

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ВОЛНОВАЯ МОДЕЛЬ ЛАЗЕРА-ГЕНЕРАТОРА С МНОГОУРОВНЕВОЙ КИНЕТИКОЙ НАСЕЛЕННОСТЕЙ

А. А. Хлебников, М. В. Волков

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Созданы физико-математическая и численная модели лазера-генератора для расчета как одномодового, так и многомодового режимов генерации лазерного излучения на основе решения трехмерного волнового параболического уравнения. Так как резонансные частоты поперечных мод генератора отличаются друг от друга, то для расчета многомодового режима генерации предложено в резонаторе задавать ряд независимых некогерентных полей. Кинетика населенностей лазерных уровней в работе рассматривается в трёхуровневом приближении.

Математическая постановка задачи

Для определения характера распределения лазерного поля внутри резонатора решается трехмерное неоднородное волновое уравнение в параксиальном приближении в декартовой системе координат. Геометрия задачи показана на рис. 1.

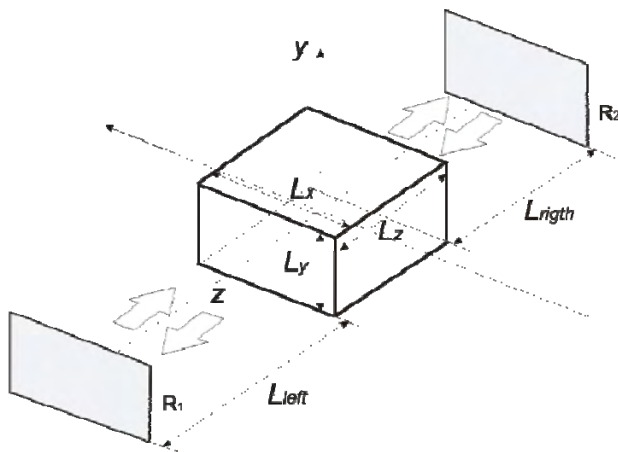


Рис. 1. Геометрия задачи

Лазерное излучение распространяется в направлении вдоль оси Z , активная область имеет прямоугольную форму размерами L_x , L_y и L_z . Счетная область имеет размеры $H_x > L_x$, $H_y > L_y$, $H_z \geq L_z$ и разбивается на $N_x \times N_y \times N_z$ одинаковых элементарных ячеек. Левое плечо резонатора имеет длину L_{left} , правое – L_{right} . Таким образом, счетная область имеет размеры H_x , H_y и $H_z = L_{left} + L_z + L_{right}$ по осям X , Y и Z соответственно. На границах счет-

ной области расположены зеркала резонатора (плоские или сферические) с коэффициентами отражения R_1 и R_2 .

Рассмотрим волновое уравнение в параксиальном приближении [1] и запишем его в декартовых координатах:

$$2ik_0 \left(\frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial z} \right) + \Delta E + k_0^2 \left[i \frac{n_0}{k_0} \alpha + n^2 - n_0^2 \right] E = 0, \quad (1)$$

где E – комплексная амплитуда поля, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} -$

оператор Лапласа по поперечным координатам, n_0 – исходный средний показатель преломления активной среды, $n(x, y, z)$ – показатель преломления среды, изменяющийся в процессе генерации, $\alpha(x, y, z)$ – коэффициент усиления, $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число, c – скорость света.

При помощи замены $t' = z - ct$ уравнение (1) сводится к следующему уравнению:

$$2ik_0 \frac{\partial E}{\partial z} + \Delta E + k_0^2 \left[i \frac{n_0}{k_0} \alpha + n^2 - n_0^2 \right] E = 0, \quad (2)$$

Заменим $n^2(x, y, z) - n_0^2$ на $2n_0(n(x, y, z) - n_0)$, и введем $k = k_0 n_0$, тогда получим:

$$2ik_0 \frac{\partial E}{\partial z} + \Delta E + 2k^2 \frac{\delta n}{n_0} E + ik_0 \alpha E = 0, \quad (3)$$

где $\delta n = n(x, y, z) - n_0$.

Данное уравнение решается следующим образом: уравнение (3) расщепляется по физическим процессам и на каждом шаге по z последовательно решается 3 уравнения:

$$2ik_0 \frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} + \Delta E(x, y, z) = 0; \quad (4)$$

$$2ik_0 \frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} + 2k_0^2 \frac{\delta n}{n_0} E(x, y, z) = 0; \quad (5)$$

$$2ik_0 \frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} + i\alpha k_0 E(x, y, z) = 0. \quad (6)$$

Схема интегрирования системы уравнений (4–6) следующая. Сначала решается уравнение (4) с шагом $dz/2$. Полученное решение используется в качестве начальных данных для решения уравнения (5) с шагом dz . После решается уравнение (6) с шагом dz . На последнем этапе вновь решается уравнение (4) с шагом $dz/2$. При численном решении уравнения (4) используется конечно-разностная схема интегрирования и расщепление по направлениям x и y . Амплитудная ошибка при вычислении поперечного дифференциального оператора в (4) нулевая, а фазовая погрешность может быть доведена до 4–6 порядка [2].

