

ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВСЕХ СТАДИЙ ЦУНАМИ ОПОЛЗНЕВОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ В РАМКАХ ЕДИНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

*Е. С. Тятюшкина, А. С. Козелков, В. В. Курулин, О. Л. Крутякова, Д. А. Уткин,
К. С. Плыгунова, Н. В. Чухманов, Д. Н. Смолкина, В. Ю. Герасимов*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Введение

Цунами является одной из самых разрушительных природных стихий. Для прогнозирования цунами необходимы надежные методы его численного моделирования. Существующие подходы к численному моделированию цунами подразумевают использование разных математических моделей на стадиях генерации, распространения в океане и наката волн на сушу. Однако современный уровень развития вычислительных технологий позволяет перевести моделирование цунами на новый уровень

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-05-80019.

Математическая модель моделирования распространения волн цунами оползневого происхождения

Наиболее полной математической моделью, позволяющей учитывать все стадии и особенности жизненного цикла цунами оползневого происхождения, начиная с его формирования из источника и заканчивая накатом на береговые структуры, является модель, состоящая из системы уравнений Навье-Стокса и уравнений переноса объемной доли, согласно методике Volume of Fluid (VOF) [1]. Это позволяет единым образом моделировать движение и взаимное влияние оползневой, водной и воздушной сред с учетом вязкого, турбулентного и радиационного трения (учет взаимного влияния оползень – водная среда).

Метод VOF основан на решении уравнений Навье-Стокса совместно с уравнениями переноса объемной доли дисперсных фаз. Рассмотрим задачу о движении среды, состоящей из произвольного числа веществ с различными фазовыми состояниями. Примем во внимание упрощающие допущения о том, что все вещества описываются одним полем скорости и давления, фазовые переходы отсутствуют, рассматриваемые вещества являются несжимаемыми, отсутствуют стоки и источники, а также о том, что процессами теплообмена можно пренебречь. В связи с этим система основных уравнений в декартовых координатах примет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho g_i, \\ \frac{\partial \alpha_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \alpha_w) = 0, \\ \frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \alpha_l) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где i, j – нижние индексы, указывающие на принадлежность векторных компонент к декартовым координатам, $i, j = \{x, y, z\}$; ρ – плотность смеси, вычисляемая как $\rho = (\rho_w \alpha_w + \rho_l \alpha_l + \rho_a \alpha_a)$; w – (water) нижний индекс, указывающий на принадлежность к фазе «вода»; l – (landslide) нижний индекс, указывающий на принадлежность к фазе «оползень»; a – (air) нижний индекс, указывающий на принадлежность к фазе «воздух»; α_ξ – объемная доля фазы, $\xi = \{w, l, a\}$; u_i – компонента вектора скорости, $i = \{x, y, z\}$; t – время; p – давление; x_i – компонента вектора декартовых координат, $i = \{x, y, z\}$; τ_{ij} – тензор вязких напряжений, который, согласно гипотезе Буссинеска, принимает вид:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right),$$

где μ – динамическая вязкость; δ_{ij} – дельта Кронекера; g_i – компонента вектора ускорения свободного падения.

Первые два уравнения системы (2.1) представляют собой уравнения сохранения массы и импульса. Третье и четвертое уравнения – уравнение переноса объемной доли жидкой фазы и объемной доли оползневой фазы соответственно. Для фазы «воздух» уравнение переноса объемной доли решать не требуется, поскольку, согласно принципам метода VOF, объемная доля α_a вычисляется из соотношения $(\alpha_w + \alpha_l + \alpha_a) = 1$.

Данная система уравнений позволяет моделировать следующие стадии оползневых цунами: движение оползня с учетом реологии, турбулентного и радиационного трения, возникновение волн цунами, распространение волн цунами, и последующий их накат на берег. Учет рельефа дна акваторий производится путем применения соответствующих граничных условий, что означает необходимость построение расчетной сетки, соответствующей рельефу дна акватории.

