

ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО «RESOURCE». МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И НАКОПЛЕНИЯ УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ СЛОЖНЫХ РЕЖИМАХ МАЛОЦИКЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ

М. А. Десятникова

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Одной из задач современных отраслей промышленности является обоснование ресурса оборудования и систем инженерных объектов на стадии их проектирования, оценка выработанного и прогноз остаточного ресурса конструктивных узлов в процессе эксплуатации. Известно, что для оценки ресурса элементов конструкций необходимо правильное моделирование процессов упругопластического деформирования и накопления повреждений в «опасных» точках конструкций при эксплуатационных термомеханических воздействиях. В последние годы для решения задач описания процессов деформирования и разрушения материалов часто применяется механика поврежденной среды (МПС).

В рамках настоящей работы для расчета усталостной долговечности материалов при сложном нагружении рассматриваются соотношения механики поврежденной среды (МПС), предложенные профессором Ю. Г. Коротких [1]–[2], и развитые в работах И. А. Волкова и его учеников [3], [4]. Модель поврежденной среды состоит из трех взаимосвязанных частей: соотношений, определяющих термопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения, уравнений, описывающих процесс накопления повреждений и критерия прочности поврежденного материала.

Для анализа кинетики напряженно-деформированного состояния и процесса накопления повреждений «опасных» точках конструкций было разработано программное средство «Resource» (PC Resource), которое позволяет по заданной истории изменения тензора полных деформаций и температуры рассчитывать параметры процессов упругопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах при сложных режимах малоциклового нагружения путем совместного интегрирования определяющих соотношений термопластичности Ю. Г. Коротких и эволюционных уравнений накопления повреждений для элементарного объема материала опасной зоны конструктивного элемента.

Для проверки работоспособности PC Resource проведена серия расчетов и сопоставление полученных численных результатов с имеющимися в литературе экспериментальными данными на широком классе сложных траекторий нагружения произвольной кривизны. В рамках данной работы остановимся

на некоторых результатах, демонстрирующих функциональные возможности PC Resource.

Моделирование процесса одноосного растяжения трубчатых образцов при различных постоянных температурах

Рассмотрим процесс изотермического упругопластического деформирования рабочей части цилиндрических трубчатых образцов, изготовленных из конструкционной стали 08X18H10T, при монотонном одноосном растяжении с постоянной скоростью деформации при нормальной (20 °С) и повышенных температурах (150 °С, 350 °С).

На рис. 1 для базовых температур 20 °С, 150 °С, 350 °С приведены расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования $\sigma_{11}(e_{11}^p)$, $\rho_{11}(e_{11}^p)$,

$C_p(e_{11}^p)$ в рабочей части лабораторного образца, выполненного из стали 08X18H10T. На данных рисунках сплошные линии соответствуют расчетным данным, маркерами выделены экспериментальные данные, взятые из [1]. Основные физико-механические характеристики и параметры модели Ю. Г. Коротких для стали 08X18H10T взяты из монографии [1].

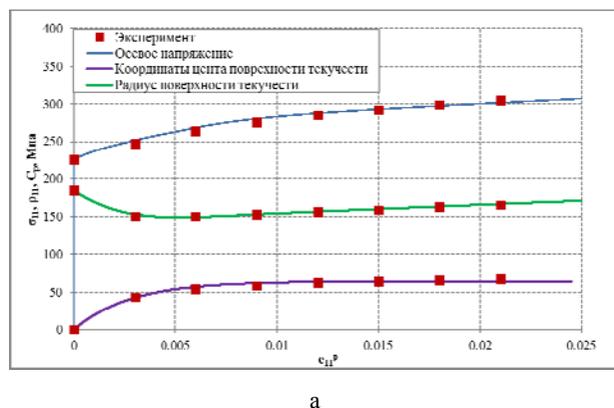


Рис. 1. Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования для базовых температур: а – 20 °С, б – 150 °С, в – 350 °С

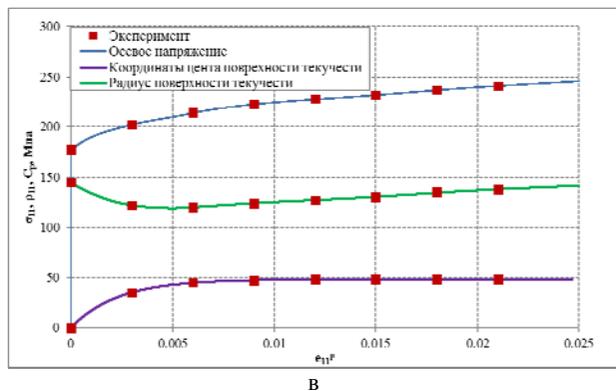
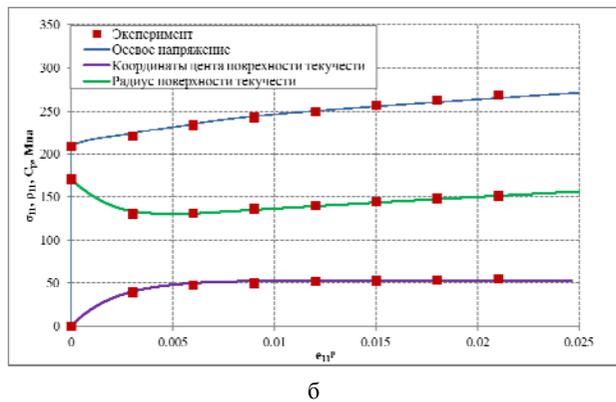


Рис. 1. (Окончание)

