

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ ИЗ ТОЧКИ НАЧАЛЬНОГО ВОСПЛАМЕНЕНИЯ ГАЗА

*А. С. Мокеев, В. Г. Рогачев, Е. А. Кудряшов, В. М. Ямщиков*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

## Введение

Одним из важных явлений, возникающих при взаимодействии лазерного излучения с веществом, является процесс распространения ударных волн (УВ). Так, например, при изучении динамики плазмы С. А. Рамсен и В. Е. Дэвис [1] заметили интересный эффект: быстрое движение фронта плазмы вдоль светового канала навстречу лучу. Для объяснения наблюдаемого явления С. А. Рамсен и П. Савич [2] выдвинули идею о «светодетонационной волне». Суть ее состоит в следующем. От места оптического пробоя по газу распространяется сильная УВ. Газ за этой волной нагревается и ионизируется, приобретая вместе с тем способность поглощать лазерное излучение. Поглощение происходит в тонком слое плазмы сразу за фронтом УВ. Таким образом, возникает УВ волна с поглощением энергии на ее фронте – детонация. Процесс распространения УВ навстречу лазерному лучу имеет много общего с детонацией в газе. В теории детонации задача о распространении детонационной волны (ДВ) в газе является такой же пионерской работой, как и решение уравнения Шредингера для атома водорода в квантовой механике.

Существуют две хорошо известные задачи о распространении детонации:

1) случай детонации в газе, находящимся в трубе, один из концов которой закрыт;

2) случай сферической ДВ, расходящейся от точки начального воспламенения газа.

Далее будут рассмотрены вопросы, связанные с моделированием движения сферической ДВ. Этот важный случай теоретически был описан в работе [3]. В отличие от детонации газа в трубе, в случае сферической детонации решение не может быть получено аналитически. Получение численного решения также затруднено в связи с наличием особых точек на границах исследуемой области. Основные асимптотики в окрестности особых точек приведены, например, в работах [4–6].

В настоящей работе представлено полное и максимально подробное описание задачи, а также получено численное решение с высокой точностью ( $\sim 10^{-6}$ ).

Проведены численные расчеты соответствующей задачи по пакету программ [7], приводятся графические результаты, обсуждаются аналитические и численные решения.

Результаты данной работы могут быть применимы для апробации расчетных методик и комплексов программ при численном моделировании детонации.

## Постановка задачи

Рассматривается процесс инициирования детонации из точки начального воспламенения газа, показанный на рис. 1. Поскольку газ должен быть неподвижным как перед фронтом ДВ, так и в центре симметрии, то скорость должна падать по направлению от фронта волны к центру. В промежутке между фронтом ДВ, в котором газ сжимается, и центром симметрии происходит разрежение, ибо масса газа между центром симметрии и фронтом ДВ остается той же, что и была до возникновения детонации.

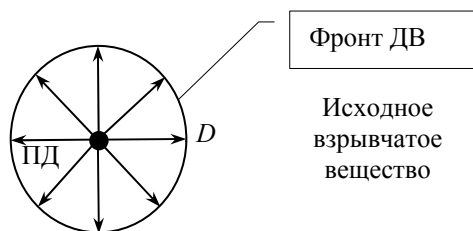


Рис. 1. Схема инициирования

«Голова» волны разрежения (ВР) бежит по газу перед ней со скоростью звука  $c_{зв}$ , как и ДВ, обладающая скоростью  $D$ , бежит по оставляемым ею продуктам с той же звуковой скоростью  $c_{зв}$ . «Голова» ВР должна при этом совпадать с детонационным разрывом, так как бежать на каком-то расстоянии от него с той же скоростью  $c_{зв}$  она не может – в задаче нет масштаба длины для такого расстояния. Таким образом, единственная возможность для существования решения, удовлетворяющего всем законам газодинамики, это режим Чепмена – Жуге, при котором фронт ДВ и «голова» ВР совпадают и распространяются по продуктам детонации (ПД) с местной скоростью звука  $c_{зв}$ .

Течение предполагается сферически симметричным, а продукты детонации – идеальным газом с показателем адиабаты  $\gamma$ . Решение большинства задач по газодинамике взрыва резко упрощается, если принять  $\gamma = 3$ . Хорошее соответствие этого ус-

ловия опыту и простоту решения задач с ним впервые отметили Л. Д. Ландау и К. П. Станюкович [8]. Адиабатическое течение ПД за фронтом ДВ описывается одномерными нестационарными уравнениями газовой динамики в сферических координатах:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u\rho}{r} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \\ p\rho^{-\gamma} = const. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $u$  – массовая скорость,  $\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $\gamma$  – показатель адиабаты,  $r$  – радиус сферы,  $t$  – время.

