

УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ШАРООБРАЗНОГО ИСТОЧНИКА

Э. Ф. Фомушкин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Угловые распределения излучения на поверхности шарообразного источника вычислены с использованием методов теории вероятностей и математической статистики. Предполагается, что элементарные источники равномерно распределены по объему шара, угловое распределение излучения от элементарных источников сферически симметрично. Вычисления выполнены для различных значений пробега излучения в веществе источника. Вычислено также ослабление плотности потока излучения при удалении от поверхности источника.

Ключевые слова: источник излучения, угловое распределение, условная вероятность, моменты распределения, ряд Грама – Шарлье, полиномы Чебышева – Эрмита.

ANGULAR DISTRIBUTION OF RADIATION ON THE SURFACE OF A SPHERICAL SOURCE / E. F. FOMUSHKIN // Angular distributions of radiation on the surface of a spherical source are calculated using the methods of the probability theory and mathematical statistics. It is expected that elementary sources are uniformly distributed inside the ball volume, the angular distribution of radiation from elementary sources is spherically symmetric. The calculations are performed for different values of radiation path length in the source material. There was also calculated the weakening of radiation flux density when removing from the source surface.

Key words: radiation source, angular distribution, conditional possibility, distribution moments, Gram – Charlier series, Chebyshev – Hermite polynomials.

Введение

Угловое распределение излучения, выходящего из источника конечных размеров, играет существенную роль в ослаблении плотности потока излучения при удалении объекта облучения от источника. Наиболее прозрачно это утверждение иллюстрируется двумя очевидными, в значительной степени идеализированными примерами.

Первый – точечный источник с изотропным угловым распределением испускаемого излучения, например, изолированное радиоактивное ядро. Вторым примером – бесконечная излучающая плоскость пренебрежимо малой толщины, также со сферически симметричным угловым распределением излучения элементарных источников. В первом случае плотность потока излучения ослабевает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника. Во втором случае (абсолютно идеализированном) плотность потока излучения при удалении от источника не изменяется,

а угловое распределение во всем пространстве остается сферически симметричным.

Для реальных источников-облучателей конечных размеров и кривизны параметры выходящего излучения могут быть достаточно сложной функцией геометрических и массовых характеристик источника, а также характеристик излучения, в первую очередь, пробега излучения в веществе источника. Экспериментальное исследование углового распределения излучения вблизи поверхности источника – достаточно сложная задача. Моделирование процесса испускания излучения из источника конечных размеров требует значительного объема информации из различных разделов физики и не гарантирует абсолютно точного решения поставленной задачи.

В данной работе с использованием методов теории вероятностей и математической статистики делается попытка оценки углового распределения излучения вблизи поверхности шарообразного источника; такой подход позволяет определить

основные тенденции формирования углового распределения излучения и границы допустимых количественных предположений.

Угловое распределение излучения с большой длиной свободного пробега

Постановка задачи: в источнике шарообразной формы радиуса R элементарные источники равномерно распределены по объему источника, угловое распределение излучения от каждого элементарного источника сферически симметрично, пробег излучения в веществе источника λ имеет фиксированное значение, причем $\lambda \geq R$. Определить угловое распределение излучения, выходящего на поверхность источника без взаимодействия, например, рассеяния, в объеме источника.

Сформулированные условия задачи можно записать в виде соотношений:

$$0 \leq r \leq R, \quad P(r)dr = (3r^2)dr/R^3; \quad (1)$$

$$0 \leq \theta \leq \pi, \quad P(\theta)d\theta = (1/2)\sin\theta d\theta; \quad (2)$$

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad P(\varphi)d\varphi = d\varphi/2\pi.$$

Здесь P – нормированная вероятность данного значения переменной, r – длина радиуса-вектора точки вылета частицы, θ – орбитальный угол вылета частицы, т. е. угол между радиусом-вектором точки вылета и траекторией частицы. В случае сферически симметричного источника азимутальный угол вылета частицы φ во всех событиях имеет равновероятное распределение на интервале $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Поэтому геометрические построения, иллюстрирующие процесс испускания и последующего взаимодействия излучения, можно рассматривать в плоскости, образуемой радиусом-вектором точки испускания и траекторией испущенной частицы.

Схема распространения излучения в шарообразном источнике представлена на рис. 1.

