

II. КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА С УРАВНЕНИЯМИ СО СПИНОРНЫМИ ВОЛНОВЫМИ ФУНКЦИЯМИ ДЛЯ ФЕРМИОННЫХ ПОЛЕЙ¹

В. П. Незнамов, В. Е. Шемарулин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

В работе продолжено начатое в [1] рассмотрение квантовой электродинамики (КЭД) с самосопряженными уравнениями для фермионов со спинорными волновыми функциями. Получено, что вклад в лэмбовский сдвиг диаграмм без учета поляризации вакуума совпадает с аналогичным вкладом соответствующих диаграмм в стандартной КЭД. В теории для фермионов отсутствуют операторы, связывающие решения с положительной и отрицательной энергиями. В связи с этим в рассматриваемой КЭД отсутствуют эффекты поляризации вакуума.

Ключевые слова: самосопряженные уравнения со спинорными волновыми функциями, квантовая электродинамика, диаграммы Фейнмана, лэмбовский сдвиг, поляризация вакуума.

1. Введение

В предыдущей работе [1] рассмотрена квантовая электродинамика (КЭД) с самосопряженными уравнениями со спинорными волновыми функциями для фермионных полей. В этом случае частицы и античастицы описываются разными уравнениями. В низшем порядке теории возмущений вычислены матричные элементы ряда физических процессов КЭД. Конечные результаты совпадают с сечениями в стандартной КЭД с использованием уравнения Дирака для фермионных полей. Вычислены матричные элементы для определения собственной энергии электрона и аномального магнитного момента электрона. Эти результаты также совпадают с результатами в стандартной КЭД. Новым в расчетах собственной энергии и аномального момента электрона является присутствие в виртуальных состояниях только состояний с положительной энергией.

В данной работе на примере радиационных поправок к кулоновскому рассеянию электронов вычисляются амплитуды процессов, связанные с определением лэмбовского сдвига атомных уровней. Результаты расчетов согласуются с аналогичными расчетами в стандартной КЭД.

Физический вакуум для электрона представляет собой полностью свободные состояния с положительными энергиями, а для позитрона – полностью занятые состояния электрона с отрицательными энергиями. В теории отсутствуют переходы между состояниями с положительной и отрицательной энергиями.

¹ Настоящая работа является переработанной и дополненной версией статьи, опубликованной в ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика, 2019, вып. 3. В первоначальной статье наряду с правильным выводом об отсутствии в рассмотренной КЭД эффектов поляризации вакуума допущено неверное утверждение об отсутствии в теории диаграмм с замкнутыми электрон-позитронными петлями. При их учете (см. рис. 2) результаты расчетов диаграмм для определения лэмбовского сдвига атомных энергетических уровней полностью совпадают с соответствующими результатами в стандартной КЭД.

Работа организована следующим образом. В разделе 2 вычисляется вклад в лэмбовский сдвиг диаграмм рис. 5 в [1] с электростатическим потенциалом $eA^0(x)$ и с вычитанием массовых контрчленов для диаграмм 5,а–h. В разделе 3 обсуждается содержание физического вакуума в рассматриваемой теории. В Заключение проводится обсуждение полученных результатов.

В статье мы используем систему единиц $\hbar = c = 1$ и сигнатуру пространства-времени Минковского

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}[1, -1, -1, -1]. \quad (1)$$

В (1) $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$.

Всюду, по возможности, в работе сохранены обозначения, принятые в [1].

2. Лэмбовский сдвиг энергетических уровней атомных электронов

Диаграммы Фейнмана, необходимые для вычисления сдвига, приведены в [1] на рис. 5.

В рассматриваемом процессе статические электромагнитные потенциалы $A^i(\mathbf{x}) = 0$, $A^0(\mathbf{x}) = Ze/|\mathbf{x}|$ – кулоновский потенциал атомного ядра с порядковым номером Z .