Первое уравнение в системе (1) представляет собой уравнение непрерывности, второе – уравнение движения и третье – уравнение состояния идеального газа в адиабатическом случае.

### Соотношения на фронте детонационной волны

Далее будут рассмотрены соотношения на фронте ДВ. Поскольку химическая реакция протекает в ДВ при высокой температуре быстро, толщина зоны горения за УВ оказывается достаточно малой, и всю детонационную волну в целом можно рассматривать как разрыв. В разрыве исходная горючая смесь скачкообразно превращается в ПД, и столь же скачкообразно выделяется запасенная в исходной смеси химическая энергия  $q$  на единицу массы. Для ДВ, как и для УВ, справедливы законы сохранения потоков массы, импульса и энергии.

Пусть среда перед фронтом ДВ имеет параметры  $p_0, \rho_0, u_0$ . Тогда за фронтом будут параметры  $p_1, \rho_1, u_1$ , соответственно. С учетом потенциальной химической энергии  $q$  относительно исходного газа и применив понятие удельного объема  $v = 1/\rho$  можно записать законы сохранения массы, импульса и энергии:

$$\begin{cases} (D-u_0)/v_0 = (D-u_1)/v_1, \\ p_1 - p_0 = \frac{1}{v_0}(D-u_0)(u_1-u_0), \\ \rho_0(D-u_0)\left(u_1^2/2 + p_1v_1/(\gamma-1) - u_0^2/2 - p_0v_0/(\gamma-1) - q\right) = p_1u_1 - p_0u_0. \end{cases} \quad (2)$$

Если среда перед фронтом ДВ покоится, то есть  $u_0 = 0$  и ДВ является сильной, то есть  $p_1 = p_0$ , то, путем несложных преобразований, система уравнений (2) приводится к виду:

$$\begin{cases} u_1 = \sqrt{p_1(v_0 - v_1)}, \\ D = v_0 \sqrt{\frac{p_1}{v_0 - v_1}}, \\ \frac{p_1v_1}{(\gamma-1)} = \frac{1}{2}p_1(v_0 - v_1) + q. \end{cases} \quad (3)$$

Система уравнений (3) дополняется условием Чепмена – Жуге [5–6]:

$$D - u_1 = c_{зв1}, \quad (4)$$

где  $c_{зв1}$  – скорость звука в ПВ, которая для идеального газа равна:

$$c_{зв1} = \sqrt{\gamma \frac{p_1}{\rho_1}}.$$

Разрешая систему из четырех уравнений (3)–(4) с четырьмя неизвестными  $u_1, p_1, \rho_1, D$ , можно получить параметры на фронте ДВ:

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{2q(\gamma^2 - 1)}, \quad \rho_1 = \rho_0 \frac{(\gamma+1)}{\gamma}, \quad u_1 = \sqrt{\frac{2q(\gamma-1)}{(\gamma+1)}}, \\ p_1 &= 2q\rho_0(\gamma-1). \end{aligned} \quad (5)$$

### Автомодельность решения

Как и в случае движения в трубе, в данной задаче нет каких-либо заданных параметров размерности длины или времени, поэтому течение газа должно быть автомодельным. Газодинамические величины зависят от  $r$  и  $t$  не порознь, а от комбинации  $r/t$ .

Введем безразмерные величины – функции-представители координаты, плотности, скорости и давления:

$$\xi = \frac{r}{t\sqrt{q}}, \quad R(\xi) = \frac{p}{\rho_0}, \quad U(\xi) = \frac{u}{\sqrt{q}}, \quad P(\xi) = \frac{p}{q\rho_0}. \quad (6)$$

Здесь характерный постоянный параметр  $q$  – теплота реакции на единицу массы,  $\rho_0$  – плотность газа в невозмущенном состоянии.

Подставив (6) в систему уравнений газовой динамики (1), получим исходные уравнения в безразмерном виде:

$$\begin{cases} [\xi - U(\xi)] \frac{R'(\xi)}{R(\xi)} = U'(\xi) + \frac{2U(\xi)}{\xi}, \\ [\xi - U(\xi)] U'(\xi) = \frac{P'(\xi)}{R(\xi)}, \\ P(\xi) = c_1 R^\gamma(\xi). \end{cases} \quad (7)$$

Разрешая первое и второе уравнения системы (7) относительно производных, вместо системы из уравнений в частных производных, получим систему из обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} U'(\xi) = \frac{2U(\xi)}{\xi \left[ (\xi - U(\xi))^2 / c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi) - 1 \right]}, \\ R'(\xi) = \frac{R(\xi)(\xi - U(\xi))}{c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi)} \frac{2U(\xi)}{\xi \left[ (\xi - U(\xi))^2 / c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi) - 1 \right]}. \end{cases} \quad (8)$$

Решить полученную систему аналитически не представляется возможным, однако, можно исследовать поведение решения уравнений (16) вблизи особых точек и провести численное интегрирование [4].

