

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИКИ СО СТАТИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИЕЙ СЕТКИ ПОД ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ

*А. В. Стручков, Р. Н. Жучков*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

## Введение

При решении промышленных задач наиболее применимыми являются неструктурированные расчетные сетки, так как обладают большей гибкостью при дискретизации физических областей сложной геометрической конфигурации и обеспечивают возможность полной автоматизации процесса построения сетки [1–4]. Однако основной проблемой при использовании неструктурированных сеток является возможная потеря точности решения из-за недостаточной сеточной разрешимости, особенно в области ударных волн.

Одним из эффективных методов повышения сеточной разрешимости является применение локального измельчения расчетной сетки. Для выполнения данной задачи часто используют метод адаптивных сеток [5–9]. В основном, разработанные методы адаптивно-встраивающихся сеток применяются на структурированных сетках или на неструктурированных сетках, но с ячейками определенной формы [6–10].

Метод адаптивно-встраивающихся сеток, применяемый на произвольных сетках, а также его использование при решении задач аэродинамики, описано в этой работе.

Предлагаемый метод на основе анализа градиентов физических величин автоматически определяет область локального измельчения. К ячейкам внутри обозначенной области применяется алгоритм дробления, основанный на разбиении за счет добавления новых узлов [5]. Главным требованием к ячейкам является свойство выпуклости.

Наиболее эффективное применение алгоритма наблюдается при решении задач с ударными волнами, так как области ударных волн имеют достаточно сложной формы фронт и выделить эту область на этапе построения сетки не просто. Алгоритм обеспечивает автоматическое измельчение в области ударной волны, что позволяет более качественно прописать ее фронт. Следует так же отметить, что предлагаемый алгоритм применяется отдельно от процесса решения, то есть вначале проводится расчет на основной сетке, и только затем сетка дробится. В этом заключается статичность алгоритма. Однако это не уменьшает значимости алгоритма и даже применяемый в таком варианте он дает существенный результат по повышению точности получаемого решения,

что показывается далее на задачах сверх- и гиперзвукового обтекания различных объектов.

## Адаптация расчетной сетки

В основе метода адаптации расчетной сетки лежит алгоритм дробления ячеек, основанный на разбиении граней, образующих ячейку [5, 7]. Рассмотрим алгоритм на примере шестигранной ячейки.

Для формирования новых граней необходимо добавить новые узлы в центр каждой грани и на середину каждого ребра (рис. 1а) исходной ячейки.

Для формирования новых граней внутри исходной ячейки в ее центр добавляется новый узел (рис. 2).

В итоге из исходной ячейки имеем восемь адаптивных ячеек – ячеек первого уровня адаптации. Алгоритм также обобщается на ячейки в форме произвольного выпуклого многогранника. Пример разбиения подобной ячейки показан на рис. 1б.

Для применения алгоритма адаптации необходимо определить области измельчения ячеек сетки, для чего используют критерии адаптации [8, 9].

## Критерии адаптации расчетной сетки

Для автоматического определения области ударных волн, возникающих при трансзвуковом и сверхзвуковом обтекании, одним из подходящих критериев является функция вида (1), в основе которой лежит величина градиента газодинамических величин [8, 9].

$$f = (V_{cell})^{2/3} \cdot |\nabla F| \quad (1)$$

$V_{cell}$  – объем ячейки,  $\nabla F$  – градиент газодинамической величины.

Величина  $(V_{cell})^{2/3}$  в выражении (1) применяется для оценки геометрического размера ячейки и позволяет учесть зависимость значения критерия  $f$  от ее объема. Таким образом, в сочетании со значением градиента газодинамической величины, максимальное значение критерия будет достигаться в ячейках с наибольшим объемом и высоким значением градиента, что обеспечит попадание в область локального измельчения крупных ячеек в области сильного изменения газодинамических величин (например, ударная волна). Минимальное значение кри-