Угол α между траекторией частицы, вышедшей на поверхность источника, и радиусом, опущенным из центра шара в точку выхода, связан со случайными переменными r и θ очевидным соотношением

$$\sin \alpha = (r/R)\sin \theta. \quad (3)$$

Далее по тексту угол α будет называться углом выхода. При вариации случайной переменной r согласно (1) случайная величина $\sin\alpha$ формирует множество значений, обладающее определенными статистическими характеристиками. Центральные моменты этой случайной величины вычисляются стандартными методами [1].

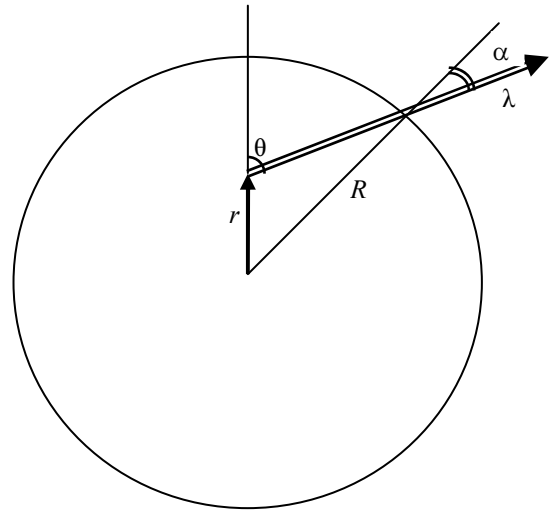


Рис. 1. Формирование углового распределения излучения на поверхности шарообразного источника ($\lambda \geq R$)

$$\mu_0 = \int_0^R (3r^2/R^3) dr = 1, \quad (4)$$

$$\mu_1 = \sin \theta \int_0^R (3r^3/R^4) dr = (3/4)\sin \theta, \quad (5)$$

$$\mu_2 = \sin^2 \theta \int_0^R (r/R - 3/4)^2 (3r^2/R^3) dr = 3\sin^2 \theta/80, \quad (6)$$

$$\mu_3 = \sin^3 \theta \int_0^R (r/R - 3/4)^3 (3r^2/R^3) dr = -\sin^3 \theta/160, \quad (7)$$

$$\mu_4 = \sin^4 \theta \int_0^R (r/R - 3/4)^4 (3r^2/R^3) dr = 39\sin^4 \theta/8960. \quad (8)$$

Кроме того, в статистических исследованиях используются:

– коэффициент асимметрии

$$\gamma_1 = \mu_3/(\mu_2)^{3/2} = -0,86066, \quad (9)$$

– коэффициент эксцесса

$$\gamma_2 = \mu_4/(\mu_2)^2 = -0,09523 \equiv 2/21, \quad (10)$$

– разброс

$$(\mu_2)^{1/2}/\mu_1 = 0,258. \quad (11)$$

Полученные значения μ_i и γ_j определяют условную функцию распределения $P(\sin\alpha|\theta)$ [2] случайной величины $\sin\alpha$ при условии, что угол θ имеет фиксированное значение. Следует отметить, значения μ_i , γ_j и γ_2 можно использовать для любой формы представления функции $P(\sin\alpha|\theta)$ при выполнении условия $\lambda \geq R$.

В данной работе используется разложение функции $P(\sin\alpha|\theta)$ в ряд Грама – Шарлье по полиномам Чебышева – Эрмита [1, 3]. Реперной функцией ряда Грама – Шарлье является функция плотности нормального распределения $\exp(-x^2/2)/(2\pi)^{1/2}$. Поэтому логично в качестве аргумента используемого разложения применить нормализованную переменную [1]

$$x = (\sin\alpha - \mu_1)/(\mu_2)^{1/2} = (r/R - 3/4)/(3/80)^{1/2}. \quad (12)$$

В этих обозначениях разложение условной функции распределения $P(\sin\alpha|\theta)$ в ряд Грама – Шарлье имеет вид

$$\begin{aligned} P(\sin\alpha|\theta) &= \exp(-x^2/2)/(2\pi\mu_2)^{1/2} \times \\ &\times \{1 + \gamma_1 H_3(x)/3! + \gamma_2 H_4(x)/4! + \dots\} = \\ &= \exp(-x^2/2)/\left[\sin\theta(2\pi \cdot 3/80)^{1/2}\right] \times \\ &\times \{1 + \gamma_1 H_3(x)/3! + \gamma_2 H_4(x)/4! + \dots\}, \end{aligned}$$

где

$$H_3(x) = x^3 - 3, \quad H_4(x) = x^4 - 6x^2 + 3 - \quad (13)$$

полиномы Чебышева – Эрмита третьего и четвертого порядка.