Дискретизация уравнений системы (1) производится согласно методу конечных объемов с учетом неструктурированности расчетной сетки. Метод конечных объемов подразумевает переход от дифференциалов к алгебраическим выражениям относительно ячеек расчетной сетки

Алгоритм учета неоднородной гравитационной силы в численном алгоритме

Определяющей характеристикой для задач возникновения и распространения волн цунами является сила гравитации. Сила гравитации в области свободной поверхности терпит резкие изменения вследствие существенного изменения плотности среды, что приводит к разрыву градиента давления, который в случае покоя среды полностью уравнивает действие гравитационных сил. Построение численного алгоритма, обеспечивающего корректный учет силы гравитации и расчет значений градиента давления, является нетривиальной задачей.

Численный алгоритм реализации неотражающих граничных условий для задач со свободной поверхностью

Задача моделирования распространения волн цунами ставится как в ограниченных акваториях, так и в неограниченных незамкнутых акваториях. Для ограниченных акваторий ставится граничное условие непроникания потока, что не представляет особых трудностей. Другое дело постановка граничных условий для незамкнутых акваторий. Волны при достижении границы расчетной области должны свободно без отражения ее покидать. Постановка таких условий как, например, условие «твердая стенка» приведет к тому, что при численном моделировании

волны, дошедшие до искусственных границ, отражаются и искажают решение внутри области. Поэтому необходимо разработать и реализовать эффективный алгоритм неотражающих граничных условий [2], чтобы волны покидали расчетную область свободно, без образования нефизических отраженных волн.

Верификация

Для верификации методов для расчета волн цунами существует международный базис задач NTHMP [3]. Базис содержит такие задачи, как распространение и накат одиночной волны в бассейне постоянной глубины, распространение и накат одиночной волны в бассейне с изменяющейся глубиной, моделирование схода клиновидного тела, обтекание острова. Данные базиса позволяют оценить правильность описания физико-математической моделью, процесса распространения волны и ее наката на берег. В базисе представлены данные записи мареографов, которые позволяют провести количественную оценку погрешности результатов математического моделирования в сравнении с экспериментом. Этот базис решено было дополнить международно-признанными задачами, такими, как возникновения волн в результате падения тела в воду [4], возникновения волн в результате схода надводного оползня с натеканием волн на «фьорды» [5].

Моделирование распространения и наката одиночной волны в бассейне постоянной глубины

В задаче моделируется распространение одиночной волны высотой H в бассейне с постоянной глубиной $d = 1$ м. Затем волна набегает на наклонную плоскость, угол наклона которой $\beta = 2,88^\circ$. Схематично конфигурация бассейна представлена на рис. 1.

Рассматривалось несколько вариантов постановок задачи, отличающихся друг от друга отношением H/d . В первом случае отношение $H/d = 0,0185$, во втором случае $H/d = 0,3$.

Проводилось сравнение профилей волны, полученных при расчете в пакете программ ЛОГОС, с аналитическими данными.

