## О ПОСТРОЕНИИ СХЕМЫ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ РЕАКТОРА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

## Д. Г. Модестов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИТФ», 456770, г. Снежинск Челябинской обл., ул. Васильева, 13

Предлагается схема совместного расчета нейтронно-физических и теплогидравлических характеристик активной зоны при использовании методов статистического моделирования для оценки распределения энерговыделения. Представлены результаты методических расчетов активной зоны реактора ВВЭР-1000, на основе которых строится сходящаяся итерационная процедура.

**Ключевые слова:** методы статистического моделирования, методы Монте-Карло, численные методы, метод простой итерации, ВВЭР-1000, нейтронно-физические характеристики, теплогидравлические характеристики.

STATISTICAL MODELING IN STEADY-STATE REACTOR ANALYSIS / D. G. MODESTOV // The paper describes a scheme for the coupled calculation of reactor neutronics and thermal-hydraulics with statistical modeling which is used to estimate released energy distributions. It provides results of test calculations for the VVER reactor core, which are used to construct a converging iteration procedure.

**Key words:** statistical modeling, Monte-Carlo methods, numerical techniques, simple iteration method, VVER-1000, neutronics, thermal-hydraulics.

Одной из задач, возникающих при расчете кампании реактора, является определение стационарных нейтронно-физических характеристик его активной зоны при заданном ядерном составе и учете обратных связей по другим параметрам системы. Наверное, наиболее важным представляется рассмотрение в качестве этих параметров теплогидравлических характеристик реактора. Если пренебречь влиянием других параметров, то определение стационарного состояния сводится к решению системы уравнений, которую можно представить в следующем виде:

$$Q = CC(T, \rho), \tag{1}$$

$$(T,\rho) = TH(Q). \tag{2}$$

Здесь используются обозначения: T – температура среды,  $\rho$  – ее плотность, Q – скорость энерговыделения в системе за счет ядерных реакций. Уравнение (1) описывает зависимость скорости энерговыделения, как функционала решения условнокритической задачи (СС), от термодинамических характеристик среды. Интегродифференциальное

уравнение условно-критической задачи можно найти, например в [1]. Следующее уравнение (2) этой системы представляет собой зависимость от скорости энерговыделения в системе термодинамических параметров стационарного течения вязкой жидкости (теплоносителя) с учетом теплопроводности, как в самом теплоносителе, так и в статических элементах системы (задача теплогидравлики – ТН). Данная зависимость определяется как стационарное решение уравнений гидродинамики и теплопроводности, описание которых приводится, например, в [2].

Наиболее простым способом решения задачи определения характеристик стационарного состояния представляется использование метода простой итерации (см., например, [3]). Для этого можно построить семейство схем, параметризуемых действительным числом  $\varepsilon \in [0,1)$ :

$$Q_{m+1} = \varepsilon Q_m + (1 - \varepsilon) CC(T_m, \rho_m), \qquad (3)$$

$$(T_{m+1}, \rho_{m+1}) = TH(Q_{m+1}), \tag{4}$$

при некоторых заданных начальных параметрах.

Здесь предполагается, что (4) представляет численное решение теплогидравлической задачи некоторым детерминистическим методом. Что касается (3), то значение скорости энерговыделения в решении условно-критической задачи рассматривается как оценка функционала методом статистического моделирования, который позволяет оценить нейтронно-физические характеристики в наиболее точной постановке. Исключая термодинамические параметры, схему (3), (4) можно записать в более удобном виде

$$Q_{m+1} = S_{\varepsilon}(Q_m) \equiv \varepsilon Q_m + (1 - \varepsilon)CC(TH(Q_m)). \quad (5)$$

Здесь следует остановиться на использовании параметра  $\varepsilon$ . По этому поводу можно высказать следующие качественные соображения. С одной стороны [3], для сходимости схемы (5) необходимо, чтобы в некоторой окрестности корня уравнения  $Q = S_{\varepsilon}(Q)$  для некоторой нормы выполнялось неравенство

$$\left\| \frac{\partial S_{\varepsilon}(Q)}{\partial Q} \right\| \le \alpha < 1. \tag{6}$$

