ТРЕХМЕРНОЕ И ДВУМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В ОПЫТЕ С ПЛОСКОЙ МИШЕНЬЮ НА ЛАЗЕРНОЙ УСТАНОВКЕ NOVA

О. Г. Синькова, В. П. Стаценко, Ю. В. Третьяченко, Ю. В. Янилкин, Е. А. Новикова

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

В работе представлены результаты 1D численного моделирования по коду СНДП, а также 1D, 2D и 3D численного моделирования по коду ЭГАК опыта с плоской мишенью на лазерной установке NOVA (США). Результаты сравниваются с экспериментом, в котором реализуется режим турбулентного перемешивания. Такой эксперимент предназначался для проведения тестирования существующих феноменологических моделей турбулентности на задаче с высокой плотностью энергии.

Расчеты по коду ЭГАК проводились методом прямого 3D и 2D численного моделирования. 1D расчеты по коду СНДП и ЭГАК выполнены с использованием $k-\varepsilon$ модели турбулентности. Получено хорошее согласие результатов расчетов, как между собой, так и с экспериментальными данными и приближенным аналитическим решением задачи, также полученным в данной работе.

1. Введение

Полуэмпирическая $k-\varepsilon$ модель турбулентности [1] оттестирована на наборе нескольких гидродинамических экспериментов: гравитационное перемешивание, сдвиговое перемешивание, цилиндрический опыт Мешкова, эксперимент с плавучей струей. На этих задачах подобран единый набор констант модели, пригодный для широкого класса задач.

Однако при моделировании опытов на лазерных установках большой мощности появляется необходимость в использовании данной модели в условиях высокой плотности энергии и температуры и соответственно, тестирования модели в таких условиях.

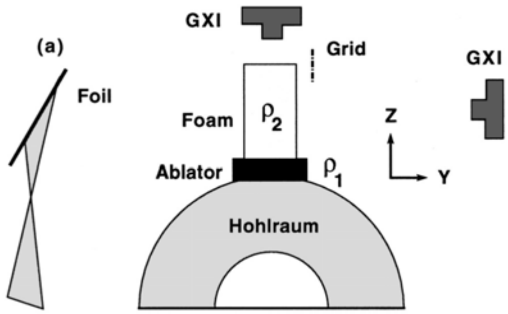
Специально для измерения эффектов турбулентного перемешивания была подобрана постановка и геометрия в опытах с лазерными мишенями на установках OMEGA [2] и NOVA [3]. В настоящей работе рассматривается один из опытов на установке NOVA, который ранее численно моделировался в 1D и 2D приближениях в работе [4], однако там были получены только предварительные результаты, которые описывали опыты лишь на качественном уровне. В данной работе расчеты проводились как с $k-\varepsilon$ моделью турбулентности, так и методом прямого 2D и 3D численного моделирования. При этом постановка расчетов по сравнению с [4] была уточнена, а именно, были учтены имеющиеся в опыте начальные случайные возмущения КГ, на которой происходит турбулентное перемешивание. Получено хорошее согласие расчетов в разной постановке между собой и с опытными данными.

Кроме того, в работе получено приближенное аналитическое решение для развития турбулентности на контактной границе (КГ), которое также согласуется с экспериментом.

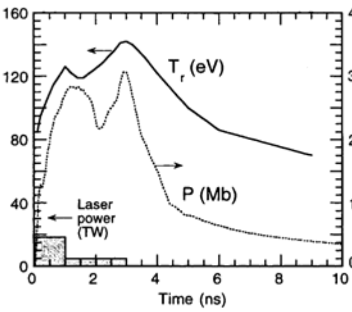
2. Постановка эксперимента

Рассмотрим эксперимент, представленный в работе [3]. Ударная волна (УВ), вызванная взаимодействием рентгена с аблятором (рис. 1, *а*), приводит к развитию неустойчивости Рихтмайера – Мешкова на границе аблятора и низкоплотного вещества (пены). В результате развития неустойчивости возникает слой перемешивания, который детектируется рентгенографией.

Восемь лазерных лучей освещают внутреннюю поверхность цилиндрического хольраума. Полная энергия лазерного импульса 28 кДж, длина волны λlas = 0,53 мкм, длина импульса 3 нс. Зависимость мощности лазера от времени, так же как и измеренной температуры рентгена Tr и давления *P* на аблятор, рассчитанного по коду LASNEX [3], представлены на рис. 1, *б*.



