

# МОДУЛЬ ЛОГОС-ТЕПЛО. РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА ИЗЛУЧЕНИЕМ В СИММЕТРИЧНЫХ ОБЛАСТЯХ

*А. А. Ларионова, А. К. Меньшикова, В. А. Глазунов*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

## Введение

Одной из составляющих компонент комплекса программ ЛОГОС [1] является модуль ЛОГОС-ТЕПЛО, предназначенный для численного моделирования процессов теплопроводности в твердых телах и/или неподвижных жидкостях и газах с учетом широкого набора физических процессов. Одним из важнейших механизмов передачи энергии при исследовании высокотемпературных процессов является процесс распространения тепла излучением в оптически прозрачных средах.

В текущей версии модуля ЛОГОС-ТЕПЛО при решении задач с излучением невозможно получить истинное распределение температуры при отсекании части конструкции. Таким образом, пользователь вынужден считать на полной модели, даже если она симметрична, что, естественно, замедляет время расчета, приводит к излишнему потреблению вычислительных ресурсов. Для решения данной проблемы предложен подход, который позволяет решать задачи переноса тепла излучением в теплопроводных средах в симметричной постановке.

## Постановка задачи

Будем рассматривать задачу теплопроводности в симметричной относительно некоторой плоскости трехмерной конструкции, стенки которой обмениваются теплом за счет излучения (см. рис. 1).

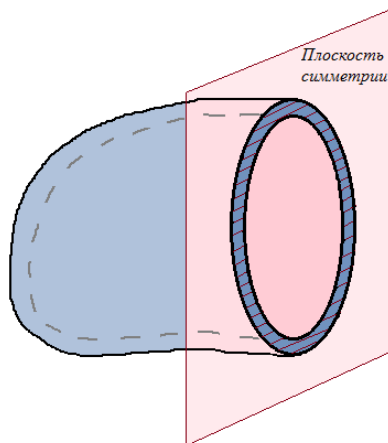


Рис. 1. Пример симметричной расчетной модели

Как известно [1], теплоперенос в твердотельных областях  $G$  с границами  $\partial G$  описывается уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} = \text{div}(\chi \cdot \text{grad}(T)) + \rho Q_T, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность вещества,  $E$  – удельная внутренняя энергия,  $T$  – температура,  $\chi$  – коэффициент теплопроводности вещества,  $Q_T$  – мощность внутренних источников теплоты. На границах  $\partial G$  области  $G$  могут быть заданы граничные условия (фиксированная температура, тепловой поток, конвективный теплообмен, излучение или комбинации этих граничных условий).

Для решения поставленной задачи в модуле ЛОГОС-ТЕПЛО используется метод конечного объема [2]. Область  $G$  разбивается на элементарные объемы – ячейки, ограниченные линейчатыми поверхностями – гранями. Наборы граней формируют границы  $\partial G$  с заданными граничными условиями.

## Расчет теплообмена излучением

Постановка граничных условий при решении связанных задач теплообмена излучением зависит от радиационных свойств материала и окружающей среды. В общем случае для определения тепловых потоков необходимо решать многомерное уравнение переноса излучения. Мы ограничиваемся более простыми моделями, которые основаны на следующих допущениях: окружающая среда является прозрачной для излучения, радиационные свойства поверхности постоянны и не зависят от направления, поверхность испускает и отражает излучение диффузно.

Интегральная плотность потока излучения определяется законом Стефана – Больцмана:

$$J = \varepsilon \sigma T^4. \quad (2)$$

В случае, когда на элемент поверхности падает только внешнее излучение, а собственное излучение не взаимодействует с другими элементами поверхности, граничное условие теплообмена записывается в виде:

$$-\left(\chi \frac{\partial T}{\partial n}\right)_{\bar{R}_i} = \varepsilon \sigma T^4 - \varepsilon \sigma T_{\partial G}^4(\bar{R}, t), (\bar{R}_i, t) \in \Delta S_i \quad (3)$$