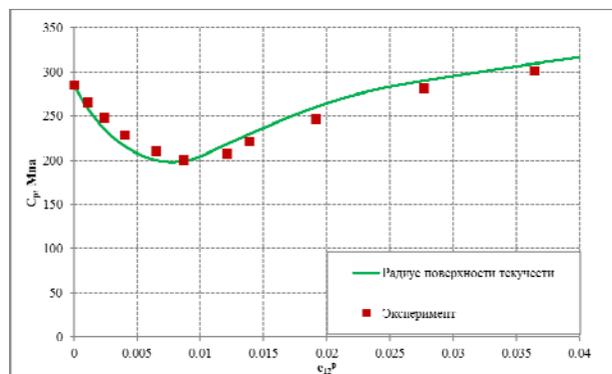
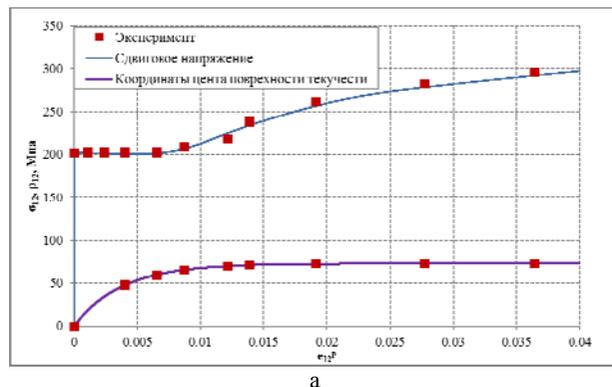
Анализ рисунков показывает хорошее качественное и количественное соответствие расчетных и экспериментальных результатов моделирования монотонного растяжения образцов при постоянной температуре. Среднее относительное отклонение между расчетными и экспериментальными значениями осевого напряжения не превышает 1,06 %, значениями координат центра поверхности текучести не превышает 2,62 %, значениями радиуса поверхности текучести не превышает 0,99 %.

Моделирование процессачистого кручения трубчатых образцов при постоянной температуре

Рассмотрим процесс изотермического упруго-пластического деформирования рабочей части цилиндрических трубчатых образцов, изготовленных из стали 45, при чистом кручении с постоянной скоростью деформации при нормальной (20 °С) температуре.

На рис. 2 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования $\sigma_{12}(e_{12}^p)$, $\rho_{12}(e_{12}^p)$, $C_p(e_{12}^p)$ в рабочей части лабораторного образца, выполненного из стали 45, при чистом кручении для базовой температуры 20 °С. На данных рисунках сплошные линии соответствуют расчетным данным, маркерами выделены экспериментальные данные, взятые из [3]. Основные физико-механические характеристики и параметры модели

Ю. Г. Коротких для стали 45 взяты из монографии [3].



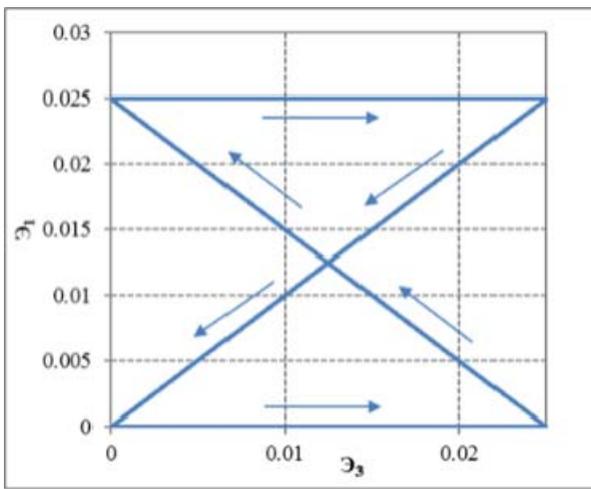
б

Рис. 2. Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования: а – зависимость напряжения и координат центра поверхности текучести от пластической деформации, б – зависимость радиуса поверхности текучести от пластической деформации.

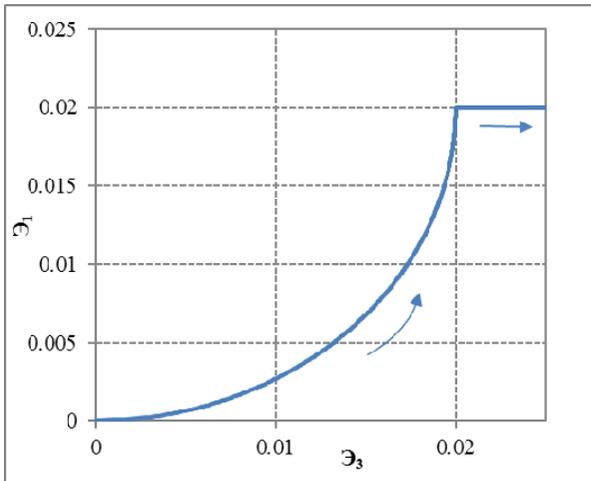
Анализ расчетных данных показывает хорошее качественное и количественное соответствие расчетных и экспериментальных результатов моделирования чистого кручения образцов при постоянной температуре. Среднее относительное отклонение между расчетными и экспериментальными значениями сдвигового напряжения не превышает 1,31 %, значениями координат центра поверхности текучести не превышает 0,46 %, значениями радиуса поверхности текучести не превышает 3,36 %.

Моделирование сложного пластического деформирования конструкционных сплавов по плоским траекториям

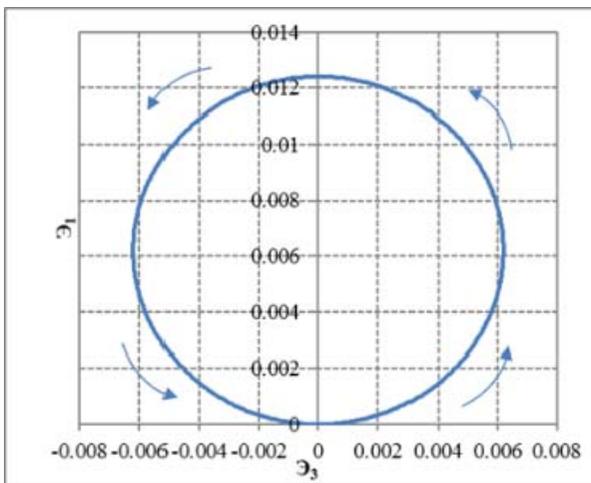
Рассмотрим процесс изотермического упруго-пластического деформирования рабочей части цилиндрических трубчатых образцов, изготовленных из стали 45, по плоским траекториям: траектории деформирования типа «песочные часы», ломаной нетривиальной траектории деформирования и криволинейной траектории постоянной кривизны в пятимерном девиаторном пространстве деформаций А. А. Илюшина (рис. 3).