Амплитуда процесса в первом порядке теории возмущений равна (см. диаграмму рис. 1 и (П2.1) в [1])

$$S_{fi} = -e \frac{i\delta(E_f - E_i)}{(2\pi)^2 2E_i} A^0(\mathbf{q}) \bar{U}_{S_f} \left\langle \mathbf{p}_f \left| E_i + m + \frac{1}{E_i + m} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}_f \boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}_i \right| \mathbf{p}_i \right\rangle U_{S_i}. \quad (2)$$

В (2) $A^0(\mathbf{q}) = 4\pi/(\mathbf{q}^2)$.

В обозначениях [1] $\mathbf{p}_f = \mathbf{p}'$, $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}''$, $\mathbf{p}''' = \mathbf{p}' - \mathbf{k}$, $\mathbf{p}^{IV} = \mathbf{p}'' - \mathbf{k}$, $q = p' - p'' = \begin{cases} q^0 = 0, (p')^0 = (p'')^0, \\ q^i = (p')^i - (p'')^i. \end{cases}$

Ниже будем рассматривать движение электрона в кулоновском поле в нерелятивистском приближении и учитывать слагаемые вплоть до $(\mathbf{p}')^2$, $(\mathbf{p}'')^2$.

Рассмотрим вклад в лэмбовский сдвиг диаграмм 5, i, j, k, l (см. рис. 5 в [1]). Для данного типа диаграмм выполняется равенство $III = IV$. Амплитуду процессов записываем в виде

$$-e \frac{i\delta(E' - E'')}{(2\pi)^2 2E''} \bar{U}_{S'} \left\langle \mathbf{p}' \left| \frac{e^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k}{k^2} \Lambda^0(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') A^0(\mathbf{q}) \right| \mathbf{p}'' \right\rangle U_{S''}. \quad (3)$$

2.1. Вклад диаграмм 5, i

$$\begin{aligned} (\Lambda^0 A^0)_{S_i} = & \left[V_1^0(p', p''') V_1^0(p''', p^{IV}) A^0 V_1^0(p^{IV}, p'') - \right. \\ & \left. - V_1^i(p', p''') V_1^0(p''', p^{IV}) A^0 V_1^i(p^{IV}, p'') \right] \frac{1}{\left((p''')^2 - m^2 \right) \left((p^{IV})^2 - m^2 \right)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Выражение (4) с подстановкой V_1^0, V_1^i имеет громоздкий вид и приведено в Приложении (см. (П1)).

2.2. Вклад диаграмм 5j, k

$$\begin{aligned} (\Lambda^0 A^0)_{5j} + (\Lambda^0 A^0)_{5k} &= \left[V_1^0(p', p''') V_2^{00}(p''', p'') A^0 - V_1^i(p', p''') V_2^{0i}(p''', p'') A^0 \right] \frac{1}{(p''')^2 - m^2} + \\ &+ \left[V_2^{00}(p', p^{IV}) A^0 V_1^0(p^{IV}, p'') - V_2^{i0}(p', p^{IV}) A^0 V_1^i(p^{IV}, p'') \right] \frac{1}{(p^{IV})^2 - m^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

2.3. Вклад диаграммы 5l

$$(\Lambda^0 A^0)_{5l} = V_3^{000} A^0 - V_3^{i0i} A^0. \quad (6)$$

Развернутые выражения (5), (6) приведены в Приложении (см. (П2), (П3)). Сумма (П1), (П2), (П3) с точностью до $(\mathbf{p}')^2, (\mathbf{p}'')^2$ определялась с помощью пакета программ «Maple». В результате суммарный вклад диаграмм 5,i-l можно записать в виде

$$\begin{aligned} (\Lambda^0 A^0)_{5i+5j+5k+5l} &= 2m \left[4m^2 - 2(k^0)^2 - 2\mathbf{k}^2 - 4mk^0 - \frac{k^2 + (k^0)^2 + 2mk^0 - 10m^2}{4m^2} \left((\mathbf{p}')^2 + (\mathbf{p}'')^2 \right) - \right. \\ &\left. - 4\mathbf{p}'\mathbf{p}'' + 4(\mathbf{p}'\mathbf{k} + \mathbf{p}''\mathbf{k}) + \left(\frac{2k^0}{m} - 4 \right) (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}'\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k} + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}'') + \frac{1}{4m^2} \left(4m^2 - 2(k^0)^2 - 2\mathbf{k}^2 - 4mk^0 \right) \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}'\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}'' \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