В случае расчета радиационного теплообмена многих тел, разделенных прозрачной для излучения средой, падающий тепловой поток на границе области определяется не только температурой окружающей среды, но и излучением других тел. Также, при радиационном теплообмене одного тела, имеющего прозрачные для излучения полости или невыпуклые поверхности, необходимо учитывать собственное излучение поверхности тела по всем видимым направлениям. Результирующий поток излучения в точке поверхности равен разности эффективного излучения и падающего излучения. Интегральное уравнение, выражающее закон сохранения энергии и описывающее перенос излучения через оптически прозрачную область, ограниченную поверхностью  $\partial G$ , излучающую по закону Ламберта, записывается в виде:

$$q(\bar{R}_i, t) = \varepsilon \sigma T^4(\bar{R}_i, t) - \frac{1}{\pi} \int_{\partial G'} \varepsilon \sigma T^4(\bar{R}_j, t) \times \frac{\cos(\bar{n}_i, \Delta \bar{R}_{ij}) \cos(\bar{n}_i, \Delta \bar{R}_{ji})}{|\Delta \bar{R}_{ij}|^2} dS, \quad (4)$$

где  $\cos(\bar{n}_i, \Delta \bar{R}_{ij})$  – косинус угла между нормалью в точке  $i$  и отрезком  $|\Delta \bar{R}_{ij}|$ , соединяющим точки  $j$  и  $i$ ;  $\cos(\bar{n}_j, \Delta \bar{R}_{ji})$  – косинус угла между нормалью в точке  $j$  и отрезком;  $|\Delta \bar{R}_{ij}|$  – расстояние между точками  $i$  и  $j$ . В (4) интегрирование ведется по части поверхности  $\partial G'$ , которая является частью граничных поверхностей  $\partial G$ , видной из точки  $i$ .

Таким образом, связанная задача теплопроводности и теплообмена излучением сводится к определению теплового поля внутри тел на основе решения уравнения теплопроводности (1) с граничным условием:

$$-\left(\chi \frac{\partial T}{\partial n}\right)_{\bar{R}_i} = q(\bar{R}_i, t), \quad (\bar{R}_i, t) \in \Delta S_i \quad (5)$$

где тепловой поток  $q(\bar{R}_i, t)$  определяется по (4).

При численном решении выражение для теплового потока (4) на грани удобно представить в виде разности двух потоков

$$q(\bar{R}_i, t) = J_i^+ - J_i^- \quad (6)$$

где  $J^+(R, t)$  – односторонний поток излучения в направлении внешней нормали к поверхности,  $J^-(R, t)$  – односторонний поток излучения в направлении внутренней нормали к поверхности. В приближении абсолютно черного тела односторонний поток  $J^+$  в любой точке на поверхности оп-

ределяется по значению температуры в этой точке по формуле (2). Односторонний поток поглощенного излучения  $J^-$ , определяется по формуле:

$$J_i^-(\bar{R}_i, t) = \frac{1}{\pi} \int_{\partial G'} J_j^+(\bar{R}_j, t) \frac{\cos(\bar{n}_i, \Delta \bar{R}_{ij}) \cos(\bar{n}_j, \Delta \bar{R}_{ji})}{|\Delta \bar{R}_{ij}|^2} dS, \quad (7)$$

где суммирование ведется по участкам поверхности, находящейся в пределах прямой видимости.

Аппроксимируя интеграл (7) квадратурной формулой прямоугольников, получим следующее выражение для падающего излучения:

$$J_i^-(\bar{R}_i, t) = \sum_j A_{ij} J_j^+(\bar{R}_i, t), \quad (8)$$

где  $A_{ij}$  – так называемые угловые коэффициенты, определяемые по формуле:

$$A_{ij} = \frac{1}{\pi} \frac{\cos(\bar{n}_i, \Delta \bar{R}_{ij}) \cos(\bar{n}_j, \Delta \bar{R}_{ji})}{|\Delta \bar{R}_{ij}|^2} \Delta S_j. \quad (9)$$

Для реальных тел элементы поверхности поглощают излучение с учетом коэффициента степени черноты поверхности  $\varepsilon_i = \varepsilon(R_i)$  и отражают падающее излучение с коэффициентом отражения, определяемого как:

$$\rho_i = 1 - \varepsilon_i \quad (10)$$

В этом случае для некоторого произвольного элемента поверхности  $\Delta S_i$  имеющего степень черноты  $\varepsilon_i$  и отражательную способность  $\rho_i$ , поток результирующего излучения будет равен потоку эффективного излучения этой поверхности за вычетом потока излучения от всех источников падающего излучения. Поток эффективного излучения  $J_i^+$  элемента поверхности  $\Delta S_i$  состоит из потока собственного излучения и отраженного излучения:

$$J_i^+ = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_j A_{ji} J_j^+. \quad (11)$$