Решение исходной задачи можно разбить на три области, как показано на рис. 2.

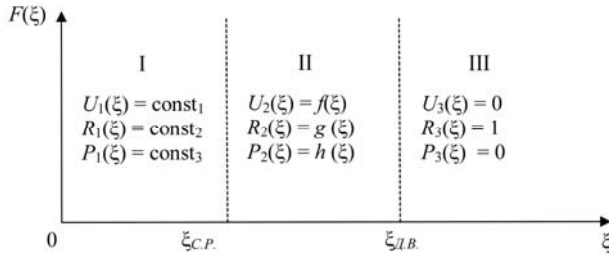


Рис. 2. Вид решения искомой задачи

Точка  $\xi_{C.P.}$  представляет собой «хвост» ВР (слабый разрыв), а точка  $\xi_{D.B.}$  – фронт ДВ и, одновременно, «голову» ВР. Область III представляет собой невозмущенный газ в исходном состоянии, его параметры известны.

На границе слабого разрыва газодинамические параметры должны быть непрерывны, соответственно можно записать следующие условия сшивки:

$$\begin{aligned} U_1(\xi_{C.P.}) &= U_2(\xi_{C.P.}) = const_1, \\ R_1(\xi_{C.P.}) &= R_2(\xi_{C.P.}) = const_2, \\ P_1(\xi_{C.P.}) &= P_2(\xi_{C.P.}) = const_3. \end{aligned}$$

Из граничного условия симметрии:

$$U_1(0) = U_2(\xi_{C.P.}) = const_1 = 0.$$

Далее будут рассмотрены соотношения в точке  $\xi_{D.B.}$  на фронте ДВ. При подстановке (6) в (5) получены параметры ПД на фронте ДВ:

$$\begin{cases} U(\xi_{D.B.}) = \sqrt{\frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)}}, \quad R(\xi_{D.B.}) = \frac{(\gamma+1)}{\gamma}, \\ P(\xi_{D.B.}) = c_1 R^\gamma(\xi_{D.B.}), \quad \xi_{D.B.} = \sqrt{2(\gamma^2-1)}, \quad c_1 = 2(\gamma-1) \left( \frac{\gamma}{\gamma+1} \right)^\gamma. \end{cases} \quad (9)$$

Для слабого разрыва параметры ПД имеют следующий вид:

$$\begin{cases} U(\xi_{C.P.}) = 0, \quad R(\xi_{C.P.}) = \left[ (\xi_{C.P.} - U(\xi_{C.P.}))^2 / (c_1 \gamma) \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}, \\ P(\xi_{C.P.}) = c_1 R^\gamma(\xi_{C.P.}), \quad c_1 = 2(\gamma-1) \left( \frac{\gamma}{\gamma+1} \right)^\gamma. \end{cases} \quad (10)$$

При подстановке значений функций-представителей скорости, плотности и координаты в точке слабого разрыва из системы (10) в систему уравнений (8), возникает неопределенность вида 0/0.

В то время, как, при подстановке соответствующих значений в точку на фронте ДВ из системы (9) в систему уравнений (8), получается  $+\infty$ .

Решение в области III известно. Таким образом, интерес представляет поведение решения в области II. Необходимо отметить, что применение численных методов для решения системы уравнений (8) напрямую не представляется возможным, поскольку границы области являются особыми точками.

В связи с этим, необходимо выполнить разложение вблизи особых точек и получить приближенное решение.

#### Поведение решения вблизи слабого разрыва

$$\xi = \xi_{C.P.}$$

Рассматривается левая граница II области, вблизи слабого разрыва  $\xi_{C.P.}$ :

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_{C.P.} + \Delta\xi, \quad U(\xi) = U(\xi_{C.P.}) + \Delta U, \\ R(\xi) &= R(\xi_{C.P.}) + \Delta R. \end{aligned} \quad (11)$$

Причем  $\Delta\xi/\xi_{C.P.} \ll 1$ ,  $\Delta U/U(\xi_{C.P.}) \ll 1$ ,  $\Delta R/R(\xi_{C.P.}) \ll 1$ .