В стандартной КЭД аналогичный вклад в лэмбовский сдвиг вносит единственная диаграмма 5,i с вершинами $-ie\gamma^\mu$. Аналогом (7) является (см., например, [3])

$$(\Lambda^0 A^0)_{\text{дир}} = \left(4m^2 + 2\mathbf{q}^2 - 2\mathbf{k}^2 - 2(k^0)^2 \right) \gamma^0 + 4i\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{k} \times \mathbf{q})\gamma^0 + k^0(-4m + 4\boldsymbol{\gamma}\mathbf{k}). \quad (8)$$

В амплитуде рассеяния выражение (8) будет находиться в обкладках биспиноров $\Psi(p'')$ и $\bar{\Psi}(p')\gamma^0$, где

$$\Psi(p'') = \frac{1}{\sqrt{2(p'')^0}} \sqrt{(p'')^0 + m} \begin{pmatrix} \varphi(p'') \\ \frac{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}''}{(p'')^0 + m} \varphi(p'') \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Разлагая (9) и $\bar{\Psi}(p')\gamma^0$ по степеням не выше $(\mathbf{p}')^2, (\mathbf{p}'')^2$ и учитывая с нашей степенью точности, что спинор $\varphi(p') = 2m\Phi(p')$, $\varphi(p'') = 2m\Phi(p'')$ (см. в [1] формулы (10), (11)), мы получаем совпадение (8) в обкладках спиноров $\Phi(p')$, $\Phi(p'')$ с выражением (7).

Заметим, что выражение $\frac{1}{\sqrt{(p'')^0}}$ в (9), а также выражение $\frac{1}{\sqrt{(p')^0}}$ в эрмитово-сопряженном спиноре мы не подвергаем разложению, так как в амплитуде (3) оба выражения присутствуют в перемноженном виде $\frac{1}{2E''}$.

Обратимся теперь к вкладу собственно энергетических диаграмм 5,a-h. Для диаграмм 5,a-d выполняются равенства $I = II = IV$. Для диаграмм 5,e-h выполняются равенства $I = II = III$. Равенство $p' = p^{IV}$ в диаграммах 5,c, d и равенство $p'' = p'''$ в диаграммах 5,g, h не приводят в расчетах к появлению сингулярных знаменателей. В результате вклады диаграмм 5,c, d, g, h полностью компенсируются после перенормировки массы соответствующими массовыми контрчленами. Вклад диаграмм 5,a, b, e, f определяется выражением

$$\begin{aligned}
 (\Lambda^0 A^0)_{5a+5b+5e+5f} = & \left\{ \left[V_1^0(p', p''') V_1^0(p''', p^{IV}) - V_1^i(p', p''') V_1^i(p''', p^{IV}) \right] \frac{1}{(p''')^2 - m^2} + \right. \\
 & + V_2^{00}(p', p^{IV}) - V_2^{ll}(p', p^{IV}) \left. \right\} \frac{V_1^0(p^{IV}, p'') A^0}{(p^{IV})^2 - m^2} + \left\{ \left[V_1^0(p''', p^{IV}) V_1^0(p^{IV}, p'') - V_1^i(p''', p^{IV}) V_1^i(p^{IV}, p'') \right] \times \right. \\
 & \left. \times \frac{1}{(p^{IV})^2 - m^2} + V_2^{00}(p''', p'') - V_2^{ll}(p''', p'') \right\} \frac{V_1^0(p', p''') A^0}{(p''')^2 - m^2}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Для диаграмм 5, *a*, *b*, *e*, *f* существует проблема сингулярных знаменателей. В выражении (10) – это знаменатели после фигурных скобок. Для решения проблемы мы, как и в [1], используем предельный процесс Гайтлера [4]. Проводя вычисления, аналогичные вычислениям в [1] (см. (51) – (61)), мы получим суммарный вклад собственно энергетических диаграмм