Результирующий поток излучения равен разности эффективного и падающего потоков излучения и описывается выражением:

$$q_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_j A_{ji} J_j^+ - \sum_j A_{ji} J_j^+ = \varepsilon_i \sigma T_i^4 - \varepsilon_i \sum_j A_{ji} J_j^+. \quad (12)$$

Запишем уравнение (11) в матричном виде:

$$J = M^{-1} \cdot J^\sigma, \quad (13)$$

где компонентами вектора  $J_i$  являются значения эффективного излучения  $i$ -ого элемента поверхности; а  $J_i^\sigma = \varepsilon_i \sigma T_i^4$  – поток собственного излучения. (14)

Элементы матрицы  $M = (m_{ij})$  определяются по формуле

$$m_{ij} = \delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i) A_{ij}, \quad (15)$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Тогда уравнение (12) в матричном виде можно представить в виде

$$Q = J^\sigma + \mathbf{\varepsilon} \cdot A \cdot M^{-1} \cdot J^\sigma, \quad (16)$$

где  $\varepsilon$  – диагональная матрица с элементами  $\varepsilon_i$  по диагонали.

### Теплообмен излучением в симметричной области

Для удобства изложения рассмотрим двумерную задачу теплопроводности с учетом теплообмена излучением в сечении плоскостью конструкции, приведенной на рис. 2. Здесь грани  $i$  и  $j$  расположены в исследуемой области, грани  $\tilde{i}$  и  $\tilde{j}$  – симметричные им относительно плоскости симметрии.

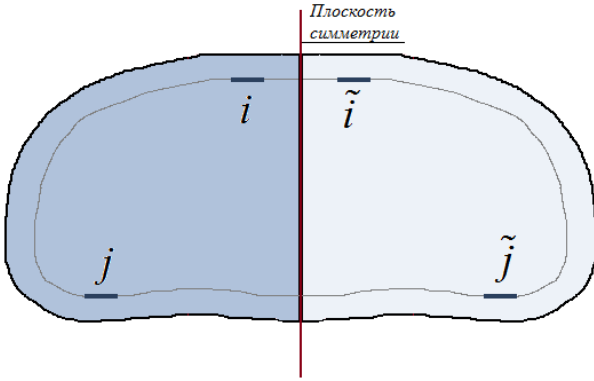


Рис. 2. Отраженные излучающие грани

Матрицы  $A$  и  $M^{-1}$  для полной конструкции представим в виде:

$$[\bullet] = \begin{bmatrix} \bullet_{iI} & \bullet_{i\tilde{I}} \\ \bullet_{jI} & \bullet_{j\tilde{I}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Диагональную матрицу  $\mathbf{\varepsilon}$  в виде:

$$[\bullet] = \begin{bmatrix} \bullet_i & 0 \\ 0 & \bullet_{\tilde{i}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Вектора  $J^\sigma$ ,  $Q$  и соответственно в виде:

$$\{\bullet\} = \begin{Bmatrix} \bullet_I \\ \bullet_{\tilde{I}} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

где индексы  $I$ ,  $J$  соответствуют исходным граням,  $\tilde{I}$  и  $\tilde{J}$  – симметричным им относительно плоскости симметрии. Тогда уравнение (16) для полной конструкции выглядит следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} Q_I \\ Q_{\tilde{I}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} J_I^\sigma \\ J_{\tilde{I}}^\sigma \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\varepsilon}_I & 0 \\ 0 & \mathbf{\varepsilon}_{\tilde{I}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{IJ} & A_{I\tilde{J}} \\ A_{\tilde{I}J} & A_{\tilde{I}\tilde{J}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_{IJ} & M_{I\tilde{J}} \\ M_{\tilde{I}J} & M_{\tilde{I}\tilde{J}} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} J_I^\sigma \\ J_{\tilde{I}}^\sigma \end{Bmatrix}, \quad (20)$$