а



б

Рис. 1. Экспериментальные данные: а – схема эксперимента из работы [4], б – температура рентгена T_r и давление P

Аблятор с вставкой из Halar пластика ($C_4H_4F_3Cl$, $\rho_1 = \rho_{Halar} = 1{,}65$ г/см^3), размер вставки $\delta X = 600$ мкм, $\delta Y = 250$ мкм, размер вдоль Z: $\delta Z = 120$ мкм. Низкоплотное вещество (пена) – это CHO, $\rho_2 = 0{,}12$ г/см^3. Оно выполнено в форме прямоугольника размерами $\delta X = 900$ мкм, $\delta Y = 500$ мкм, $\delta Z = 900$ мкм. На границе Halar-CHO задавались возмущения КГ длиной волны 30 мкм и амплитудой 3 мкм.

Halar непрозрачен для рентгенографии, а пена (CHO) прозрачна. Таким образом, по мере роста ширины зоны перемешивания (ЗТП) между ними возрастает ширина профиля пропускания диагностического рентгеновского импульса.

3. Постановка расчетов

Далее при сравнении с результатами измерений данные приведены в единицах мкм и нсек. В расчетах же использовались единицы: 1 г, 1 см, 10^{-7} сек, КэВ – далее полагается, что величины измерены именно в этих единицах, если размерность величин не указана.

Эксперимент показал, что движение среды является с хорошей точностью одномерным (влияние конечных размеров δX и δY слабо), что позволяет моделировать задачу по $k-\varepsilon$ модели в 1D приближении.

В задаче задаются следующие начальные данные (табл. 1).

Таблица 1

Начальные данные

Z, мкм	Вещества	Начальная плотность
$0 < Z < 120$	Halar	$\rho = 1{,}65$ г/см^3
$120 < Z < 1020$	CHO	$\rho = 0{,}12$ г/см^3

Уравнения состояния веществ в расчетах по коду ЭГАК использовались те же, что и в работе [4], в расчетах по коду СНДП неравновесный состав среды рассчитывался по модели среднего иона [9].

На границе левого края аблятора ($Z = 0$) в лагранжевых расчетах по коду СНДП задавалось давление согласно рис. 1, *б*. Расчеты по ЭГАК проводились в эйлеровых переменных на неподвижных сетках, поэтому граничное давление реализовано заданием фиктивного вещества («вакуума»), в котором поддерживается заданное давление. На нижней границе системы задавалось условие втекания, на верхней границе – условие свободного вытекания.

Постановка 1D расчетов с $k-\varepsilon$ моделью по методике СНДП

Для интерпретации результатов проведенных экспериментов использовались физическая модель и численная методика СНДП, описанные в работах [8, 9]. В этой модели учитывались следующие физические процессы: двухтемпературная газодинамика, перенос спектрального излучения и его взаимодействие с веществом, электронная и ионная теплопроводности. Учитывался турбулентный перенос, описываемый с помощью $k-\varepsilon$ модели [1].

На внешней границе ($r = R_4$) ставилось условие свободного выхода излучения и условие типа «жесткая стенка» по газодинамике, а также нулевые потоки ионной, электронной и турбулентной теплопроводности. Для переноса рентгеновского излучения: слева – температура излучения (согласно данным из работы [3]), справа – свободный выход излучения.

Во всех точках счетной области задавались начальные значения k_0 и ε_0. Численные значения указанных величин приведены в табл. 2.

Таблица 2

Варианты расчетов СНДП

Номер варианта	Начальное значение турбулентной энергии k_0	Начальная скорость Диссипации ε_0
1	10^{-12}	10^{-16}
2	10^{-10}	10^{-13}

Постановка 1D расчетов с $k-\varepsilon$ моделью по ЭГАК

Расчет проводился по 2D программе, однако в поперечном направлении было взято минимальное количество счетных ячеек, то есть фактически расчет был одномерным. Начальные значения k_0 и ε_0 из табл. 2 задавались во всех точках счетной области. Сетка квадратная с размером ячейки $h = 1$ мкм (сетка 10×1050 узлов).