Подставив (11) в систему уравнений (8), применяя разложение в ряд вида:

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x, \quad x \rightarrow 0 \quad (12)$$

и, опуская члены более высокого порядка малости, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \Delta U' = \frac{2\Delta U}{\xi_{C.P.} \left[ 2(\Delta\xi - \Delta U)/\xi_{C.P.} - (\gamma-1)\Delta R/R(\xi_{C.P.}) \right]}, \\ \Delta R' = \xi_{C.P.} \cdot R(\xi_{C.P.}) / \left( c_1 \gamma R^{\gamma-1}(\xi_{C.P.}) \right) \Delta U'. \end{cases} \quad (13)$$

Решение системы уравнений (13) имеет вид:

$$\Delta\xi = \left[ 1 + \frac{\xi_{C.P.}^2 (\gamma - 1)}{2c_1\gamma R^{\gamma-1} (\xi_{C.P.})} \right] \Delta U \ln \left( \frac{C_{int1}}{\Delta U} \right), \quad (14)$$

$$\Delta R = \frac{R(\xi_{C.P.}) \xi_{C.P.}}{c_1\gamma R^{\gamma-1} (\xi_{C.P.})} \Delta U + C_{int2}.$$

В силу того, что при  $\Delta U \rightarrow 0$ ,  $\Delta\xi \rightarrow 0$  и  $\Delta R \rightarrow 0$  видно, что  $C_{int2} = 0$ .

Таким образом, полученное решение (14) вблизи слабого разрыва  $\xi_{C.P.}$  можно использовать в качестве приближения к граничному условию на левой границе II области при численном интегрировании системы уравнений (8).

### Поведение решения вблизи фронта детонационной волны $\xi = \xi_{ДВ}$

Рассматривается правая граница II области, вблизи фронта детонационной волны  $\xi_{ДВ}$ :

$$\xi = \xi_{ДВ} + \Delta\xi, \quad U(\xi) = U(\xi_{ДВ}) + \Delta U, \quad (15)$$

$$R(\xi) = R(\xi_{ДВ}) + \Delta R.$$

Причем  $\Delta\xi/\xi_{ДВ} \ll 1$ ,  $\Delta U/U(\xi_{ДВ}) \ll 1$ ,  $\Delta R/R(\xi_{ДВ}) \ll 1$ .

Подставив (15) в систему уравнений (8), применяя разложение в ряд вида (12) и, опуская члены более высокого порядка малости, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \Delta U' = -\frac{2U(\xi_{ДВ})}{B(\Delta U - \Delta\xi) + C\Delta R}, \\ \Delta R' = \alpha\Delta U', \end{cases} \quad (16)$$

где

$$B = \frac{2\xi_{ДВ}}{(\xi_{ДВ} - U(\xi_{ДВ}))}, \quad C = \frac{\xi_{ДВ}(\gamma - 1)}{R(\xi_{ДВ})},$$

$$\alpha = \frac{R(\xi_{ДВ})(\xi_{ДВ} - U(\xi_{ДВ}))}{c_1\gamma R^{\gamma-1}(\xi_{ДВ})}.$$

Решение системы уравнений (16) имеет вид:

$$\begin{cases} \Delta\xi = C_{int1} \exp\left(\frac{B}{2U(\xi_{ДВ})} \Delta U\right) + \left(1 + \frac{\alpha C}{B}\right) \Delta U + \frac{2U(\xi_{ДВ})(B + \alpha C)}{B^2}, \\ \Delta R = \alpha\Delta U + C_{int2}. \end{cases} \quad (17)$$

В силу того, что при  $\Delta U \rightarrow 0$ ,  $\Delta\xi \rightarrow 0$  и  $\Delta R \rightarrow 0$  видно, что  $C_{int2} = 0$ ,  $C_{int1} = -2U(\xi_{ДВ}) \times (B + \alpha C)/B^2$

Таким образом, полученное решение (17) вблизи фронта ДВ можно использовать в качестве приближения к граничному условию на правой границе II области при численном интегрировании системы уравнений (8).

## Численное интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений

### Расчет «справа налево»

При расчете «слева направо» необходимо с высокой точностью подбирать две константы методом «пристрелки», а именно – точку слабого разрыва  $\xi_{C.P.}$  и константу интегрирования  $C_{int1}$ . Такой расчет предполагает ресурсоемкие вычисления. Поэтому целесообразно провести численное интегрирование «справа налево», так как решение в данном случае зависит только от выбора начального приближения  $\Delta U$ . Интегральная кривая рассчитывалась, начиная с «правого» граничного условия – выражения (9, 15, 17) и заканчивая «левым» граничным условием – выражение (10).

Для решения системы (8) применялся многошаговый метод Адамса – Башворта – Мулттона переменного порядка класса предиктор – корректор. Это адаптивный метод, который может обеспечить высокую точность решения [9].

Основные параметры, используемые в расчете представлены в табл. 1.