или

$$\begin{Bmatrix} Q_I \\ Q_{\tilde{I}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} J_I^\sigma \\ J_{\tilde{I}}^\sigma \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\varepsilon}_I & 0 \\ 0 & \mathbf{\varepsilon}_{\tilde{I}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{IJ} & A_{I\tilde{J}} \\ A_{\tilde{I}J} & A_{\tilde{I}\tilde{J}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_I \\ X_{\tilde{I}} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

Поскольку рассматриваемая область симметрична, то мы можем записать:

$$T_i = T_{\tilde{i}} \quad (22)$$

$$J_i^+ = J_{\tilde{i}}^+ \quad (23)$$

$$q_i = q_{\tilde{i}} \quad (24)$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{\tilde{i}} \quad (25)$$

В симметричной постановке для определения теплового состояния конструкции необходимо знать тепловые потоки только на исходных гранях, соответственно необходимо вычислить только вектор  $Q_I$ .

$$\{Q_I\} = \{J_I^\sigma\} + [\mathbf{\varepsilon}_I] \cdot [A_{IJ} \ A_{I\tilde{J}}] \cdot \begin{Bmatrix} X_I \\ X_{\tilde{I}} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Проделав несложные математические действия, зная, что и  $J_i^+ = J_{\tilde{i}}^+$  и  $A_{i\tilde{k}} = A_{\tilde{i}k}$ , получаем, что  $X_I = X_{\tilde{I}}$ . Тогда уравнение (26) принимает вид:

$$\{Q_I\} = \{J_I^\sigma\} + [\mathbf{\varepsilon}_I] \cdot [\tilde{A}_{IJ}] \cdot \{X_I\}, \quad (27)$$

где

$$\tilde{a}_{ij} = a_{ij} + a_{\tilde{i}j}, \quad (28)$$

$$\{X_I\} = [\tilde{M}_{IJ}] \cdot \{J_I^\sigma\} \quad (29)$$

Элементы матрицы  $[\tilde{M}_{IJ}]$  вычисляются по формуле:

$$\tilde{m}_{ij} = m_{ij} + m_{\bar{j}}. \quad (30)$$

Таким образом, для корректного расчета теплообмена излучением в симметричной постановке, достаточно рассчитывать только  $A_{IJ}$  и  $A_{J\bar{I}}$  блоки матрицы  $A$ . Следовательно, необходимо знать геометрические характеристики симметричных излучающих граней, выходящих за пределы расчетной области. В качестве решения было предложено виртуально достраивать недостающие грани, отображая их относительно плоскости симметрии.

### Алгоритм зеркального отображения излучающих граней

Для того чтобы найти необходимые геометрические характеристики, а именно вершины и центры симметричных граней, необходимо произвести отображение вершин и центров граней относительно плоскости симметрии. Отображение является линейным преобразованием [4], следовательно, в трехмерном пространстве для точки  $P(x, y, z)$  оно может быть выполнено с помощью матрицы преобразования  $T$  размером  $4 \times 4$ . Плоскость симметрии задается двумя параметрами – это вектор нормали к плоскости и точка плоскости  $P(x, y, z)$ .

Координаты вершин и центров отраженных граней находим следующим образом:

$$\tilde{x} = \sum_{i=1}^4 T_{1i} \cdot P_i, \quad (31)$$

$$\tilde{y} = \sum_{i=1}^4 T_{2i} \cdot P_i, \quad (32)$$

$$\tilde{z} = \sum_{i=1}^4 T_{3i} \cdot P_i, \quad (33)$$

где  $\{P\} = \{x, y, z, f\}$ ,  $x, y, z$  – координаты отражаемой точки.

Матрица  $T$  выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} l_X^2 + (l_Y^2 + l_Z^2) \cdot \cos \varphi & l_X \cdot l_Y \cdot (1 - \cos \varphi) - l_Z \cdot \sin \varphi & l_X \cdot l_Z \cdot (1 - \cos \varphi) + l_Y \cdot \sin \varphi & 0 \\ l_X \cdot l_Y \cdot (1 - \cos \varphi) + l_Z \cdot \sin \varphi & l_Y^2 + (l_X^2 + l_Z^2) \cdot \cos \varphi & l_Y \cdot l_Z \cdot (1 - \cos \varphi) - l_X \cdot \sin \varphi & 0 \\ l_X \cdot l_Z \cdot (1 - \cos \varphi) - l_Y \cdot \sin \varphi & l_Y \cdot l_Z \cdot (1 - \cos \varphi) + l_X \cdot \sin \varphi & l_Y \cdot l_Z \cdot (1 - \cos \varphi) + l_X \cdot \sin \varphi & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{pmatrix}$$

$$f = \frac{1}{T_{41} \cdot P_1 + T_{42} \cdot P_2 + T_{43} \cdot P_3 + T_{44}} \quad (34)$$