Постановка 2D расчетов. Решались невязкие уравнения гидродинамики (уравнения Эйлера) без использования каких-либо моделей турбулентности и молекулярной вязкости (то есть 2D ILES подход – implicit large eddy simulation).

В расчетах для области $\delta X = 250$ мкм, $\delta Z = 1050$ мкм использована квадратная неподвижная сетка с размером ячейки $h = 1$ мкм (сетка 250×1050 узлов). На боковых границах $X = 0$ и $X = 250$ мкм задавалось периодическое условие. В расчетах задавались начальные возмущения величин следующими способами:

1) на границах раздела с помощью генератора случайных чисел задавались малые возмущения плотности в одном слое ячеек Halar на границе с СНО;

2) во всей счетной области задавались малые возмущения амплитуды u_z – компоненты скорости, знак которой менялся с помощью генератора случайных чисел;

3) во всей счетной области задавались малые возмущения плотности, знак которой менялся с помощью генератора случайных чисел;

4) задавались случайные возмущения формы КГ Halar-СНО в соответствии с данными измерений работы [3], амплитуда возмущений составляла 3 мкм, а длина волны $\lambda = 30$ мкм.

Постановки 2D расчетов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Варианты 2D расчетов

№	Начальные условия
1	Случайные возмущения плотности $\rho = (1 \pm 0,1) \cdot 1,65$ в одном слое ячеек Halar на невозмущенной КГ Halar-СНО
2	Случайные возмущения относительной плотности во всей области $\delta\rho / \rho = \pm 0,01$
3	Случайные возмущения относительной плотности во всей области $\delta\rho / \rho = \pm 0,01$ и случайно возмущенная КГ Halar-СНО, амплитуда возмущений 3 мкм
4	Случайные возмущения КГ Halar-СНО, амплитуда возмущений 3 мкм

Постановка 3D расчетов. Использовался тот же подход, что и для 2D случая, то есть 3D ILES. Для области $\delta X = \delta Y = 250$ мкм, $\delta Z = 1050$ мкм использовалась кубическая сетка с размером ячейки $h = 1$ мкм ($250 \times 250 \times 1050$ узлов). Начальные возмущения, как и выше, задавались различными способами (табл. 4).

Таблица 4

Варианты 3D расчетов

Номер варианта	Начальные условия
1	Случайные возмущения $\rho = (1 \pm 0,1) \cdot 1,65$ в одном слое ячеек на невозмущенной КГ Halar-СНО
2	$u_z = \pm 0,002$ во всей области
3	Случайные возмущения КГ Halar-СНО, амплитуда возмущений 3 мкм

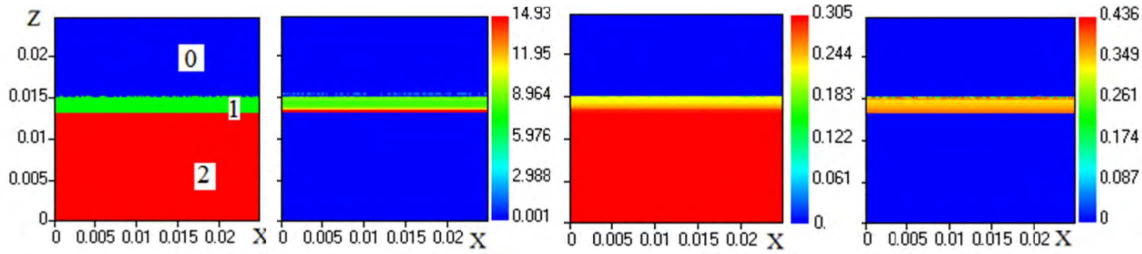
4. Результаты расчетов

4.1. Общая картина развития турбулентности

2D расчеты. Наиболее согласующиеся с экспериментальными данными результаты получены в расчете 5. На рис. 2 показано распределение величин в этом расчете на $t = 3$.