Переход к полной функции вероятности (угловому распределению) производится интегрированием по функции распределения $P(\theta)d\theta = (1/2)\sin\theta d\theta$:

$$\begin{aligned} P(\sin\alpha) &= \int_0^\pi (\sin\alpha|\theta)P(\theta)d\theta = \exp(-x^2/2)(20\pi/3)^{1/2} \times \\ &\times \{1 + \gamma_1 H_3(x)/3! + \gamma_2 H_4(x)/4! + \dots\}. \quad (14) \end{aligned}$$

В данной работе ряд Грама – Шарлье ограничен полиномом четвертого порядка, использование полиномов более высокого порядка может приводить к заметным осцилляциям, не имеющим физического смысла.

Основной вывод – угловое распределение излучения с большой длиной пробега ($\lambda/R \geq 1$) на поверхности шарообразного источника имеет одинаковые параметры формы: средний угол выхода ($\alpha = \arcsin(3/4) = 48,49^\circ$), нормированную ширину распределения (разброс), коэффициент асимметрии γ_1 , эксцесс γ_2 . Значения перечисленных параметров приведены выше. Отличие заключается в интегральной вероятности выхода излучения из объема шарообразного источника радиуса R [4]:

$$P(\lambda/R) = (3/4)(\lambda/R) - (1/16)(\lambda/R)^3. \quad (15)$$

На рис. 2 приведены результаты вычислений углового распределения $p(\sin\alpha)$ для двух значений (λ/R). Кривые нормированы в соответствии с вероятностью интегрального выхода (15): площадь под кривой $\{(\lambda/R) = 2\}$ равна 1, площадь под кривой $\{(\lambda/R) = 1\}$ равна 0,6875). Для всех значений $\lambda/R > 2$ угловые распределения $p(\sin\alpha)$ идентичны кривой с $\{(\lambda/R) = 2\}$.

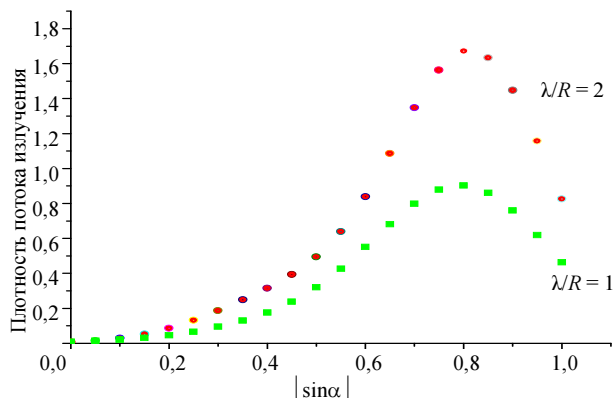


Рис. 2. Угловое распределение излучения на поверхности шарообразного источника для двух значений длины свободного пробега (α – угол выхода)

Следует отметить, полученные функциональные соотношения допустимо использовать лишь в случае, когда распределение элементарных источников по объему шара (1) статистически значимо; если источник состоит всего из нескольких десятков элементарных источников, ошибки будут чересчур велики.

Угловое распределение излучения с относительно небольшой длиной свободного пробега

Постановка задачи повторяет условия предыдущего раздела, за исключением значения величины λ/R . Если $\lambda \leq R$, то поток излучения, имеющего вероятность выхода на поверхность, формируется только во внешнем слое толщиной λ . Геометрия распространения излучения для этого случая представлена на рис. 3.