Поле лазерного излучения в резонаторе описывается системой параболических уравнений для комплексных амплитуд двух волн $E_1(x, y, z)$ и $E_2(x, y, z)$, которые имеют вид:

$$\begin{aligned} 2ik_0 \frac{\partial E_1}{\partial z} + \Delta E_1 + 2k^2 \frac{\delta n}{n_0} E_1 + ik\alpha E_1 &= 0 \\ -2ik_0 \frac{\partial E_2}{\partial z} + \Delta E_2 + 2k^2 \frac{\delta n}{n_0} E_2 + ik\alpha E_2 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Каждое из уравнений (1) решается по описанной выше схеме.

Отражение лазерного излучения от зеркал учитывается в виде граничных условий

$$\begin{aligned} E_1(x, y, 0) &= \sqrt{R_1} \cdot \exp\left(-\frac{ik(x^2 + y^2)}{2F_1}\right) E_2(x, y, 0) \\ E_2(x, y, L_z) &= \sqrt{R_2} \cdot \exp\left(+\frac{ik(x^2 + y^2)}{2F_2}\right) E_1(x, y, L_z), \end{aligned} \quad (8)$$

где F_1 и F_2 – фокусные расстояния сферических зеркал.

Коэффициент усиления в активной среде определяется выражением:

$$\alpha = \sigma_{yc} \Delta n, \quad (2)$$

В свою очередь инверсия Δn определяется из решения уравнений кинетики:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_3}{\partial t} &= W_p - \frac{n_3}{\tau_{31}} - \gamma_{32} \cdot n_3 + \gamma_{23} \cdot n_2 - q_3 n_3 \\ \frac{\partial n_2}{\partial t} &= -\alpha_{amp} \cdot I_{sum} - \frac{n_2}{\tau_{21}} + \gamma_{32} \cdot n_3 - \gamma_{23} \cdot n_2 - q_2 n_2, \end{aligned} \quad (3)$$

$$n_1 = n_0 - n_2 - n_3$$

где n_0 – суммарная концентрация атомов, n_3 – концентрация атомов в состоянии $5^2P_{3/2}$, W_p – скорость накачки с первого уровня на третий под действием излучения накачки, γ_{32}, γ_{23} – скорости переходов между уровнями 2 и 3, τ_{21}, τ_{31} – времена

радиационного распада второго и третьего уровней на первый, q_2, q_3 – скорости безызлучательной релаксации с уровнями 2 и 3, I_{sum} – суммарная интенсивность, под действием которой происходит изменение населенностей.

Общая система уравнений включает в себя $N_x \times N_y$ пар уравнений (7), которые решаются на сетке по Z . Уравнения для населенностей уровней (3) решаются для всех $N_x \times N_y \times N_z$ пространственных ячеек. Решение временной задачи ведется до установки выходной мощности на стационарные значения. Расчеты ведутся в каждой счетной ячейке, шаг по времени Δt включает 4 этапа.

1. Расчет скорости накачки W_p . Используются значения населенностей уровней с предыдущего шага по времени.

2. Рассчитывается изменение населенностей уровней под действием накачки без учета лазерного излучения. При расчете применяется неявная разностная схема, в которой производная по времени в уравнениях (3) заменяется делением на малый временной шаг Δt .

3. Рассчитывается изменение населенностей уровней под действием лазерного излучения без учета члена, соответствующего накачке. При расчете суммарной интенсивности, под действием которой происходит изменение населенностей, используется выражение из работы [4]: $I_{sum,k} = \sqrt{\hat{I}_{1,k} \cdot \hat{I}_{1,k+1}} + \sqrt{\hat{I}_{2,k} \cdot \hat{I}_{2,k+1}}$. Здесь индексы 1 и 2 соответствуют двум встречным волнам, индексы k и $k+1$ – соседним узлам, а шляпка означает, что значение интенсивности берется с предыдущего момента времени.

4. Рассчитываются новые значения коэффициентов усиления и соответственно выходной мощности лазерного излучения.