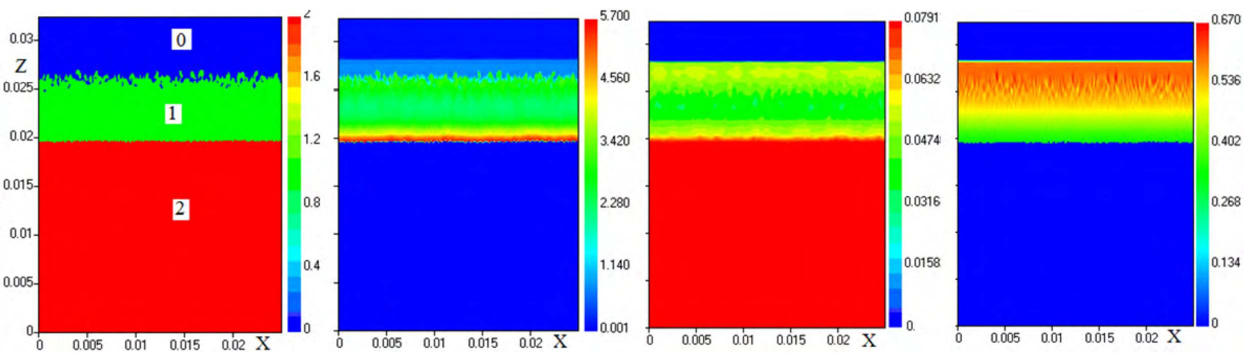
Из рис. 2 видно, что к моменту $t = 3$ нсек область Halar сильно сжимается со стороны вакуума. Со стороны СНО она остается на месте, но возмущение давления и скорости практически доходит до КГ Halar-СНО. Плотность в области Halar сильно возрастает. Далее УВ, пришедшая на КГ Halar-СНО, вызывает рост возмущений на границе из-за неустойчивости Рихтмайера – Мешкова (рис. 3 для $t = 5$ нсек). К этому моменту область Halar уже заметно расширяется.

Наконец, на $t = 11$ нсек УВ отходит далеко от КГ Halar-СНО в сторону СНО, а сама КГ сильно размывается.



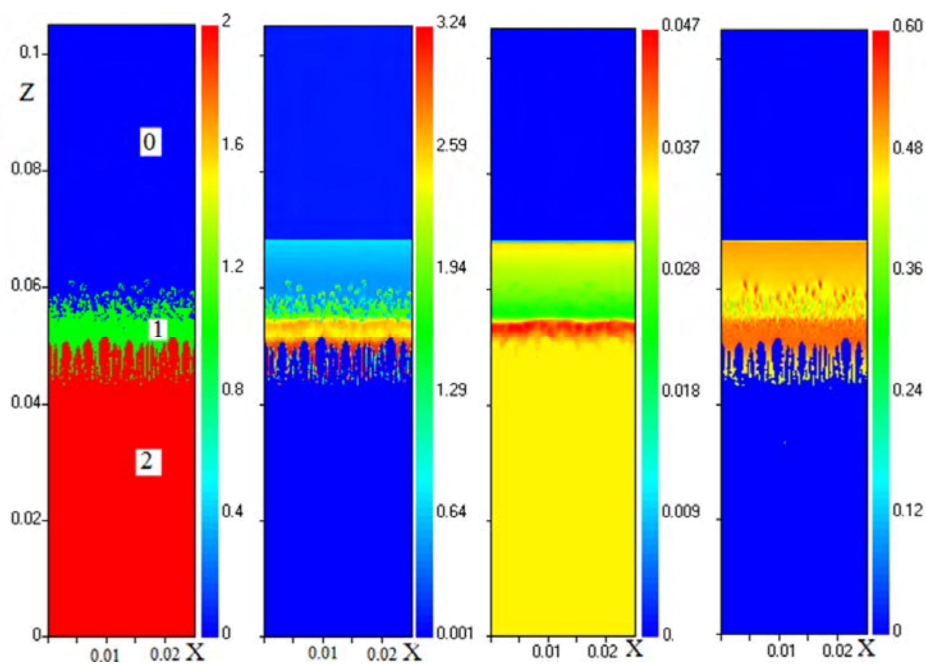
а б в г

Рис. 2. Распределение величин в 2D расчете 5 в плоскости Z–X на $t = 3$ нсек: а – веществ, б – плотности, в – давления, г – u_z компоненты скорости: 0 – СНО, 1 – Halar, 2 – вакуум