Причем чем меньше α, тем лучше сходимость. С другой стороны, в самой постановке задачи о нахождении характеристик стационарного состояния предполагается его устойчивость, которая связана с наличием отрицательной обратной связи. Математически это условие может быть выражено отрицательной определенностью матрицы

производных 
$$S_0$$
:  $\frac{\partial S_0\left(Q\right)}{\partial O}$  <  $0$  .  $B$  то же время  $S_1$ 

является единичной, т. е. положительно-определенной матрицей. С учетом этих свойств и непрерывности зависимости (5) от  $\varepsilon$ , можно сделать предположение о существовании минимума нормы, производной на интервале  $\varepsilon \in [0,1)$ , а также о том, что в некоторой окрестности этого минимума справедливо условие (6). Вопрос о выполнимости этого условия может быть решен при проведении вычислительного эксперимента по сходимости (или расходимости) итераций. Соответственно одной из задач построения методики расчета является подбор значения  $\varepsilon$ , которое обеспечивает сходимость.

Возвращаясь к (5), следует отметить, что вследствие использования методов статистического моделирования  $Q_{m+1}$  является случайной величиной, а схема решения представляет реализацию траектории марковской цепи. Методические вопросы для этого случая рассматривались в [4]. В частности, в указанной работе предлагается по-

строение нестационарной цепи, с использованием которой итерационный процесс решения уравнения типа (5), при выполнении условия (6), сходится к значению корня. Однако в методических целях полезно рассмотреть использование стационарной цепи.

Для этого удобно провести расчет простой системы, в качестве которой была выбрана одна ТВС реактора ВВЭР-1000 обогащения 1,6 % без управляющих стержней и выгорающих поглотителей. Для расчета теплогидравлической задачи (2) использовалась программа конечно-элементного анализа. При построении сетки производилось разбиение топлива на 42 равных по высоте интервала. В качестве граничных условий при этом использовалось значение расхода теплоносителя как среднее значение этой величины в расчете на одну ТВС реактора, а также равенство нулю нормальной составляющей скорости и теплового потока на боковой поверхности системы, геометрия которой представляет собой шестигранную призму. В качестве интегральной скорости энерговыделения использовалось среднее значение тепловой мощности, приходящейся на одну ТВС. Значения этих величин, а также давления и температуры теплоносителя на входе в реактор, можно найти в книге [5]. Описание математической модели, используемой при расчете нейтронно-физических характеристик, приводится в [6]. В качестве дополнительного условия при этом рассматривалось зеркальное отражение нейтронов от боковой поверхности шестигранной призмы (бесконечная решетка ТВС). Оценка распределения скорости энерговыделения на этом этапе проводилась по программе ПРИЗМА [6], в которой реализовано решение условно-критической задачи методом поколений с постоянным числом точек деления и использованием эргодической оценки [7].

В качестве основной величины, характеризующей состояние системы, рассматривалось распределение скорости энерговыделения в твэлах (Q) по высоте ТВС. Учитывая, что тепловая мощность, пропорциональная интегральному значению скорости энерговыделения, является параметром задачи (заданной константой), последнее считалось нормированным на единицу,

$$\int_{0}^{h} dz Q(z) = 1, \qquad (7)$$

где h — высота топлива в твэле, которая согласно [5] составляет 353 см. В качестве квадрата нормы было принято следующее безразмерное соотношение

$$||Q||^2 = h \int_0^h dz Q^2(z) = 1,$$
 (8),

которое использовалось для определения расстояния между различными состояниями. При проведении расчетов использовалось два представления для распределения энерговыделения: набор кусочно-постоянных функций (гистограмма) с разбиением на 42 равных интервала (в соответствии с теплогидравлической моделью) и многочлен четвертой степени. Различие этих представлений показано на рис. 1, где можно видеть хорошее совпадение. При передаче на теплогидравлическую программу многочлен пересчитывался в гистограмму. Для оценки статистической погрешности этих величин использовалась среднеквадратичная дисперсия [8]. Данная величина, с учетом определения нормы (8), вычисляется по формулам:

для гистограммы

$$DQ = \frac{h^2}{42} \sum_{k=1}^{42} \sigma_k^2 , \qquad (9)$$

где  $\sigma_k^2$  — дисперсия энерговыделения в k-ом интервале;

для многочлена

$$DQ = h^2 \sum_{k=0}^{4} \frac{\sigma_k^2}{2k+1},$$
 (10)

где  $\sigma_k^2$  — дисперсия k-го коэффициента в разложении энерговыделения по полиномам Лежандра. Здесь следует отметить (см., например, обсуждение в [8]), использование гладких представлений для гладких же распределений, каким, в частности, является энерговыделение, позволяет уменьшить значение среднеквадратичной дисперсии, или времени счета, за счет меньшей размерности представления. Соответственно предполагается возможность сокращения временных затрат при использовании полиномиальных представлений.

В контексте рассматриваемой задачи моделирование стационарной марковской цепи равносильно расчету на всех итерациях условно-критической задачи с одинаковой статистикой. Следует отметить, что в используемом методе поколений, как показано в книге [7], возникает систематическая погрешность, связанная с конечностью поколения. Чтобы исключить влияние данной погрешности при сравнении результатов расчетов, размер поколения всюду полагался равным 1000 точек

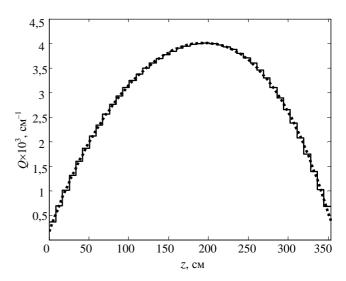


Рис. 1. Сравнительное поведение энерговыделения в ТВС при его представлении гистограммой (—) и многочленом (- - -)

деления. В качестве варьируемого параметра рассматривалось число активных поколений (N), которое достигало значения  $10^6$ . Расчеты проводились для двух значений  $\varepsilon$ : 0 и 1/2. При этом по причине, которая будет представлена ниже, особое внимание уделялось последнему случаю.

Для большинства вариантов рассчитывалось 100 итераций по схеме (5). Исключением является случай  $N = 10^6$ , где было сделано всего 23. При этом первые 10 итераций использовались для установления стационарного состояния, а по последующим определялись статистические характеристики этого состояния. В частности, математическое ожидание распределения энерговыделения, общий вид которого показан на рис. 1. Для первых 30 итераций задачи с  $\varepsilon = 1/2$  отклонения выборочного распределения от среднего, которое является оценкой математического ожидания, представлены на рис. 2. Здесь же приведены и оцененные значения стационарной среднеквадратичной дисперсии. Как можно видеть, во всех случаях после 10 итераций квадрат нормы отклонения принимает случайные значения с амплитудой, пропорциональной среднеквадратичной дисперсии. Такое поведение, согласно [4] и [8], можно интерпретировать как выход марковской цепи на стационарный режим. Поэтому оценка характеристик предельного распределения производилась с отбросом первых 10 значений. Впрочем, контрольные расчеты с отбросом 20 и 30 значений для некоторых задач показали, что результаты практически не меняются.