Для функции-представителя скорости на фронте ДВ  $U(\xi_{ДВ})$  значение поправки  $\Delta U$  варьировалось в пределах  $\Delta U = -(1 \cdot 10^{-1} \div 1 \cdot 10^{-7})$  с шагом  $\delta = 0,1$ .

На рис. 3 показаны графики сходимости расчетов. На рис. 3а показан график зависимости полученного в результате расчета значения  $\xi_{C.P.}$  в точке слабого разрыва от значения поправки  $\Delta U$  для функции представителя скорости на фронте ДВ в полулогарифмическом масштабе.

Таблица 1

Параметры, задаваемые в расчете «справа налево»

Относительная точность	Абсолютная точность	Максимальный шаг	Начальный шаг	Порядок метода
$1 \cdot 10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-10}$	$-1 \cdot 10^{-7}$	$-1 \cdot 10^{-10}$	5

Исходя из рис. 3а видно, что при  $\Delta U = 0,001$  достигается сходимость и дальнейшее уменьшение значения поправки  $\Delta U$  нецелесообразно. Таким образом, для случая сферической детонации получено значение  $\xi_{C.P.} = 1,820148$ . Стоит отметить, что в работе [10] приводится значение  $\xi_{C.P.} = 1,8202$ .

Графики зависимости функций-представителей скорости  $U$  и плотности  $R$  от безразмерной координаты  $\xi$  представлены на рис. 4.

В качестве проверки полученного в расчете «справа налево» значения  $\xi_{C.P.}$  в точке слабого разрыва был проведен расчет «слева направо». Краевая задача с граничными условиями «слева» – выражения (10, 11, 14) и «справа» – выражение (9) решалась методом «пристрелки», путем задания значения  $\xi_{C.P.}$  в точке слабого разрыва и константы интегрирования  $C_{int1}$  из разложения (26). Для решения системы (16), как и в расчете «справа налево», применялся многоступенчатый метод Адамса – Башворта – Мулттона.

Основные параметры, используемые в расчете «слева направо» представлены в табл. 2.

В качестве начального приближения были выбраны следующие параметры:

- $\Delta U = 1 \cdot 10^{-10}$  – добавка к начальному условию для функции представителя скорости;
- $C_{int1} = 0,5025$  – начальное приближение для константы интегрирования;
- $\delta C_{int1} = 1 \cdot 10^{-4}$  – начальное приращение для константы интегрирования.

Параметры, задаваемые в расчете «слева направо»

Относительная точность	Абсолютная точность	Максимальный шаг	Начальный шаг	Порядок метода
$1 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-15}$	5

График зависимости относительной точности  $\varepsilon$  от константы интегрирования  $C_{int1}$  в полулогарифмическом масштабе представлен на рис. 3б.

Из рис. 3б видно, что интегральная кривая сходится при  $C_{int1} = 0,502698$  с точностью  $\varepsilon_U(C_{int1}) = 5 \cdot 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_R(C_{int1}) = 2 \cdot 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_\xi(C_{int1}) = 3 \cdot 10^{-6}$ .

Графики зависимости функций-представителей скорости  $U$  и плотности  $R$  от безразмерной координаты  $\xi$  в случаях расчета «справа налево» и «слева направо» представлены на рис. 4а и рис. 4б. Из рис. 4а и рис. 4б также видно, что интегральные кривые функций-представителей плотности  $R(\xi)$  и скорости  $U(\xi)$  в расчетах «справа налево» и «слева направо» совпадают.

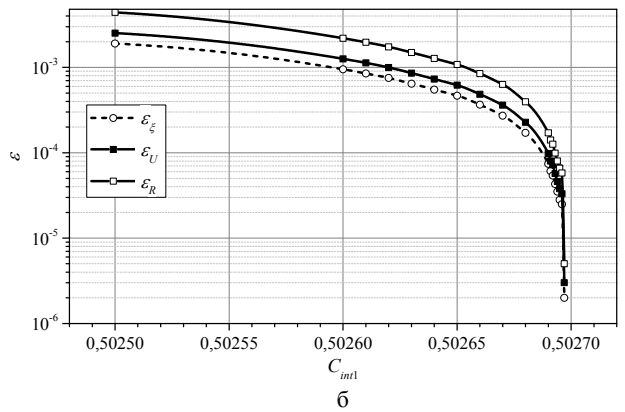
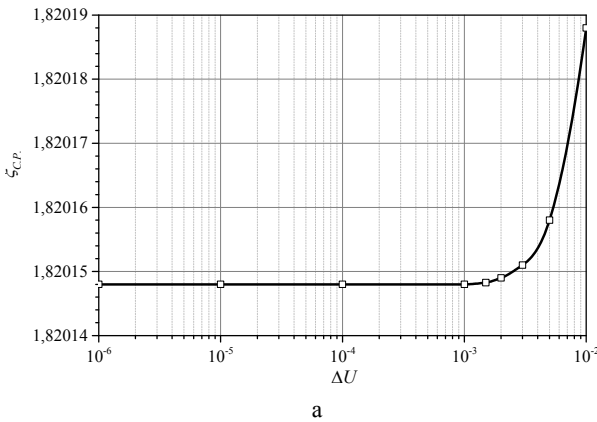


