

## РАБОТЫ, РАНЕЕ НЕ ПУБЛИКОВАВШИЕСЯ

Ниже представлены две расчетно-теоретические работы по нейтронным характеристикам простых критических сборок и импульсным реакторам, выполненные во ВНИИЭФ в конце 1950-х – первой половине 1960-х годов, но ранее не публиковавшиеся:

1. Колесов В. Ф., Малинкин А. А. Метод определения локальных спектров и средних скоростей нейтронов в быстрых критических сборках.

2. Колесов В. Ф. Параметры уран-графитового быстрого импульсного реактора (реактор БИГР). Исторические справки по ним приведены в предисловии или послесловии к статьям.

УДК 539.12.164; 519.2

### МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ СПЕКТРОВ И СРЕДНИХ СКОРОСТЕЙ НЕЙТРОНОВ В БЫСТРЫХ КРИТИЧЕСКИХ СБОРКАХ

**В. Ф. Колесов, А. А. Малинкин**

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Дано описание метода определения локальных спектров и средних скоростей нейтронов в быстрых критических сборках, основанного на представлении искомого спектров в виде суммы модельных спектров и уравнивания слагаемых в сумме на базе метода наименьших квадратов и измеренных сечений энергочувствительных детекторов.

**Ключевые слова:** спектр нейтронов, модельные спектры нейтронов, энергочувствительные детекторы, нейтронные сечения, быстрые критические сборки, метод наименьших квадратов.

**A METHOD OF DETERMINING LOCAL SPECTRA AND AVERAGE VELOCITIES OF NEUTRONS IN FAST CRITICAL ASSEMBLIES / V. F. KOLESOV, A. A. MALINKIN** // There is described a method of determining local spectra and average velocities of neutrons in fast critical assemblies based on presenting the sought spectra in the form of a sum of model spectra and equalizing summands in the sum basing on the method of least squares and the measured cross-sections of energy-sensitive detectors.

**Key words:** neutron spectrum, model spectra of neutrons, energy-sensitive detectors, neutron cross-sections, fast critical assemblies, method of least squares.

#### Предисловие

Работа В. Ф. Колесова, А. А. Малинкина «Метод определения локальных спектров и средних скоростей нейтронов в быстрых критических сборках», датированная 1960-м годом, посвящена задаче определения нейтронного спектра путем представления его в виде суммы модельных спектров и уравнивания слагаемых суммы с помощью метода наименьших квадратов. Этот спонтанно возникший во ВНИИЭФ метод определения нейтронных спектров относится ко времени, когда

о нем или подобных ему методах, позднее широко распространенных, никаких публикаций еще не было. В настоящее время указанная работа имеет преимущественно исторический интерес. Но для своего времени она не лишена была элементов изобретательности и, вне сомнения, находилась первой в ряду других алгоритмов восстановления нейтронных спектров по сечениям энергочувствительных детекторов. Она не должна оставаться неизвестной нынешнему поколению молодых исследователей, в особенности если учесть, что задачи уточнения нейтронных констант и спектров,

даже таких, казалось бы, всесторонне изученных, как делительные нейтронные спектры урана и плутония, и в настоящее время остаются актуальными [1].

## Введение

Прямое измерение нейтронных спектров во внутренних точках критических сборок обычно является трудно реализуемой задачей. Довольно эффективно эта задача решается с помощью приближенного метода энергочувствительных детекторов, основанного на измерении эффективных нейтронных сечений для набора ядерных реакций с отличающимися формами зависимости сечений от энергии нейтронов. При наличии 8–10 детекторов этот метод позволяет с практически приемлемой точностью находить спектр нейтронов в любой точке исследуемой критической сборки.

Ранее с помощью энергочувствительных детекторов спектры нейтронов в зависимости от радиуса определялись во многих быстрых критических сборках, в том числе и в следующих задействованных в дальнейшем изложении сборках:

КС-I, сфера из  $^{235}\text{U}$  (89,6 %) диаметром 20–183 мм;

КС-II, сфера из  $^{239}\text{Pu}$  диаметром 28–135 мм;

КС-V, сфера из  $^{239}\text{Pu}$  диаметром 0–93,4 мм +  $^{238}\text{U}$  диаметром 93,4–648 мм.

В качестве спектральных индикаторов использовались пороговые реакции  $^{238}\text{U}(n, f)$ ,  $^{240}\text{Pu}(n, f)$ ,  $^{237}\text{Np}(n, f)$ ,  $^{232}\text{Th}(n, f)$ ,  $^{32}\text{S}(n, p)$ ,  $^{238}\text{U}(n, 2n)$ ,  $^{232}\text{Th}(n, 2n)$ , резонансная реакция  $^6\text{Li}(n, \alpha)$ , реакции  $^{197}\text{Au}(n, \gamma)$ ,  $^{238}\text{U}(n, \gamma)$ ,  $^{10}\text{B}(n, \alpha)$ , наиболее чувствительные к низкоэнергетической части спектра. В набор индикаторов включались также реакции  $^{239}\text{Pu}(n, f)$ ,  $^{235}\text{U}(n, f)$ ,  $^{233}\text{U}(n, f)$ . Две последние реакции в виду слабой зависимости их сечений от энергии не представляют для рассматриваемой здесь задачи значительной ценности. Но реакция  $^{239}\text{Pu}(n, f)$ , хотя ее сечение тоже слабо зависит от энергии, важна в качестве индикатора полного потока нейтронов.

В наших прежних работах методика нахождения нейтронных спектров по сечениям энергочувствительных детекторов сводилась к следующим операциям.

В качестве первого приближения по сечениям пороговых детекторов строилась спектральная гистограмма, а по гистограмме строился непрерывный монотонный спектр. Затем этот спектр корректировался. Спектр считался подобранным в том случае, когда сечения реакций, рассчитан-

ные путем интегрирования элементарных сечений по корректируемому спектру, наилучшим образом (практически с точностью 5–10 %) согласовались с измеренными интегральными сечениями. Вопрос об однозначности и точности построенных этим методом нейтронных спектров ранее не исследовался.

В данной статье описан и применен для построения ряда спектров иной, более регулярный метод. Этот метод не требует применения процедуры последовательных приближений, позволяет проводить оценку точности построенных спектров и определять интегральные спектральные характеристики сборок.

## 1. Аналитическое представление спектров

В рассмотренном здесь методе применительно к быстрым системам используется аналитическое представление нейтронных спектров. Как было показано, в системах на быстрых нейтронах спектр приближенно может быть записан в виде суммы элементарного спектра делительных нейтронов и нескольких других распределений нейтронов, а «вес» каждого из этих опорных распределений может быть найден с помощью уравнивания по методу наименьших квадратов.

Наиболее существенными процессами взаимодействия нейтронов с ядрами, определяющими спектр нейтронов в быстрых системах, являются процессы деления ядер и неупругого рассеяния нейтронов.

Спектры нейтронов деления хорошо описываются формулой

$$N_f(E) \approx a_1 \text{sh} \left( \frac{\sqrt{2E}}{T_f} \right) e^{-\frac{E}{T_f}}, \quad (1)$$

где  $T_f$  – параметр, характеризующий температуру осколка деления. Величина  $T_f$  слабо зависит от энергии первичных нейтронов и, согласно экспериментальным данным [2], для  $^{235}\text{U}$  равна ~1 МэВ, для  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{238}\text{U}$ ,  $^{233}\text{U}$  – ~1,1 МэВ.