Функция распределения соответствующих элементарных источников излучения имеет вид

$$R - \lambda \leq r \leq R, \quad P(r)dr = (3r^2)dr/R^3. \quad (16)$$

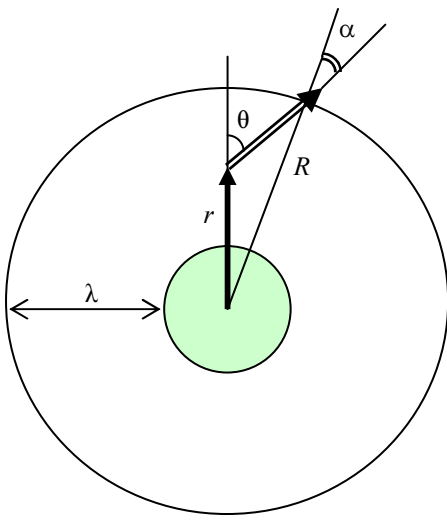


Рис. 3. Формирование углового распределения излучения на поверхности шарообразного источника ($\lambda \leq R$)

Далее, как и в предыдущем разделе, вычисляются центральные моменты условной функции распределения $P(\sin\alpha|\theta)$:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \int_{R-\lambda}^R (3r^2/R^3) dr = \int_{1-(\lambda/R)}^1 d(z^3) = \\ &= z^3 \Big|_{1-(\lambda/R)}^1 = 1 - [1 - (\lambda/R)]^3 \equiv I_3, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mu_1 = (\sin\theta/I_3) \int_{R-\lambda}^R (3r^3/R^4) dr = (3/4) \sin\theta (I_4/I_3). \quad (18)$$

Моменты более высокого порядка вычисляются по стандартной схеме

$$\begin{aligned} \mu_k &= (\sin^k\theta/I_3) \int_{1-(\lambda/R)}^1 [z - (3/4)]^k d(z^3) = \\ &= (3 \sin^k\theta/I_3) \int_{1-(\lambda/R)}^1 [z - (3/4)]^k z^2 dz \end{aligned} \quad (19)$$

и после соответствующих вычислений представляют собой полиномы $(k+3)$ -го порядка, включающие в себя величины

$$I_{k+3} = 1 - [1 - (\lambda/R)]^{k+3}. \quad (20)$$

Полученные в результате интегрирования формулы для μ_2 , μ_3 и μ_4 в тексте не представлены из-за их чрезмерной громоздкости.

Значения величин, определяющих угловое распределение излучения (μ_1 – среднее значение $\sin\alpha$, коэффициенты асимметрии γ_1 и эксцесса γ_2),

вычислялись по формулам (9), (10), (12). Для каждого значения ($\lambda/R \leq 1$) формируется свой набор перечисленных величин. Зависимость μ_1 , γ_1 и γ_2 от величины нормированного пробега (λ/R) показана на рис. 4.

Условная функция распределения $P(\sin\alpha|\theta)$ с последующим усреднением по θ вычислялась по формулам (12)–(14) для совокупности значений λ/R и с использованием параметров μ_1 , γ_1 и γ_2 , значения которых приведены на рис. 4.

Угловые распределения излучения $p(\sin\alpha)$ на поверхности шарообразного источника радиуса R для нескольких значений ($\lambda/R \leq 1$) приведены на рис. 5. Как и на рис. 2, кривые на рис. 5 нормированы в соответствии с вероятностью интегрального выхода (15): площадь под каждой кривой равна полной вероятности выхода излучения с данным значением нормированного пробега (λ/R).

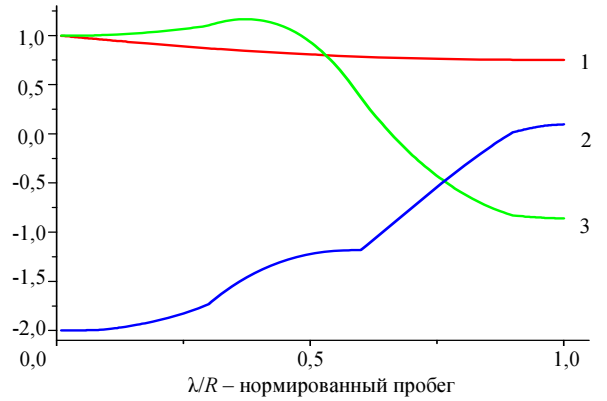


Рис. 4. Зависимость параметров, определяющих угловое распределение излучения, от нормированного пробега излучения (1 – μ_1 ; 2 – γ_2 ; 3 – γ_1)