Описанный выше подход вполне годится для моделирования одномодового режима генерации (имеется в виду одна поперечная мода). В случае многомодового режима в резонаторе будут одновременно существовать множество типов колебаний поперечных и продольных мод. Согласно общей теории резонаторов [3] длины волн различных типов колебаний резонатора различаются. Причем это отличие таково, чтобы для каждого типа колебания фазовый сдвиг на один проход между зеркалами резонатора был кратен π . Следовательно, использование волнового уравнения в параболическом приближении для моделирования многомодового режима генерации в данной постановке не совсем корректно. Поэтому для моделирования многомодового режима генерации предлагается в резонаторе задавать ряд некогерентных полей $E_1, E_2, E_3, \dots, E_N$, где N – число мод в резонаторе. Распространение каждого поля считать независимо от других с помощью уравнения (3). Суммарная интенсивность лазерного излу-

чения в этом случае будет определяться выражением

$$I_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^N |E_i|^2$$

Результаты тестовых расчетов

По разработанной компьютерной программе была проведена серия расчетов для одномодового и многомодового режима генерации в устойчивом резонаторе.

Одномодовый режим генерации

Принципиальная схема устойчивого резонатора показана на рис. 2.

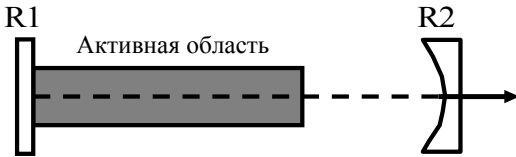


Рис. 2. Принципиальная схема устойчивого резонатора с активной средой

Длина резонатора $L_z = 10$ см. Глухое зеркало имеет радиус кривизны $R_1 = \infty$, выходное – $R_2 = 10^3$ см. Длина активной области 4 см. Левое плечо резонатора – 0 см, правое – 6 см. Радиус основной моды для такого резонатора $\sim 0,05$ см. Размер активной среды в поперечном сечении $w_x = w_y = 0,03$ см. Длина волны 1 мкм. Оценка чис-

ла Френеля по формуле $N_F = \omega_x^2 / (\lambda L_z) < 1$. Можно предположить, что при таком размере активной среды в резонаторе установится одномодовый (или близкий к одномодовому) режим генерации. Несмотря на это, для проверки модели в резонаторе задавалось четыре некогерентных поля (четыре моды) с начальным распределением интенсивности в виде мод TEM_{00} , TEM_{01} , TEM_{10} и TEM_{11} . Начальная мощность излучения всех мод равна 1 мВт. Начальное нормированное распределение интенсивности исходных мод показано на рис. 3.

Распределение мод TEM_{01} , TEM_{10} , TEM_{01} и TEM_{11} в итоге трансформировалось в основную моду, нормированное распределение которой показано на рис. 4а. На рис. 4б, показана пропись распределения суммарной лазерной интенсивности в дальней зоне.

Опираясь на представленные выше расчетные данные можно утверждать, что в резонаторе устанавливается одномодовый режим генерации с модой TEM_{00} независимо от начального распределения поля в резонаторе. Стоит отметить, что квадратное поперечное распределение коэффициента усиления отражается на выходном распределении интенсивности лазерного излучения. Расходимость лазерного излучения составляет ~ 3 мрад, что соответствует дифракционному пределу.

Многомодовый режим генерации

Ниже представлены результаты расчетов аналогичного резонатора при размере активной среды $w_x = w_y = 0,06$ см. Оценка числа Френеля:

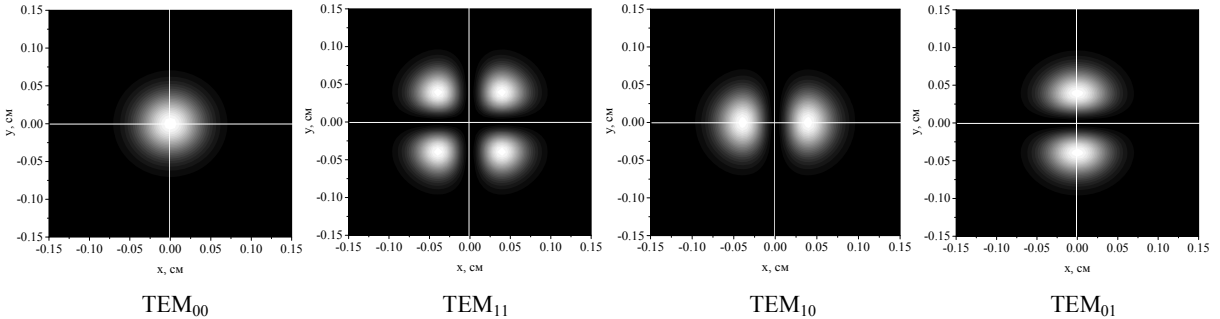


Рис. 3. Исходное нормированное распределение интенсивности для задаваемых в резонаторе мод

