}) = 2 \cdot 10^{-6}$, $\epsilon_\xi(C_{int1}) = 3 \cdot 10^{-6}$. Графики зависимости функций – представителей скорости U и плотности R от безразмерной координаты ξ в случае расчета «слева направо» представлены на рис. 4,б. Из рис. 4,а, б также видно, что интегральные кривые функций – представителей плотности $R(\xi)$ и скорости $U(\xi)$ в расчетах «справа налево» и «слева направо» совпадают.

Апробация пакета программ DIADA

В данном разделе приведены результаты апробации пакета программ DIADA [7] на примере двух задач: 1) инициирование плоской ДВ в газе у закрытого конца трубы; 2) решенная задача об инициировании сферической ДВ из точки начального воспламенения газа.

Данный пакет программ предназначен для расчета одномерных, двумерных и трехмерных задач газовой динамики с выделением детонационных и ударных волн. В качестве базовой схемы в этом пакете программ используется разностная схема Годунова [11, 12]. Это монотонная разностная схема первого порядка точности.

Задача 1. Движение плоской ДВ. Аналитическое решение задачи в представляющей интерес области Π выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} U_{II}(\xi) = \frac{2}{\gamma+1} \left(\xi - \frac{1}{2} \sqrt{2(\gamma^2 - 1)} \right), \\ P_{II}(\xi) = 2(\gamma-1) \left(\frac{\gamma}{\gamma+1} \right)^\gamma R^\gamma(\xi), \\ R_{II}(\xi) = (2(\gamma-1))^{-\frac{1}{\gamma-1}} (\gamma+1)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \gamma^{-\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} (\xi - U(\xi))^{\frac{2}{\gamma-1}}. \end{cases}$$

Для продуктов взрыва использовалось уравнение состояния идеального газа с показателем адиабаты $\gamma = 3$. Исходная плотность взрывчатого вещества $\rho_0 = 1,75$ г/см, энергосодержание $q = 5,24$ кДж/г. Расчет одномерной задачи проводился на сетке, состоящей из $N = 1000$ элементов. График полученной зависимости массовой скорости газа u , плотности ρ и давления p от координаты x вдоль оси трубы на различные моменты времени t показаны на рис. 5, а, б, в соответственно. На графики также нанесено точное аналитическое решение. Из рис. 5 видно хорошее согласие решения, полученного с помощью пакета программ DIADA [7],

с точным аналитическим решением поставленной задачи.

Задача 2. Движение сферической ДВ. Для расчета сферической детонации использовались те же параметры, что и при моделировании плоской ДВ. Графики полученной зависимости массовой скорости газа u и плотности ρ от радиуса r на различные моменты времени t показаны на рис. 6, а и б соответственно. На графики также нанесено точное ($\sim 10^{-6}$) автомодельное решение. Из рис. 6 видно хорошее согласие результатов, полученных в пакете программ DIADA с точным численным решением.