Здесь  $T_x, T_y, T_z$  – компоненты перемещения,  $\varphi$  – угол поворота вокруг оси,  $(l_X, l_Y, l_Z)$  – направляющий вектор оси, задан направляющими косинусами, компоненты которого удовлетворяют следующим соотношениям:  $l_X = \cos(\bar{n}, \overline{OX})$ ,  $l_Y = \cos(\bar{n}, \overline{OY})$ ,  $l_Z = \cos(\bar{n}, \overline{OZ})$ ,  $l_X^2 + l_Y^2 + l_Z^2 = 1$ .

### Верификационные расчеты

Для верификации реализованных алгоритмов рассматривается ряд задач переноса тепла излучением.

#### Теплообмен излучением в трехслойной сфере

##### Постановка задачи

Рассматривается задача определения температурного поля по объему трехслойной сферической оболочки с внутренним тепловыделяющим слоем в стационарном режиме. Геометрическая модель изображена на рис. 3.

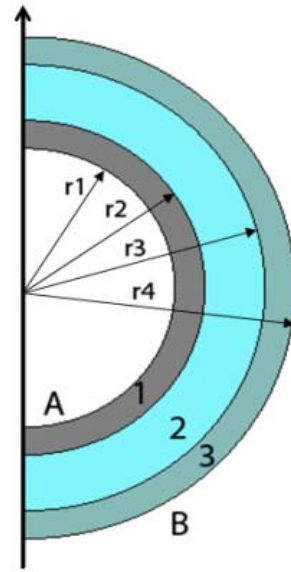


Рис. 3. Геометрическая схема задачи

Параметры модели:  $r_1 = 0,1$  м;  $r_2 = 0,15$  м;  $r_3 = 0,32$  м;  $r_4 = 0,4$  м.

На внешние поверхности моделируется теплое нагружение: конвективный теплообмен. Коэффициент теплоотдачи –  $\alpha = 10 \text{ Вт/м}^2/\text{К}$ , температура окружающей среды  $T = 40^\circ\text{C}$ . Внутренняя поверхность (поверхность А) – теплоизолированная стенка. Теплофизические свойства материалов сферы приведены в табл. 1.

Таблица 1

Теплофизические свойства материалов

Материал	Теплопроводность, Вт/(м·°C)	Теплоемкость, Дж/(кг·°C)	Степень черноты
1	10	100	0,25
2	0,025	1000	Прозрачная среда
3	0,1	1500	0,25

Задача решается в двух постановках:

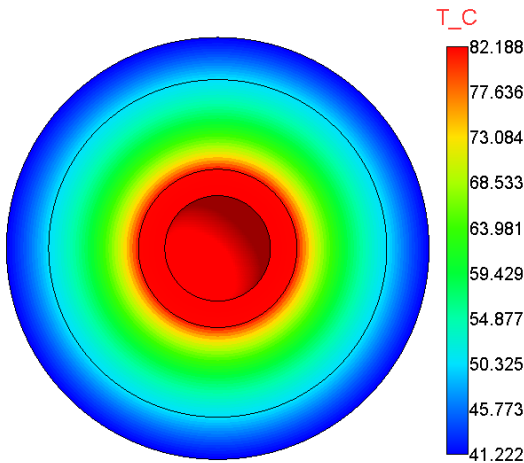
– трехмерная постановка. Мощность источника тепловыделения –  $201140 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$ ;

– двумерная осесимметричная постановка.

Мощность источника тепловыделения –  $201140 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$ .