В соответствии со статистической теорией спектр неупруго рассеянных первичных нейтронов с энергией ~1 МэВ имеет вид распределения

$$N_i(E) \approx a_2 E e^{-\frac{E}{T_i}}, \quad (2)$$

где  $T_i$  – параметр, характеризующий температуру остаточного ядра после испарения нейтрона.

При энергии первичных нейтронов  $\gg T_i$  величина  $T_i$  слабо зависит от энергии возбуждения ядра. Это следует из статистической теории [2] и подтверждается опубликованными экспериментальными данными [3], согласно которым для первичных нейтронов с энергией 1,5–14 МэВ величины  $T_i$  для  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{233}\text{U}$  равны 0,5–0,55 МэВ, для  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$  – 0,4–0,45 МэВ. Таким образом, формула (2) справедлива и для спектра нейтронов в области  $>1$  МэВ.

Для энергий первичных нейтронов  $<1$  МэВ (малая энергия возбуждения) экспериментальные данные по спектрам неупруго рассеянных нейтронов практически отсутствуют. По-видимому, в таких спектрах должен заметно проявляться индивидуальный характер низкорасположенных ядерных уровней.

Анализ спектров, непосредственно измеренных или построенных по сечениям энергочувствительных детекторов применительно к быстрым системам, приводит к заключению, что спектр неупруго рассеянных первичных нейтронов с энергией  $<1$  МэВ с приемлемой точностью можно представить суммой распределений с температурами  $T_2 = 0,150$  МэВ и  $T_3 = 0,050$  МэВ (об этом см. ниже).

В этом случае суммарный спектр в какой-либо точке системы, обремененный распределенным по всему объему системы источником делительных и неупруго рассеянных нейтронов, можно записать в виде суммы четырех групп (слагаемых),

$$N(E) = c_1 E e^{-\frac{E}{0,050}} + c_2 E e^{-\frac{E}{0,150}} + c_3 E e^{-\frac{E}{T_1}} + c_4 \text{sh} \left( \frac{\sqrt{2E}}{T_f} \right) e^{-\frac{E}{T_f}}, \quad (3)$$

где для  $^{239}\text{Pu}$   $T_1 = 0,5$  МэВ,  $T_f = 1,1$  МэВ;

для  $^{235}\text{U}$   $T_1 = 0,4$  МэВ,  $T_f = 1,0$  МэВ;

для  $^{238}\text{U}$   $T_1 = 0,4$  МэВ,  $T_f = 1,1$  МэВ;

для  $^{233}\text{U}$   $T_1 = 0,5$  МэВ,  $T_f = 1,1$  МэВ.

Коэффициенты  $c_1, c_2, c_3, c_4$  определяют доли соответствующих слагаемых в спектре.

В случае, когда в системе существенную роль в формировании спектра играет упругое рассеяние нейтронов, выражение (3) должно быть дополнено слагаемым, представляющим спектр упругого замедления. В настоящей статье, однако, процессы упругого рассеяния нейтронов не рассматриваются.

Следует отметить, что запись спектра нейтронов в форме (3) не является единственной. Вообще говоря, можно было бы представить спектры в виде рядов по некоторым функциям, например, в виде ряда Фурье по синусам и косинусам. Важно лишь – это требование, как будет видно из дальнейшего, является одним из условий применения метода наименьших квадратов, – чтобы число членов в сумме не превышало числа энергочувствительных детекторов. Однако, с точки зрения эффективности метода, очень важно в качестве групп в формуле (3) выбирать такие функции, которые достаточно полно содержат в себе заранее известные сведения о форме искомого спектра. Этого рода соображения и явились основанием для представления спектра нейтронов в быстрых критических сборках в форме (3).

Точность представления нейтронных спектров быстрых критическихборок в форме (3) оценивалась следующим образом. Из литературных источников брали измеренные спектры и путем подбора коэффициентов  $c_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) добивались оптимального их представления в виде суммы (3). Ошибка представления измеренного спектра в виде суммы (3) определялась как

$$\left| \frac{N(E) - N^*(E)}{N(E)} \right| \cdot 100 \%,$$

где  $N(E)$  – измеренный спектр,  $N^*(E)$  – оптимальное представление измеренного спектра в виде суммы (3).

Этого рода испытание точности представления спектров в виде суммы (3) проведено на нейтронных спектрах, измеренных [4]:

1) в центре активной зоны реактора EBR-I (США);

2) на границе активной зоны EBR-I;

3) в отражателе английского реактора Zephyr (расстояние от центра 28 см).

Результат испытания приведен в табл. 1. График зависимости от энергии наибольших по трем измеренным спектрам ошибок представления этих спектров суммой (3) показан на рис. 1. Как видно из табл. 1 и рис. 1, ошибка представления измеренных спектров суммой (3) сравнительно невелика. Для энергий нейтронов  $>50$  кэВ она даже в худших случаях не превышает 10 %.

По аналогии с описанием указанных экспериментальных спектров, столь же хорошо суммой (3) представляются спектры, ранее построенные по сечениям энергочувствительных детекторов. Забе-

Оптимальное представление измеренных спектров суммой модельных спектров (3)

Спектр		Энергия нейтронов, МэВ							
		0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,16	0,20	0,3
1	$N(E)$	9,0	30,0	40,7	45,3	46,3	46,7	45,2	38,3
	$N^*(E)$	19,4	31,8	39,0	43,2	45,7	47,0	45,4	39,3
	$N^*/N$	2,16	1,06	0,96	0,96	0,99	1,01	1,00	1,02
2	$N(E)$	9,4	30,0	45,3	53,7	58,7	59,9	57,2	46,4
	$N^*(E)$	23,3	38,0	47,5	53,5	57,2	59,8	57,6	48,4
	$N^*/N$	2,48	1,27	1,04	1,00	0,98	1,00	1,01	1,04
3	$N(E)$	117	130	146	152	154	136	125	98
	$N^*(E)$	83,1	125,4	146,3	153,9	154,3	139,6	126,5	95,5
	$N^*/N$	0,71	0,97	1,00	1,01	1,00	1,03	1,01	0,98
Спектр		Энергия нейтронов, МэВ							
		0,4	0,6	0,8	1,0	1,5	2,0	3,5	4,5
1	$N(E)$	32,0	22,9	18,4	15,0	9,64	6,86	2,35	1,40
	$N^*(E)$	32,7	23,3	18,1	15,1	9,02	6,82	2,39	1,33
	$N^*/N$	1,02	1,02	0,99	1,01	0,94	1,00	1,02	0,95
2	$N(E)$	37,0	25,9	19,4	15,1	9,05	6,00	2,35	1,46
	$N^*(E)$	38,4	24,6	17,9	14,2	9,42	6,50	2,37	1,33
	$N^*/N$	1,03	0,95	0,92	0,94	1,04	1,08	1,01	0,91
3	$N(E)$	69,2	35,1	19,7	12,6	4,65	2,19	0,654	0,316
	$N^*(E)$	68,0	36,0	20,0	12,5	5,09	2,41	0,611	0,314
	$N^*/N$	0,99	1,02	1,01	0,99	1,09	1,10	0,93	1,00