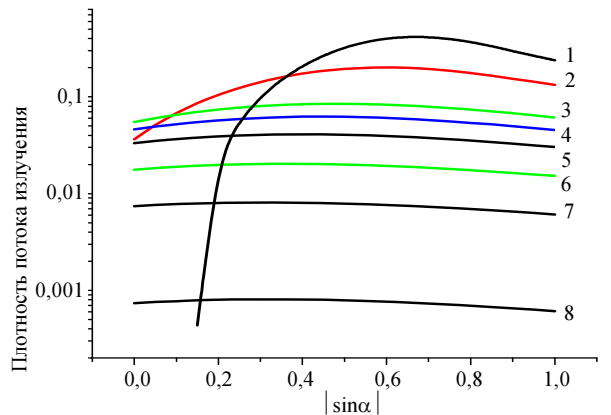


Рис. 5. Угловое распределение излучения на поверхности шарообразного источника для значений длины свободного пробега $\lambda < R$ (λ/R равно: 1 – 0,3; 2 – 0,2; 3 – 0,1; 4 – 0,075; 5 – 0,05; 6 – 0,025; 7 – 0,01; 8 – 0,001)

Можно констатировать, по мере уменьшения длины свободного пробега λ угловое распределение излучения на поверхности шарообразного источника становится все более «плоским», приближаясь к распределению от бесконечного плоского источника пренебрежимо малой толщины, для которого угол выхода α и угол вылета θ тождественны (см. определения 3 и 2).

Следует также отметить, для любого источника конечной толщины со сферически симметричным распределением излучения элементарных источников (2) угловое распределение на поверхности при $\alpha \rightarrow 0$ достигает минимума. Таким образом, гипотетические угловые распределения типа $p(\alpha)d\alpha \sim \cos\alpha d\alpha$ и др. на таких источниках физически нереализуемы.

Усреднение по спектру пробегов излучения

Полученные в предыдущих разделах соотношения для плотности потока излучения на поверхности шарообразного источника справедливы для излучений с фиксированной длиной пробега, например, α -частиц, протонов, осколков деления. В большинстве практических задач необходимо усреднение по спектру нейтронов, γ -квантов и др. Как правило, распределение пробегов незаряженных и некоторых заряженных частиц описывается экспоненциальным законом

$$g(\lambda)d\lambda = \exp(-\lambda/\lambda_0)d\lambda/\lambda_0, \quad (21)$$

где λ_0 – средний пробег излучения, для нашего случая, в веществе источника.

Для процедуры усреднения в данной работе используется интеграл Римана – Стильтьеса [5], где экспонента (21) является интегрирующей функцией. Интервал изменения нормированного пробега $[(\lambda/R)_{\max} - (\lambda/R)_{\min}]$ разбивается на достаточно большое число интервалов $[(\lambda/R)_i - (\lambda/R)_{i-1}]$, причем $(\lambda/R)_0 = 0$. Для каждого интервала, примерно для его середины, вычисляется интегрируемая функция, в нашем случае – функция плотности выхода излучения $P(\sin\alpha)_i$.

По определению интеграла Римана – Стильтьеса,

$$\begin{aligned} \langle P(\sin\alpha) \rangle_{\lambda/R} &= \int_0^{(\lambda/R)_{\max}} P(\sin\alpha) d[\exp(-\lambda/\lambda_0)] = \\ &= \sum_0^{(\lambda/R)_{\max}} P(\sin\alpha)_i [\exp(-\lambda/\lambda_0)_{i-1} - \exp(-\lambda/\lambda_0)_i]. \end{aligned} \quad (22)$$

На рис. 6 показано распределение $\langle P(\sin\alpha) \rangle_{\lambda/R}$ для $(\lambda_0/R) = 1$, посчитанное по формуле (22) с разбиением области интегрирования на 21 интервал; для сравнения приведена также кривая $P(\sin\alpha)$ для $(\lambda/R) = 1$.

Можно отметить, по форме оба распределения весьма сходны. Однако площадь под кривой $\{(\lambda_0/R) = 1\}$ меньше, чем под кривой $\{(\lambda/R) = 1\}$. Это объясняется тем, что при экспоненциальном распределении длины пробега некоторая часть излучения имеет пробег $\lambda < R$ и, соответственно, небольшую вероятность выхода из источника.

Для излучения с экспоненциальным распределением длины свободного пробега полная вероятность вылета из шарообразного источника радиуса R равна

$$P(\lambda_0/R) = (3/4)(\lambda_0/R) \times \{1 - (\lambda_0/R)^2/2 + (\lambda_0/R)[1 + (\lambda_0/2R) \exp(-2R/\lambda_0)]\}. \quad (23)$$

Формула (23) получена интегрированием соотношения (15) по экспоненте (21).