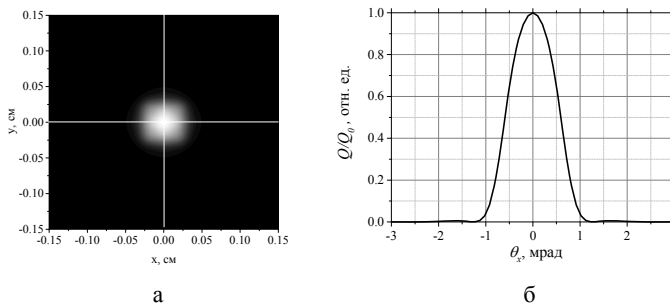


Рис. 4. Распределение лазерной интенсивности: а – нормированное распределение в ближней зоне, б – пропись распределения суммарной лазерной интенсивности в дальней зоне при $y = 0$

$N_F = \omega_x^2 / (\lambda L_z) \approx 3,6$. Можно ожидать, что в резонаторе кроме основной моды должны существовать моды первого порядка. Поэтому для расчета такого резонатора задавалось четыре некогерентных поля E_1, E_2, E_3, E_4 . Начальное распределение амплитуды поля задавалось в виде мод $TEM_{00}, TEM_{01}, TEM_{10}, TEM_{11}$ соответственно, исходная мощность излучения каждой моды составляла 1 мВт. Исходные распределения интенсивности аналогичны, распределениям, представленным на рис. 3.

На рис. 5 показано распределение интенсивности многомодового лазерного излучения на выходе резонатора и распределение интенсивности в дальней зоне. На рис. 6 показана пропись распределения интенсивности многомодового лазерного излучения в дальней зоне при $y = 0$.

Из рис. 6 видно, что в распределении интенсивности в дальней зоне отсутствуют дифракционные минимумы, это связано с некогерентным сложением лазерного излучения различных мод. Расходимость многомодового лазерного излучения составляет

~ 2 мрад, что превышает дифракционную расходимость.

На рис. 7 представлены нормированные на единицу распределения интенсивности для различных мод в ближней зоне.

Из рис. 7 видно, что в резонаторе «выживают» все 4 начальные моды, хотя и в слегка деформированном виде. Энергетика мод из-за различных дифракционных потерь отличается друг от друга: преобладает мода TEM_{00} , далее по мощности следуют моды TEM_{01} и TEM_{10} , а затем мода TEM_{11} . В силу «квадратной» симметрии поперечного распределения коэффициента усиления мощность мод TEM_{01} и TEM_{10} совпадает.

В итоге из представленных расчетов можно заключить, что созданная физико-математическая модель одномодовой и многомодовой лазерной генерации согласуется с общей теорией резонаторов:

– при размере активной среды меньше размера основной моды в резонаторе формируется одномодовый режим генерации, моды высших порядков затухают,

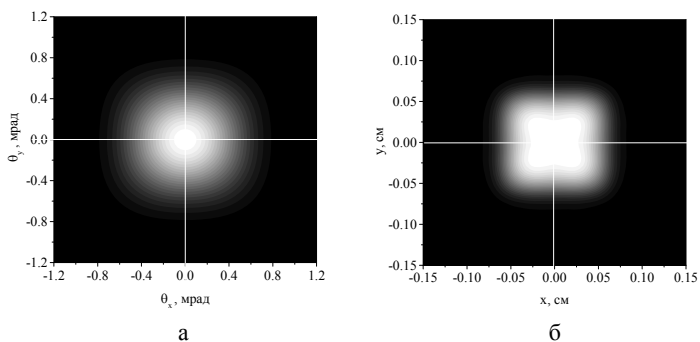


Рис. 5. Распределение интенсивности многомодового лазерного излучения: а – в ближней зоне, б – в дальней зоне

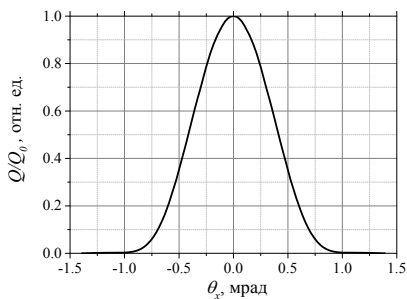


Рис. 6. Пропись распределения интенсивности многомодового лазерного излучения в дальней зоне при $y = 0$