а б в г

Рис. 3. Распределение величин в 2D расчете 4 в плоскости Z–X на $t = 5$ нсек: а – веществ, б – плотности, в – давления, г – u_z компоненты скорости: 0 – СНО, 1 – Halar, 2 – вакуум



а б в г

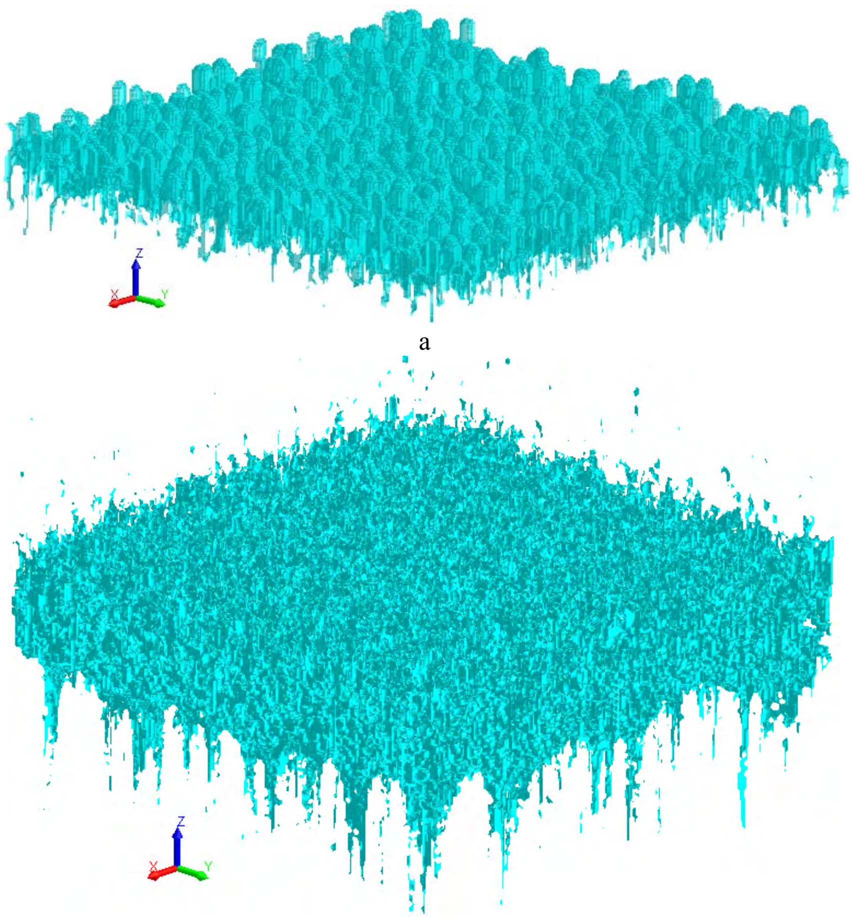
Рис. 4. Распределение величин в 2D расчете 5 в плоскости Z–X на $t = 11$ нсек: а – веществ, б – плотности, в – давления, г – u_z компоненты скорости: 0 – СНО, 1 – Halar, 2 – вакуум

Как видно, в расчете возмущения растут не только на границе CHO-Halar, где развивается неустойчивость Рихтмайера – Мешкова, но и на границе вакуум-Halar. Здесь на $t = 0$ имеет место неустойчивая ситуация: ускорение КГ, направленное от легкого вещества (вакуум) к тяжелому (Halar).

3D расчеты. На рис. 5 приведены изоповерхности $\beta_{Halar} = 0{,}5$ на контактных границах Halar на моменты $t = 9$ нсек и $t = 14$ нсек в 3D расчете 3. Наблюдаются расширение спектра размеров «пузырей» с течением времени на границе с CHO и струи на границе с вакуумом.