$$(\Lambda^0 A^0)_{SE} = 2 \frac{2m^2 + \mathbf{k}^2 - 2(p')^0 k^0 + 2\mathbf{p}'\mathbf{k} - \frac{2}{m^2} \left((p')^0 k^0 - \mathbf{p}'\mathbf{k} \right)^2}{\left[\left((p')^0 - k^0 \right)^2 - (\mathbf{p}' - \mathbf{k})^2 - m^2 \right]^2}. \quad (11)$$

Выражение (11) совпадает с аналогичным выражением в дираковском представлении (см., например, [4]). Таким образом, суммарный вклад диаграмм 5, *a*–*h* в лэмбовский сдвиг атомных уровней совпадает с аналогичным вкладом диаграмм в дираковском представлении с вершинами $-ie\gamma^\mu$.

3. Физический вакуум теории. Отсутствие поляризации вакуума

В стандартной КЭД вклад поляризации вакуума в лэмбовский сдвиг в низшем порядке теории возмущений определяется диаграммой (см. рис. 1).

Учет диаграммы приводит в атоме водорода к сдвигу уровня $2S_{1/2}$ относительно уровня $2P_{1/2}$ на -27 МГц.

В рассматриваемой КЭД с уравнениями (12), (13) в [1] для фермионов отсутствуют операторы, связывающие решения с положительной и отрицательной энергиями. Уравнения для электронов и уравнения для позитронов в [1] не связаны друг с другом.

Физический вакуум теории представляет собой полностью незанятые состояния (12) в [1] с положительными энергиями, а также полностью занятые состояния (12) в [1] с отрицательными энергиями. В теории отсутствуют переходы между состояниями с положительной и отрицательной энергиями.

В КЭД со спинорными уравнениями для фермионов вклад в лэмбовский сдвиг, аналогичный вкладу диаграммы рис. 1, получается при учете трех диаграмм (см. рис. 2).

Диаграммы 2, *b*, *c* не поддаются интерпретации в рамках концепции поляризации вакуума.

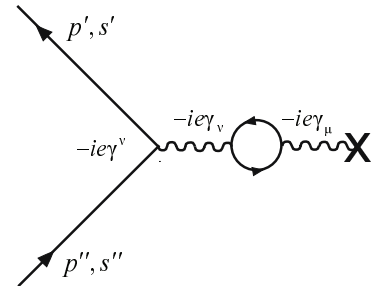


Рис. 1. Поляризация вакуума

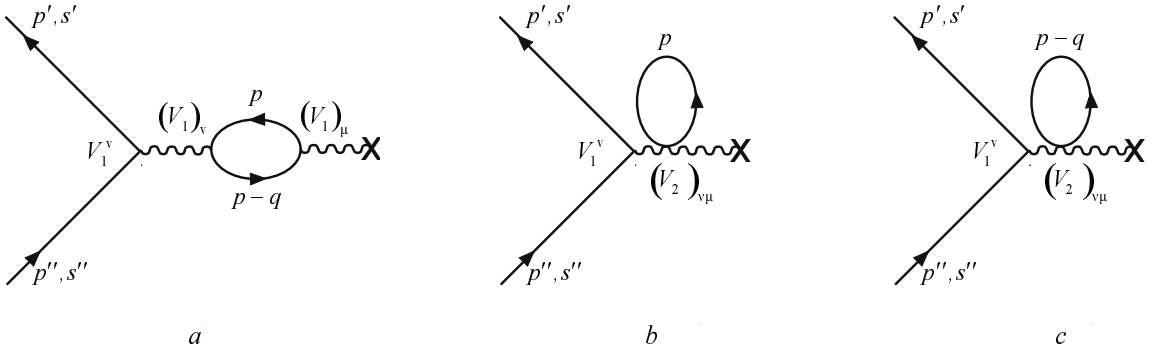


Рис. 2. Диаграммы Фейнмана

3.1. Вклад диаграмм 2, a – c

Диаграммы 2, a – c связаны с собственнно-энергетической функцией фотона. Во втором порядке теории возмущений фотонный пропагатор записываем в виде

$$-iD_{\alpha\beta} = \frac{(-i)g_{\alpha\beta}}{q^2} + \frac{(-i)g_{\alpha\mu}}{q^2} i\Pi_{\mu\nu} \frac{(-i)g_{\nu\beta}}{q^2}. \quad (12)$$