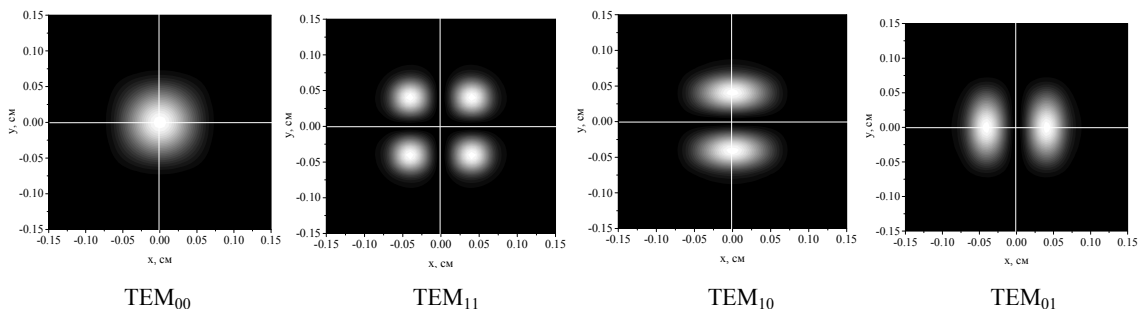


Рис. 7. Нормированное на единицу распределение интенсивности для различных мод на выходе резонатора

- при размере активной среды больше размера основной моды в резонаторе формируется многомодовый режим генерации,

- при увеличении количества мод, участвующих в генерации, доля мощности основной моды в суммарной мощности генерации падает.

Компенсация тепловой линзы в резонаторе

В реальных физических экспериментах конструктивные особенности лазера приводят к возникновению оптических неоднородностей внутри резонатора, которые значительно влияют на качество пучка выходного излучения. Одна из самых значительных aberrаций – дефокусировка. Наличие дефокусировки часто связано с возникновением тепловой линзы в активной среде, проявляющейся при нагреве зеркал резонатора под действием лазерного излучения. Разумно предположить, что дефокусировка приведет к трансформации плоскопараллельного резонатора в устойчивый. Это повлечет за собой рост числа мод в резонаторе, и, следовательно, рост расходимости лазерного излучения. При компенсации дефокусировки, например, путем постановки адаптивного зеркала в резонатор, расходимость лазерного излучения должна уменьшиться.

Продемонстрируем качественно этот эффект на примере рассмотрения двух резонаторов, принципиальная схема которых показана на рис. 8.

В данной постановке устойчивый резонатор соответствует ситуации с наличием тепловой линзы, а плоскопараллельный резонатор – ситуации, когда тепловая линза скомпенсирована, например, средствами адаптивной оптики. Длина резонаторов 10 см. Глухое зеркало – плоское, выходное зеркало имеет радиус кривизны $R_2 = 10$ см в первом случае и $R_2 = \infty$ во втором. Длина активной области 4 см. Левое плечо резонатора – 0 см, правое – 6 см. Размер активной среды в поперечном сечении $w_x = w_y = 0,085$ см, число Френеля $N_F = \omega_x^2 / (\lambda L_z) \approx 7$. В расчете в резонаторе в обоих случаях задавалось девять некогерентных полей, начальное распределение амплитуды поля соответствовало модам TEM_{ij} , где $i, j = 0, 1, 2$. На рис. 9 показано начальное распределение интенсивности лазерного излучения для различных мод, начальная мощность излучения всех мод равна 1 мВт.

Ниже на рис. 10–13 представлены результаты расчетов для устойчивого и плоскопараллельного резонаторов.

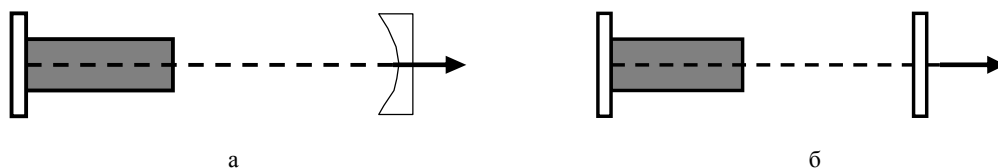


Рис. 8. Принципиальная схема резонатора с активной средой: а – устойчивого, б – плоскопараллельного