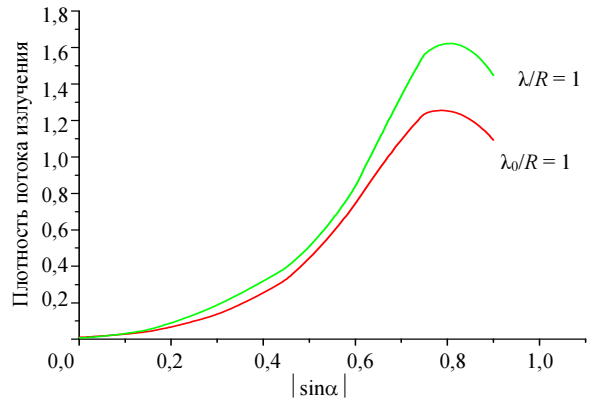


Рис. 6. Угловое распределение излучения на поверхности шарообразного источника с экспоненциальным распределением длины свободного пробега $\lambda_0/R = 1$

Ослабление плотности потока излучения при удалении от поверхности источника

Как уже отмечалось, плотность потока излучения при удалении объекта облучения от источника существенным образом зависит от углового распределения излучения на поверхности источника конечных размеров. Основные параметры, используемые в соответствующих вычислениях, представлены на рис. 7.

Предполагается, что элементарные источники излучения равномерно распределены по поверх-

ности шарообразного источника радиуса R . Точка регистрации излучения находится на расстоянии $L > R$ от центра источника. Согласно схеме (рис. 7) в окрестность точки регистрации попадают частицы, вылетевшие из сферического пояса шириной $d\eta$, расположенного под углом η к оси системы OO' . Если количество частиц, испущенных с единицы площади поверхности шара, нормировано на единицу, то количество таких частиц, испущенных рассматриваемым сферическим поясом, равно

$$I \cdot d\eta = 2\pi R^2 \cdot \sin\eta \cdot d\eta. \quad (24)$$

Параметры L , R , η и α , представленные на схеме (рис. 7), связаны соотношением

$$L/\sin\alpha = R/\sin(\alpha - \eta), \quad (25)$$

из которого следует равенство

$$\cos\alpha = (L \cdot \cos\eta - R)/(R^2 + L^2 - 2RL \cdot \cos\eta)^{1/2}. \quad (26)$$

При данном значении L в окрестность точки регистрации O' могут попасть частицы, испущенные сферическим сегментом $0 < \eta < \arccos(R/L)$, при этом угол выхода α изменяется в интервале $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ (см. рис. 7).

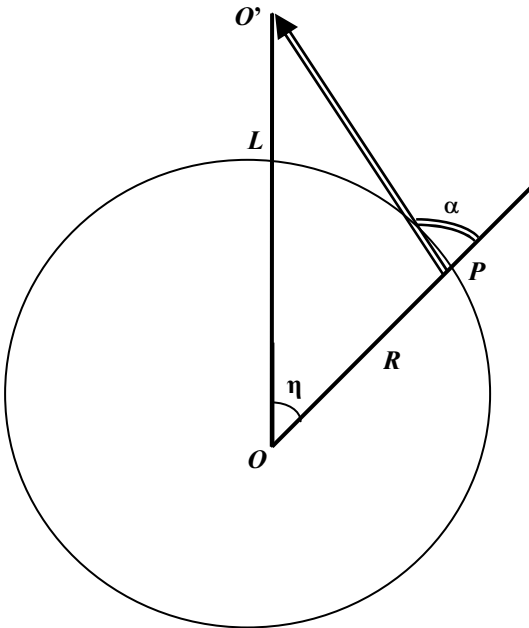


Рис. 7. Схема распространения излучения вне объема источника

Зависимость пространственного ослабления плотности потока от углового распределения излучения на поверхности источника исследовалась в работе [6]. Поэтому некоторые формулы, полученные в данном разделе статьи, с точностью до

обозначений и ряда нюансов совпадают с соответствующими формулами из работы [6].