Рис. 3. Графики сходимости расчетов: а – зависимость точки слабого разрыва  $\xi_{C.P.}$  от поправки для безразмерной скорости  $\Delta U$ ; б – зависимость относительной точности  $\varepsilon$  от константы интегрирования  $C_{int1}$

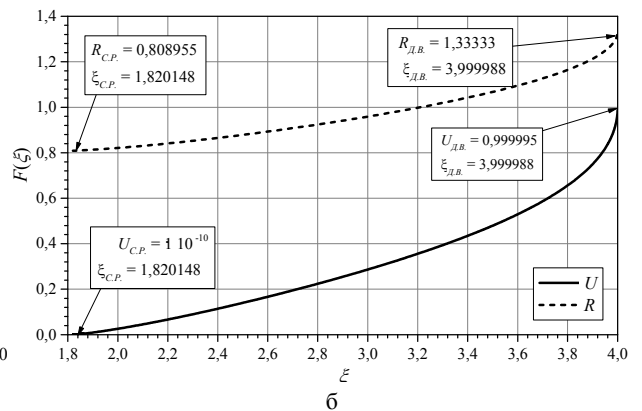
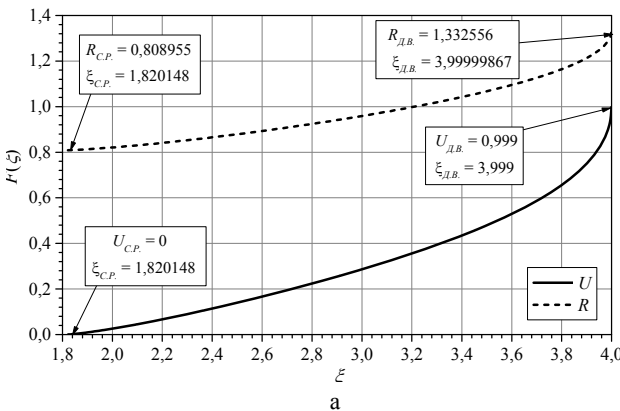


Рис. 4. Графики зависимости функций-представителей скорости  $U(\xi)$  и плотности  $R(\xi)$ : а – расчет «справа налево»; б – расчет «слева направо»

## Апробация пакета программ «DIADA»

В данном разделе приведены результаты апробации пакета программ «DIADA» [7] на примере двух задач: 1) инициирование плоской ДВ в газе у закрытого конца трубы; 2) решенная задача об инициировании сферической ДВ из точки начального воспламенения газа.

Данный пакет программ предназначен для расчета одномерных, двумерных и трехмерных задач газовой динамики с выделением детонационных и ударных волн. В качестве базовой схемы в этом пакете программ используется разностная схема Годунова [11–12]. Это монотонная разностная схема первого порядка точности.

### Задача 1. Движение плоской детонационной волны

Аналитическое решение задачи в представляющей интерес II области выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} U_{II}(\xi) = \frac{2}{\gamma+1} \left( \xi - \frac{1}{2} \sqrt{2(\gamma^2-1)} \right), \\ P_{II}(\xi) = 2(\gamma-1) \left( \frac{\gamma}{\gamma+1} \right)^\gamma R^\gamma(\xi), \\ R_{II}(\xi) = (2(\gamma-1)) \frac{1}{\gamma-1} (\gamma+1) \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} (\xi - U(\xi))^{\frac{2}{\gamma-1}}. \end{cases} \quad (18)$$

Для продуктов взрыва использовалось уравнение состояния идеального газа с показателем адиабаты  $\gamma = 3$ . Исходная плотность взрывчатого вещества  $\rho_0 = 1,75 \text{ г/см}^3$ , энерговыделение  $q = 5,24 \text{ кДж/г}$ . Расчет одномерной задачи проводился на сетке, состоящей из  $N = 1000$  элементов. Графики полученных зависимостей параметров газа (массовой скорости газа  $u$ , плотности  $\rho$  и давления  $p$ ) от координаты хвдоль оси трубы на различные моменты времени  $t$  показаны на рис. 5 (рис. 5а и 5б и 5в соответственно). На рис. 5 также нанесено точное аналитическое решение. Исходя из рис. 5 видно хорошее согласие решения, полученного с помощью пакета программ «DIADA» [7], с точным аналитическим решением поставленной задачи.