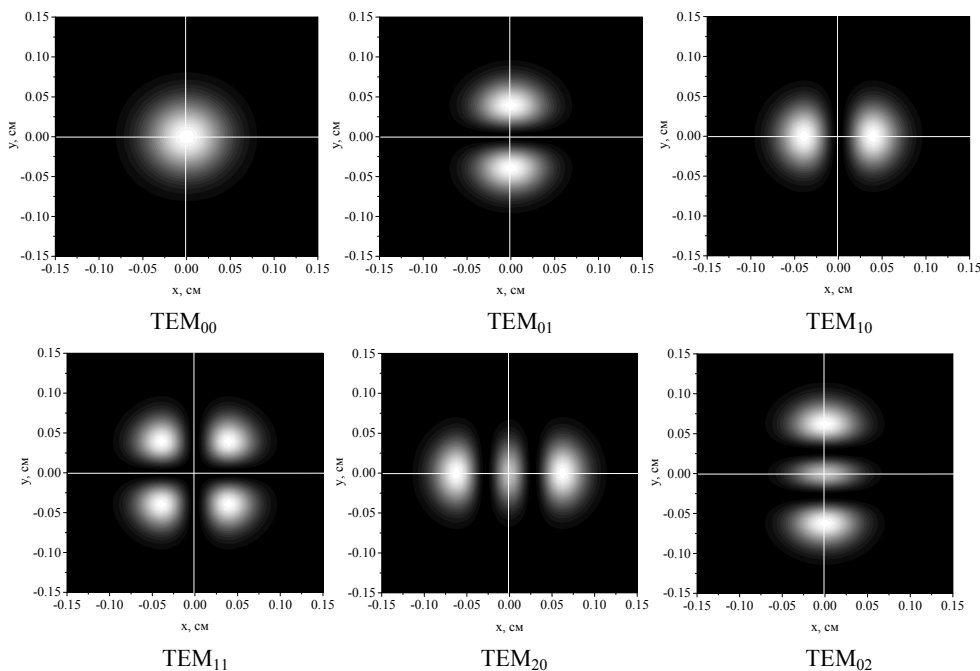


Рис. 9. Начальное распределение интенсивности излучения для различных мод (окончание на с. 156)

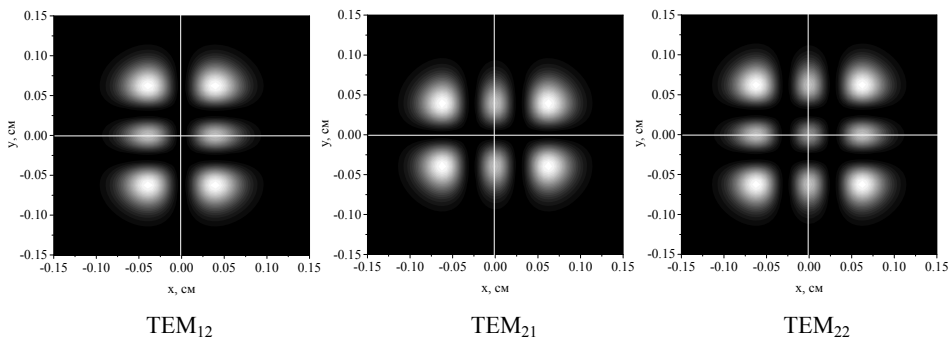


Рис. 9. (Окончание)

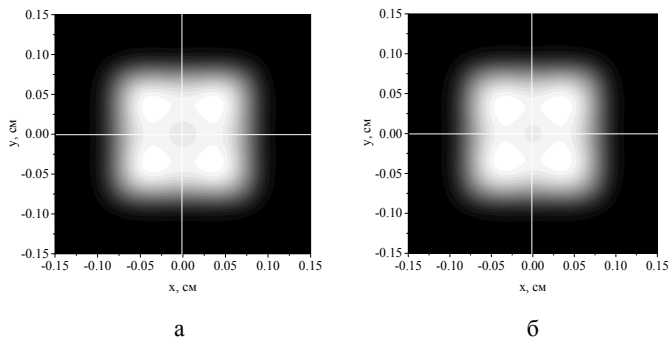


Рис. 10. Распределения интенсивности многомодового лазерного излучения в ближней зоне резонатора:
а – устойчивого, б – плоскопараллельного