Как показано в работе [4], в контексте рассматриваемой задачи дисперсия предельного рас-

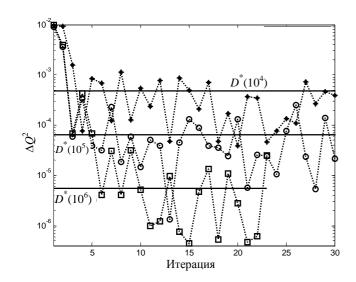


Рис. 2. Значения квадрата отклонения в распределении скорости энерговыделения от среднего (  $\Delta Q = \|Q - \langle Q \rangle\|$ ) на первых 30 итерациях расчета ТВС при разных значениях числа поколений (N) в стационарной схеме с  $\varepsilon = 1/2$ . Сплошными линиями нанесены оценки стационарной среднеквадратичной дисперсии ( $D^*$ ) для этих значений N:  $10^4$  (--\*--);  $10^5$  (-- $\circ$ --);  $10^6$  (-- $\circ$ --)

пределения обратно пропорциональна числу поколений при больших значениях этого параметра. Прямые, полученные методом наименьших квадратов с использованием данного предположения, а также исходные оценки дисперсии приведены на рис. 3. Здесь можно наблюдать качественное согласие поведения дисперсии с указанным предположением. Впрочем, необходимо отметить, что оценка дисперсии по нескольким десяткам зависимых испытаний имеет большую погрешность, потому не следует ожидать хорошего совпадения. Но даже по представленным результатам можно, в частности, сделать вывод, что расчет с  $\varepsilon = 1/2$ имеет меньшую дисперсию. Все данные получены по формуле (9) в расчетах с использованием кусочно-постоянного представления для энерговыделения. Также на рис. 3 приведены оценки дисперсии по формуле (10) при использовании полиномиального представления для распределения энерговыделения в случае  $\varepsilon = 1/2$ . Здесь следует отметить, что для данной задачи нейтроннофизический расчет (10) дает вдвое меньшую оценку среднеквадратичной дисперсии, чем (9). Поэтому ожидалась в два раза меньшая дисперсия и для предельного распределения и, соответственно, меньшие временные затраты на расчет нейтронно-физических характеристик. Однако, как можно видеть на рис. 3, это ожидание не оправдалось. Возможно, такое поведение предельного рас-

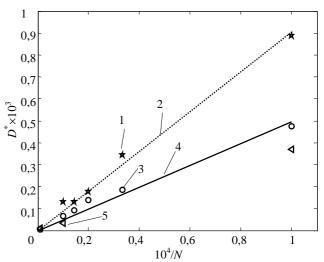


Рис. 3. Зависимость стационарной среднеквадратической дисперсии от числа поколений (N) при расчете ТВС:  $1-\varepsilon=0$ , кусочно-постоянная оценка  $D^*$  на траектории; 2- зависимость  $D^*(10^4/N)$ , полученная методом наименьших квадратов из 1;  $3-\varepsilon=1/2$ , кусочно-постоянная оценка  $D^*$  на траектории; 4- зависимость  $D^*(10^4/N)$ , полученная методом наименьших квадратов из 3;  $5-\varepsilon=1/2$ , полиномиальная оценка  $D^*$  на траектории

пределения связано с преобразованием многочлена на те же 42 сеточных интервала при передаче данных на расчет теплогидравлической задачи.

Однако большую неприятность для практических расчетов представляет смещение оценки математического ожидания. При этом, как показано в [4], норма данного смещения пропорциональна дисперсии в области малых значений последней, т. е. при большой статистике. Визуально оценить влияние конечной статистики на результат вычислений можно по рис. 4. Здесь приведены распределения энерговыделения по высоте вблизи наиболее энергонапряженного участка ТВС, полученные как результаты различных расчетов. Все эти расчеты проводились с использованием параметра  $\varepsilon = 1/2$  и полиномиального распределения для представления энерговыделения. При этом первые две кривые получены при усреднении выборочных значений стационарной цепи с числом N активных поколений  $10^4$  и  $10^6$ . Для третьей кривой использовалась методика, которая будет описана ниже, поэтому сейчас эта кривая не рассматривается. Что касается первых двух, то при худшей статистике наблюдается занижение энерговыделения в самой энергонапряженной части. Причем различие достигает нескольких процентов. Такое положение представляется нежелательным, так как может привести к недооценке тепловых нагрузок на элементы реактора при использовании не-