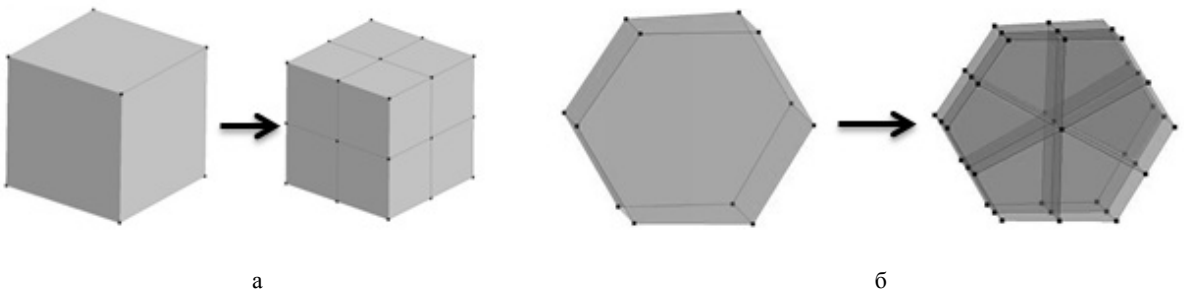


Рис. 1. Добавление новых узлов в центр грани и на середину ребер: а – для шестигранной ячейки, б – для ячейки в форме произвольного многогранника

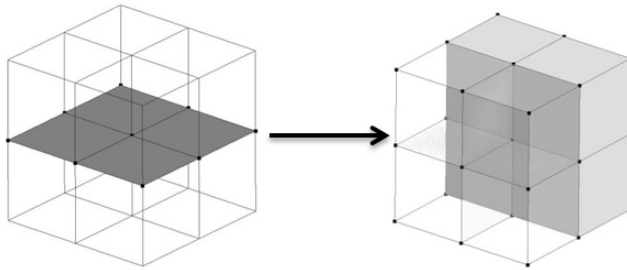


Рис. 2. Формирование граней внутри ячейки и образование ячеек первого уровня адаптации

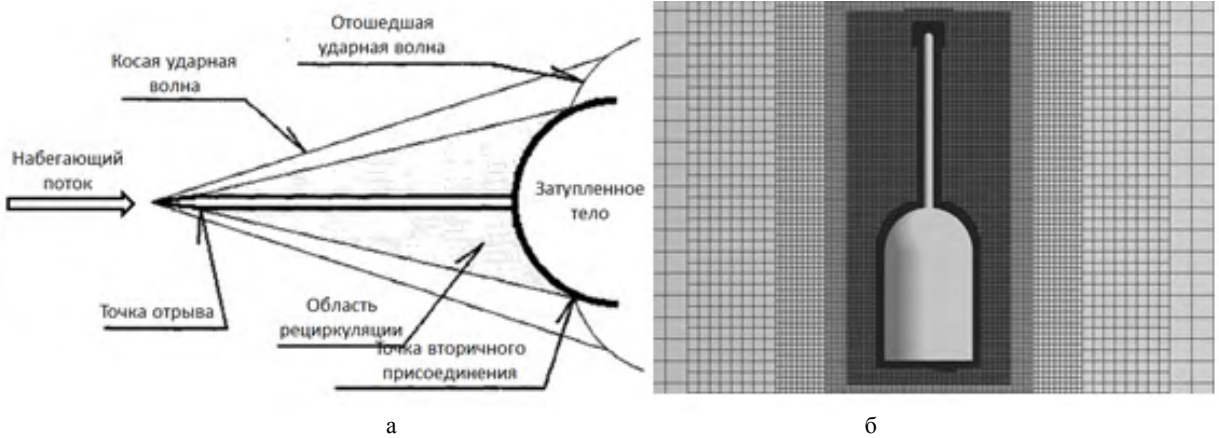


Рис. 3. Схема течения: а – структура потока вблизи тела с иглой, б – расчетная модель

терия  $f$  характерно для области с плавным изменением газодинамических величин и достигается в ячейках с наименьшим объемом и низким значением градиента, что приведет к их исключению из области локального измельчения.

В данной работе в качестве газодинамической величины  $F$  используется плотность или давление. Эти величины наиболее подходящие для выделения областей ударной волны [8], так как их градиент в указанной области будет принимать максимальное значение.