4.2. Сравнение 1D и 2D расчетов

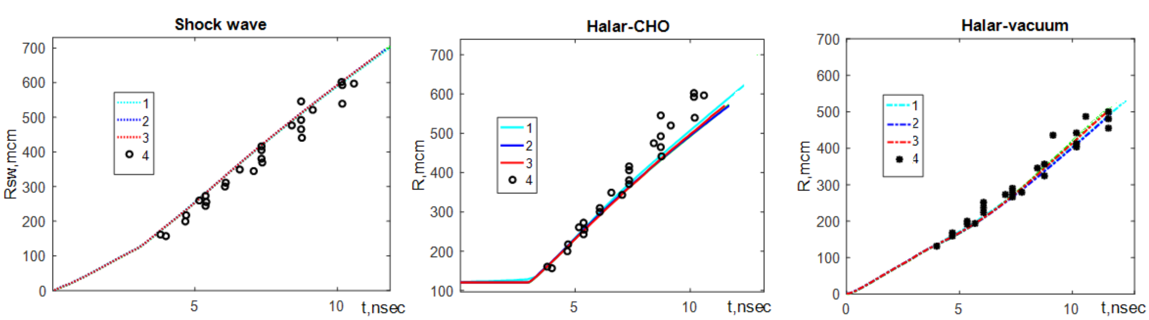
На рис. 6 показаны *R*–*t* диаграммы УВ, а также границ раздела Halar-CHO и Halar-вакуум, как измеренные в опыте [3], так и полученные в 2D и 1D расчетах. В расчетах принималось, что положение границ раздела CHO-Halar и вакуум-Halar определяется по точкам, в которых объемная доля Halar составляет 0,5.



а

б

Рис. 5. Изоповерхность $\beta_{Halar} = 0{,}5$ в 3D расчете 3: а – $t = 9$ нсек, б – $t = 14$ нсек



а б в

Рис. 6. *R*–*t* диаграммы УВ и КГ, расчеты по ЭГАК: 1 – 1D расчет 1, 2D расчеты: 2 – расчет 1, 3 – расчет 4, 4 – опыт

Как видно из рис. 6, 2D расчеты, а также 1D расчет, практически совпадают друг с другом по положению УВ и КГ и хорошо согласуются с опытом. Отметим, что расчеты по СНДП также весьма близки к приведенным на рис. 6 – это показывает несущественную роль переноса, электронной и ионной теплопроводности.

Для 2D расчета 4, который мы считаем эталонным (см. далее) на рис. 7 показаны *R*–*t* диаграммы УВ, а также границ раздела Halar-CHO и Halar-вакуум в сравнении с измерениями. Из рис. 7 видно, что разброс экспериментальных точек такой большой, что величина, отнесенная в [3] к УВ, может относиться и к границе раздела CHO-Halar, в то время как interface однозначно относится к границе Halar-вакуум.

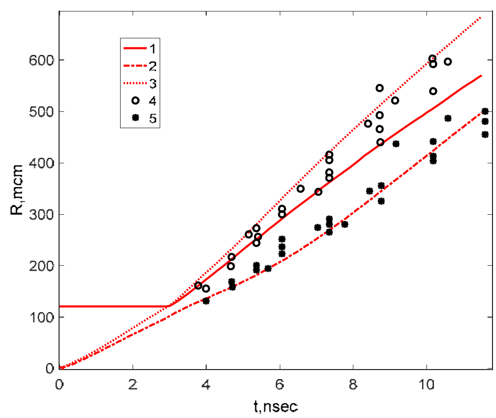


Рис. 7. *R*–*t* диаграммы в 2D расчете 4: УВ (3); границы раздела Halar-CHO (1) и Halar-вакуум (2); 4 – измерения, отнесенные в [3] к УВ, 5 – измерения, отнесенные в [3] к КГ

Более детально в опыте измерены положения границ ЗТП на границе раздела CHO-Halar. Ширина ЗТП в расчетах определяется по точкам, в которых концентрации Halar достигают значений 0,01 и 0,99. При этом в 2D и 3D расчетах вначале производилось усреднение в поперечном к движению УВ направлении. Разность L координат этих точек (ширина ЗТП) приведена на рис. 8. В целом поведение ширины ЗТП в 2D расчетах 3, 4 близко к измерениям. Величина L в 1D расчетах также в целом согласуется с измерениями, учитывая их разброс.

Отметим, что не удается получить удовлетворительного согласия с измерениями в тех 2D расчетах, в которых не задается возмущение КГ CHO-Halar.