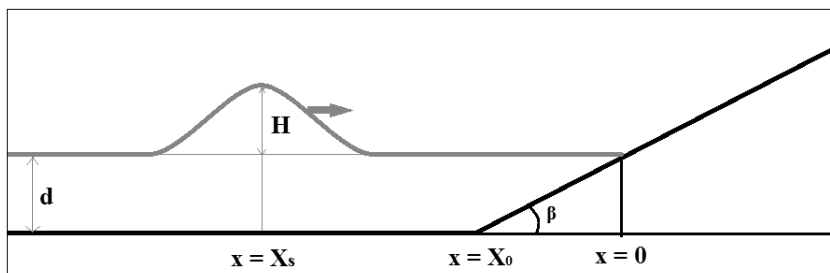


Рис. 1. Конфигурация бассейна

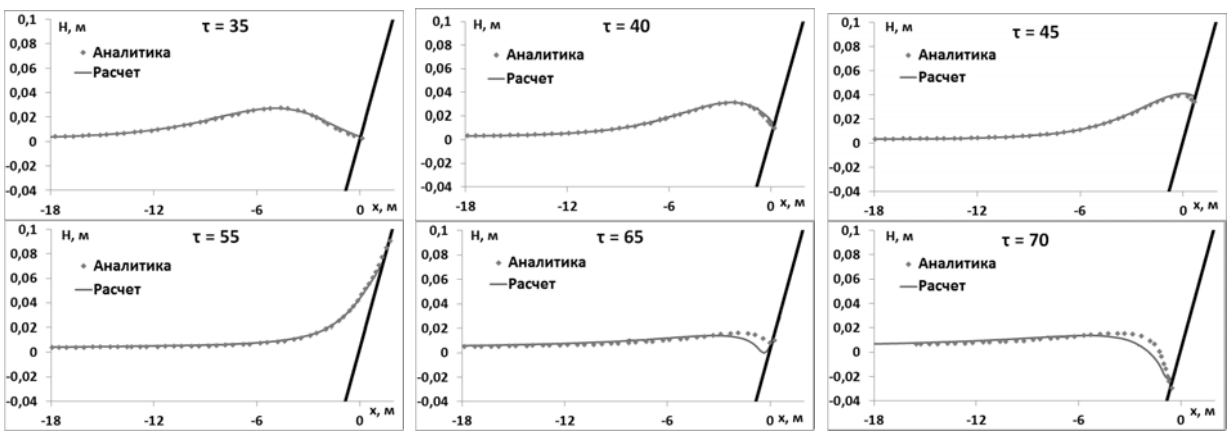


Рис. 2. Сравнение профилей волны для случая $H/d = 0,0185$

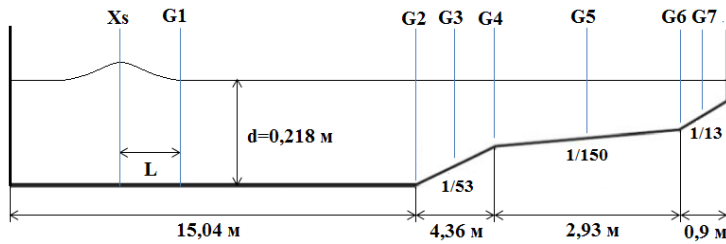


Рис. 3. Конфигурация бассейна

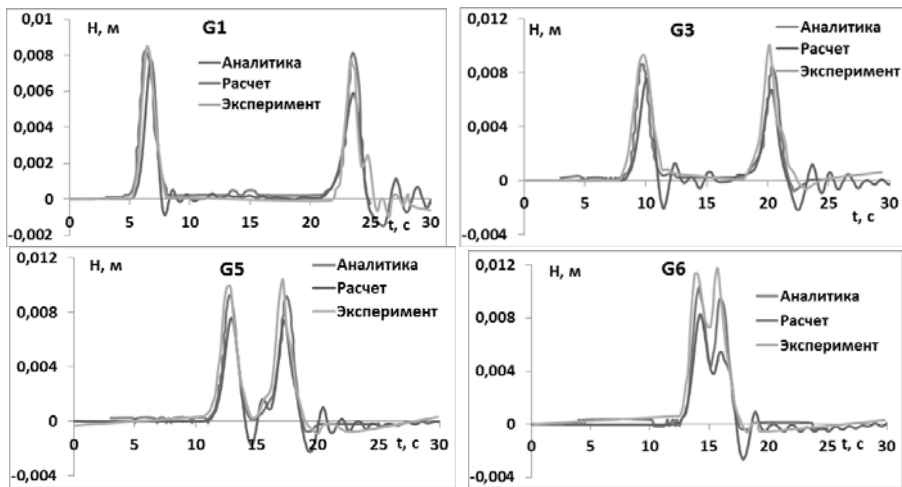


Рис. 4. Сравнение профилей волны, полученных расчетным путем в пакете программ ЛОГОС, с аналитическими и экспериментальными данными мареографов

На рис. 2 приведены сравнения результатов для первого случая $H/d = 0,185$ на различные моменты времени $t = \tau \sqrt{d/g}$.