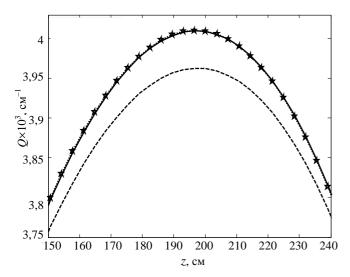


Рис. 4. Распределение энерговыделения в ТВС вблизи максимума ( $--N=10^4$ ; —  $-N=10^6$ ; ★  $-\Delta T=1$  K)

достаточной статистики. Поэтому предпочтительнее использовать другой способ нахождения решения.

Наиболее удобным в этом качестве представляется предлагаемый в [4] способ, основанный на моделировании нестационарной марковской цепи. К тому же он дает прозрачное условие обрыва цепи по заданному значению погрешности. Этот метод, применительно к рассматриваемой задаче, заключается в увеличении числа активных поколений на каждой последующей итерации по формуле

$$N_k = \left[ N_0 \beta^{-2k} \right], \tag{11}$$

где  $\beta \in (0,1)$ , а квадратные скобки означают взятие целой части. При этом, как показано в [4], случайная величина  $(Q_i)$  сходится к решению задачи (1), (2), т. е. к неслучайному распределению энерговыделения. В качестве условия обрыва цепи при этом используется малость изменения Q на последующих итерациях

$$||Q_{i+1} - Q_i|| < \Delta Q$$
, (12),

где  $\Delta Q$  является задаваемой погрешностью расчета. Однако ее значение неудобно задавать, исходя из физико-технических соображений. Более прозрачный смысл имеет  $\Delta T$  — погрешность определения температуры. Поэтому при проведении расчетов применялось другое условие — малость изменения температуры

$$\max_{\vec{r}} \left| T_{i+1}(\vec{r}) - T_i(\vec{r}) \right| < \Delta T . \tag{13}$$

Здесь максимум вычислялся по всему объему системы. Использование sup-нормы в правой части (13) связано с простотой программной реализации. Учитывая жесткую зависимость температуры от энерговыделения, определяемую уравнением (2), условия (12) и (13) можно считать эквивалентными. Оценить зависимость погрешности температуры от числа поколений можно, рассмотрев характеристики предельного распределения стационарной цепи. С этой целью на рис. 5 показаны supнормы разности температур на последующих итерациях. Этот график в некотором смысле аналогичен рис. 2, где представлены отклонения энерговыделений в норме (8). Соответственно, можно оценить некоторую характерную погрешность температурного поля, которая является аналогом среднеквадратичной дисперсии. Грубо, визуально, можно оценить 15 K для  $10^4$  поколений, 5 K для  $10^5$  поколений и 1,5 K для  $10^6$  поколений. На рис. 5 они показаны сплошными линиями.

Для оценки оптимального значения параметров  $\beta$  и  $N_0$ , используемых в выражении (11), была проведена серия расчетов вышеописанной системы с варьированием этого параметра. В расчетах использовалось значение  $\varepsilon=1/2$ , так как в предыдущих расчетах было оценено, что оно дает меньшее значение среднеквадратичной дисперсии. В большинстве расчетов в качестве погрешности задавалось  $\Delta T=5$  К. Учитывая, что температура топлива превышает 1000 К, можно считать, что относительная погрешность этих расчетов менее 1 %.