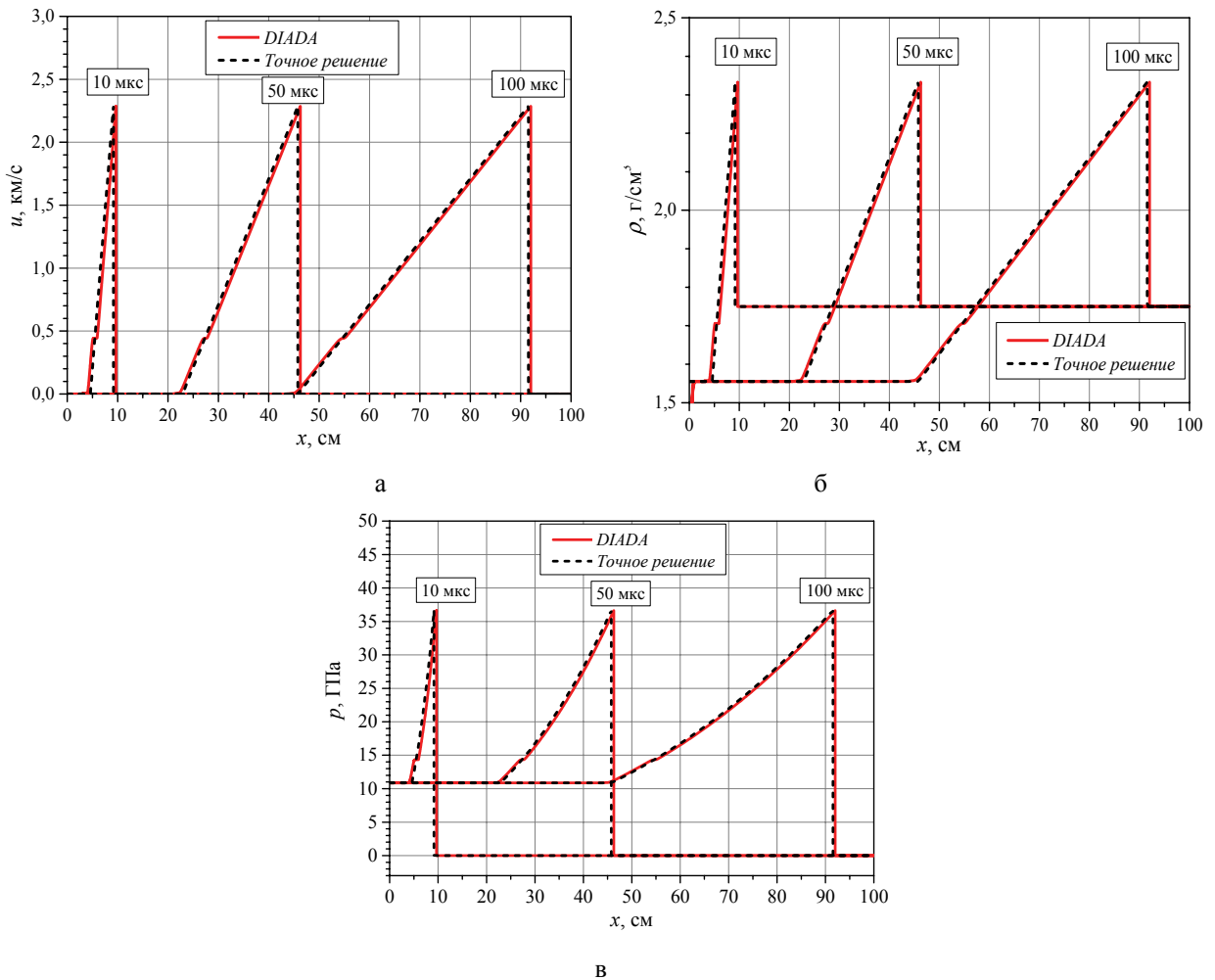


Рис. 5. Графики зависимости параметров газа от координаты вдоль оси трубы на различные моменты времени: а – массовая скорость газа u от координаты x ; б – плотность газа ρ от координаты x ; в – давление газа p от координаты x