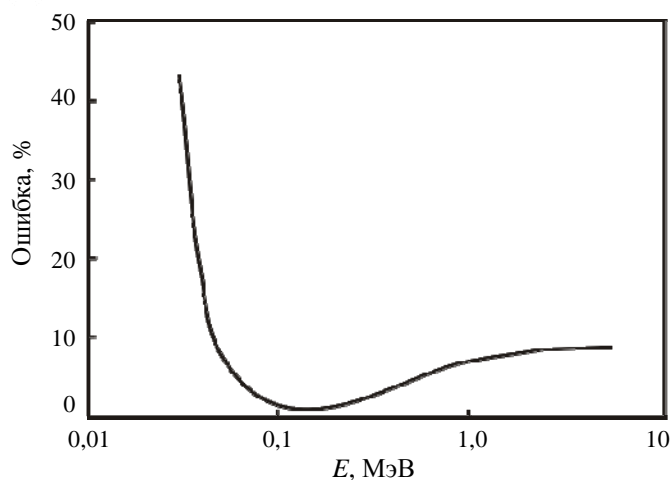


Рис. 1. Ошибка представления измеренных спектров суммой модельных спектров (3)

гая вперед, отметим, что ошибка представления спектров суммой (3) практически при всех энергиях значительно меньше ошибки уравнивания групп на основе измеренных интегральных сечений детекторов. Таким образом, в области быстрых критических сборок приемлемость представ-

ления искомым нейтронных спектров суммой заранее данных модельных спектров можно считать обоснованной. Использование представления в форме (3) дает возможность привлечения к задаче построения искомым нейтронных спектров метода наименьших квадратов.

## 2. Уравновешивание групп в представлении (3) с помощью метода наименьших квадратов

Вместо использованной ранее процедуры построения спектра путем последовательной их корректировки на базе спектральной гистограммы здесь будет применено уравновешивание групп в сумме (3) с помощью метода наименьших квадратов. Перепишем выражение (3) в виде

$$N(E) = \sum_{i=1}^4 c_i \varphi_i(E), \quad (4)$$

$$\text{где } \varphi_i = E e^{-\frac{E}{T_i}}, \quad i=1, 2, 3, \quad \varphi_4 = \text{sh} \left( \frac{\sqrt{2E}}{T_f} \right) e^{-\frac{E}{T_f}}.$$

В дальнейшем будет удобнее иметь дело с нормированными к единице группами, т. е. представлять спектр как

$$N(E) = \sum_{i=1}^4 b_i f_i(E), \quad (5)$$

где

$$f_i(E) = \frac{\varphi_i(E)}{\int_0^{\infty} \varphi_i(E) dE}, \quad (6)$$

$b_i$  – неизвестные коэффициенты.

Задача построения искомого спектра сводится здесь к нахождению коэффициентов  $b_i$ . Коэффициенты  $b_i$  определяем путем уравновешивания групп с помощью метода наименьших квадратов [5, 6]. С этой целью для каждой ядерной реакции составляем условное уравнение

$$\int_0^{\infty} \sigma_j(E) N(E) dE - \sigma_j^3 = \Delta_j^*, \quad (7)$$

где  $\sigma_j(E)$  – сечение реакции  $j$  в зависимости от энергии (литературные данные),  $\sigma_j^3$  – измеренное интегральное эффективное сечение реакции  $j$ ,  $\Delta_j^*$  – некоторая неувязка сечений расчетного и измеренного.

Перепишем уравнение (7) как

$$b_1 \int_0^{\infty} \sigma_j(E) f_1(E) dE + b_2 \int_0^{\infty} \sigma_j(E) f_2(E) dE + \dots + b_4 \int_0^{\infty} \sigma_j(E) f_4(E) dE - \sigma_j^3 = \Delta_j^* \quad (8)$$

или

$$\sum_{i=1}^4 b_i \Psi_{ij} - \sigma_j^3 = \Delta_j^*, \quad (9)$$

где

$$\Psi_{ij} = \int_0^{\infty} \sigma_j(E) f_i(E) dE, \quad (10)$$

$\Psi_{ij}$  рассчитываются численным интегрированием.

В уравнении (9) ошибкам подвержены величины  $\Psi_{ij}$  и  $\sigma_j^3$  ( $\Psi_{ij}$  содержит ошибки элементарных сечений,  $\sigma_j^3$  – ошибки измеренных эффективных сечений). Ошибки  $\Psi_{ij}$  для всех  $I$  групп спектра зависимы между собой.

Перепишем уравнение (9) в виде

$$b_1 |\Psi_{1j}| y_{1j} + b_2 |\Psi_{2j}| y_{2j} + \dots - |\sigma_j^3| y_{3j} = \Delta_j^*. \quad (11)$$

В уравнении (11)  $|\Psi_{2j}|$ ,  $|\sigma_j^3|$  – свободные от ошибок значения  $\Psi_{ij}$ ,  $\sigma_j^3$ , а  $y_{ij}$ ,  $y_{3j}$  – множители, содержащие в себе ошибки  $\Psi_{ij}$ ,  $\sigma_j^3$ , т. е.

$$y_{ij} = 1 \pm \alpha_{\Psi_{ij}}, \quad y_{3j} = 1 \pm \alpha_{\sigma_j^3} \quad (12)$$

(значком  $\alpha_u$  мы здесь и далее обозначаем относительную среднеквадратичную ошибку величины  $u$ ).

Преобразуем уравнение (11) и введем сокращенную запись

$$\sum_{i=1}^4 b_i |\Psi_{ij}| \frac{y_{ij}}{y_{1j}} - |\sigma_j^3| \frac{y_{3j}}{y_{1j}} = \Delta_j^{**}.$$

В силу зависимости величин  $\Psi_{ij}$  для данного  $j$ ,

$$\frac{y_{ij}}{y_{1j}} = 1 \text{ и}$$

$$\sum_{i=1}^4 b_i |\Psi_{ij}| - |\sigma_j^3| \frac{y_{3j}}{y_{1j}} = \Delta_j^{**},$$

$$\sum_{i=1}^4 b_i \frac{|\Psi_{ij}|}{|\sigma_j^3|} - \frac{y_{3j}}{y_{1j}} = \Delta_j^{***}.$$

Введем обозначение  $x_j = \frac{y_{3j}}{y_{1j}}$ , тогда

$$\sum_{i=1}^4 b_i \frac{|\Psi_{ij}|}{|\sigma_j^3|} - x_j = \Delta_j^{***}. \quad (13)$$

В уравнениях (13) все ошибки сосредоточены в величинах  $x_j$ , коэффициенты при  $b_i$  от ошибок свободны (в дальнейшем снимем знак модуля с коэффициентов при  $b_i$ );  $x_j = 1 \pm \delta x_j$  (значком  $\delta$  обозначаем абсолютную среднеквадратичную ошибку величины  $u$ );

$$\alpha_{x_j} = \sqrt{\alpha_{\Psi_j}^2 + \alpha_{\sigma_j^3}^2} = \sqrt{\alpha_{\sigma_j(E)}^2 + \alpha_{\sigma_j^3}^2}. \quad (14)$$