Из рис. 2 видно, что имеется хорошее согласие полученных расчетных результатов с аналитическими данными. Результаты, полученные в пакете программ ЛОГОС, хорошо описывают как распространения волны, так и ее набегание на наклонную плоскость.

Моделирование распространения и наката одиночной волны в бассейне изменяющейся глубины

В задаче моделируется распространение одиночной волны высотой H в бассейне с изменяющейся глубиной d . Конфигурация и размеры бассейна представлены на рис. 3.

Соотношение $H/d = 0,038$; $L = 2,4$ м, расстояние между мареографами $G1$ и $G2$ равно $2,4$ м.

Получаемые в результате моделирования количественные характеристики волновой картины в бассейне можно оценить по данным мареографов. На рис. 4 представлено сравнение профилей

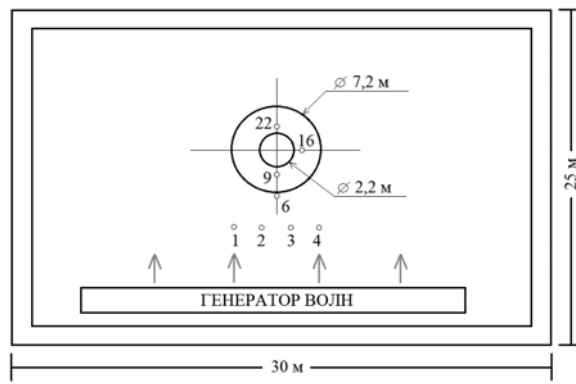


Рис. 5. Геометрия задачи и расположение датчиков

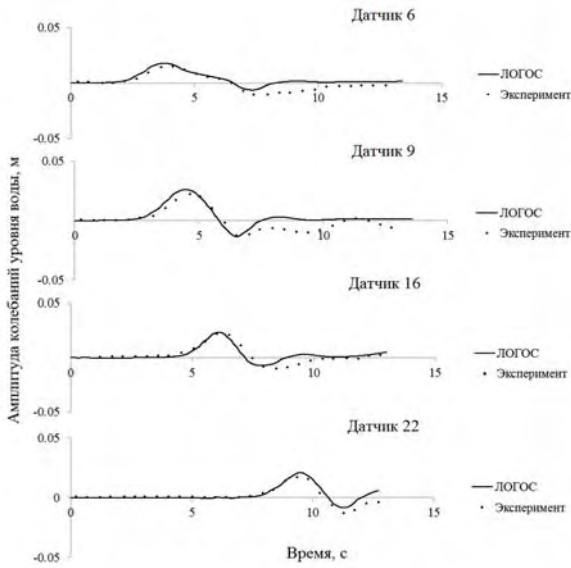


Рис. 6. Амплитуда колебаний уровня воды в бассейне для $H = 0,016$ м

волн, полученных расчетным путем в пакете программ ЛОГОС, с аналитическими и экспериментальными данными мареографов.

Обтекание одиночной волной острова конической формы

В данном эксперименте в прямоугольном бассейне: длиной 25 м и шириной 30 м, заполненном водой на 0,32 м, с помощью спектрального генератора волн создается одиночная волна, которая обтекает остров: высотой 0,625 м, с диаметром основания 7,2 м и диаметром вершины 2,1 м.

Стенки бассейна облицованы абсорбирующим веществом, чтобы минимизировать отражение волн. Колебания водной поверхности фиксируются с помощью датчиков. Геометрия задачи и расположение опорных датчиков показаны на рис. 5.