### Моделирование гиперзвукового обтекания тела с иглой

Согласно [10–12] использование в носовой части летательного аппарата выступающих вперед эле-

ментов применяется для снижения аэродинамического сопротивления. Ввиду этого у инженеров в области сверхзвуковой авиационной и ракетной техники возникает интерес к такому типу головных частей. В качестве подобной носовой части может применяться выступающая острая игла (рис. 3). Наличие острой иглы в сочетании с хорошо обтекаемой формой основного тела позволяет снизить сопротивление на сверхзвуковом режиме полета за счет того, что торможение происходит не в системе косых скачков уплотнения, а на одной отошедшей ударной волне [10–12]. Сопротивление уменьшается и в том случае, когда игла установлена перед затупленным телом. С помощью иглы можно лучше использовать тягу двигательной установки высокоскоростного летательного аппарата, значительно снизить тепловые потоки за счет формирования области рецирку-

ляции, размер которой определяется параметрами иглы. Игла, установленная на носовой части, дает преимущества, как при взлете аппарата, так и в условиях полёта [13–15]. Структура потока вблизи тела с иглой в носовой части показано на рис. 3а.

Рассмотрим влияние алгоритма адаптации на получаемое значение коэффициента силы лобового сопротивления и сравним результаты с экспериментальными данными [13–15]. Количество ячеек в неструктурированной расчетной сетке (рис. 3б) составляет ~10 млн. В предполагаемой области возникновения ударных волн задано локальное измельчение ячеек дискретной модели. Для расчета обтекания на внешней границе задан набегающий поток воздуха

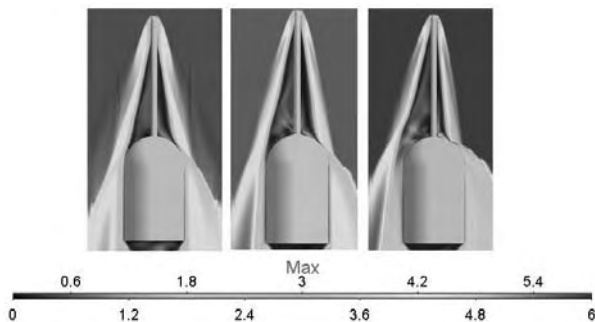


Рис. 4. Поле числа Маха (слева на право – угол атаки 1°, 2°, 4°)

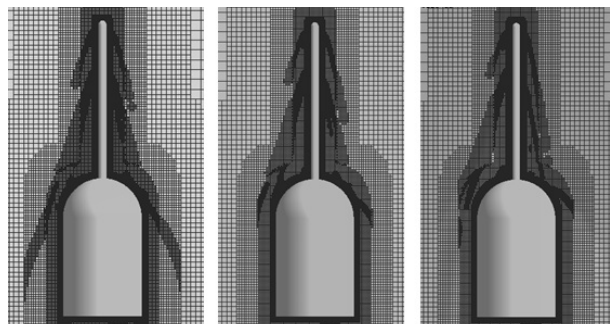


Рис. 5. Адаптивная сетка (слева на право – угол атаки 1°, 2°, 4°)

Таблица 1

Значение коэффициента силы лобового сопротивления

$\alpha^\circ$	Эксперимент	Расчет (исходная сетка)	Расчет (сетка 1-го уровня адаптации)
1°	0,242	0,263 (8,9 %)	0,244 (1 %)
2°	0,293	0,316 (8 %)	0,293 (0,13 %)
4°	0,46	0,497 (8,1 %)	0,462 (0,5 %)

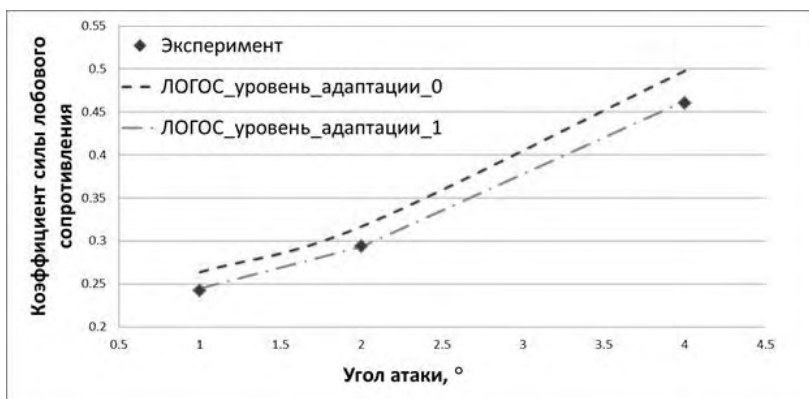


Рис. 6. Значение коэффициента силы лобового сопротивления для углов атаки 1°, 2° и 4°

Таблица 2

Размерность расчетных сеток

$\alpha^\circ$	Число ячеек, исходная сетка	Число ячеек, сетка 1-го уровня адаптации
1°	3 552 199	5 983 175
2°	3 552 199	5 431 852
4°	3 552 199	5 553 149

ударной волны. То есть на основе исходной сетки средствами алгоритма адаптации были получены три различных адаптивных сетки, характеризующиеся локальным измельчением, повторяющим фронт ударной волны, реализуемой при разных заданных условиях.