Припишем каждому уравнению (13) статистический вес  $w_j$  и умножим на него каждое уравнение,

$$w_j = \frac{c}{\alpha_{x_j}^2} = \frac{c}{\alpha_{\sigma_j(E)}^2 + \alpha_{\sigma_j^3}^2} \quad (15)$$

(здесь  $c$  – произвольная постоянная),

$$\sum_{i=1}^4 b_i w_j \frac{\Psi_{ij}}{\sigma_j^3} - w_j x_j = \Delta_j. \quad (16)$$

Из уравнений (16) составляем систему условных уравнений. Число строк  $n$  в этой системе равно числу энергочувствительных индикаторов:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 b_i w_1 \frac{\Psi_{i1}}{\sigma_1^3} - w_1 x_1 &= \Delta_1; \\ \sum_{i=1}^4 b_i w_2 \frac{\Psi_{i2}}{\sigma_2^3} - w_2 x_2 &= \Delta_2; \\ \dots\dots\dots \\ \sum_{i=1}^4 b_i w_n \frac{\Psi_{in}}{\sigma_n^3} - w_n x_n &= \Delta_n. \end{aligned} \quad (17)$$

Условием уравнивания коэффициентов  $b_i$  по методу наименьших квадратов будет

$$\begin{aligned} \sum_j (\Delta_j)^2 &= \min \\ \text{или } \frac{\partial}{\partial b_j} \sum_j (\Delta_j)^2 &= 0, \quad i = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (18)$$

Применяя условие (18) к системе уравнений (17), получаем систему четырех нормальных уравнений с четырьмя неизвестными  $b_i$ :

$$\begin{aligned} \alpha_1 b_1 + \dots + \alpha_4 b_4 &= \alpha(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \beta_1 b_1 + \dots + \beta_4 b_4 &= \beta(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \gamma_1 b_1 + \dots + \gamma_4 b_4 &= \gamma(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \nu_1 b_1 + \dots + \nu_4 b_4 &= \nu(x_1, x_2, \dots, x_n), \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \nu_i$  – численные коэффициенты,  $\alpha, \beta, \gamma, \nu$  – линейные многочлены величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  (также с численными коэффициентами). Решая систему (19), находим

$$b_i = c_{1i} x_1 + c_{2i} x_2 + \dots + c_{ni} x_n, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (20)$$

( $c_{ij}$  – численные коэффициенты) и абсолютную ошибку  $b_i$ ,

$$\delta b_i = \sqrt{c_{1i}^2 (\delta x_1)^2 + c_{2i}^2 (\delta x_2)^2 + \dots + c_{ni}^2 (\delta x_n)^2}. \quad (21)$$

Тогда нормированный к единице спектр запишется так:

$$\begin{aligned} N(E) &= \\ &= \frac{b_1 f_1(E) + b_2 f_2(E) + b_3 f_3(E) + b_4 f_4(E)}{\int_0^\infty [b_1 f_1(E) + b_2 f_2(E) + b_3 f_3(E) + b_4 f_4(E)] dE} \end{aligned}$$

или согласно (6)

$$N(E) = \frac{b_1 f_1(E) + b_2 f_2(E) + b_3 f_3(E) + b_4 f_4(E)}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}. \quad (22)$$

Если в выражение (22) подставить  $b_i$  из (20), то получим следующую формулу для  $N(E)$ :

$$\begin{aligned} N(E) &= \frac{\alpha_1(E) x_1 + \alpha_2(E) x_2 + \dots + \alpha_n(E) x_n}{\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n} = \\ &= \frac{\sum_j \alpha_j(E) x_j}{\sum_j \beta_j x_j}. \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь  $\beta_j$  – постоянные численные коэффициенты,  $\alpha_j$  – численные коэффициенты, зависящие от энергии.

Из (23) легко выводится формула для среднеквадратичных ошибок  $N(E)$ . Мы ее здесь не приводим из-за ее громоздкости. Отметим, что неправильно было бы определять ошибки непосредственно из выражения (22), так как величины  $b_i$  зависят друг от друга.

Представляет также интерес определение температуры  $T_f$  и ее среднеквадратичного отклонения путем уравнивания. С этой целью в выражении (5)  $f_4(E)$  представляем в следующем виде:

$$f_4(E) = f_4(E, T_f) = a_4(T_f) \operatorname{sh} \left( \frac{\sqrt{2E}}{T_f} \right) e^{-\frac{E}{T_f}},$$

где  $a_4(T_f)$  – коэффициент нормировки, так как должно быть

$$\int_0^{\infty} f_4(E, T_f) dE = 1.$$

Аналогично выражениям (8), (9)

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \sigma_j(E) N(E) dE &= \\ &= \bar{\sigma}_j = b_1 \Psi_{1j} + b_2 \Psi_{2j} + b_3 \Psi_{3j} + b_4 \Psi_{4j}(T_f), \\ \Psi_{4j}(T_f) &= \int_0^{\infty} \sigma_j(E) a_4(T_f) \operatorname{sh} \left( \frac{\sqrt{2E}}{T_f} \right) e^{-\frac{E}{T_f}} dE. \end{aligned}$$

Нелинейность зависимости сечения  $\bar{\sigma}_j$  от  $T_f$  несколько усложняет задачу нахождения уравненного значения  $T_f$ . Здесь к линейному уравнению приводит разложение величины  $\bar{\sigma}_j$  в ряд Тейлора по неизвестным  $b_i, T_f$  (если ограничиться первыми двумя членами разложения):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_j &= b_1 \Psi_{1j} + b_2 \Psi_{2j} + b_3 \Psi_{3j} + b_4 \Psi_{4j}(T_f) = \\ &= b_1^0 \Psi_{1j} + b_2^0 \Psi_{2j} + b_3^0 \Psi_{3j} + b_4^0 \Psi_{4j}(T_f^0) + \\ &\quad + \Psi_{1j} \Delta b_1 + \Psi_{2j} \Delta b_2 + \Psi_{3j} \Delta b_3 + \\ &\quad + \Psi_{4j}(T_f) \Delta b_4 + \frac{\partial \Psi_{4j}(T_f)}{\partial T_f} b_4^0 \Delta T_f = \bar{\sigma}_{0j} + \Delta \bar{\sigma}_j. \end{aligned} \quad (24)$$

Условные уравнения  $\bar{\sigma}_j - \sigma_j^3 = \Delta_j$  переходят здесь в следующие:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_j - (\sigma_j^3 - \bar{\sigma}_{0j}) &= \Delta_j, \text{ т. е.} \\ \Psi_{1j} \Delta b_1 + \Psi_{2j} \Delta b_2 + \Psi_{3j} \Delta b_3 + \Psi_{4j}(T_f^0) \Delta b_4 + \\ &+ \frac{\partial \Psi_{4j}(T_f^0)}{\partial T_f} b_4^0 \Delta T_f - (\sigma_j^3 - \bar{\sigma}_{0j}) = \Delta_j, \end{aligned} \quad (25)$$

где производная  $\frac{\partial \Psi_{4j}(T_f^0)}{\partial T_f}$  находится из сопоставления  $\Psi_{4j}(T_f^0)$ , рассчитанного для набора нескольких температур  $T_f$ .