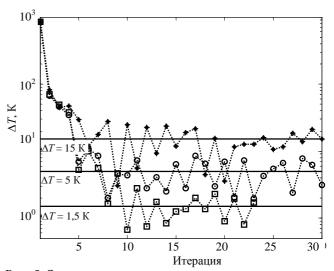


Рис. 5. Значения максимального отклонения температуры на последующих итерациях в течение первых 30 итераций расчета ТВС при разных значениях числа поколений (N) в стационарной схеме с  $\varepsilon = 1/2$ . Сплошными линиями нанесены визуально оцененные погрешности для этих значений N:  $10^4$  (-- $\spadesuit$ --);  $10^5$  (-- $\bigcirc$ --);  $10^6$  (-- $\bigcirc$ --)

В качестве критерия оптимальности, пренебрегая вычислительными затратами на расчет теплогидравлики, удобно использовать величину, пропорциональную количеству промоделированных поколений. В соответствии с этим, учитывая (11), трудоемкость определялась следующим образом:

Трудоемкость = 
$$\frac{N_0}{N_\infty} \frac{\beta^{-2M} - 1}{\beta^{-2} - 1}$$
, (14)

где M — номер итерации, на которой было выполнено условие (13), или число произведенных итераций, а  $N_{\infty}$  равно  $10^5$  — количеству поколений на одной итерации стационарной цепи, соответствующей задаваемой температурной погрешности.

Таким образом, трудоемкость — это временные затраты на решение задачи в итерациях стационарной цепи. Хотя трудоемкость является случайной величиной, можно оценить ее зависимость от параметров и по результатам одного испытания. Эти зависимости (рис. 6) позволяют сделать вывод, что лучше использовать  $\beta^2 \ge 1/2$  и небольшое значение  $N_0$ . Хотелось бы отметить, что при таких условиях трудоемкость получается меньше 5, а при больших значениях  $\beta$  может быть меньше 1.

Учитывая, что при использовании стационарной цепи с  $N=10^5$  первое достижение заданной погрешности  $\Delta T=5$  К наступает на 8-й итерации, и не учитывая, что в этом случае не гарантируется выход на предельное распределение, нестационарная цепь получается выигрышной. Подобная ситуация возникает и при других значениях погрешности. Так, на рис. 7 приведены значения трудоемкости для задачи с  $\Delta T=15$  К. Здесь использовалось значение  $N_{\infty}=10^4$ , которое равняется числу поколений стационарной цепи, имеющей такую температурную погрешность (см. рис. 5).

Учитывая вероятностный характер прекращения итераций (5), можно утверждать, что зависимости трудоемкости от  $\beta$  на рис. 6 и 7 качественно похожи и имеют тенденцию к уменьшению при увеличении этого параметра. Но необходимо отметить, что при оценке трудоемкости не учитывались затраты на расчет теплогидравлики, которые пропорциональны числу итераций. Последние в среднем растут с увеличением  $\beta$ . Таким образом, существует некоторый интервал изменений этого параметра, когда эффективность решения системы уравнений (1) и (2) наибольшая. В качестве нижней границы этого интервала, принимая во внимание зависимости, приведенные на рис. 6 и 7, можно использовать  $\beta^2 = 1/2$ .

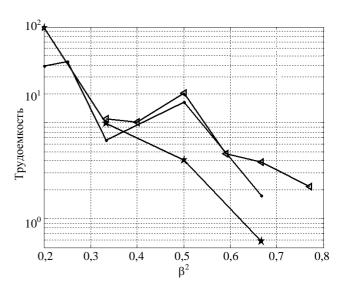


Рис. 6. Трудоемкость расчетов нейтронно-физических характеристик для разных значений  $N_0$  (100 ( $\star$ ); 200 ( $\bullet$ ); 1000 ( $\circlearrowleft$ )) и  $\beta$  в задаче с  $\Delta T = 5$  К. В формуле (14) использовалось значение  $N_{\infty} = 10^5$ 

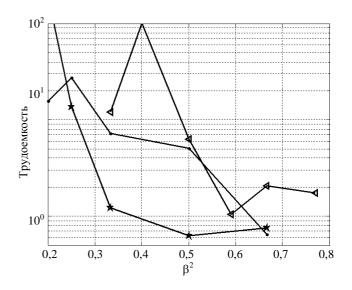


Рис. 7. Трудоемкость расчетов нейтронно-физических характеристик для разных значений  $N_0$  (100 ( $\star$ ); 200 ( $\bullet$ ); 1000 ( $\circlearrowleft$ )) и  $\beta$  в задаче с  $\Delta T = 15$  К. В формуле (14) использовалось значение  $N_\infty = 10^4$ 