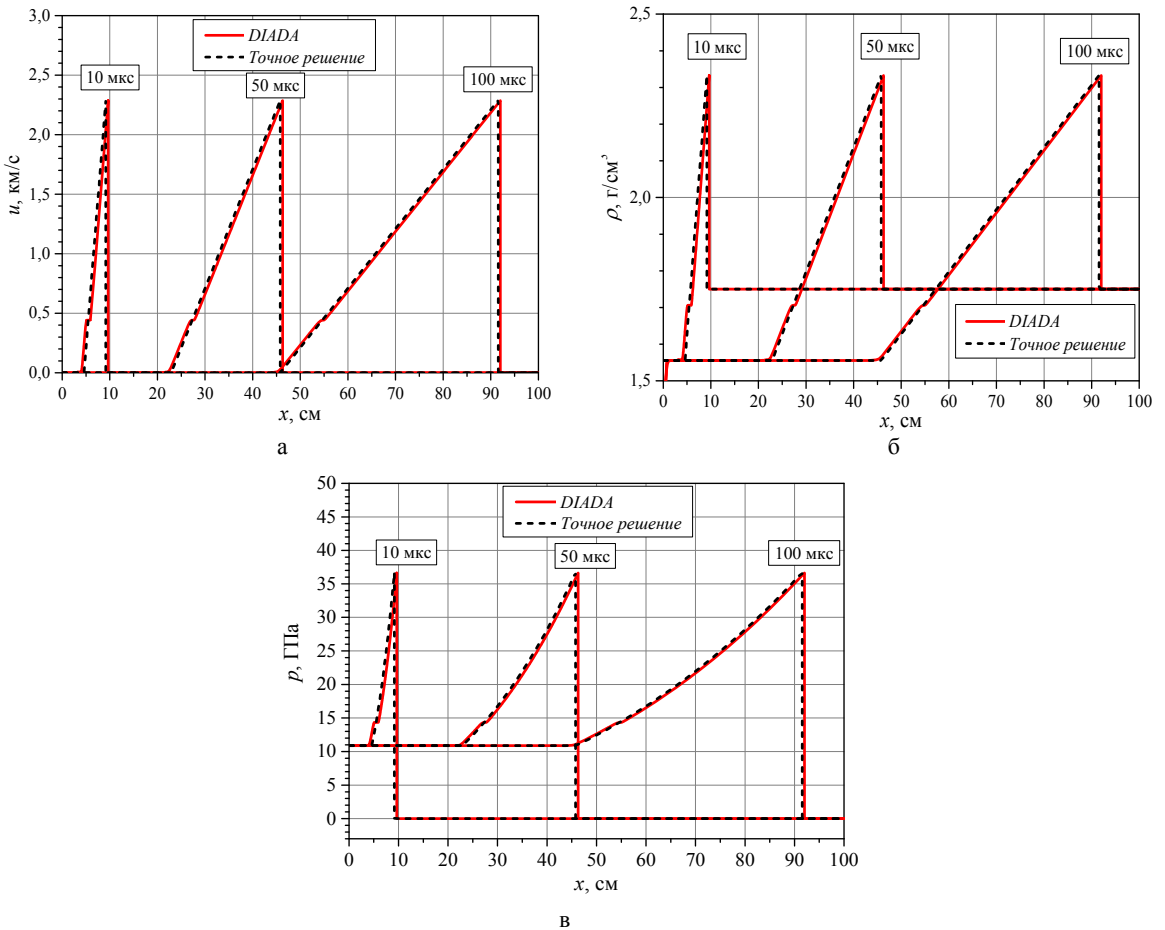


Рис. 5. Графики зависимости параметров газа от координаты вдоль оси трубы на различные моменты времени: а – массовая скорость газа  $u$  от координаты  $x$ ; б – плотность газа  $\rho$  от координаты  $x$ ; в – давление газа  $p$  от координаты  $x$