Уравнения (25) линейны относительно  $\Delta b_i, \Delta T_f$ . Процедура нахождения неизвестных и их ошибок в этих случаях аналогична выше описанной. Чтобы разложение в ряд Тейлора давало хороший результат, желательно значения  $b_i^0, T_f^0$  выбирать достаточно близкими к окончательным значениям  $b_i, T_f$ .

После того, как методом уравнивания будут найдены значения  $\Delta b_i, \Delta T_f$  и их ошибки  $\delta(\Delta b_i), \delta(\Delta T_f)$ , окончательные значения неизвестных будут таковы:

$$\begin{aligned} b_i &= b_i^0 + \Delta b_i; \quad \delta b_i = \delta(\Delta b_i); \\ T_f &= T_f^0 + \Delta T_f; \quad \delta T_f = \delta(\Delta T_f). \end{aligned} \quad (26)$$

И в этом случае нормированный к единице спектр запишется в виде, аналогичном (22),

$$N(E) = \frac{b_1 f_1(E) + b_2 f_2(E) + b_3 f_3(E) + b_4 f_4(E, T_f)}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}. \quad (27)$$

С помощью описанного метода уравнивания рассчитывались спектры в центрах КС-I, КС-II и спектр нейтронов утечки системы КС-V. Полученные в результате расчетов значения  $b_i, \alpha_{b_i}$  приведены в табл. 2. Температура  $T_f$  здесь не уравнивалась, а предполагалась известной. Значения температур  $T_1$  и  $T_f$  приведены в левом столбце табл. 2.

В табл. 3 приведены результаты расчетов  $b_i, T_f, \alpha_{b_i}, \alpha_{T_f}$  методом уравнивания для первых двух спектров. Здесь уравниванию подвергалась и температура  $T_f$ . Значения температуры  $T_1$  такие же, как в табл. 2.

На рис. 2, 3 представлены найденные с помощью уравнивания групп спектры для центров КС-I, КС-II и спектр нейтронов утечки в КС-V (использованы данные табл. 2). На рис. 4, 5 представлены в зависимости от энергии  $E$  ошибки для спектра в центре КС-I и для спектра нейтронов утечки в КС-V соответственно. Даны ошибки, найденные в результате уравнивания (с учетом неопределенности в температуре  $T_f$ ), а также полные ошибки (с учетом неточности представления спектра в виде суммы (3)).

## Параметры восстановленных спектров

Система	Веса групп				Относительная среднеквадратичная ошибка в весах групп			
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\alpha_{b_1}$	$\alpha_{b_2}$	$\alpha_{b_3}$	$\alpha_{b_4}$
КС-I, $T_1 = 0,4$ МэВ, $T_f = 1$ МэВ	–	0,184	0,193	0,624	–	0,43	0,65	0,08
КС-II, $T_1 = 0,5$ МэВ, $T_f = 1,1$ МэВ	–	0,078	0,338	0,590	–	0,00	0,26	0,08
КС-V, $T_1 = 0,4$ МэВ, $T_f = 1,1$ МэВ	0,62	0,29	0,086	0,0113	0,11	0,27	0,17	0,15

Таблица 3

Параметры спектров в случае, когда в процедуру уравнивания включалась и температура  $T_f$

Система	Веса групп и значение $T_f$				
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$T_f$
КС-I	–	0,228	0,153	0,608	1,07
КС-II	–	0,046	0,300	0,676	1,14
Система	Относительные среднеквадратичные ошибки в весах групп и в $T_f$				
	$\alpha_{b_1}$	$\alpha_{b_2}$	$\alpha_{b_3}$	$\alpha_{b_4}$	$\alpha_{T_f}$
КС-I	–	0,27	0,57	0,10	0,05
КС-II	–	1,20	0,50	0,15	0,08

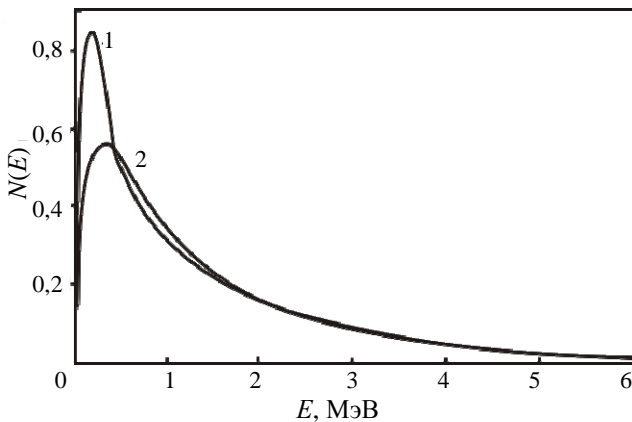


Рис. 2. Спектры нейтронов в центрах КС-I (1) и КС-II (2)

Возвращаясь несколько назад, отметим, что добавление к выражению еще двух-трех групп по существу полностью избавило бы нас от необходимости учитывать эту ошибку. Однако при добавлении новых групп процедура уравнивания групп по методу наименьших квадратов неизбежно усложняется. По этой причине применительно к нейтронным спектрам в быстрых системах добавление новых слагаемых в выражение (3) было сочтено нецелесообразным.

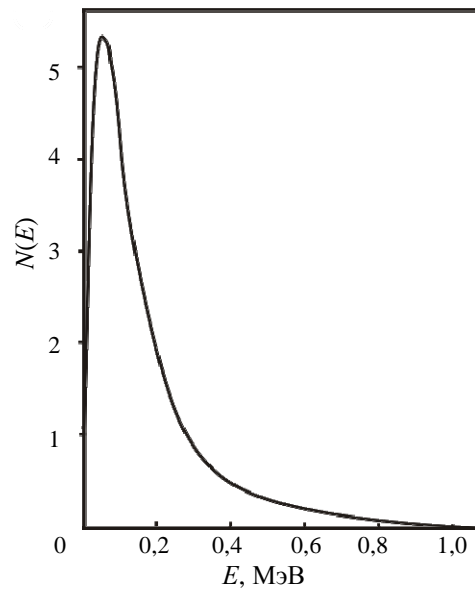


Рис. 3. Спектр нейтронов утечки критической сборки КС-V

В качестве интегральных характеристик спектров в различных точках критическихборок желательно находить среднюю энергию  $\bar{E}$  и среднюю скорость нейтронов  $\bar{v}$ , определяемые как



$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} EN(E)dE}{\int_0^{\infty} N(E)dE}; \quad (28)$$

$$\bar{v} = \frac{\int_0^{\infty} vn(E)dE}{\int_0^{\infty} n(E)dE} = \frac{\int_0^{\infty} vn(E)dE}{\int_0^{\infty} \frac{1}{v} vn(E)dE} = \frac{\int_0^{\infty} N(E)dE}{\int_0^{\infty} \frac{1}{v} N(E)dE}, \quad (29)$$

где  $n(E)$  – плотность нейтронов в заданной точке критической сборки.