В соответствии с диаграммами 2, a – c тензор $\Pi_{\mu\nu}$ имеет в вид

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(q) = i4\pi e^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} Sp \left[\frac{V_{1\mu}(p, p-q)V_{1\nu}(p-q, p) + V_{1\mu}(p-q, p)V_{1\nu}(p, p-q)}{2(p^2 - m^2)((p-q)^2 - m^2)} + \right. \\ \left. + \frac{V_{2\mu\nu}(p-q, p, p-q)}{(p-q)^2 - m^2} + \frac{V_{2\mu\nu}(p, p-q, p)}{p^2 - m^2} \right]. \quad (13) \end{aligned}$$

При рассеянии электрона в статическом внешнем поле $A_0(\mathbf{x})$ в амплитуду процесса дает вклад лишь компонента тензора $\Pi_{00}(q)$. При этом $q_0 = 0$. Тогда

$$\begin{aligned} f(p^0) = Sp[V_{10}(p, p-q)V_{10}(p-q, p)] = Sp[V_{10}(p-q, p)V_{10}(p, p-q)] = \\ = 2 \left[\left(2p^0 - \frac{\mathbf{p}^2}{2(p^0 + m)} - \frac{\mathbf{p}_1^2}{2(p^0 + m)} \right)^2 + \frac{2\mathbf{p}\mathbf{p}_1}{p^0 + m} \left(2p^0 - \frac{\mathbf{p}_1^2}{2(p^0 + m)} - \frac{\mathbf{p}^2}{2(p^0 + m)} \right) + \frac{\mathbf{p}^2 \mathbf{p}_1^2}{(p^0 + m)^2} \right], \quad (14) \end{aligned}$$

$$SpV_2^{00}(p, p-q, p) = 2 \left[-1 + \frac{3}{4} \frac{\mathbf{p}^2}{(p^0 + m)^2} + \frac{1}{4} \frac{\mathbf{p}_1^2}{(p^0 + m)^2} - \frac{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}{(p^0 + m)^2} \right], \quad (15)$$

$$SpV_2^{00}(p-q, p, p-q) = 2 \left[-1 + \frac{1}{4} \frac{\mathbf{p}^2}{(p^0 + m)^2} + \frac{3}{4} \frac{\mathbf{p}_1^2}{(p^0 + m)^2} - \frac{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}{(p^0 + m)^2} \right]. \quad (16)$$

В (14)–(16) $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p} - \mathbf{q}$.

$$\begin{aligned} \Pi_{00}(q) = & -\frac{4\pi e^2}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{p} S p \left\{ \frac{f(p^0 = E_1)}{2E_1(E_1^2 - E^2)} - \frac{f(p^0 = E)}{2E(E_1^2 - E^2)} + \right. \\ & \left. + V_2^{00}(p - q, p, p - q) \Big|_{p^0 = E_1} \frac{1}{2E_1} + V_2^{00}(p, p - q, p) \Big|_{p^0 = E} \frac{1}{2E} \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Выражение (17) получено контурным интегрированием (13) по переменной dp^0 с обходом полюсов с положительной энергией $p^0 = E = (m^2 + \mathbf{p}^2)^{1/2}$ и $p^0 = E_1 = (m^2 + (\mathbf{p} - \mathbf{q})^2)^{1/2}$. После алгебраических преобразований выражение (17) можно записать в виде

$$\Pi_{00}(q) = \frac{e^2}{\pi^2} \int d\mathbf{p} \frac{-EE_1 + \mathbf{p}\mathbf{p}_1 + m^2}{EE_1(E + E_1)}. \quad (18)$$

Выражение (18) совпадает с тензором $\Pi_{00}(q)$ в стандартной КЭД (см., например, [4]).