Рассматривалось несколько вариантов постановок задачи, отличающихся друг от друга высотой

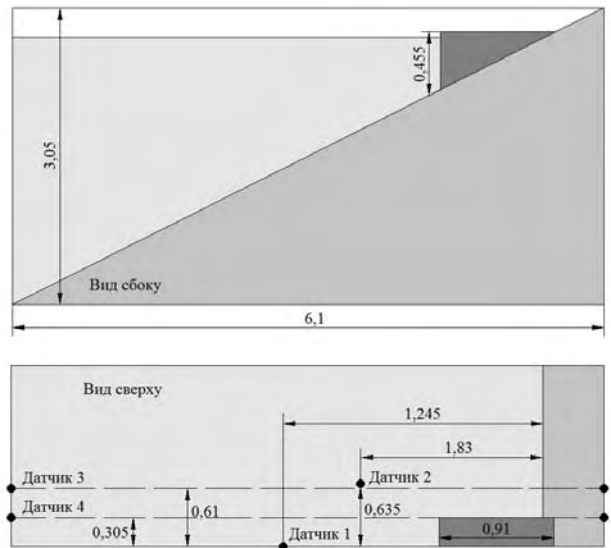


Рис. 7. Геометрия задачи и расположение датчиков

волн H . Для первого случая $H = 0,016$ м, для второго – $H = 0,032$ м, для третьего – $H = 0,064$ м.

На рис. 6 приведены зависимости амплитуды колебаний уровня воды в бассейне от времени для первой постановки задачи: $H = 0,016$ м.

Сравнение записей датчиков показывает достаточно хорошее совпадение для первой приходящей волны, наблюдается различие для дальнейших колебаний поверхности. Это может быть связано с качеством расчетной сетки.

Генерация волн в результате движения клиновидного тела

В данной задаче проводится численное моделирование скольжения клиновидного тела под действием сил тяжести по наклонной плоскости в бассейне с водой, в результате которого образуются волны.

Геометрия задачи и расположение датчиков показаны на рис. 7. Все размеры указаны в метрах.

На рис. 8 приведены зависимости амплитуды колебаний уровня воды в бассейне от времени для датчиков 2 и 4.

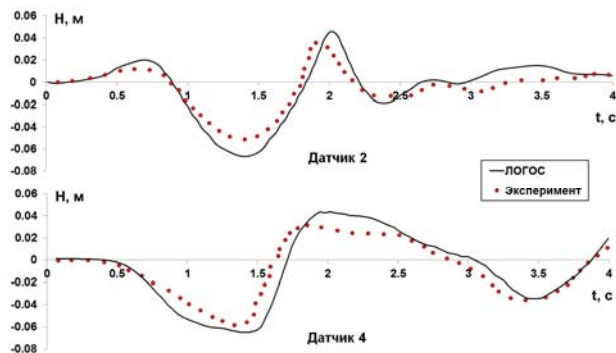


Рис. 8. Амплитуда колебаний уровня воды в бассейне

По графикам на рис. 8 наблюдается хорошее качественное и количественное согласие с экспериментальными данными.

Сход надводного оползня с натеканием волн на «фьорды»

В рамках данной задачи проводилось численное моделирование схода оползня в воду, в результате чего образуются волны, впоследствии натекающие на наклонные плоскости, имитирующие «фьорды».

Рассматривается бассейн, заполненный до определенного уровня водой, в котором расположены две наклонные плоскости, имитирующие «фьорды». На одной из них расположен оползень, который сходит в воду, в результате чего образуются волны, впоследствии натекающие на «фьорды». Схематично конфигурация бассейна и расположение мареографа изображены на рис. 9, все размеры указаны в метрах.

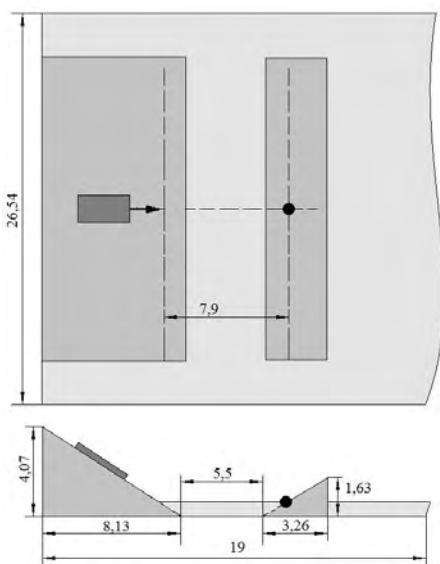


Рис. 9. Конфигурация бассейна и расположение мареографа

Размеры оползня составляют $2,1 \times 1,2 \times 0,3$ м, причем задний его край находится на расстоянии 2,8 м от верхнего края наклонной плоскости. Оползень начинает движение с заданной начальной скоростью 3,8 м/с. Высота уровня воды от дна бассейна 0,6 м..