По результатам расчета определялось значение коэффициента силы лобового сопротивления (табл. 1, рис. 6).

Сравнение полученных значений проводилось с результатами эксперимента. Приведенные в табл. 1 и на рис. 6 результаты показывают качественное улучшение получаемых значений коэффициента силы лобового сопротивления при использовании алгоритма адаптации, так как в результате его применения удалось более качественно прописать возникающие ударные волны. В табл. 2 представлены размеры сеточных моделей, используемых для расчета.

Видно, что при использовании метода статической адаптации число ячеек расчетной сетки увеличивается по сравнению с исходной сеткой. Практическим путем было установлено, что сетка, характеризующаяся сеточным разрешением сопоставимым с сеткой первого уровня адаптации, имеет более 10 млн ячеек. При такой размерности расчетной сетки время получения численного решения заметно увеличивается. Таким образом, проявляется неоспоримое преимущество адаптивной сетки, заключающееся в меньшем числе ячеек, что напрямую влияет на уменьшение расчетного времени задачи.

### **Моделирование сверхзвукового обтекания остроконечного конуса, из носовой части которого происходит вдув встречной струи газа**

Согласно [16–19] еще одним практическим методом снижения величины силы лобового сопротивления, действующей на летательный аппарат, движущейся в плотных слоях атмосферы, является впрыск встречной струи в набегающий воздушный поток. Так же этот подход применяется для снижения теплового нагрева носовой части изделия за счет того, что вблизи носовой части возникает холодная область рециркуляции [16–19]. В свою очередь при увеличении интенсивности вдуваемой струи, величина силы лобового сопротивления уменьшается, так как область рециркуляции низкого давления увеличивается и отошедшая ударная волна, главным образом являющаяся причиной лобового сопротивления, становится слабее. На рис. 7а представлена схема течения, формируемого вблизи затупленной носовой части изделия. В целом, форма носа может быть так же остроконечной (рис. 7б), в этом случае структура течения аналогична.

Рассмотрим влияние алгоритма адаптации на получаемое значение коэффициента силы лобового сопротивления при сверхзвуковом обтекании остроконечной модели (рис. 7б) и сравним результаты

с экспериментальными данными [17]. Расчетная область обладает центральной осевой симметрией и представляет собой конусовидный объект диаметром 40 мм и длиной 85 мм. Количество ячеек в начальной неструктурированной расчетной сетке (рис. 8) составляет ~732 000.

При построении сетки задана общая область локального измельчения вблизи тела, области для более точной детализации возникающих ударных волн не задавались. Для расчета обтекания на внешней границе задан набегающий поток воздуха с числом Маха 3,98, температурой 96,9 К, давлением 9334,7 Па и углом атаки 0°.

Навстречу потоку из зазора круглого сечения радиусом 1 мм, расположенного в носовой части модели подается азот с параметрами потока: число Маха 1, полная температура 300 К, давление 729028,867 Па.

На рис. 9 представлено поле числа Маха вблизи поверхности всего изделия и в области носовой части. Видно, что первоначальная сетка обладает малой сеточной разрешимостью для достаточной детализации возникающих ударных волн и структура течения сильно «замазана». Так же о недостаточной сеточной разрешимости говорит полученное значение коэффициента силы лобового сопротивления – 0,046, отклонение которого от экспериментальных данных составляет 17 %.

После применения алгоритма адаптации расчетная сетка стала характеризоваться наличием областей локального измельчения вдоль фронта ударных волн. Всего для получения решения требуемой точности (отклонение от экспериментальных данных ~10 %) было выполнено три уровня адаптации расчетной сетки. Поле числа Маха для сетки третьего уровня адаптации представлено на рис. 10.