Таким образом, суммарный вклад диаграмм $2, a - c$ в лэмбовский сдвиг атомных уровней совпадает с соответствующим вкладом диаграмм в стандартной КЭД с вершинами $-ie\gamma^\mu$.

4. Заключение

В работе продолжено рассмотрение квантовой электродинамики с самосопряженными уравнениями со спинорными волновыми функциями для фермионных полей.

В результате рассмотрения получено, что вклад в лэмбовский сдвиг диаграмм рис. 2, $a - c$ и рис. 5, $i - h$ в [1] совпадает с аналогичным вкладом соответствующих диаграмм в стандартной КЭД.

В рассматриваемой КЭД отсутствуют эффекты поляризации вакуума, так как в теории для фермионов отсутствуют операторы, связывающие решения с положительной и отрицательной энергиями.

Физический вакуум теории представляет собой полностью незанятые состояния электрона с положительными энергиями, а также полностью занятые состояния электрона с отрицательными энергиями. В теории отсутствуют переходы между состояниями с положительной и отрицательной энергиями.

Приложение

Вклады диаграмм 5, $i - l$ в лэмбовский сдвиг

Вклад диаграммы 5, i

$$\begin{aligned} & \left\{ A_1 B_1 C_1 + B_1 C_1 \frac{(\mathbf{p}')^2 - \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{k}}{I \cdot III} + A_1 C_1 \frac{\sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' - \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{k} - \sigma \mathbf{k} \sigma \mathbf{p}'' + \mathbf{k}^2}{III^2} + A_1 B_1 \frac{(\mathbf{p}'')^2 - \sigma \mathbf{k} \sigma \mathbf{p}''}{I \cdot III} + \right. \\ & + C_1 \frac{(\mathbf{p}')^2 - 2\mathbf{p}' \mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{I \cdot III^3} (\sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' - \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{k}) + B_1 \frac{\mathbf{k}^2}{I^2 \cdot III^2} \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' + A_1 \frac{(\mathbf{p}'')^2 - 2\mathbf{p}'' \mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{I \cdot III^3} (\sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' - \sigma \mathbf{k} \sigma \mathbf{p}'') + \\ & + \frac{\mathbf{k}^4}{I^2 \cdot III^2} \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' + B_1 (\sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' - \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{k}) - B_1 \frac{I^2}{III^2} (-\sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' + \sigma \mathbf{k} \sigma \mathbf{p}'' + \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{k} + 3\mathbf{k}^2 + 4\mathbf{p}' \mathbf{p}'' - 4\mathbf{p}' \mathbf{k} - 4\mathbf{p}'' \mathbf{k}) - \\ & - \frac{3III^2}{I^2} B_1 \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' + B_1 (\sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' - \sigma \mathbf{k} \sigma \mathbf{p}'') + \frac{(\mathbf{p}'')^2 - 2\mathbf{p}'' \mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{III^2} ((\mathbf{p}')^2 - \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{k}) - \frac{3I^2}{III^4} ((\mathbf{p}')^2 - 2\mathbf{p}' \mathbf{k} + \mathbf{k}^2) ((\mathbf{p}'')^2 - 2\mathbf{p}'' \mathbf{k} + \mathbf{k}^2) - \\ & \left. - \frac{3\mathbf{k}^2}{I^2} \sigma \mathbf{p}' \sigma \mathbf{p}'' + \frac{(\mathbf{p}')^2 - 2\mathbf{p}' \mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{III^2} ((\mathbf{p}'')^2 - \sigma \mathbf{k} \sigma \mathbf{p}'') \right\} \frac{1}{\left((k^0)^2 - \mathbf{k}^2 - 2(\mathbf{p}')^0 k^0 + 2\mathbf{p}' \mathbf{k} \right) \left((k^0)^2 - \mathbf{k}^2 - 2(\mathbf{p}'')^0 k^0 + 2\mathbf{p}'' \mathbf{k} \right)}, \end{aligned} \quad (II)$$