Несколько расчетов были продолжены до достижения погрешности температуры  $\Delta T=1~{\rm K}.$  Сразу следует отметить, что результаты этих расчетов визуально не отличаются друг от друга. Одно из этих распределений энерговыделения, полученное с использованием полиномиальной оценки и с  $\beta^2=1/2$ , приведено на рис. 4. Видно, что данная кривая практически совпадает с аналогичным распределением, полученным усреднением результатов моделирования, с хорошей статистикой  $(N=10^6)$  стационарной марковской цепи. Этот факт можно считать косвенным подтверждением

малости смещения математического ожидания в обоих результатах.

Необходимо отметить, что постоянный размер поколения в методических расчетах использовался для сравнения с результатами, полученными при моделировании стационарной цепи. Но, как показано в [7], конечный размер поколения приводит к систематической погрешности в оценках функционалов условно-критической задачи. Поэтому при проведении расчетов кроме числа поколений необходимо увеличивать и их размер, используя зависимость, аналогичную (11).

Хотя расчеты одной ТВС представляют некоторый интерес, но для практики более интересны расчеты всей активной зоны реактора. И для этой задачи дополнительный методический интерес, с точки зрения построения расчетной схемы, вызывает проверка сходимости итераций. С этой целью были проведены расчеты методом моделирования стационарной цепи всей активной зоны ВВЭР-1000. В расчетах использовалась нейтронно-физическая модель, описанная в [6]. Для теплогидравлической задачи использовалась модель независимых ТВС с детальным заданием каждой из них. Сразу следует отметить, что использование параметра  $\varepsilon = 0$  приводит к расходимости итераций. Это можно видеть на рис. 8, где для первых 10 шагов приводятся безразмерные отношения квадрата нормы разности энерговыделений на последующих итерациях к среднеквадратичной дисперсии предельного распределения

$$\delta = \frac{\|Q_{i+1} - Q_i\|^2}{DO} \,. \tag{15}$$

Сама среднеквадратичная дисперсия (DQ) оценивалась по формуле, аналогичной (9), для случая  $\varepsilon = 1/2$ , для которого было сделано 20 итераций. Как можно видеть на рис. 8, после седьмой итерации разброс значений в этом случае стабилизируется вблизи значения дисперсии, поэтому данная точка считалась выходом на стационар. И, соответственно, оценка дисперсии делалась по последним 13 итерациям. Отсутствие сходимости в процессе с  $\varepsilon = 0$  является следствием существования сильной отрицательной обратной связи по температуре.

Это приводит к возникновению математических, не отражающих физику задачи, пространственных колебаний мощности. В качестве иллюстрации приводится рис. 9, где показано изменение температуры теплоносителя на выходе из ТВС № 25. Положение этой сборки можно посмотреть

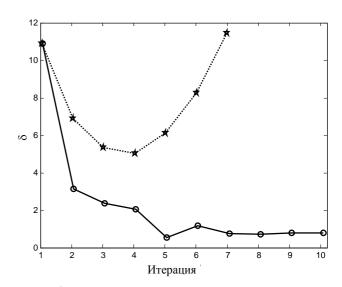


Рис. 8. Значения отношения квадрата отклонения скорости энерговыделения на последующих итерациях к среднеквадратичной дисперсии (15) в зависимости от номера итерации при расчете BBЭР-1000 ( $\star$  –  $\epsilon$  = 0;  $\leftrightarrow$  –  $\epsilon$  = 1/2)