Во время эксперимента измеряется скорость входа оползня в воду, мареограф измеряет заплеск на «фьорд».

Получаемые в результате моделирования количественные характеристики волновой картины в бассейне можно оценить по данным мареографа. На рис. 10 представлена зависимость амплитуды колебаний водной поверхности от времени, зарегистрированная мареографом. Наблюдается хорошее совпадение амплитуд колебаний первых двух волн.

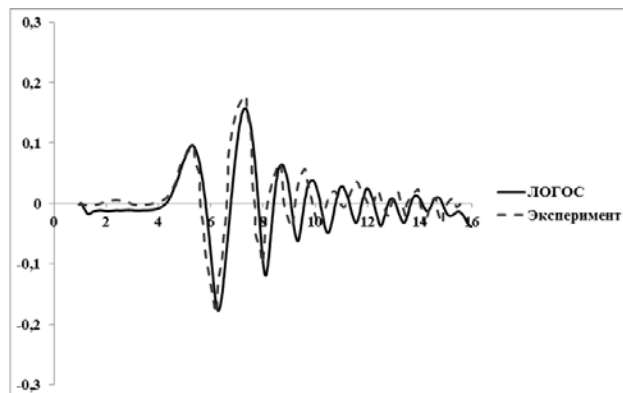


Рис. 10. Зависимость амплитуды колебаний водной поверхности от времени

Амплитуда первой приходящей волны в мареографе – 0,0945 м в эксперименте и 0,0961 м в расчете, отклонение составляет 1,8 %.

Задача о падении параллелепипеда в жидкость

В рамках данной задачи проводится численное моделирование падения прямоугольного параллелепипеда в воду.

В этом эксперименте с высоты H вдоль торцевой стенки бассейна в воду свободно падает прямоугольный параллелепипед высотой H_1 и длиной l . Прямоугольный бассейн с горизонтальным дном заполнен водой на высоту $h < H_1$. В натурном эксперименте длина бассейна составляла 4,3 м., ширина 0,2 м. В начальном состоянии вода находится в состоянии покоя. Расчетная модель представлена на рис. 11.

Рассматривалось несколько вариантов постановок задачи, отличающихся друг от друга размерами тела, высотой, с которой оно падает, и глубиной заполнения бассейна. В безразмерной форме эти параметры выглядят следующим образом [Букреев, 1996]:

$$HPP^0P = H/h, \quad H_1^0 = HRR_1RR/h, \quad lPP^0PP = l/h, \\ \rho PP^0PP = (\rho RR_1RR - \rho) / \rho, \quad xPP^0PP = x/h,$$