а



б

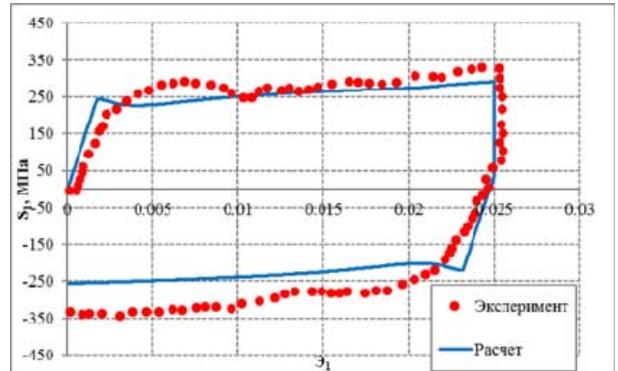


в

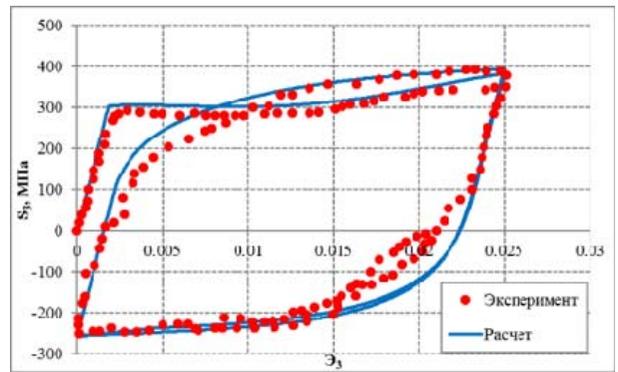
Рис. 3. Траектории сложного нагружения

На рис.4, 5, 6 приведены локальные диаграммы деформирования стали 45и траектория напряжений, соответствующиереализованным в пространстве деформаций траекторий нагружения, продемонстриро-

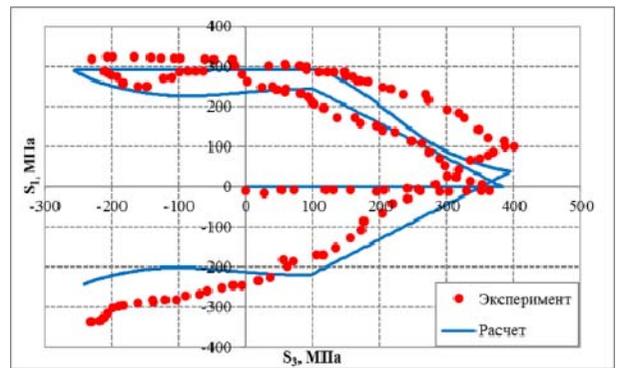
ванным на рис. 3а, 3б, 3в соответственно. На рисунках маркированными линиями обозначены экспериментальные данные [5], сплошными линиями – результаты расчета. Основные физико-механические характеристики и параметры модели Ю.Г. Коротких для стали 45 взяты из монографии [1].



а

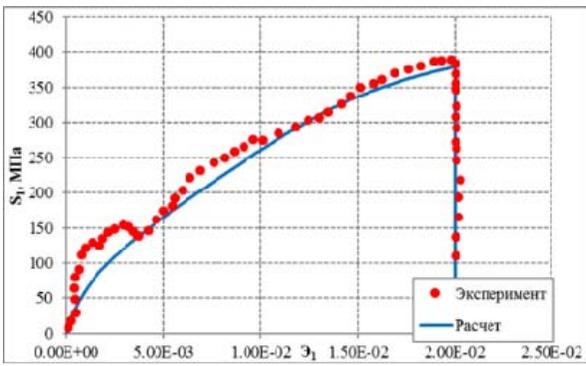


б

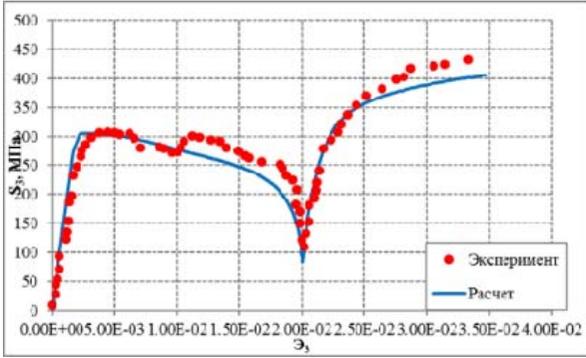


в

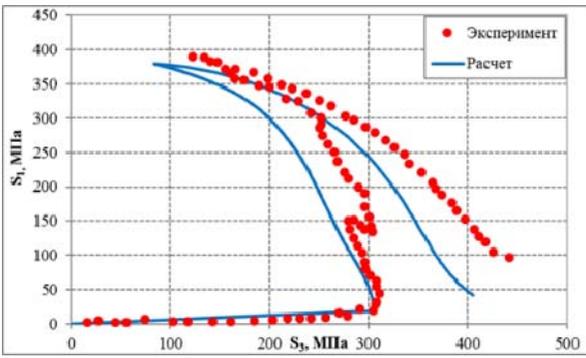
Рис. 4. Результаты численного моделирования: а – диаграмма деформирования $S_1 \sim \varepsilon_1$, б – диаграмма деформирования $S_3 \sim \varepsilon_3$, в – траектория напряжений $S_1 \sim S_3$



а

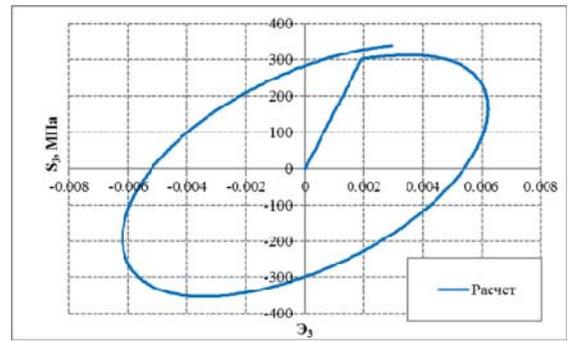


б

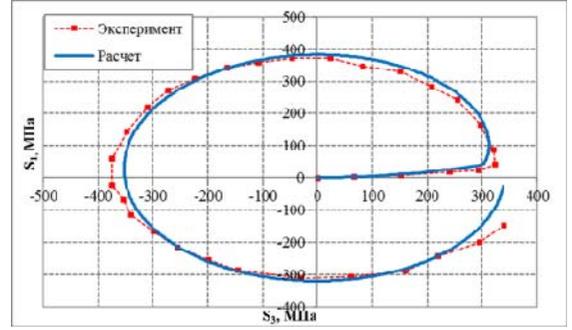


в

Рис. 5. Результаты численного моделирования: а – диаграмма деформирования $S_1 \sim \varepsilon_1$, б – диаграмма деформирования $S_3 \sim \varepsilon_3$, в – траектория напряжений $S_1 \sim S_3$