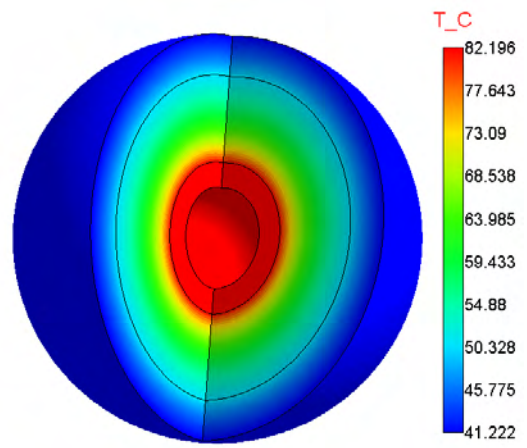
Результаты расчетов в трехмерной постановке

Ниже, на рис. 4, представлены поля температур, полученные при решении задачи в полной и симметричной постановках.



а

Рис. 4. Поля температур в трехслойной сферической оболочке: а – трехмерная симметричная постановка, б – трехмерная постановка



б

Рис. 4. (Окончание)

На рис. 5 показан график распределения температур по радиусу сферической оболочки. Погрешность вычисления находится по формуле

$$\left| \frac{T_{\log os} - T_{etalon}}{T_{etalon}^{\max} - T_{etalon}^{\min}} \right| \cdot 100\% .$$

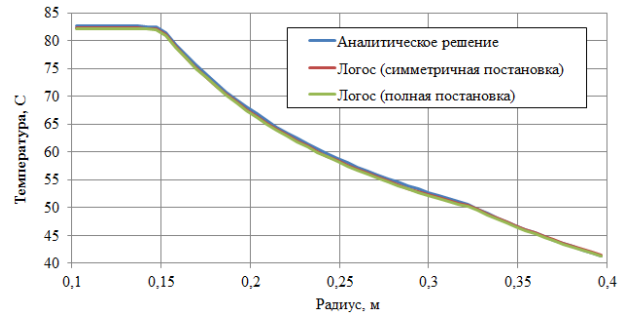


Рис. 5. График распределения температур по радиусу сферической оболочки

В табл. 2, приведены некоторые сравнительные величины, полученные в результате расчетов. Погрешность вычисления находится по формуле

$$\left| \frac{T_{\log os} - T_{etalon}}{T_{etalon}^{\max} - T_{etalon}^{\min}} \right| \cdot 100\% .$$

Таблица 2

Сравнительные величины расчетов

	Время расчета матрицы коэффициентов видности, с	Объем затраченной памяти, МБ	Полное время расчета, с	Погрешность вычисления, %
Полная постановка	200	2486,047	379,813	1,1
Симметричная постановка	130 (-65 %)	1561,223 (-37,2 %)	218,331 (-42,5 %)	1,1

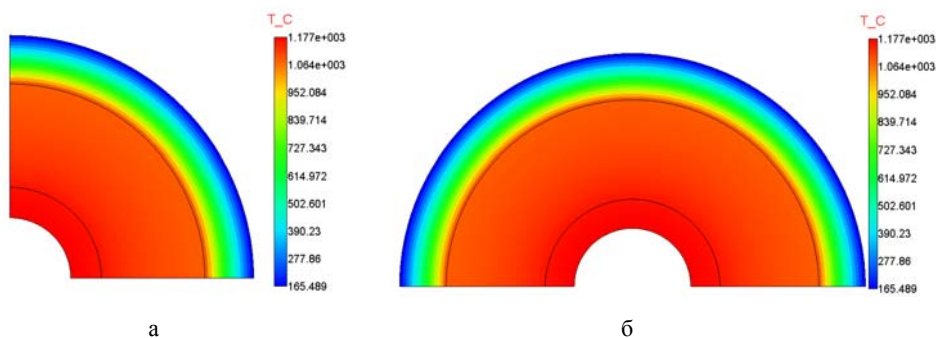


Рис. 6. Поля температур в трехслойной сферической оболочке в осесимметричном приближении: а – двумерная, симметричная, б – двумерная, полная постановка

На рис. 7 приведен график распределения температур по радиусу сферической оболочки.