Рассмотрим некоторые примеры влияния углового распределения излучения на ослабление плотности потока при удалении от источника. Если угловое распределение на поверхности сферически симметрично (2), как у элементарного источника, то ослабление плотности потока определяется закономерностью $J_0(S) = I/(4\pi S^2)$, где J – плотность потока на расстоянии S от точечного источника, I – полная активность точечного источника. Соответственно, плотность потока от сферического пояса (24) в окрестности точки наблюдения O' (см. рис. 7) равна

$$J(L, \eta) d\eta = 2\pi R^2 \sin\eta d\eta / \left\{ 4\pi (R^2 + L^2 - 2RL \cos\eta) \right\} = -d(\cos\eta) / \left\{ 2 \left[1 + (L/R)^2 - 2(L/R) \cos\eta \right] \right\}. \quad (27)$$

Этот вариант может осуществляться в случае шарообразного источника, абсолютно непрозрачного для испускаемого излучения, когда излучает только внешний слой источника предельно малой толщины. При этом

$$\begin{aligned} \int_0^{\arccos(R/L)} I(L, \eta) d\eta &= - \int_1^{R/L} dx / 2 \left\{ 1 + (L/R)^2 - 2(L/R)x \right\} = \\ &= -(R/4L) \ln \left\{ 1 + (L/R)^2 - 2(L/R)x \right\} \Big|_1^{R/L} = \\ &= (1/4\psi) \ln \left[(\psi + 1)/(\psi - 1) \right] = (1/2\psi) \text{Arcth}\psi, \quad (28) \end{aligned}$$

где $\psi = L/R > 1$. Таким образом, решение задачи для этого случая (материал источника полностью непрозрачен для излучения) имеет предельно лаконичную форму записи с использованием арекотангенса от нормированного расстояния между центром источника и точкой регистрации излучения.

В том случае, когда источник имеет форму сферы и пространство внутри сферической поверхности полностью прозрачно для излучения, решение имеет сходный вид, отличающийся лишь постоянным множителем

$$\begin{aligned} J_2(L) &= \int_0^{\pi} I(L, \eta) = \\ &= -(R/4L) \ln \left\{ 1 + (L/R)^2 - 2(L/R)x \right\} \Big|_1^{-1} = \\ &= (1/\psi) \text{Arcth}\psi. \quad (29) \end{aligned}$$

В тех случаях, когда угловое распределение излучения на поверхности источника отличается от сферически симметричного, для вычисления ослабления потока вместо угла η необходимо использовать угол выхода α (см. рис. 7). Для перехода к переменной α равенство (26) преобразуется в уравнение второй степени относительно $\cos \eta$, решение которого

$$L \cos \eta = R \sin^2 \alpha + \cos \alpha \cdot (L^2 - R^2 \cdot \sin^2 \alpha)^{1/2}, \quad (30)$$

далее

$$d(\cos \eta) = -(R/L) \cdot \{[(R/L)^2 - \sin^2 \alpha]^{1/4} - \cos \alpha \cdot [(R/L)^2 - \sin^2 \alpha]^{-1/4}\} \sin \alpha d\alpha. \quad (31)$$

Подставив результаты (30) и (31) в (27), получаем значение плотности потока в зависимости от угла выхода α ,

$$J(L, \alpha) d\alpha = \sin \alpha d\alpha / \{\psi^2 - [1 - (\sin \alpha / \psi)^2]\}^{1/2}, \quad (32)$$

где $\psi = L/R > 1$.

Числитель в (32) соответствует плотности вероятности для сферически изотропного распределения угла выхода α . Поэтому интегрирование (32) по интервалу $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ совпадает с результатом вычисления ослабления плотности потока (28), где в качестве переменной используется координата места выхода частицы η .

В тех случаях, когда угловое распределение отличается от сферически симметричного, в числителе формулы (32) вместо $\sin \alpha d\alpha$ необходимо использовать соответствующее распределение $p(\alpha) d\alpha$, например, одно из распределений, полученных в данной работе.

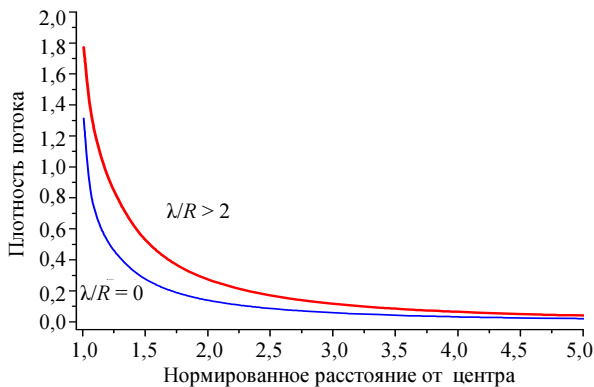


Рис. 8. Ослабление плотности потока излучения для двух значений пробег частиц в веществе источника