б



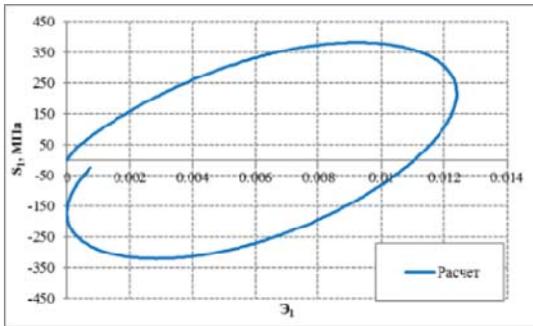
в

Рис. 6. (Окончание)

Анализ рисунков показывает качественное и приемлемое для инженерных расчетов количественное соответствие опытных данных и результатов расчета параметров процесса упругопластического деформирования по плоским траекториям различной кривизны. Среднее относительное отклонение между расчетными и экспериментальными значениями компонент тензора напряжений (S_1 , S_3) при деформировании по плоским траекториям не превышает 12,73 %. Отклонения расчетных значений от экспериментальных можно объяснить неточностями при задании параметров материала.

Моделирование сложного пластического деформирования при блочном несимметричном нагружении

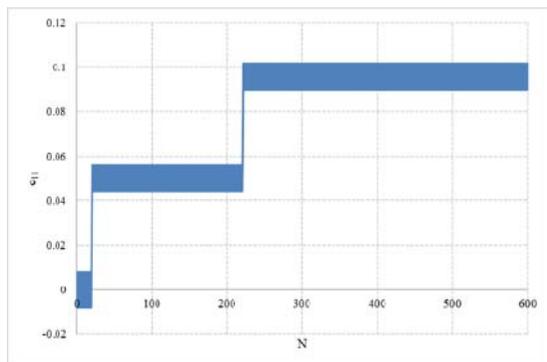
Рассмотрим процесс изотермического упругопластического деформирования рабочей части цилиндрических трубчатых образцов, изготовленных из нержавеющей стали 12Х18Н10Т, в условиях блочного симметричного и несимметричного режимов нагружения, продемонстрированных на рис. 7 [4]. Программа нагружения состоит из пяти блоков, включающих в себя монотонные и циклические нагружения [4]: в первом блоке реализуется 20 циклов симметричного жесткого циклического нагружения с амплитудой деформации $\varepsilon_{11} = 0,008$ (рис. 7б); во втором блоке происходит монотонное растяжение до деформации $\varepsilon_{11} = 0,05$ (рис. 7б); в третьем блоке реализуется 200 циклов несимметричного циклического нагружения с размахом деформации $\Delta\varepsilon_{11} = 0,012$ и



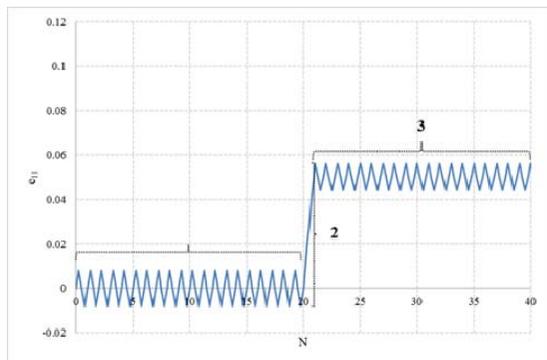
а

Рис. 6. Результаты численного моделирования: а – диаграмма деформирования $S_1 \sim \varepsilon_1$, б – диаграмма деформирования $S_3 \sim \varepsilon_3$, в – траектория напряжений $S_1 \sim S_3$

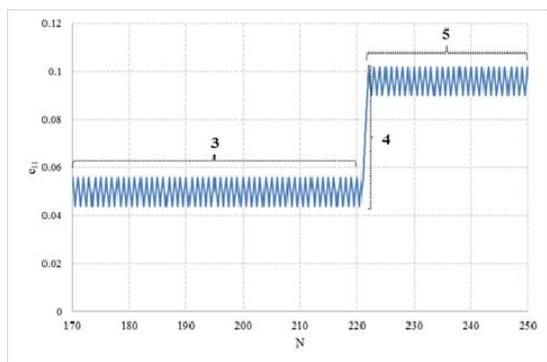
средней деформацией $e_{11} = 0,05$ (рис. 7б, 7в); в четвертом блоке вновь реализуется монотонное растяжение до деформации $e_{11} = 0,1$ (рис. 7в); в пятом блоке происходит несимметричное циклическое нагружение с размахом деформаций $\Delta e_{11} = 0,012$ и средней деформацией $e_{11} = 0,096$ до образования макротрещины (рис. 7в). Основные физико-механические характеристики и параметры модели термопластичности Ю. Г. Коротких для стали 12Х18Н10Т были взяты из статьи [4].