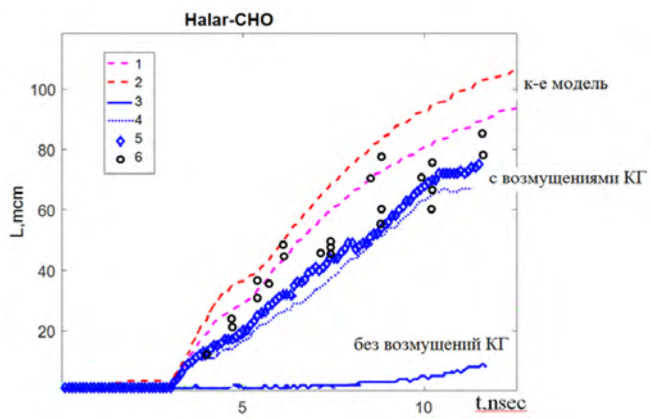


Рис. 8. Зависимости от времени ширины ЗТП. 1–2 – 1D расчеты 1–2, соответственно; 3–5 – 2D расчеты 2–4, соответственно; 6 – измерения [3]

4.3. 3D расчеты и сравнение с 2D расчетами

Полученные в 3D расчетах *R*–*t* диаграммы границ раздела Halar-CHO и Halar-вакуум показаны на рис. 9 (*R*–*t* диаграммы УВ совпадают с другими расчетами). Как видно из рисунка, все расчеты практически совпадают между собой и согласуются с соответствующими измерениями, а также с 1D и 2D расчетами.

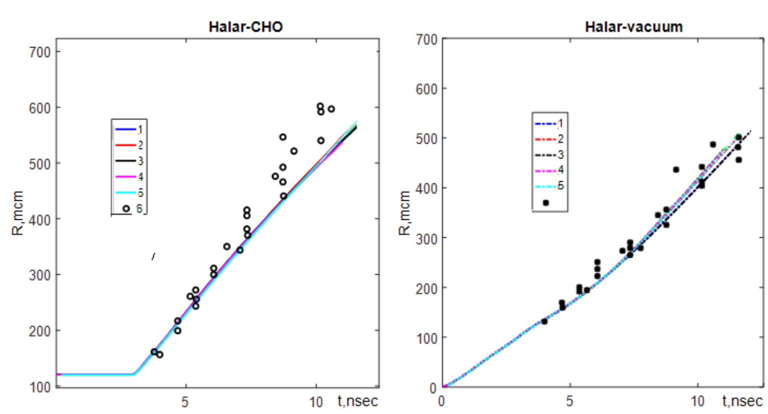
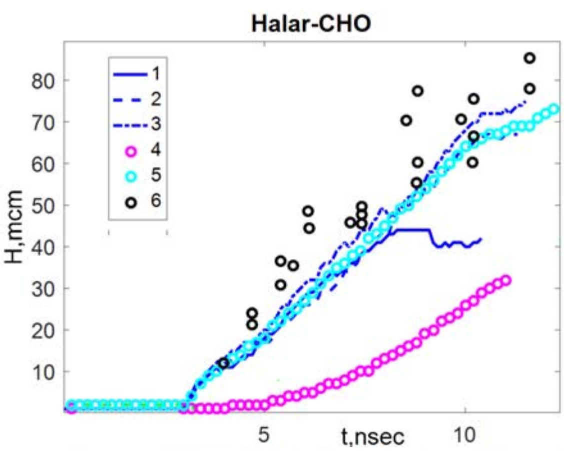


Рис. 9. *R*–*t* диаграммы КГ в расчетах (1–4) и опыте (6): а – Halar-CHO; б – Halar-вакуум: 1–2 – 2D расчеты 1 и 4, соответственно; 3–5 – 3D расчеты 1, 2, 3, соответственно

Ширина ЗТП приведена на рис. 10. Отметим, что, как видно из рис. 10, в целом поведение этой величины по времени в 2D расчетах 3 и 4 близко к измерениям – как и в 3D расчете 3. Во всех указанных расчетах на $t = 0$ возмущалась КГ Halar-CHO, мы полагаем эти расчеты эталонными.

В 3D расчете 2 величина L занижена по сравнению с измерениями. Еще в большей степени она занижена в 3D расчете 1 и в 2D расчете 1, в обоих случаях близка постановка расчетов: заданы случайные возмущения плотности в одном слое ячеек на невозмущенной границе. Соответственно близкими оказываются и результаты для ЗТП. Результат 2D расчета 2 также близок к ним, в нем малые случайные возмущения плотности задавались во всей области.