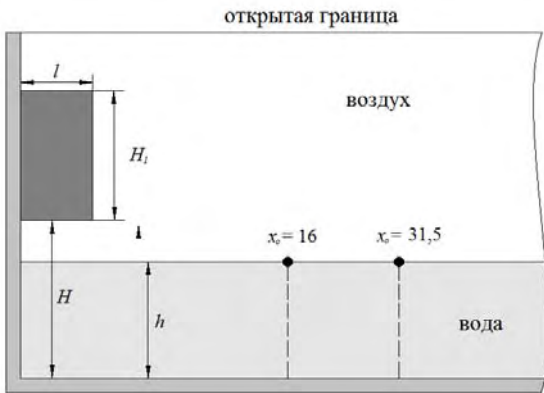


Рис. 11. Схема экспериментальной установки

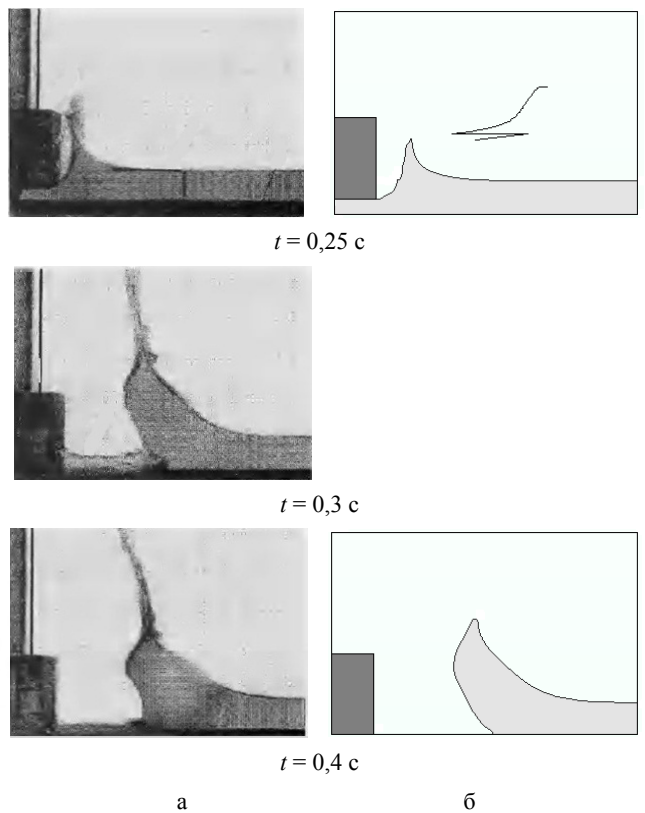


Рис. 12. Образование волн от падения параллелепипеда для первой постановки задачи – $HPP^0P = H/h$: а – фотографии эксперимента; б – результаты численного моделирования ЛОГОС

где ρ_{RR}, ρ – плотность твердого тела и плотность жидкости соответственно. Значения $h, HPP^0P, H_1^0, P^0P, \rho P^0P, xPP^0P$ меняются в зависимости от постановки.

На рис. 12 показано образование волн от падения параллелепипеда для первой постановки задачи – $HPP^0P = H/h$.

На рис. 13 приведены зависимости амплитуды колебаний уровня воды в бассейне от времени для второй постановки задачи.

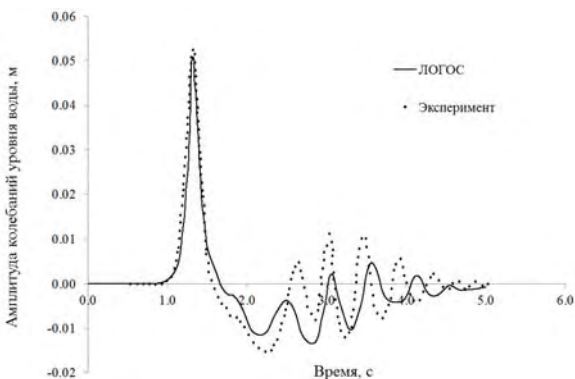


Рис. 13. Амплитуда колебаний уровня воды в бассейне для второй постановки задачи

Генерация цунами подводными оползнями

В рамках данной задачи проводится численное моделирование схода подводного оползня на о. Сахалин [6].

На восточном склоне о. Сахалин обнаружен и закартирован подводный оползень (рис. 14).