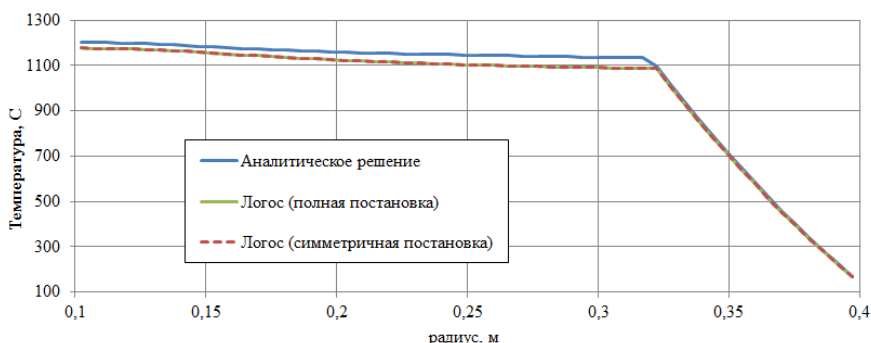


Рис.7. График распределения температур по радиусу сферической оболочки

Таблица 3

### Сравнительные величины расчетов

	Время расчета матрицы коэффициентов видимости, с	Объем затраченной памяти, МБ	Полное время расчета, с	Погрешность вычисления, %
Полная постановка	1,1	19,871	6,308	4,5
Симметричная постановка	0,42 (-61,8 %)	17,555 (-11,7 %)	3,874 (-38,6%)	4,5

### Результаты расчетов в двумерной, осесимметричной постановке

Ниже представлены поля температур, полученные при решении задачи в полной и симметричной постановках.

В табл. 3 приведены некоторые сравнительные величины, полученные в результате расчетов.

### ***Теплообмен излучением в транспортно-упаковочном контейнере***

#### Постановка задачи

Рассматривается задача стационарного теплового состояния контейнера (ТУК) для перевозки и длительного хранения ОТВС [5]. На наружной поверхности ТУК задается конвективный теплообмен. Температура окружающей среды:  $T = 38 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Коэффициент теплоотдачи задается формулой:  $0,00002 \cdot T^3 - 0,0052 \cdot T^2 + 0,4916 \cdot T - 7,0508$ . Тепловыделение в контейнере происходит в результате радиоактивного распада в объеме топливных элементов, в расчетах – задается удельным тепловым потоком  $q_S$  на внутреннюю поверхность корпуса твэла и удельным тепловыделением  $q_V$  в объеме топлива (в центре каждой ТВС, т. е. в месте предполагаемого достижения максимума температур). Удельные плотности тепловыделения составляют:

$$q_S = 42,85 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}, \quad q_V = 19123,1 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

Для проведения численных расчетов разработана двумерная компьютерная модель поперечного сечения ТУК-S. Расчетная схема представлена на рис. 9.

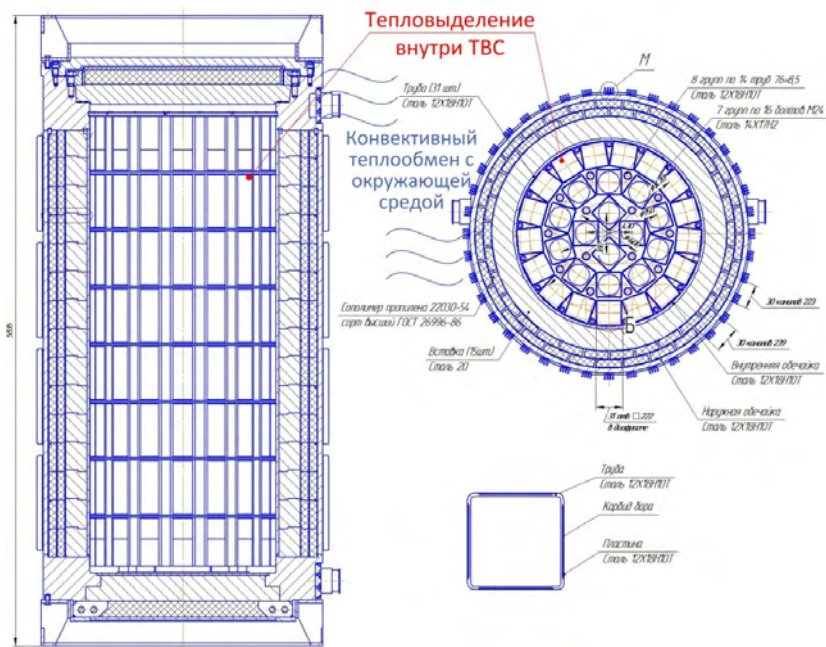


Рис. 8. Общий вид ТУК-S в разрезе. Постановка задачи о распределении температур в поперечном сечении