Из рис. 10 видно, что сетка третьего уровня адаптации позволяет качественно прописать структуру течения вблизи изделия. В системе четко можно выделить фронт отделившейся и отошедшей ударной волны, а также область рециркуляции низкого давления. Как следствие лучшей детализации структуры течения, полученное значение коэффициента силы лобового сопротивления имеет отклонение от экспериментальных данных равное 10,2 %. Построенные сетки для каждого из уровней адаптации представлены на рис. 11.

Видно, что локальное измельчение проходит именно в тех областях, где возникает ударная волна. В результате разбиения исходных ячеек формируются произвольные многогранники.

В табл. 3 представлены полученные значения коэффициента силы лобового сопротивления, а так же отклонение от экспериментальных данных.

Значение коэффициента силы лобового сопротивления

Сетка, расчет	Значение коэффициента силы лобового сопротивления	Отклонение, в %
Расчет (исходная сетка)	0,0463	17,2
Расчет (сетка 1-го уровня адаптации)	0,0477	14,7
Расчет (сетка 2-го уровня адаптации)	0,0484	13,4
Расчет (сетка 3-го уровня адаптации)	0,0502	10,2
Эксперимент	0,056	–

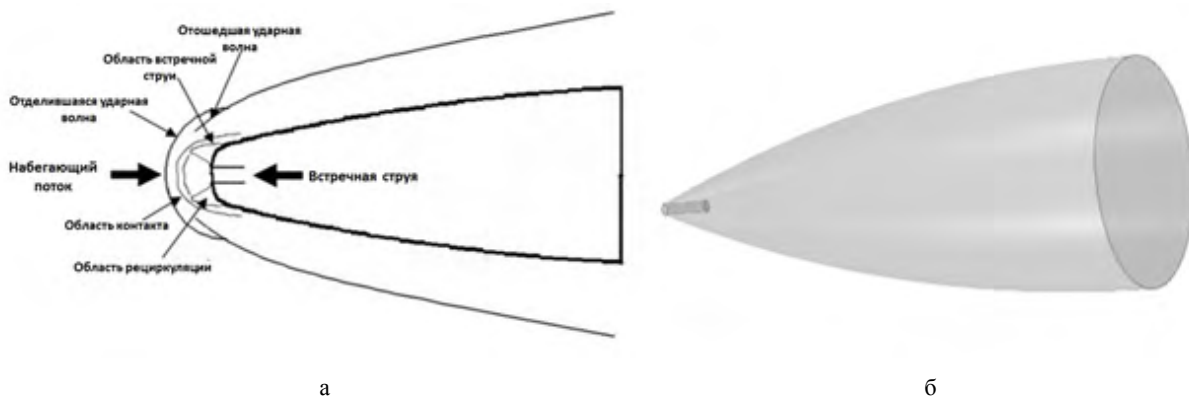


Рис. 7. Структура потока: а – вблизи тела, б – расчетная модель