а



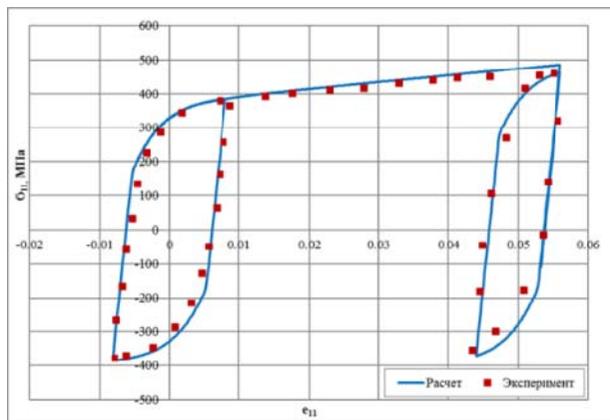
б



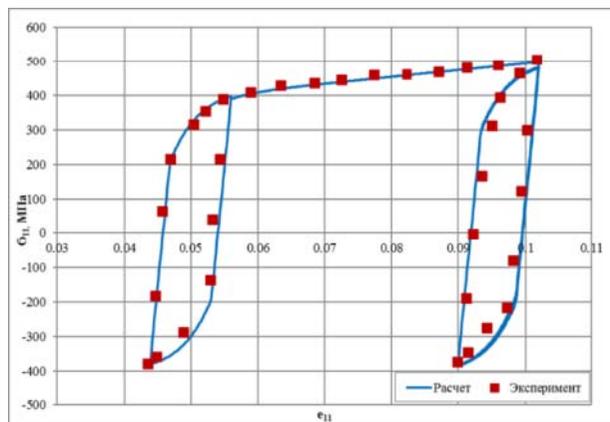
в

Рис. 7. Программа нагружения: а – полная, б – фрагмент № 1, в – фрагмент № 2

На рис. 8 продемонстрированы диаграммы деформирования стали 12Х18Н10Т в условиях блочно-го симметричного и несимметричного режимов нагружения. Маркерами отмечены результаты эксперимента [4], сплошными линиями – результаты расчета.



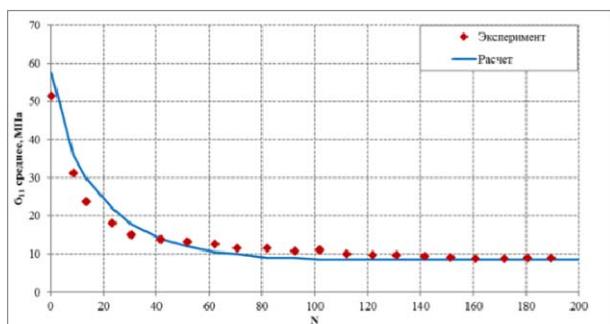
а



б

Рис. 8. Диаграмма деформирования: а – в конце первого, втором и начале третьего блоках нагружения, б – в конце третьего, четвертом и начале пятого блоках нагружения

На рис. 9 продемонстрированы средние значения осевого напряжения в цикле в зависимости от номера цикла в третьем и пятом блоках несимметричного циклического нагружения. Полученные результаты показывают процесс посадки петли пластического гистерезиса в условиях несимметричного циклического нагружения.



а

Рис. 9. Зависимость среднего значения напряжения в цикле от номера цикла: а – в третьем блоке, б – в пятом блоке несимметричного циклического нагружения

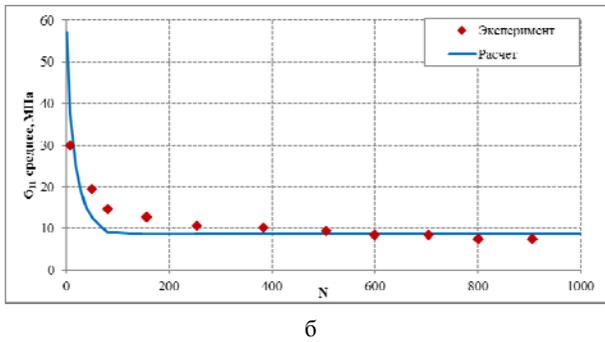


Рис. 9. (Окончание)

Исследование процесса накопления усталостных повреждений при нагружении с контролируемой амплитудой пластической деформации

Рассмотрим процесс изотермического упруго-пластического деформирования и накопления усталостных повреждений в рабочей части трубчатых образцов, изготовленных из конструкционной стали 08X18H10T, при нормальной температуре (20 °С) при симметричном нагружении в условиях контролируемой знакопеременной осевой пластической деформации с использованием одной и двух значений амплитуд, изменяющихся как в увеличивающемся, так и в уменьшающемся порядке.

Для анализа процесса накопления повреждений в рамках ПС Resource реализован подход, основанный на установлении связи скорости величины повреждений $\dot{\omega}$ с некоторыми механическими параметрами, зависящими от истории процесса деформирования, критическое значение которых определяет момент полного разрушения элементарного объема материала. Наиболее эффективным подходом решения этой проблемы является энергетический подход [1]. За энергию разрушения W_p (энергию, затраченную на образование дефектов) принимается соотношение [1]:

$$W_p = \rho_{ij} \dot{e}_{ij}^p \quad (1)$$

Постулируется, что скорость процесса накопления повреждений определяется эволюционным уравнением в виде [2]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha + 1}{r + 1} f(\beta) Z_p^\alpha (1 - \dot{\omega})^{-r} \langle Z_p \rangle$$

$$Z_p = \frac{W_p - W_a}{W_p^f - W_a}, \langle Z_p \rangle = \frac{\langle W_p \rangle}{W_p^f - W_a}, f(\beta) = e^{k\beta} \quad (2)$$

где α, r, k – материалы параметры, W_a – значение энергии W_p в конце стадии зарождения рассеянных повреждений, W_p^f – значение энергии W_p , соответствующее образованию макроскопической трещины, $f(\beta)$ – функция, характеризующая влияние вида напряженно-деформированного состояния на процесс развития поврежденности, $\beta = \sigma/\sigma_u$ – параметр объемности напряженного состояния.

В табл. 1 приведены результаты расчета усталостной долговечности для симметричных режимов нагружения в условиях контролируемой знакопеременной осевой пластической деформации и их сравнение с экспериментальными результатами [3]. В табл. 1 приведены экспериментальные значения амплитуд пластической деформации (e_{11}^p), расчетное (N_f), экспериментальное (N_f^{exp}) и среднее экспериментальное ($N_f^{\text{exp-сред}}$) количество циклов до разрушения, относительное отклонение $\left(\frac{\delta}{N_f^{\text{exp-сред}}} \right)$ количества циклов до разрушения, полученных по ПС Resource, от средних экспериментальных значений. Основные физико-механические характеристики и параметры модели Ю. Г. Коротких для стали 08X18H10T были взяты из монографий [1], [3]. Значение энергии повреждения, соответствующее образованию макроскопической трещины, равно 420 МДж/м³.