$$\begin{aligned}
 A_1 &= I^2 + III^2 - 2m - \frac{(\mathbf{p}')^2}{I(I+III)} - \frac{(\mathbf{p}')^2 - 2\mathbf{p}'\mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{III(I+III)}, \\
 C_1 &= I^2 + III^2 - 2m - \frac{(\mathbf{p}'')^2}{I(I+III)} - \frac{(\mathbf{p}'')^2 - 2\mathbf{p}''\mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{III(I+III)}, \\
 B_1 &= 2III^2 - 2m - \frac{(\mathbf{p}')^2 - 2\mathbf{p}'\mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{2III^2} - \frac{(\mathbf{p}'')^2 - 2\mathbf{p}''\mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{2III^2}.
 \end{aligned}$$

Вклад диаграммы 5,j

$$\begin{aligned}
 &\left\{ DE + D \frac{\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}''}{I \cdot III^3} - D \frac{\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{III^3(I+III)} - D \frac{(\mathbf{p}'')^2 - \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}''}{2I \cdot III^3} + \right. \\
 &+ E \frac{(\mathbf{p}')^2 - \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k}}{I \cdot III} + \frac{\mathbf{k}^2}{2I^2 \cdot III^4} \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \frac{(\mathbf{p}')^2 - 2\mathbf{p}'\mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{I \cdot III^4(I+III)} (\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k}) + \\
 &+ \frac{(\mathbf{p}')^2 - \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k}}{III^2} - \frac{3I^2}{III^4} \left((\mathbf{p}')^2 - 2\mathbf{p}'\mathbf{k} + \mathbf{k}^2 \right) + \frac{3}{2I^2} \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \frac{\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}''}{2III^2} - \\
 &\left. - \frac{\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k}}{2III^2} + \frac{I^2}{2III^4} \left(-\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' + \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}'' + \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k} + 3\mathbf{k}^2 + 4\mathbf{p}'\mathbf{p}'' - 4\mathbf{p}'\mathbf{k} - 4\mathbf{p}''\mathbf{k} \right) \right\} \times \\
 &\times \frac{1}{(k^0)^2 - \mathbf{k}^2 - 2(\mathbf{p}')^0 k^0 + 2\mathbf{p}'\mathbf{k}}. \tag{II2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= III^2 + I^2 - 2m - \frac{(\mathbf{p}')^2}{I \cdot III} + \frac{2\mathbf{p}'\mathbf{k}}{III(I+III)} - \frac{\mathbf{k}^2}{III(I+III)}, \\
 E &= -1 - \frac{\mathbf{k}^2}{2III^2(I+III)^2} + \frac{\mathbf{k}^2}{2III^3(I+III)} + \frac{\mathbf{p}'\mathbf{k}}{III^2(I+III)^2} - \frac{\mathbf{p}''\mathbf{k}}{III^3(I+III)} - \\
 &- \frac{(\mathbf{p}')^2}{2III^2(I+III)^2} + (\mathbf{p}'')^2 \left(\frac{1}{2III^3(I+III)} - \frac{1}{2I \cdot III(I+III)^2} \right).
 \end{aligned}$$