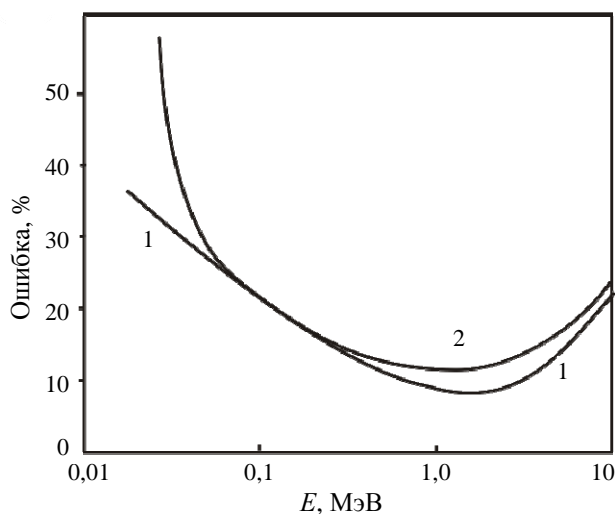


Рис. 4. Ошибки спектра нейтронов в центре КС-I: 1 – ошибки уравнивания; 2 – полные ошибки

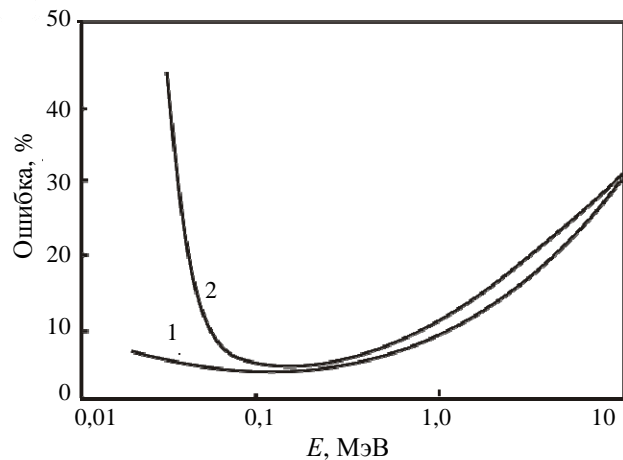


Рис. 5. Ошибки спектра нейтронов утечки критической сборки КС-V: 1 – ошибки уравнивания; 2 – полные ошибки

Найдем значения  $\bar{E}$  и  $\bar{v}$  для трех построенных выше спектров. Подставляя в выражения (28), (29) значения  $N(E)$  из (27), получаем

$$\bar{E} = \frac{b_1\bar{E}_1 + b_2\bar{E}_2 + b_3\bar{E}_3 + b_4\bar{E}_4(T_f)}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}, \quad (30)$$

$$\bar{v} = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}{b_1\bar{\rho}_1 + b_2\bar{\rho}_2 + b_3\bar{\rho}_3 + b_4\bar{\rho}_4}, \quad (31)$$

где

$$\bar{E}_i = \int_0^{\infty} Ef_i(E)dE, \quad i=1, 2, 3, \quad \bar{E}_4 = \int_0^{\infty} Ef_4(E, T_f)dE,$$

$$\bar{\rho}_i = \int_0^{\infty} \frac{1}{v} f_i(E)dE, \quad i=1, 2, 3,$$

$$\bar{\rho}_4 = \int_0^{\infty} \frac{1}{v} f_4(E, T_f)dE.$$

Величины  $\bar{E}_i$ ,  $\bar{\rho}_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  рассчитывались с помощью численного интегрирования.

Если в формулы (28), (29) подставить значения  $N(E)$  из (23), то в результате такой подстановки получим выраженные через  $x_i$  и постоянные численные коэффициенты формулы для  $\bar{E}$  и  $\bar{v}$ , из которых, в свою очередь, найдем среднеквадратичные ошибки для  $\bar{E}$  и  $\bar{v}$ . Ошибка из-за неточности представления спектра модельными спектрами может быть учтена путем соответствующего увеличения каждой из  $\delta x_j$ .

В табл. 4 приведены значения  $\bar{E}$  и  $\bar{v}$  и среднеквадратичные ошибки этих величин, рассчитанные описанным выше способом для трех спектров.

Таблица 4

*Локальные средние энергии и скорости нейтронов в критических сборках КС-I, КС-II, КС-V и ошибки этих величин*

Система	$\bar{E}$ , МэВ	$\bar{v}$ , $10^9$ см/с	$\alpha_{\bar{E}}$	$\alpha_{\bar{v}}$
КС-I (центр)	1,37	1,11	0,08	0,07
КС-II (центр)	1,45	1,23	0,06	0,06
КС-V (нейтроны утечки)	0,254	0,440	0,10	9,95

Рассмотренный здесь метод определения неизвестных нейтронных спектров позволяет, можно сказать, автоматически устанавливать близкие к реальности соотношения различных участков спектра и оценивать точность его построения.

### 3. Определение локальной средней скорости нейтронов с помощью детекторов с близким к $1/v$ ходом сечения ( $n, \gamma$ )

Пусть ядерное сечение некоторого детектора зависит от энергии нейтрона как  $1/v$ , т. е.  $\sigma(E) = k/v$ , где  $k$  – постоянная. В этом случае получаем следующее выражение для средней скорости:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \int_0^{\infty} N(E) dE \Big/ \int_0^{\infty} \frac{1}{v} N(E) dE = \\ &= k \int_0^{\infty} N(E) dE \Big/ \int_0^{\infty} \frac{k}{v} N(E) dE = \\ &= k \int_0^{\infty} N(E) dE \Big/ \int_0^{\infty} \sigma(E) N(E) dE = \frac{k}{\bar{\sigma}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Если  $\bar{\sigma}$  заменить экспериментальным эффективным сечением  $\sigma_3$ , то  $\bar{v} = \frac{k}{\sigma_3}$ . В этом случае средняя скорость, связанная со средним сечением жесткой, функциональной зависимостью, определяется просто, никакие предварительные сведения о форме спектра не требуются.

Относительная среднеквадратичная ошибка средней скорости будет равняться

$$\alpha_v = \sqrt{\alpha_k^2 + \alpha_{\sigma_3}^2} = \sqrt{\alpha_{\sigma(E)}^2 + \alpha_{\sigma_3}^2}. \quad (33)$$

Пусть теперь сечение некоторого детектора зависит от скорости нейтронов как некоторая функция,  $\sigma(v) = \varphi(v)$ . В этом случае мы уже не вправе ожидать однозначную зависимость между средней скоростью и средним сечением. В этом случае можно рассчитывать лишь на приближенную функциональную связь между этими величинами. Для определения средней скорости с помощью такого детектора нужно предварительно установить пределы изменений того множества спектров, к которому относится неизвестный спектр.

Пусть, например, нас интересуют все спектры, возможные в уран-плутониевых системах на быстрых нейтронах. Если будем брать произвольные спектры такого рода, рассчитывать для них среднюю скорость и среднее сечение некоторого детектора с ходом сечения  $\sigma = \sigma(v)$ , то можем получить, например, картину, представленную на рис. 6.