В табл. 2 приведены условия двухблочного циклического нагружения, расчетные и экспериментальные значения числа циклов до зарождения макротрещин при данных режимах, относительное отклонение между результатами расчета и осредненными опытными данными. Анализ табл. 2 показывает, что гипотеза линейного суммирования повреждений [6], лежащая в основе нормативных подходов, может приводить при расчетах долговечности как к консервативной, так и неконсервативной оценке.

Таблица 1

Расчетные и экспериментальные значения числа циклов до разрушения

№	e_{11}^p	N_f^{exp}	N_f	$N_f^{\text{exp-сред}}$	$\frac{\delta}{N_f^{\text{exp-сред}}}$, %
1	0,6	285 – 400	287	342	16,08
2	0,4	519 – 710	566	615	7,97
3	0,2	1406 – 2262	2080	1834	13,41

Расчетные и экспериментальные значения числа циклов до разрушения при блочных режимах нагружения

№	Блок № 1		Блок №			N_f	$\delta_{N_f}^{\text{exp-сред}}, \%$	$\sum \frac{N_i}{N_{fi}}$
	e_{11}^p	N_f^{exp}	e_{11}^p	N_f^{exp}	$N_f^{\text{exp-сред}}$			
1	0,2	1400	0,6	1585 – 1665	1625	1604	1,29	1,384
2	0,2	1400	0,4	1545 – 1735	1590	1626	2,26	1,072
3	0,6	130	0,2	595 – 655	625	651	4,16	0,7034

Исследование влияния вида траектории деформирования на процесс накопления усталостных повреждений

В работе [7] проведены экспериментальные исследования влияния траекторий деформирования на усталостную долговечность стали 08X18H10T при совместном действии знакопеременного кручения и одноосного растяжения-сжатия. В работе [7] рассматривалось 3 вида траекторий деформирования: одноосное растяжение-сжатие, знакопеременное кручение и траектория деформирования по типу «квадрат», состоящая из четырех прямолинейных кусочно-ломаных участков. Обработка экспериментальных результатов с помощью регрессионного анализа позволила получить уравнение регрессии зависимости числа циклов до образования усталостной трещины от амплитуды интенсивности пластической деформации, угла вида деформированного состояния и угла сдвига фаз.

На рис. 10 представлены кривые усталости для различных траекторий деформирования одноосное растяжение-сжатие, кручение, траектория «квадрат».

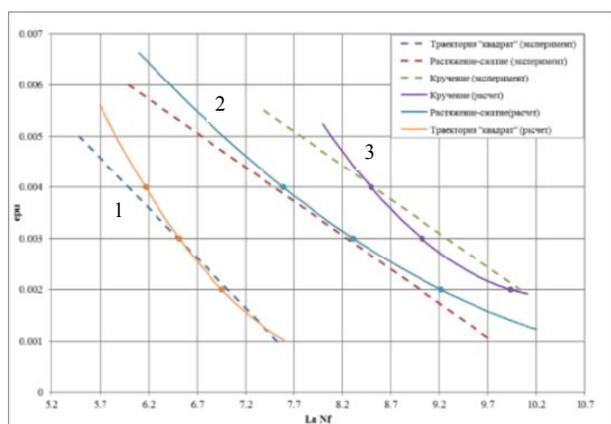


Рис. 10. Экспериментальные регрессионные зависимости $e_{ii}^p \sim \ln N_f$ и расчетные кривые МЦУ для различных траекторий деформирования (кривые 1 – траектория «квадрат», 2 – растяжение-сжатие, 3 – кручение)

Пунктирными прямыми отмечены экспериментальные регрессионные зависимости числа циклов до образования макроскопической трещины от амплитуды интенсивности пластических деформаций [7]. Сплошными линиями отмечены соответствующие расчетные кривые малоциклового усталости. Точками показаны результаты расчетов усталостной долговечности при одинаковой амплитуде интенсивности пластических деформаций для трех рассматриваемых траекторий деформирования. Основные физико-механические характеристики и параметры модели Ю. Г. Коротких для стали 08X18H10T были взяты из монографии [1]. Значение энергии повреждения, соответствующее образованию макроскопической трещины, равно 3685 МДж/м^3 .

На рис. 11 показаны зависимости величины поврежденности от числа циклов нагружения при одинаковой амплитуде пластических деформаций для трех рассматриваемых траекторий деформирования.

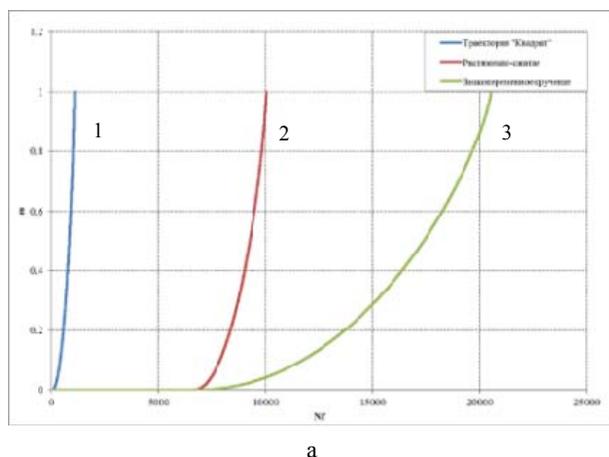
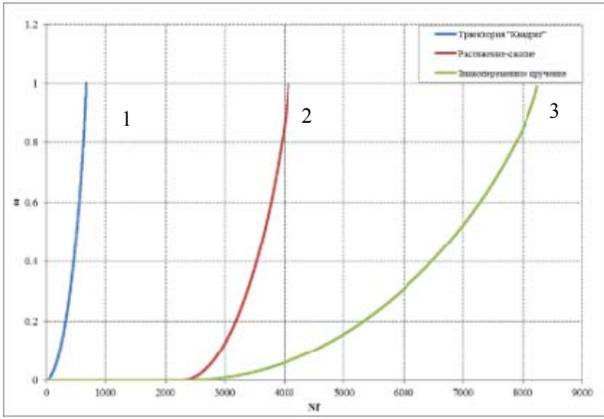
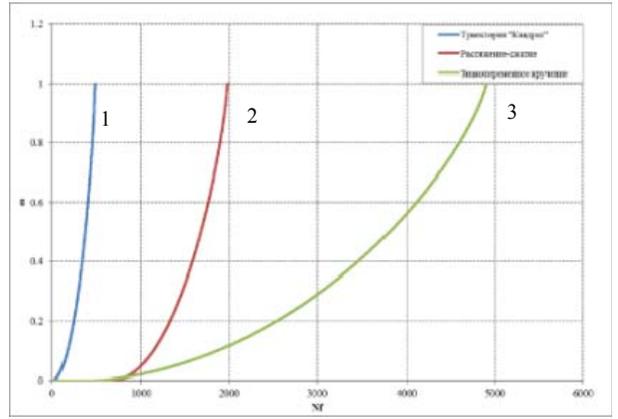