Вклад диаграммы 5,k

$$\begin{aligned}
 &\left\{ D_1 E_1 + D_1 \frac{\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k}}{I \cdot III^3} - D_1 \frac{(\mathbf{p}')^2 - \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k}}{2I \cdot III^3} - D_1 \frac{(\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k} - \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}'' + \mathbf{k}^2)}{III^3(I+III)} + \right. \\
 &+ E_1 \frac{(\mathbf{p}'')^2 - \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}''}{III \cdot I} + \frac{\mathbf{k}^2}{2I^2 \cdot III^4} \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \frac{(\mathbf{p}'')^2 - 2\mathbf{p}''\mathbf{k} + \mathbf{k}^2}{I \cdot III^4(I+III)} (\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}'') - \\
 &- \frac{\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k}}{2III^2} - \frac{3I^2}{III^4} \left((\mathbf{p}'')^2 - 2\mathbf{p}''\mathbf{k} + \mathbf{k}^2 \right) + \frac{3}{2I^2} \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' + \frac{(\mathbf{p}'')^2 - \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}''}{III^2} - \\
 &\left. - \frac{\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' - \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}''}{2III^2} + \frac{I^2}{2III^4} \left(-\sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' + \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}'' + \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k} + 3\mathbf{k}^2 + 4\mathbf{p}'\mathbf{p}'' - 4\mathbf{p}'\mathbf{k} - 4\mathbf{p}''\mathbf{k} \right) \right\} \times \\
 &\times \frac{1}{(k^0)^2 - \mathbf{k}^2 - 2(\mathbf{p}'')^0 k^0 + 2\mathbf{p}''\mathbf{k}}, \tag{III}
 \end{aligned}$$

$$D_1 = I^2 + III^2 - 2m - \frac{(\mathbf{p}'')^2}{I \cdot III} + \frac{2\mathbf{p}''\mathbf{k}}{III(I + III)} - \frac{\mathbf{k}^2}{III(I + III)},$$

$$E_1 = -1 + \frac{\mathbf{k}^2}{2III^3(I + III)} - \frac{\mathbf{k}^2}{2III^2(I + III)^2} + \frac{\mathbf{p}''\mathbf{k}}{III^2(I + III)^2} - \frac{\mathbf{p}'\mathbf{k}}{III^3(I + III)} -$$

$$- \frac{(\mathbf{p}'')^2}{2III^2(I + III)^2} + (\mathbf{p}')^2 \left(\frac{1}{2III^3(I + III)} - \frac{1}{2III \cdot I(I + III)^2} \right).$$

Вклад диаграммы 5,1

$$(\mathbf{p}')^2 \left[\frac{1}{2III^3(I + III)^3} - \frac{1}{2I \cdot III^3(I + III)^2} - \frac{1}{2I^2 \cdot III(I + III)^3} \right] +$$

$$+ (\mathbf{p}'')^2 \left[\frac{1}{2III^3(I + III)^3} - \frac{1}{2I \cdot III^3(I + III)^2} - \frac{1}{2I^2 \cdot III(I + III)^3} \right] +$$

$$+ \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{p}'' \left[-\frac{2}{I \cdot III^4(I + III)} + \frac{1}{III^4(I + III)^2} + \frac{1}{I^2 \cdot III^4} \right] +$$

$$+ \sigma\mathbf{k}\sigma\mathbf{p}'' \left[\frac{1}{2I \cdot III^3(I + III)^2} - \frac{1}{III^4(I + III)^2} + \frac{1}{I \cdot III^4(I + III)} \right] +$$

$$+ \sigma\mathbf{p}'\sigma\mathbf{k} \left[\frac{1}{2I \cdot III^3(I + III)^2} - \frac{1}{III^4(I + III)^2} + \frac{1}{I \cdot III^4(I + III)} \right] - \mathbf{p}'\mathbf{k} \frac{1}{III^3(I + III)^3} -$$

$$- \mathbf{p}''\mathbf{k} \frac{1}{III^3(I + III)^3} + \frac{\mathbf{k}^2}{III^3(I + III)^3} + \frac{\mathbf{k}^2}{III^4(I + III)^2} - \frac{3I^2}{III^4}. \quad (\text{П4})$$

Авторы благодарят А. Л. Новоселову за существенную техническую помощь в подготовке статьи.

Список литературы

1. Незнамов В. П. *Квантовая электродинамика с самоспряженными уравнениями со спинорными волновыми функциями для фермионных полей* // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2019. Вып. 3. С. 15–31.
2. Швебер С. *Введение в нерелятивистскую квантовую теорию поля*. М.: ИЛ, 1963.
3. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. *Квантовая электродинамика*. М.: Наука, 1969.
4. Гайтлер В. *Квантовая теория излучения*. М.: Изд-во иностр. лит., 1956.

Статья поступила в редакцию 22.07.2020