В таких случаях говорят, что между  $\bar{v}$  и  $\bar{\sigma}$  существует стохастическая зависимость, или корреляция. Степень корреляции спектров в уран-плутониевых системах будет разной в зависимо-

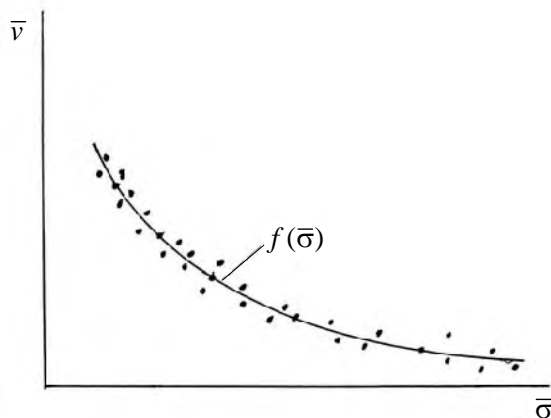


Рис. 6. Пример корреляционной зависимости  $\bar{v}$  от  $\bar{\sigma}$

сти от вида функции  $\varphi(v)$ . В общем случае, если не ограничиваться спектрами в уран-плутониевых системах, она будет зависеть и от ширины пределов изменения спектров.

Проводя по точкам рис. 6 среднюю линию, получим приближенную функциональную зависимость  $\bar{v} = f(\bar{\sigma})$ . Если измерено эффективное сечение  $\sigma_3$  данного детектора для неизвестного спектра, то по графику  $\bar{v} = f(\bar{\sigma})$  можно найти  $\bar{v}$  этого спектра.

В качестве детекторов для определения средней скорости нейтронов нами использованы следующие реакции:  $^{197}\text{Au}(n, \gamma)$ ,  $^{238}\text{U}(n, \gamma)$ ,  $^{10}\text{B}(n, \alpha)$ ,  $^6\text{Li}(n, \alpha)$ . В области энергий 0,1–1 МэВ ход сечений этих реакций в зависимости от скорости нейтронов приближенно можно описать следующими степенными функциями:

$$\begin{aligned} \sigma(v) \text{ } ^{197}\text{Au}(n, \gamma) &= a_1 v^{-1,33}; \\ \sigma(v) \text{ } ^{238}\text{U}(n, \gamma) &= a_2 v^{-1,00}; \quad \sigma(v) \text{ } ^{10}\text{B}(n, \gamma) = a_3 v^{-1,79}. \end{aligned}$$

Для других областей энергии изменение сечений этих реакций в зависимости от скорости нейтронов становится иным, или более медленным, или более быстрым. Выборкой спектров для построения графиков приближенной зависимости  $\bar{v} = f(\bar{\sigma})$  для спектров в уран-плутониевых средах служил набор из 15 спектров, построенных нами для разных критических сборок.

Итак, для каждого детектора строился график  $\bar{v} = f(\bar{\sigma})$  (см. рис. 7–10). По этим графикам, зная эффективное сечение  $\sigma_3$  для неизвестных спектров, находили средние скорости этих спектров.

Для полной среднеквадратичной ошибки, определенной таким способом, скорости  $\bar{v}$  можем записать

$$(\delta\bar{v})_t^2 = (\delta\bar{v})_\sigma^2 + (\delta\bar{v})_f^2, \quad (34)$$

где  $(\delta\bar{v})_\sigma^2$  – частная ошибка в  $\bar{v}$ , проистекающая из-за отклонения  $\sigma_3$  от  $\bar{\sigma}$  в предположении точной функциональной зависимости  $\bar{v} = f(\bar{\sigma})$ ;  $(\delta\bar{v})_f^2$  – частная ошибка в  $\bar{v}$ , проистекающая из-за неточности зависимости  $\bar{v} = f(\bar{\sigma})$ ;  $(\delta\bar{v})_t^2$  – полная среднеквадратичная ошибка  $\bar{v}$ .

$$\begin{aligned} (\delta\bar{v})_\sigma &= \frac{df(\bar{\sigma})}{d\bar{\sigma}} \delta^* \sigma_3 = f'_\sigma(\bar{\sigma}) \sqrt{(\delta\bar{\sigma})^2 + (\delta\sigma_3)^2} = \\ &= f'_\sigma(\bar{\sigma}) \sigma_3 \sqrt{\alpha_\sigma^2 + \alpha_{\sigma_3}^2} = f'_\sigma(\bar{\sigma}) \sigma_3 \alpha_\sigma; \quad (35) \\ (\alpha_{\bar{v}})_\sigma &= \frac{(\delta\bar{v})_\sigma}{\bar{v}} = \frac{f'_\sigma(\bar{\sigma}) \sigma_3 \alpha_\sigma}{f(\bar{\sigma})} = \rho \alpha_\sigma, \end{aligned}$$

где  $\delta^* \sigma_3$  – абсолютное среднеквадратичное отклонение  $\sigma_3$  от  $\bar{\sigma}$ , т. е. ошибка, состоящая из суммы ошибок хода элементарных сечений и интегрального экспериментального сечения,  $\alpha_\sigma = \frac{\delta^* \sigma_3}{\sigma_3}$  – относительное среднеквадратичное отклонение  $\sigma_3$  от  $\bar{\sigma}$ ,  $\rho = \frac{f'_\sigma(\bar{\sigma}) \sigma_3}{f(\bar{\sigma})}$  – коэффициент, характеризующий степень чувствительности скорости нейтронов к изменениям эффективного сечения. Коэффициент  $\rho$  в зависимости от  $\bar{\sigma}$  представлен на рис. 7–10 вместе с зависимостью  $\bar{v}$  от  $\bar{\sigma}$ .

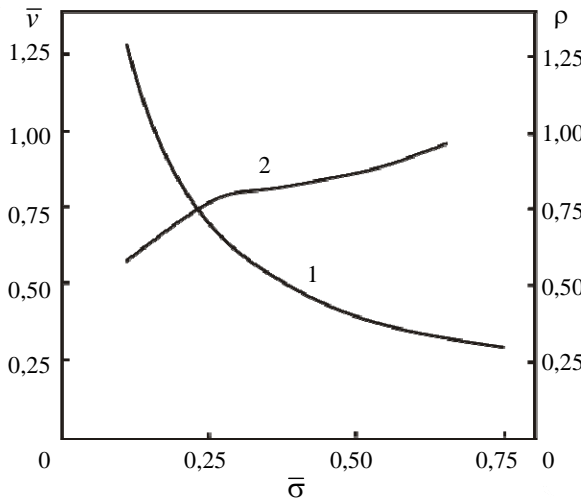


Рис. 7. Зависимости  $\bar{v}(\bar{\sigma})$  (1) и  $\rho(\bar{\sigma})$  (2) для реакции  $^{197}\text{Au}(n, \gamma)$

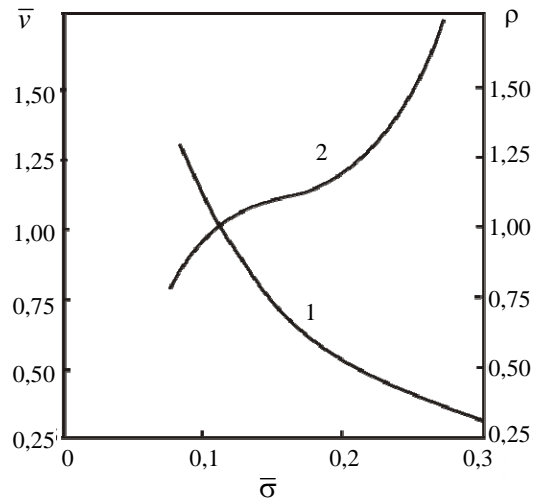


Рис. 8. Зависимости  $\bar{v}(\bar{\sigma})$  (1) и  $\rho(\bar{\sigma})$  (2) для реакции  $^{238}\text{U}(n, \gamma)$