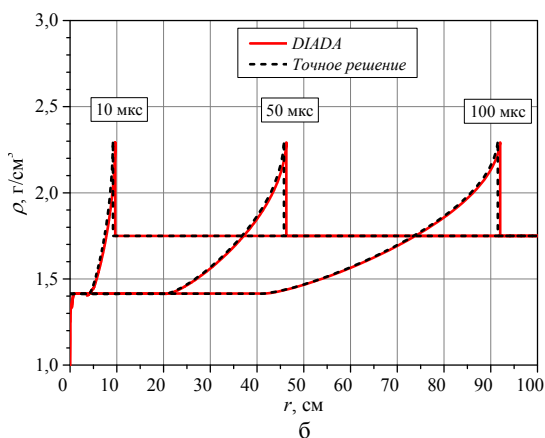
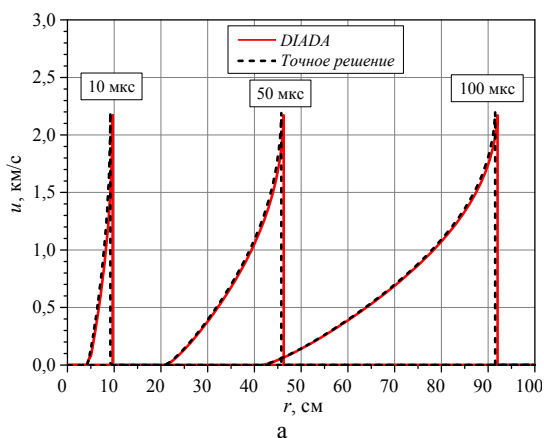


Рис. 6. Графики зависимости параметров газа от радиуса на различные моменты времени: а – массовая скорость газа  $u$  от радиуса  $r$ ; б – плотность газа  $\rho$  от радиуса  $r$

## Задача 2. Движение сферической детонационной волны

Для расчета сферической детонации использовались те же параметры, что и при моделировании плоской ДВ. Графики полученных зависимостей параметров газа (массовой скорости газа  $u$  и плотности  $\rho$  от радиуса  $r$ ) на различные моменты времени  $t$  показаны на рис. 6 (рис. 6а и 6б соответственно). На рис. 6 также нанесено точное ( $\sim 10^{-6}$ ) автомодельное решение. Исходя из рис. 6 видно хорошее согласие результатов, полученных в пакете программ «DIADA» с точным численным решением.

### Заключение

Приведено подробное изложение вопросов, связанных с решением задачи о распространении сферической детонационной волны из точки начального воспламенения газа, как из центра.

Рассмотрена методика сведения системы уравнений газовой динамики в частных производных к дифференциальным уравнениям первого порядка, удобным для численного интегрирования.

Выполнено разложение уравнений и получено приближенное решение в окрестности особых точек.

Проведено численное интегрирование указанных уравнений и получено численное решение с относительной точностью  $\sim 10^{-6}$ .

Получено более точное, по сравнению с другими источниками, значение для безразмерной координаты в точке слабого разрыва  $\xi_{C.P.} = 1,820148$ .

Проведено сравнение результатов численного моделирования распространения плоской и сферической детонационной волны в пакете программ «DIADA» с соответствующими точными решениями. Показано хорошее согласие результатов численного решения с точным.

Результаты данной работы могут быть применимы для апробации различных расчетных методик и комплексов программ при численном моделировании детонации, а также служить пособием для студентов и аспирантов, изучающих вопросы детонации.

## Литература

1. Ramsden S. A., Davies W. E. // Phys. Rev. let. 1964. Vol. 13. P. 227–229.
2. Ramsden S. A., Savic P. // Nature. 1964. Vol. 203. P. 1217–1219.
3. Зельдович Я. Б. О распределении давления и скорости в продуктах детонационного взрыва, в частности, при сферическом распространении детонационной волны // ЖЭТФ. 1942. Т. 12, № 9. С. 389.
4. Ландау Л. А., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: ГТТИ, 1954.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: 1966. С. 688.
6. Райзер Ю. П. Введение в гидрогазодинамику и теорию ударных волн для физиков. Учебное пособие. Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2011. С. 432.
7. Величко О. М., Губкова Г. И., Дерюгин Ю. Н. и др. Пакет программ для решения многомерных задач газовой динамики разностным методом Годунова / Конференция «Современные методы проектирования и обработки ракетно-артиллерийского вооружения» // Сб. мат. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2000. С. 21–29.
8. Ландау Л. Д. Об изучении детонации конденсированных взрывчатых веществ (Совместно с Станюковичем К.П.) // М.: ДАН СССР, 1945. Т. 46. С. 399.
9. Дьяконов В. П. MATLAB. Полный самоучитель. М.: ДМК Пресс, 2012. С. 768.
10. Сучков В. А., Шнитко А. С., Исламова Л. Р. О движении газа за расходящейся детонационной волной от точки на свободной поверхности / Межд. конф. «Забахинские научные чтения» // Сб. мат. Снежинск: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИТФ», 2005.
11. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Матем сб. 1959. Т. 47(89), № 3. С. 271–306.
12. Годунов С. К., Забродин А. А., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. С. 400.