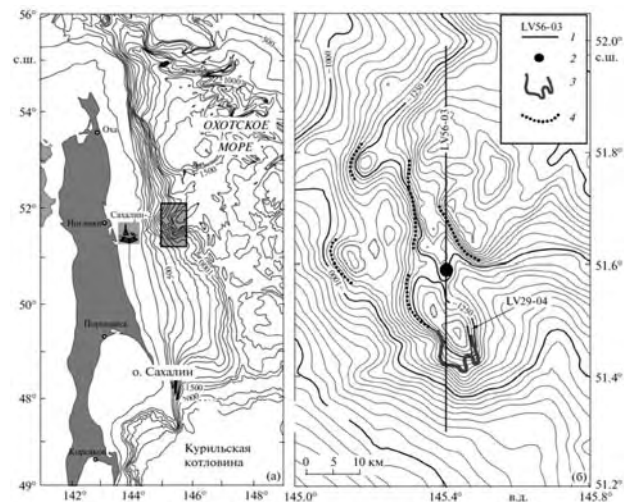


Рис. 14. Карта восточного склона о. Сахалин и район обнаруженного оползня

Подводные оползни могут генерировать значительные волны цунами в прибрежных зонах океана, а поскольку восточное побережье Сахалина является районом нефте- и газодобычи, цунами здесь может привести к экологической катастрофе. Площадь обнаруженного оползня составляет 42 км^2 , его объем равен 4 км^3 . Стенка отрыва оползня наклонена под углом $25\text{--}30^\circ$. Сход подводного оползня сопровождается образованием волн на поверхности воды над областью дна, затронутого смещением осадочных слоев. Сход подобного оползня может вызвать значительное цунами.

Оползень моделировался как тяжелая вязкая жидкость, плотность которой равна $1800 \text{ кг} \cdot \text{м}^3$, а вязкость $\nu = \mu / \rho = 0,3 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$.

На рис. 15 показано распределение максимального уровня водной поверхности.

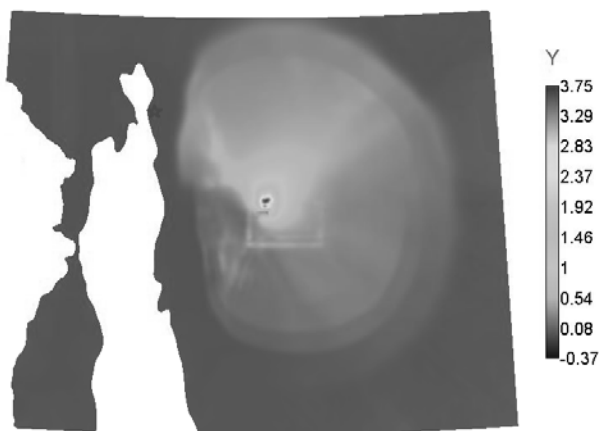


Рис. 15. Распределение максимального уровня водной поверхности

На рис. 15 звездочкой отмечен мареограф. На рис. 16 показана амплитуда волны, дошедшая до этой точки.

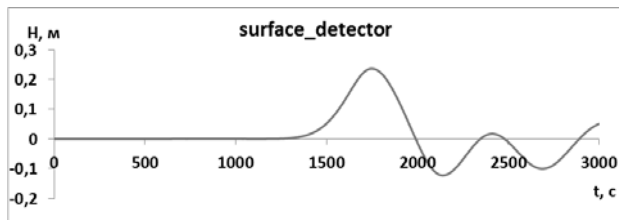


Рис. 16. Амплитуда волны в мареографе

Как видно из рис. 16, максимальная высота волны, зафиксированная в этой точке, составляет 25 см.

Литература

1. Hirt C. W., Nichols B. D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys.* 1981. Vol. 39. P. 201–225.
2. Дородницын Л. В. Неотражающие граничные условия для систем уравнений газовой динамики // *Журнал вычислительной математики и математической физики.* 2002. Т. 42, № 4. С. 522–549.
3. National Tsunami Hazard Mitigation Program: Proceedings and Results of the 2011 NTHMP Model Benchmarking Workshop. Boulder: U.S. Department of Commerce, 2012. P. 436.
4. Букреев В. И., Гусев А. В. Гравитационные волны при падении тела на мелкую воду // *Прикладная механика и техническая физика.* 1996. Т. 37, № 2. С. 90–98.
5. Mohammed F., Frits H. M., Experiments on tsunamis generated by 3D Granular Landslides // *Submarine Mass Movements and Their Consequences, Advances in Natural and Technological Hazards Research.* 2010. Vol. 28. P. 705–718.
6. Баранов Б. В. и др. Оползни на восточном склоне о. Сахалин как источники возможных цунами // *Доклады Академии наук,* 2013. Т. 449, № 3. С. 1–4.