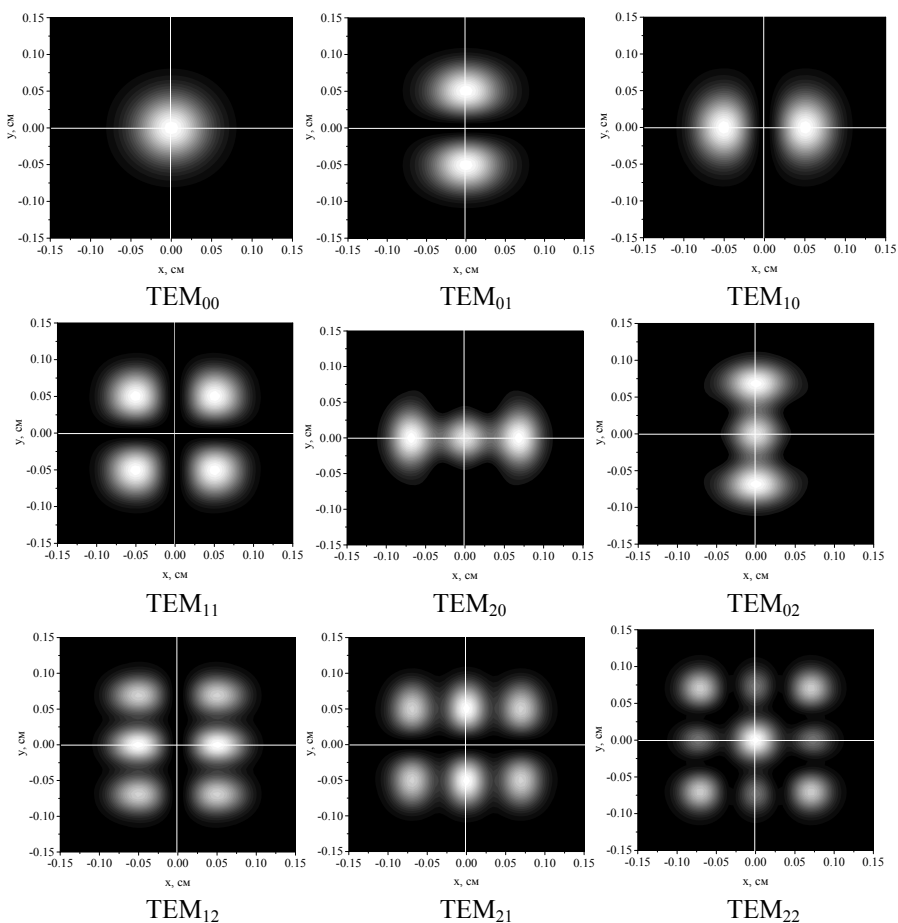


Рис. 11. Распределения интенсивности лазерного излучения для различных мод в ближней зоне полученные после 10000 обходов через устойчивый резонатор

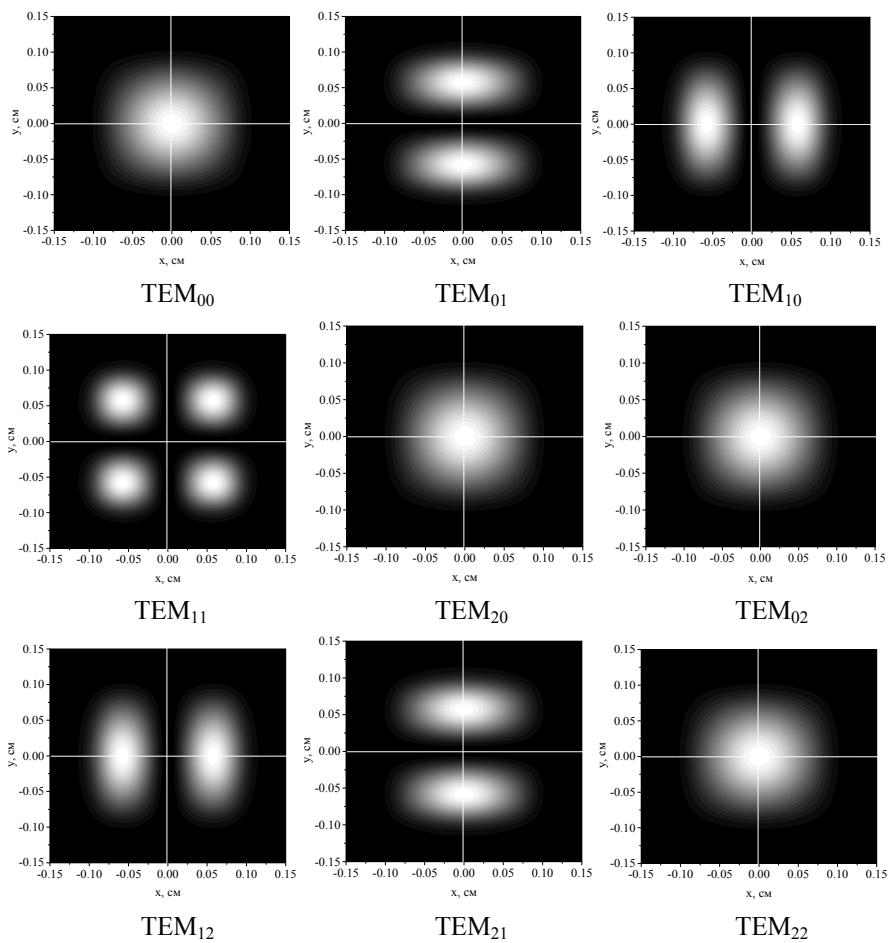


Рис. 12. Распределения интенсивности лазерного излучения для различных мод в ближней зоне полученные после 10000 обходов через плоскопараллельный резонатор