На рис. 8 представлены кривые ослабления плотности потока от шарообразного источника для двух предельных случаев: пробег излучения

превышает диаметр источника (кривая $\lambda/R > 2$), и пробег излучения настолько невелик, что испускаемое излучение формируется только тонким внешним слоем (кривая $\lambda/R = 0$). Данные кривые соответствуют формулам (14) и (28) данной работы. Можно отметить, кривая $\lambda/R > 2$ неплохо (хи-квадрат на степень свободы $\sim 0,0008$) аппроксимируется экспонентой

$$J_3(\psi) \approx 0,05 \cdot \{\exp(0,28/\psi) - 1\}, \quad \psi = L/R > 1. \quad (33)$$

Все остальные варианты кривых ослабления плотности потока от шарообразного источника заключены между кривыми, представленными на рис. 8, т. е. в сравнительно узком интервале зависимостей $J(L)$. Таким образом, анализируя кривую $J(L)$, полученную в эксперименте, можно, в принципе, сделать выводы о пробегах испускаемых частиц в веществе шарообразного источника.

Заключение

В основании проведенных вычислений лежат три предположения, не требующие, по нашему мнению, какого-либо обоснования: элементарные источники излучения равномерно распределены по объему шарообразного источника (1); угловое распределение излучения от каждого элементарного источника сферически симметрично (2); угол выхода излучения на поверхность источника связан с двумя вышеназванными характеристиками однозначным соотношением (3).

События выхода излучения на поверхность источника образуют множество с определенными статистическими характеристиками. С использованием соотношений (1–3) получены значения центральных моментов для условной функции распределения синуса угла выхода на поверхность источника. Эти моменты являются универсальными характеристиками исследуемого статистического множества и могут быть использованы для любой формы представления углового распределения, выходящего из источника излучения.

Выбранная нами форма представления в виде ряда Грама – Шарлье по полиномам Чебышева – Эрмита сочетает в себе простоту вычислений и достаточно адекватное описание углового распределения излучения. Полученные результаты показывают, что угловое распределение излучения на поверхности шарообразного источника радиуса R решающим образом зависит от величины нормированного свободного пробега излучения в веществе источника λ/R .

На полуоткрытом интервале $1 \leq (\lambda/R) < \infty$ все выходящее на поверхность источника излучение имеет одинаковое угловое распределение, достаточно узкое, со средним углом выхода $\alpha = 48,5^\circ$ (см. рис. 2). Можно констатировать: это распределение является предельным при уменьшении длины свободного пробега, так как в интервале $0 \leq (\lambda/R) \leq 1$ угловое распределение становится все более плоским, а максимум распределения сдвигается в сторону меньших значений (см. рис. 5).

Для реальных нейтронных источников из делирующихся материалов пробеги нейтронов, как правило, меньше радиуса шаровой сборки; при этом значительная часть нейтронов, выходящих наружу, генерируются в периферийных областях сборки [4]. Как результат, вблизи поверхности шаровой сборки поток вылетающих нейтронов должен иметь угловое распределение, подобное кривым, показанным на рис. 5 для относительно небольших значений λ/R .

Если потребуется более тщательная оценка углового распределения нейтронов утечки, то на основании достаточно хорошо известных спектров нейтронов деления можно провести соответствующие вычисления с использованием математического аппарата, представленного в этой работе.

Список литературы

1. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. – М.: Наука, 1966, с. 217–224.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1965, с. 305–306.
3. Крянев А. В., Лукин Г. В. Математические методы обработки неопределенных данных. – М.: Физматлит, 2006, с. 66–68.
4. Фомушкин Э. Ф. Некоторые характеристики распространения излучений в сферических активных системах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 2, с. 17–21.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1968, с. 125–127.
6. Колесов В. Ф., Штарев С. К. О пространственно-энергетическом распределении излучаемых реактором нейтронов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Критические массы делящихся материалов и вопросы ядерной безопасности, 1973, вып. 1(3), с. 15–26.

Контактная информация –

Фомушкин Эдуард Федорович,
кандидат физико-математических наук
тел.: (83130) 7-56-07

Статья поступила в редакцию 30.06.2011.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 3, с. 77–84.