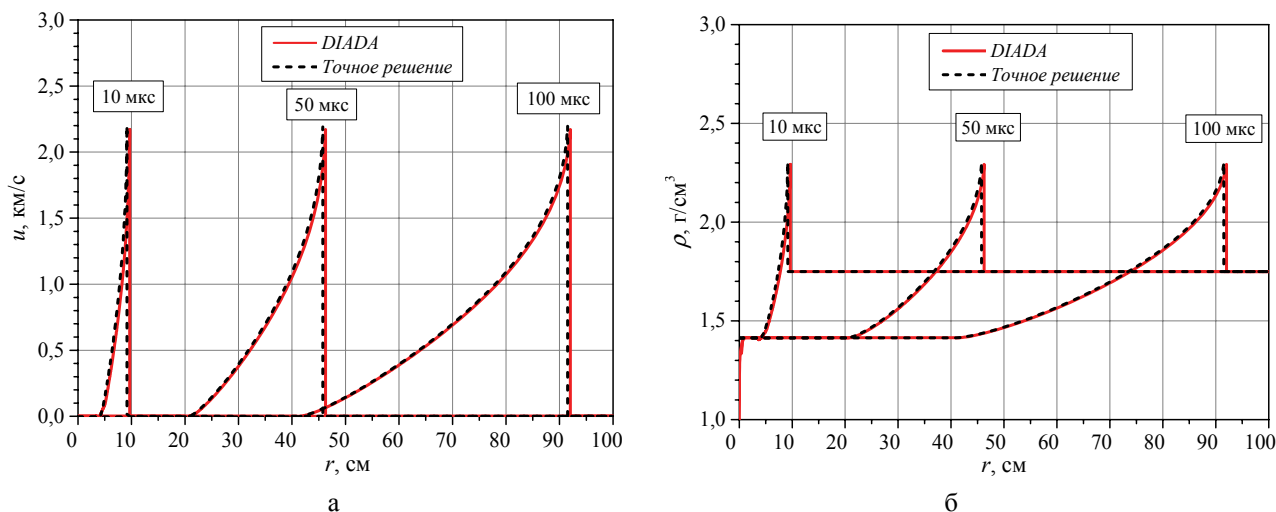


Рис. 6. Графики зависимости параметров газа от радиуса на различные моменты времени: а – массовая скорость газа u от радиуса r ; б – плотность газа ρ от радиуса r

Заключение

Приведено подробное изложение вопросов, связанных с решением задачи о распространении сферической детонационной волны из точки начального воспламенения газа, как из центра.

Рассмотрена методика сведения системы уравнений газовой динамики в частных производных к дифференциальным уравнениям первого порядка, удобным для численного интегрирования.

Выполнено разложение уравнений и получено приближенное решение в окрестности особых точек.

Проведено численное интегрирование указанных уравнений и получено численное решение с относительной точностью $\sim 10^{-6}$.

Получено более точное, по сравнению с другими источниками, значение для безразмерной координаты в точке слабого разрыва $\xi_{c,p} = 1,820148$.

Проведено сравнение результатов численного моделирования распространения плоской и сферической детонационной волны в пакете программ DIADA с соответствующими точными решениями. Показано хорошее согласие результатов численного решения с точным.

Результаты данной работы могут быть применимы для апробации различных расчетных методик и комплексов программ при численном моделировании детонации, а также методы служить пособием для студентов и аспирантов, изучающих вопросы детонации.

Список литературы

1. Ramsden S. A., Davies W. E. // Phys. Rev. Let. 1964. Vol. 13. P. 227–229.
2. Ramsden S. A., Savic P. // Nature. 1964. Vol. 203. P. 1217–1219.
3. Зельдович Я. Б. О распределении давления и скорости в продуктах детонационного взрыва, в частности при сферическом распространении детонационной волны // ЖЭТФ. 1942. Т. 12, N 9. С. 389.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: ГТТИ, 1954.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
6. Райзер Ю. П. Введение в гидрогазодинамику и теорию ударных волн для физиков: Учебное пособие / Ю.П. Райзер – Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2011.
7. Величко О. М., Губкова Г. И., Дерюгин Ю. Н. и др. Пакет программ для решения многомерных задач газовой динамики разностным методом Годунова // Материалы конференции «Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения». Саров: ВНИИЭФ. 2000. С. 21–29.
8. Ландау Л. Д. Об изучении детонации конденсированных взрывчатых веществ (Совместно с К. П. Станюковичем) // ДАН СССР. 1945. Т. 46. С. 399.

9. Дьяконов В. П. MATLAB. Полный самоучитель. М.: ДМК Пресс, 2012.
10. Сучков В. А., Шнитко А. С., Исламова Л. Р. О движении газа за расходящейся детонационной волной от точки на свободной поверхности // Забабахинские научные чтения. Снежинск, 5–9 сентября 2005 г.
11. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Матем. сб. 1959. Т. 47(89), № 3. С. 271–306.
12. Годунов С. К., Забродин А. А., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.

Статья поступила в редакцию. 30.10.2019