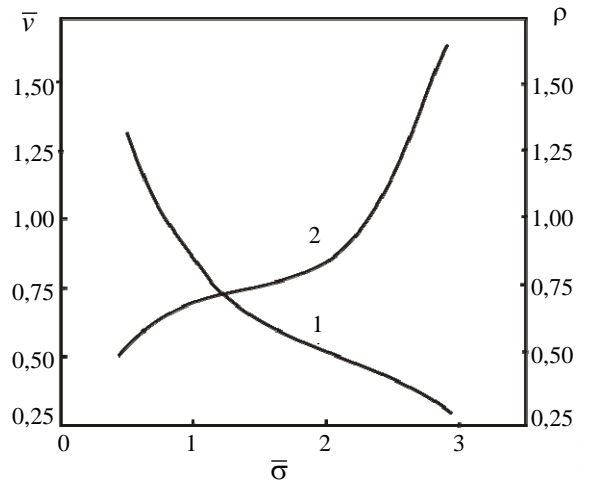


Рис. 9. Зависимости  $\bar{v}(\bar{\sigma})$  (1) и  $\rho(\bar{\sigma})$  (2) для реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha)$

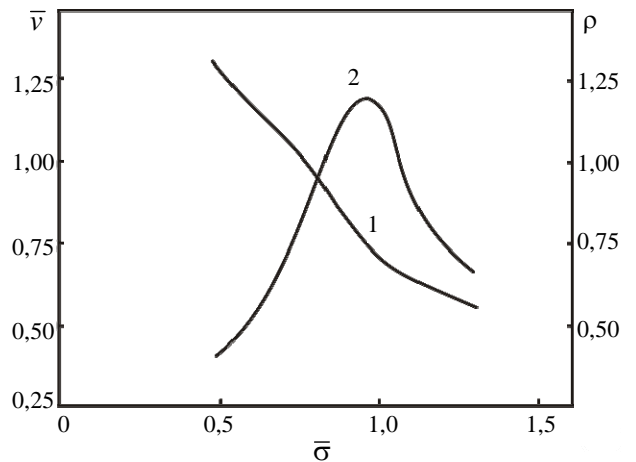


Рис. 10. Зависимости  $\bar{v}(\bar{\sigma})$  (1) и  $\rho(\bar{\sigma})$  (2) для реакции  $^6\text{Li}(n, \alpha)$

Значения локальных средних скоростей в системе КС-V

$r, \text{ см}$	$^{197}\text{Au}(n, \gamma)$		$^{238}\text{U}(n, \gamma)$		$^{10}\text{B}(n, \alpha)$		$^6\text{Li}(n, \alpha)$	
	$\bar{v}, 10^9 \text{ см/с}$	$\alpha_{\bar{v}}$	$\bar{v}, 10^9 \text{ см/с}$	$\alpha_{\bar{v}}$	$\bar{v}, 10^9 \text{ см/с}$	$\alpha_{\bar{v}}$	$\bar{v}, 10^9 \text{ см/с}$	$\alpha_{\bar{v}}$
0	1,03	0,07	1,20	0,13	1,04	0,11	0,93	0,14
4	0,69	0,07	—	—	0,89	0,12	0,86	0,16
10	0,61	0,08	—	—	0,60	0,14	0,71	0,16
16	0,52	0,09	—	—	0,53	0,15	—	—
20	0,48	0,09	—	—	0,49	0,16	—	—
26	0,455	0,09	—	—	0,46	0,17	—	—
32,4	0,445	0,09	—	—	0,43	0,19	—	—

Верхняя граница частной ошибки в  $\bar{v}$ , протекающая из-за приближенной зависимости  $\bar{v} = f(\bar{\sigma})$ , может быть оценена по формуле

$$(\alpha_{\bar{v}})_f = \frac{(\delta\bar{v})_f}{\bar{v}} = \max \frac{|f(\bar{\sigma}_i) - \bar{v}_i|}{f(\bar{\sigma}_i)}, \quad (36)$$

где  $\bar{v}_i$  – средняя скорость  $i$ -го спектра исходной выборки.

Очевидно, что эта ошибка будет тем больше, чем сильнее ход сечения отличается от  $1/v$ . Для детектора с ходом сечения  $1/v$  она равна нулю. Для детектора с ходом сечения, близким к  $1/v$ , она мала, и калибровочные спектры могут быть выбраны весьма произвольно.

Ошибка  $(\delta\bar{v})_f$  для  $^{197}\text{Au}(n, \gamma)$ ,  $^{238}\text{U}(n, \gamma)$ ,  $^{10}\text{B}(n, \alpha)$  оказалась малой по сравнению с  $(\delta\bar{v})_\sigma$ . Поэтому для таких детекторов  $(\alpha_{\bar{v}})_f = (\alpha_{\bar{v}})_\sigma = \rho\alpha_\sigma$ . В случае  $^6\text{Li}(n, \alpha)$ , когда ход сечения сильно отличается от  $1/v$ , ошибка  $(\delta\bar{v})_f$  значительна и пренебрегать ею нельзя.

В качестве образца в табл. 5 приводятся локальные средние скорости и их относительные среднеквадратичные ошибки, определенные с помощью описанной методики для различных точек критической сборки КС-V.

## Список литературы

1. Маслов В. М., Тетерева Н. А., Проняев В. Г. и др. Спектр мгновенных нейтронов деления  $^{235}\text{U}(n, f)$  // Атомная энергия, 2010, т. 108, вып. 6, с. 352–362.
2. Сегре Э. Экспериментальная ядерная физика / Пер. с англ. – М.: Иностран. лит-ра., 1955. т. 2.
3. Замятнин Ю. С., Сафина И. Н., Гутникова Е. К., Иванова Н. И. Спектры нейтронов, образующиеся при прохождении нейтронов с энергией 14 МэВ через слои делящихся веществ // Атомная энергия, 1958, т. 4, вып. 4, с. 337–342.
4. Кодд Д., Шеферд Л., Тайт Д. Физика реакторов на быстрых нейтронах / Пер. с англ. // Успехи в области ядерной энергии. – М.: Иностран. лит-ра, 1958, с. 289–361.
5. Уорсинг А. Геффнер Д. Методы обработки экспериментальных данных / Пер. с англ. – М.: Иностран. лит-ра, 1949.
6. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – М.: Физматгиз, 1958.

Контактная информация –

Колесов Владимир Федорович,  
главный научный сотрудник ИЯРФ,  
РФЯЦ-ВНИИЭФ,  
факс: (83130) 4-55-69;  
e-mail: [kolesov@expd.vniief.ru](mailto:kolesov@expd.vniief.ru)

Статья поступила в редакцию 23.06.2015.

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2015, вып. 4, с. 73–84.