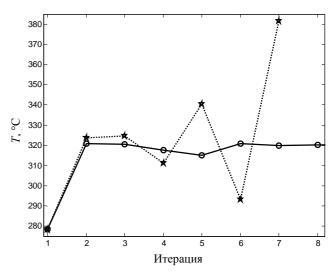


Рис. 9. Температура теплоносителя на выходе из ТВС № 25 в реакторе ВВЭР-1000 ( $\star$  –  $\epsilon$  = 0;  $\leftrightarrow$  –  $\epsilon$  = 1/2)

на картограмме реактора, приведенной в [6]. Здесь же следует отметить, что данная ТВС находится на краю активной зоны. Как можно видеть на рис. 9, в случае  $\varepsilon = 1/2$  температура сходится к своему равновесному значению. А в случае  $\varepsilon = 0$  происходит колебание этих значений. Причем то, что в нижней точке температура на выходе слабо отличается от входящей, свидетельствует о практическом отсутствии нагрева и, соответственно, малости нейтронного поля, т. е. на разных итерациях происходит перемещение нейтронного поля с одной стороны реактора на другую с нарастающей амплитудой.

Математически отсутствие сходимости можно объяснить невыполнением условия (6). Использование параметра  $\varepsilon = 1/2$ , в соответствии с (5), понижает норму матрицы производных, что приводит к выполнению условия (6). Таким образом, по результатам численных экспериментов можно сделать вывод, что итерационная процедура с  $\varepsilon = 0$  при расчетах всей активной зоны является расходящейся, а с  $\varepsilon = 1/2$  – сходящейся.

В заключение хотелось бы еще раз привести основные выводы, касающееся построения схемы расчета активной зоны, сделанные на основе численных экспериментов. Использование постоянной статистики, т. е. постоянного числа поколений и постоянного размера поколения, приводит к занижению энергонапряженности. Использование методики с увеличивающейся статистикой, построенной на основе алгоритма, предлагаемого в [4], исключает данную погрешность. Кроме того, данная методика позволяет построить итерационную процедуру, сходящуюся при любых значениях точности определения физических характеристик, а также экономить время расчета, в первую очередь, за счет быстрого проведения первых итераций.

Для построения итерационной процедуры при проведении расчетов всей активной зоны в полной постановке необходимо использовать оценку энерговыделения, полученную на предыдущем шаге. Кроме того, это приводит к уменьшению среднеквадратичной дисперсии. Только такой подход позволяет построить сходящуюся процедуру. Впрочем, последнее замечание относится к ВВЭР.

## Список литературы

1. Белл Д., Глесстон С. Теория атомных реакторов. – М.: Атомиздат, 1974.

- 2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986.
- 3. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.
- 4. Модестов Д. Г. Метод простой итерации со стохастической правой частью // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2013. Вып. 1. С. 59–68.
- 5. Шмелев В. Д., Драгунов Ю. Г., Денисов В. П., Васильченко И. Н. Активные зоны ВВЭР для атомных электростанций. М.: ИКЦ «Академкнига», 2004.
- 6. Зацепин О. В., Кандиев Я. З., Кашаева Е. А., Малышкин Г. Н., Модестов Д. Г. Расчеты методом Монте-Карло по программе ПРИЗМА нейтронно-физических характеристик активной зоны ВВЭР-1000 // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2011. Вып. 4. С. 64–74.
- 7. Золотухин В. Г., Майоров Л. В. Оценки параметров критичности реакторов методом Монте-Карло. М.: Энергоатомиздат, 1984.
- 8. Модестов Д. Г. Хатунцев К. Е. Функциональные оценки в методах статистического моделирования // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов, 2009. Вып. 3. С. 34–44.

Контактная информация –

Модестов Дмитрий Геннадьевич, старший научный сотрудник НТО-2, РФЯЦ-ВНИИТФ, тел.: 8(35146) 5-47-30, e-mail: d.g.modestov@vniitf.ru

Статья поступила в редакцию 17.06.2013.

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2013, вып. 3, с. 112–119.