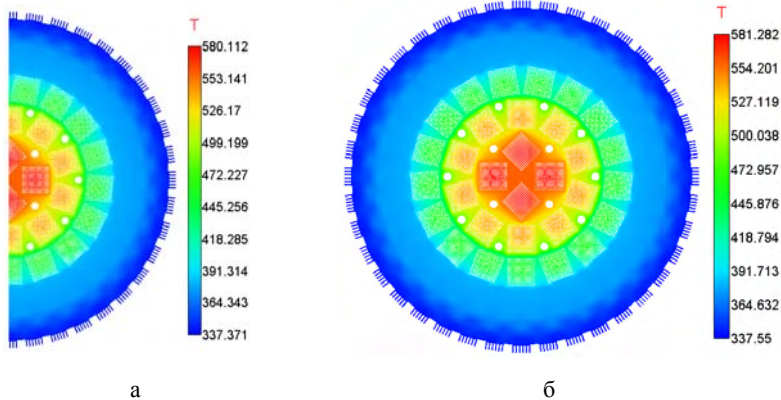


Рис. 9. Поля температур в ТУК-S: а – двумерная, симметричная постановке, б – двумерная постановка

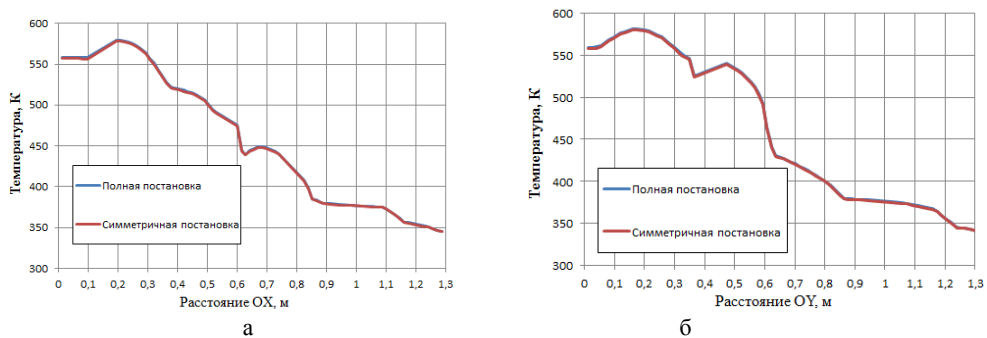


Рис. 10. Распределение температуры в ТУК-S: а – вдоль оси OX, б – вдоль оси OY

### Результаты расчетов

На рис. 9 представлены поля температур, полученные при решении задачи в полной и симметричной постановках.

На рис. 10 представлены расчетные профили температуры по осям OX и OY, полученные в симметричной постановке в сравнении с расчетными профилями температуры, полученными в полной постановке.

В табл. 4, приведены некоторые сравнительные величины, полученные в результате расчетов.

Таблица 4  
Сравнительные величины расчетов

	Время расчета матрицы коэффициентов видимости, с	Объем затраченной памяти, МБ	Полное время расчета, с
Полная постановка	1,0E+04	15913,961	80154,508
Симметричная постановка	0,59E+04 (-41 %)	12276,516 (-23 %)	40653,849 (-49,28 %)

### Заключение

В модуле ЛОГОС-ТЕПЛО реализована возможность расчета теплообмена излучением в симметричных областях. Предложенный авторами алгоритм хорошо показал себя как на тестовых задачах, так и на задаче определения теплового состояния реальной конструкций. Новые возможности модуля ЛОГОС-ТЕПЛО позволяют значительно сократить время

расчета и объем потребляемой памяти, не увеличивая, при этом, погрешность вычисления. В свою очередь, время на подготовку подобных задач не увеличивается. Достаточно лишь дополнительно указать границу симметрии.

### Литература

1. Оцисик М. Н. Сложный теплообмен. М.: Мир, 1976.
2. Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К., Глазунов В. А. и др. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС: физико-математические модели расчета задач аэро-, гидродинамики и теплопереноса // Препринт 111-2013. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2013.
3. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. 1945.
5. Файлообменник docplayer.ru. - URL: <http://docplayer.ru/34274337-opyt-primeneniya-imitacionnogo-modelirovaniya-dlya-obosnovaniy-bezopasnosti-upakovok-s-oyat-v-avariynyh-usloviyah.html>.