Рис. 11. Зависимость развития поврежденности $\omega \sim N$ для амплитуды пластических деформаций: а – $e_{11}^p = 0,002$, б – $e_{11}^p = 0,003$, в – $e_{11}^p = 0,004$. 1 – траектория «квадрат», 2 – растяжение-сжатие, 3 – экспериментальное кручение (окончание рис. на след. стр.)



б



в

Рис. 11. (Окончание). Зависимость развития поврежденности $\omega \sim N$ для амплитуды пластических деформаций:б – $e_{11}^p = 0,003$, в – $e_{11}^p = 0,004$. 1 – траектория «квадрат», 2 – растяжение-сжатие, 3 – экспериментальное кручение

Таблица 3

Расчетные и экспериментальные значения числа циклов до разрушения

№	e_{11}^p	$e_{11}^{срeд}$	N_f^{exp}	N_f	$\delta, \%$
1	0,002065	0	7562	8490	12,27
2	0,00291		3406	3711	8,95
3	0,003905		2487	2542	2,21
4	0,004795		1665	1576	5,35
5	0,00573		1104	1125	1,9
6	0,007545		637	661	3,77
7	0,002635	0,08	5562	5467	1,71
8	0,004265	0,08	2673	2155	19,38
9	0,005115	0,08	1517	1401	7,65
10	0,006865	0,08	802	819	2,12
11	0,004541	0,16	1735	1759	1,38

Анализ расчетных данных показывает, что интенсивность полной или пластической деформации не является критериями эквивалентности для процессов малоциклового усталости, т. к. при совместном действии одноосного растяжения–сжатия и знакопеременного кручения при одной и той же амплитуде пластических деформаций долговечность уменьшается по сравнению с одноосным растяжением-сжатием более чем в 4 раза, а при знакопеременном кручении более чем в 10 раз.

Исследование процесса накопления усталостных повреждений присимметричном и несимметричном жестком нагружении

В работе [8] проведены экспериментальные исследования влияния несимметричности цикла на процесс накопления усталостных повреждений в конструкционных сплавах.

В табл. 3 приведены результаты численного моделирования разрушения стали 45 при симметричном и несимметричном нагружении в условиях кон-

тролируемой знакопеременной осевой пластической деформации [8]. В таблице приведены экспериментальные значения амплитуд пластической деформации (e_{11}^p), средняя деформация цикла ($e_{11}^{срeд}$), расчетное (N_f) и экспериментальное (N_f^{exp}) количество циклов до разрушения, относительное отклонение количества циклов до разрушения, полученных по ПС Resource, от экспериментальных значений (δ). Основные физико-механические характеристики и параметры модели Ю. Г. Коротких для стали 45 были взяты из монографии [3]. Значение энергии повреждения, соответствующее образованию макроскопической трещины, равно 1450 МДж/м³.

Влияние несимметричности при жестком циклическом нагружении стали 45 продемонстрировано на рис. 12. На данном рисунке сплошная кривая соответствует расчету при симметричном нагружении, пунктирная линия кривая соответствует расчету при несимметричном нагружении, маркерами отмечены результаты экспериментов [8].

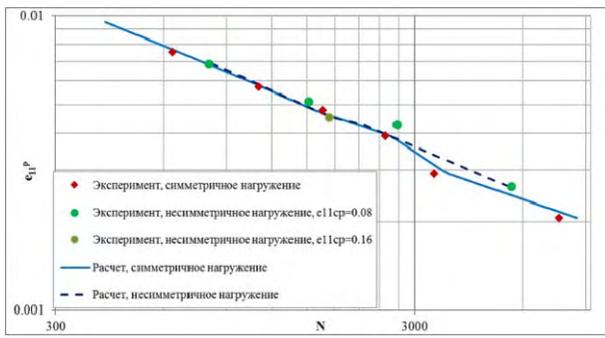


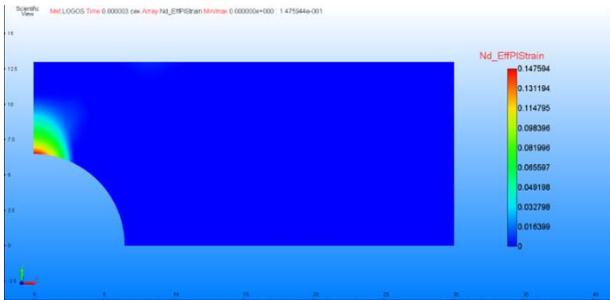
Рис. 12. Расчетная и экспериментальная усталостные кривые при жестком симметричном и несимметричном циклическом нагружении стали 45

Полученные результаты иллюстрируют незначительное влияние несимметричности циклического нагружения при жестком нагружении, что подтверждается результатами экспериментов [8].

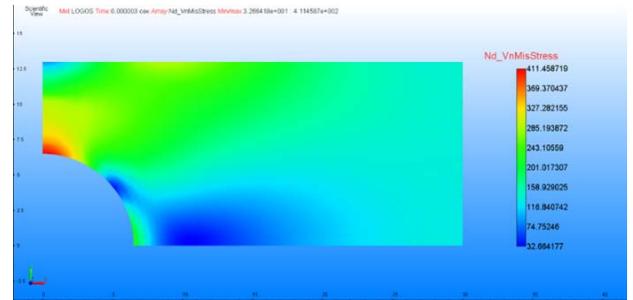
Численный анализ усталостной долговечности полосы с круглым отверстием при малоцикловом нагружении

Рассмотрим процесс изотермического упруго-пластического деформирования и накопления усталостных повреждений в полосе с круглым отверстием, выполненной из нержавеющей стали 304, в условиях циклического знакопеременного нагружения [3], [9]. На концах полосы приложено осевое усилие, циклически изменяющееся между максимальным и минимальным значением с постоянной амплитудой. Амплитудные значения в симметричном цикле нагружения изменялись в диапазоне от -20 кН до 20 кН; при несимметричном цикле – от -10 кН до 20 кН.