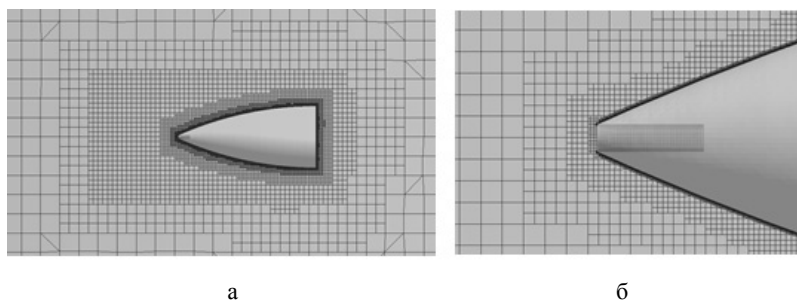


Рис. 8. Расчетная сетка: а – общий вид, б – вблизи носовой части

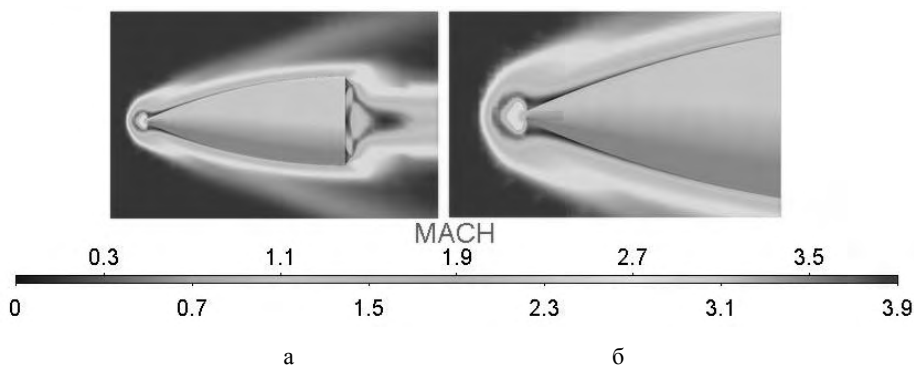


Рис. 9. Поле числа Маха, начальная сетка: а – вблизи поверхности всего изделия, б – в области носовой части

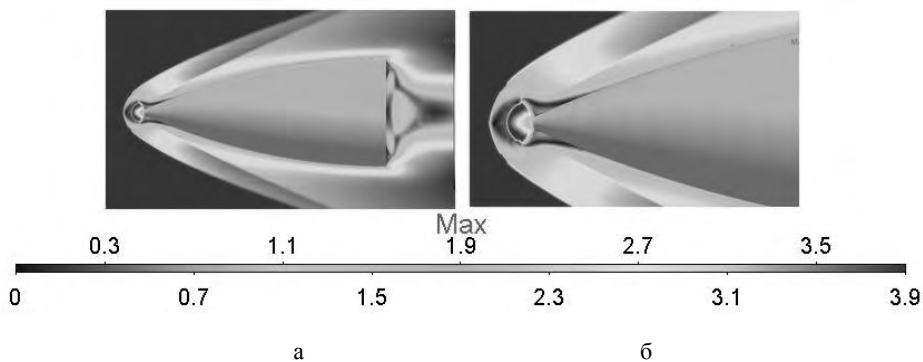


Рис. 10. Поле числа Маха, сетка третьего уровня адаптации: а – вблизи поверхности всего изделия, б – в области носовой части

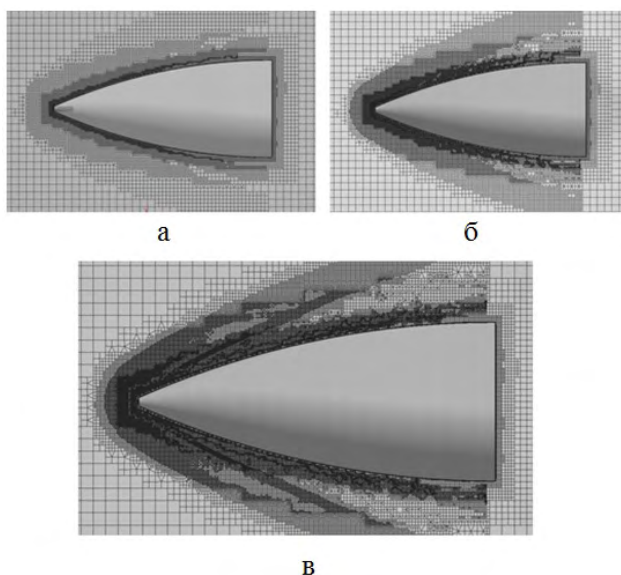


Рис. 11. Сетки вблизи изделия: а – 1 уровень адаптации, б – 2 уровень адаптации, в – 3 уровень адаптации

Можно сделать вывод, что на каждом из уровней адаптации полученная величина погрешности в определении коэффициента силы лобового сопротивления уменьшалась.

### Заключение

В работе рассматривается возможность применения метода статической адаптации для решения задач сверх- и гиперзвукового обтекания различных объектов, характерной особенностью которого является формирования головной ударной волны. Предлагаемый алгоритм позволяет в автоматическом режиме построить локальное измельчение сетки в области ударной волны, что существенно сказывается на точности получаемого решения. На рассматриваемых задачах показано уменьшение погрешность в решении до 7%.