В случае плоскопараллельного резонатора моды второго порядка трансформировались в моды низших порядков: TEM_{12} в TEM_{10} , TEM_{21} в TEM_{01} , TEM_{22} в TEM_{00} , TEM_{20} и TEM_{02} в TEM_{00} . Это обусловлено более высокими дифракционными потерями в плоскопараллельном резонаторе по сравнению с устойчивым. Очевидно, что в случае плоскопараллельного резонатора мощность, например, моды TEM_{00} суммируется из всех мод, которые в нее трансформировались в результате многократного распространения через резонатор и взаимодействия с активной средой. Аналогично для всех остальных выживших мод.

Из представленных расчетных результатов можно сделать следующие выводы. Уменьшение мощности выходного лазерного излучения в плоскопараллельном резонаторе по сравнению с устойчивым не заметно. В устойчивом резонаторе «выжили» хотя и слегка деформировались все девять исходных мод, в плоско параллельном резонаторе дифракционные потери для мод высших порядков возросли, поэтому «выжили» только моды TEM_{00} , TEM_{01} , TEM_{10} , TEM_{11} . При этом произошла перекачка энергии из высших мод в основную моду. В связи с чем расходимость многомодового лазерного излучения

в плоскопараллельном резонаторе уменьшилась по сравнению с устойчивым, что ясно видно из рис. 13.

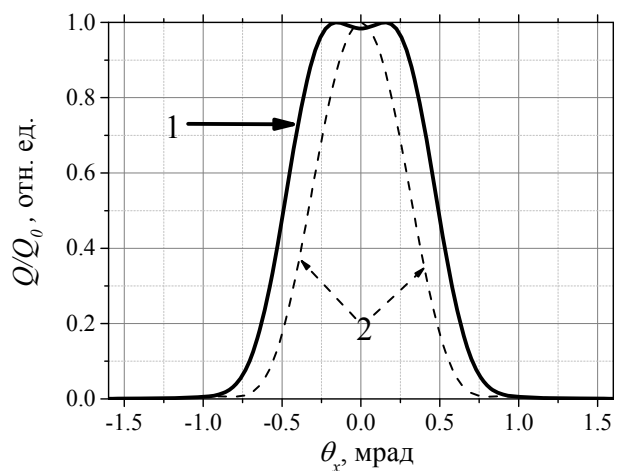


Рис. 13. Пропись распределения интенсивности многомодового лазерного излучения в дальней зоне при $y = 0$: 1 – для устойчивого резонатора; 2 – для плоскопараллельного

Стоит отметить характерное отличие расчетного распределения интенсивности мод от распределения

интенсивности мод Эрмит – Гаусса – отсутствие нулей интенсивности между максимумами (см. рис. 11).

В итоге на примере рассмотрения устойчивого и плоскопараллельного резонаторов показана возможность уменьшения расходимости многомодового лазерного излучения за счет компенсации тепловой линзы. В условиях реального физического эксперимента число мод в резонаторе много больше, поэтому, возможно, перекачка энергии из потухших мод произойдет не в только в одну основную моду, а во множество мод более низкого порядков.

Заключение

Представлена физико-математическая модель лазера-генератора для расчета как одномодового, так и многомодового режимов генерации лазерного излучения на основе решения трехмерного волнового параболического уравнения. Резонансные частоты мод отличаются друг от друга, поэтому для расчета многомодового режима генерации предложено в резонаторе задавать ряд независимых некогерентных полей. Кинетика населенностей лазерных уровней в работе рассматривается в трёхуровневом приближении. Получены следующие результаты.

1. Показано, что полученные с помощью модели результаты не противоречат общей теории резонаторов. При размере активной среды меньше размера основной моды в резонаторе формируется одномодовый режим генерации (независимо от исходного модового состава), в обратной ситуации – многомодовый.

2. Продемонстрирован в расчетах широко известный эффект уменьшения расходимости некогерентного многомодового лазерного излучения при компенсации тепловой линзы за счет затухания мод высших порядков и перекачки их энергии в моды низших порядков.

Литература

1. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. Пер. с англ. М.: Мир, 1987.
2. Ладагин В. К. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. 1985. № 1. С. 19.
3. Kogelnik H., Li T. Laser beams and resonators // Applied Optics. 1966. Vol. 5, N 10. P. 1550–1567.
4. Кондрашенко А. В. Об использовании кусочно-экспоненциальных функций в теории переноса// ЖВМ и МФ. 1983. Т. 23. Вып. 4. С. 965–972.