На рис. 13, 14 приведено распределение интенсивности пластических деформаций и интенсивности напряжений в конце 10-го цикла для симметричного и несимметричного режимов нагружения соответственно. Максимальные значения рассматриваемых величин наблюдаются у основания отверстия (наиболее нагруженная зона).



а

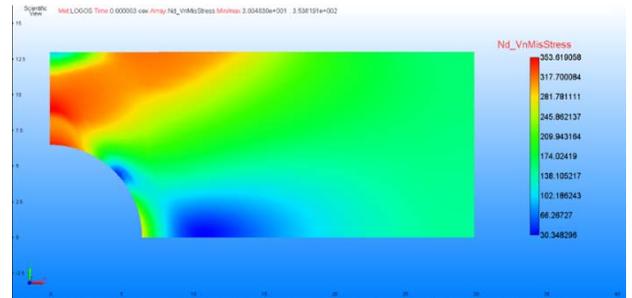


б

Рис. 13. Распределение полей в конце 10-го цикла симметричного режима нагружения: а – интенсивность пластических деформаций; б – интенсивность напряжений

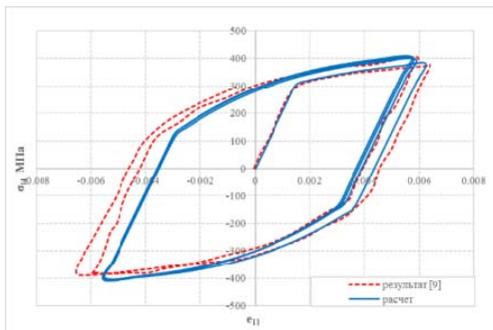


а

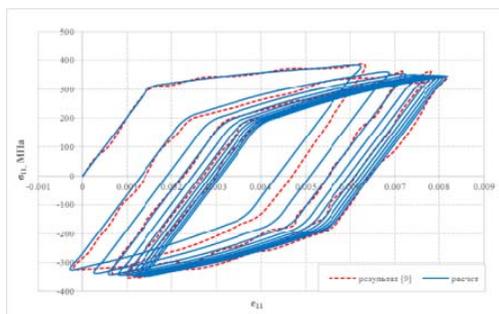


б

Рис. 14. Распределение полей в конце 10-го цикла несимметричного режима нагружения: а – интенсивность пластических деформаций; б – интенсивность напряжений



а



б

Рис. 15. Диаграмма деформирования для: а – симметричного режима нагружения, б – несимметричного режима нагружения

Таблица 4

Усталостная долговечность полосы с отверстием

Режим нагружения	Количество циклов до разрушения,			Относительное отклонение	
	Результат [3]	Результат [9]	Расчет	$\delta_{[3]}, \%$	$\delta_{[9]}, \%$
Симметричный режим	1669	1850	1848	10,72	0,11
Несимметричный режим	6560	6900	6301	3,95	8,68

На рис. 15 для наиболее нагруженной зоны показаны расчетные зависимости осевого напряжения от осевой деформации для симметричного и несимметричного циклов нагружения в сравнении с результатами, приведенными в [9].

В табл. 4 приведен совокупный анализ усталостной долговечности полосы с отверстием при симметричном и несимметричном нагружении: расчетное количество циклов до образования макроскопической трещины, полученное по ПС Resource, расчетные данные из [3], [9].

Заключение

В работе приведено описание ПС Resource, предназначенного для моделирования процессов деформирования и накопления усталостных повреждений в опасных зонах конструктивных элементов оборудования по фактической истории их термомеханического нагружения, соответствующей как нормальным, так и аварийным условиям эксплуатации. К основным областям применения разработанного программного средства относится авиастроение, автомобилестроение, атомная энергетика, авиационное двигателестроение.

ПС Resource позволяет учитывать: монотонное и циклическое упрочнение конструктивных материалов при пропорциональном и непропорциональном нагружении, особенности деформирования и процесса «посадки» петли пластического гистерезиса при несимметричных режимах нагружения, пластическую анизотропию, многоосность напряженного состояния, влияние вида траекторий деформирования на усталостную долговечность, нелинейность процесса накопления повреждений. По погрешности результатов расчета ПС Resource относится к средствам проведения инженерных расчетов

Литература

1. Волков И. А., Коротких Ю. Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. М.: Физматлит, 2008. С.424.
2. Коротких Ю. Г. Описание процессов накопления повреждений материала при неізотермическом вязкопластическом деформировании // Проблемы прочности. 1985. Вып.1. С. 18–23.
3. Волков И. А., Игумнов Л. А. Введение в континуальную механику поврежденной среды. М.: Физматлит, 2017. С. 304.
4. Волков И. А., Игумнов Л. А., Тарасов И. С., Шишулин Д. Н., Маркова М. Т. Моделирование усталостной долговечности поликристаллических конструкционных сплавов при блочном несимметричном малоцикловом нагружении // Проблемы прочности и пластичности. 2018. Т. 80, № 1. С. 15–30.
5. Зубчанинов В. Г., Охлопков Н. П., Гараников В. В. Экспериментальная пластичность. Процессы сложного нагружения. Тверь: ТГТУ, 2003. Кн. 1. С. 172.
6. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. ПН АЭ Г-7-008-86. М.: Энергоатомиздат, 1989. С. 124.
7. Казаков Д. А., Капустин С. А., Коротких Ю. Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. Н. Новгород: ННГУ, 1999. С. 25.
8. Yand X. Low cycle fatigue and cyclic stress ratheting failure behavior of carbon steel 45 under uniaxial cyclic loading // International Journal of Fatigue. 2005. N. 27. P. 1124–1132.
9. Sosie D. Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment // American society for testing and materials. 1993. N. 1191. P. 7–36.