### Литература

1. Deryugin Yu. N., Zhuchkov R. N., Zelenskiy D. K., Kozelkov A.S., Sarazov A. V., Kudimov N. F., Lipnickiy Yu. M., Panasenko A. V., Safronov A. V. Validation Results for the LOGOS Multifunction Software Package in Solving Problems of Aerodynamics and Gas Dynamics for the Lift-Off and Injection of Launch Vehicles // *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2015. Vol. 7, N 2. P. 144–153.
2. Jothiprasad G., Mavriplis D. J., Caughey D. A. Higher-order time integration schemes for the unsteady NavierStokes equations on unstructured meshes // *Journal of Computational Physics*. 2003. Vol. 191, N 2. P. 542–566.
3. Kozelkov A. S., Kurulin V. V., Lashkin S. V., Shagaliev R. M., and Yalozo A. V., Investigation of Supercomputer Capabilities for the Scalable Numerical

Simulation of Computational Fluid Dynamics Problems in Industrial Applications // Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2016. Vol. 56, N 8. P. 1506–1516.

4. Mavriplis D. J. Unstructured mesh discretizations and solvers for computational aerodynamics // AIAA Paper. N 2007-3955.

5. Стручков А. В., Козелков А. С., Жучков Р. Н., Уткина А. А., Саразов А. В. Численное моделирование задач аэродинамики со статической адаптацией сетки под особенности решения. ВАИТ, сер. Математическое моделирование физических процессов. 2019. Вып. 2. С. 55–67.

6. Гильманов А. Н. Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики. М.: Наука. Физматлит, 2000. С. 248.

7. Adaptive mesh refinement— theory and applications: Proc. Chicago Workshop on Adaptive Mesh Refinement Methods (Lecture Notes in Comp. Sci. and Eng. September, 35, 2003) / Ed. by T. Plewa, T. Linde, Weirs V. Gregory. Chicago: Springer, 2005.

8. Daunenhofer J. F., Baron J. R. Grid Adaption for the 2D Euler Equations // Technical report AIAA-85-0484, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1985.

9. Warren G. P., Andersom W. K., Thomas J. L., Krist S. L. Grid convergence for adaptive methods // AIAA-91-1592. AIAA 10th Computational fluid dynamics conference.

10. Kalimuthu R., Mehta R. C., Rathakrishnan E. Drag Reduction for Spike Attached to Blunt-Nosed Body at Mach 6 // JOURNAL OF SPACECRAFT AND ROCKETS. 2010. Vol. 47, N 1.

11. Reding J. P., Guenther R. A., Ritchter B. J. Unsteady Aerodynamic Considerations in the Design of

a Drag-Reduction Spike // Journal of Spacecraft and Rockets. 1977. Vol. 14, N 1. P. 54–60.

12. Koeing K., Bridges D. H., and Chapman G. T. Transonic Flow Modes of an Axisymmetric Blunt Body // AIAA Journal. 1989. Vol. 27, N 9. P. 1301–1302.

13. Motoyama N., Mihara K., Miyajima R., Watanuki T., and Kubota H. Thermal Protection and Drag Reduction with Use of Spike in Hypersonic Flow // AIAA Paper. N 2001-1828.

14. Kalimuthu R. Experimental Investigation of Hemispherical Nosed Cylinder with and Without Spike in a Hypersonic Flow // Ph.D. Thesis. Department of Aerospace Engineering, Indian Inst. of Technology, Kanpur, India, April 2009.

15. Mehta R. C. Flowfield Computations over Conical, Disc and Flat Spiked Body at Mach 6 // AIAA Paper. N 2009-0325.

16. Tamada, S. Aso, and Y. Tani. Numerical Study of the Effect of the Opposing Jet on Reduction of Aerodynamic Heating with Different Nose Configurations / 26th International Congress of the Aeronautical Sciences, Anchorage, AL, September 14 – 19, 2008

17. Hayashi K., Aso S. and Tani Y. Numerical Study of Thermal Protection System by Opposing Jet // AIAA Paper. N 2005-188.

18. Hayashi K., Aso S., and Tani Y. Experimental Study of Thermal Protection System by Opposing Jet in Supersonic Flow // Journal of Spacecraft and Rockets. 2006. Vol. 43, N 1. P. 233–238.

19. Cheng G., Neroorkar K., Chen Y., Wang T. and Daso E. Numerical Study of Flow Augmented Thermal Management for Entry and Re-entry Environments / 25th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Miami, FL, June 25–28, 2007.