В заключение отметим, что не удается получить удовлетворительного согласия с измерениями в тех 2D и 3D расчетах, в постановке которых не учитывается возмущение КГ CHO-Halar.



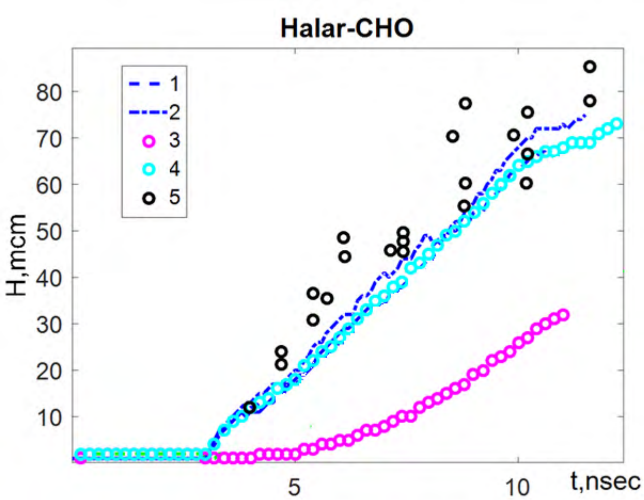


Рис. 10. Зависимости от времени ширины ЗТП на границе раздела Halar-CHO. Расчеты: 1–2 – 2D расчеты 3–4, соответственно; 3 – 3D расчет 2, 4 – 3D расчет 3; 5 – измерения [3]

5. Аналитические оценки

Вначале рассмотрим задачу о развитии 2D периодического возмущения на КГ CHO-Halar после прохождения через нее УВ со стороны Halar. Полагаем, что 2D периодическое возмущение имеет форму синусоиды (рис. 11, *а*), причем $a_0 \ll \lambda_0$. Сразу после прохождения УВ через КГ форма прошедшей и отраженной волн приобретает вид, показанный на рис. 11, *б*. Очевидно, такая форма сохраняется в течение времени $t_{c1,2} \ll \lambda_0 / c_{1,2}$, после чего возмущения на фронте сглаживаются (пунктирные линии на рис. 11, *б*). Такой же эффект наблюдается и в опытах [6]: после того, как прошедшая или отраженная волна оказывается на расстоянии порядка λ_0 от КГ, возмущения на фронте практически исчезают. При этом в зависимости от фазы возмущения соответствующему участку границы передается положительный или отрицательный импульс.

Обозначим: $\tilde{D}_3$ – скорость падающей УВ, $\tilde{D}_1$ – прошедшей, $\tilde{D}_2$ – отраженной и соответствующие массовые скорости $\tilde{u}_i$, измеренные относительно невозмущенной среды. Скорости без тильды измерены в системе отсчета, в которой КГ после прохождения УВ покоится. Соответственно, ρ_i – плотности в области i ($i = 0, 1, 2, 3$ – см. рис. 11, *б*).

Очевидно, $u_1 = u_2 = 0$. Величина $u_0 - u_1 = u_0$ скорости движения невозмущенного газа в области 0 относительно сжатого в области 1 и 2

$$u_0 = -\tilde{u}_1 = \sqrt{(P_1 - P_0)\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1}\right)}. \qquad (1)$$

Скорость u_3 в падающей волне относительно сжатого в области 1 и 2 газа

$$u_3 - u_1 = u_3 = \tilde{u}_3 - \tilde{u}_1 \; - \qquad (2)$$

см. ниже.

Рассматриваем случай $|\tilde{u}_3| < |\tilde{u}_1|$ ($|\tilde{D}_3| < |\tilde{D}_1|$).

Дистанцию $2a_0$ на участке КГ с координатами ξ в интервале $(\lambda/2, \lambda)$ падающая УВ со скоростью $\tilde{D}_3$ проходит за время $\tau_3 = \dfrac{2a_0}{|\tilde{D}_3|}$, после чего, как и на соседнем участке, $(0, \lambda/2)$, устанавливается прошедшая волна со скоростью $\tilde{D}_1$. При этом амплитуда возмущения на фронте прошедшей волны (рис. 11, *в*) составит:

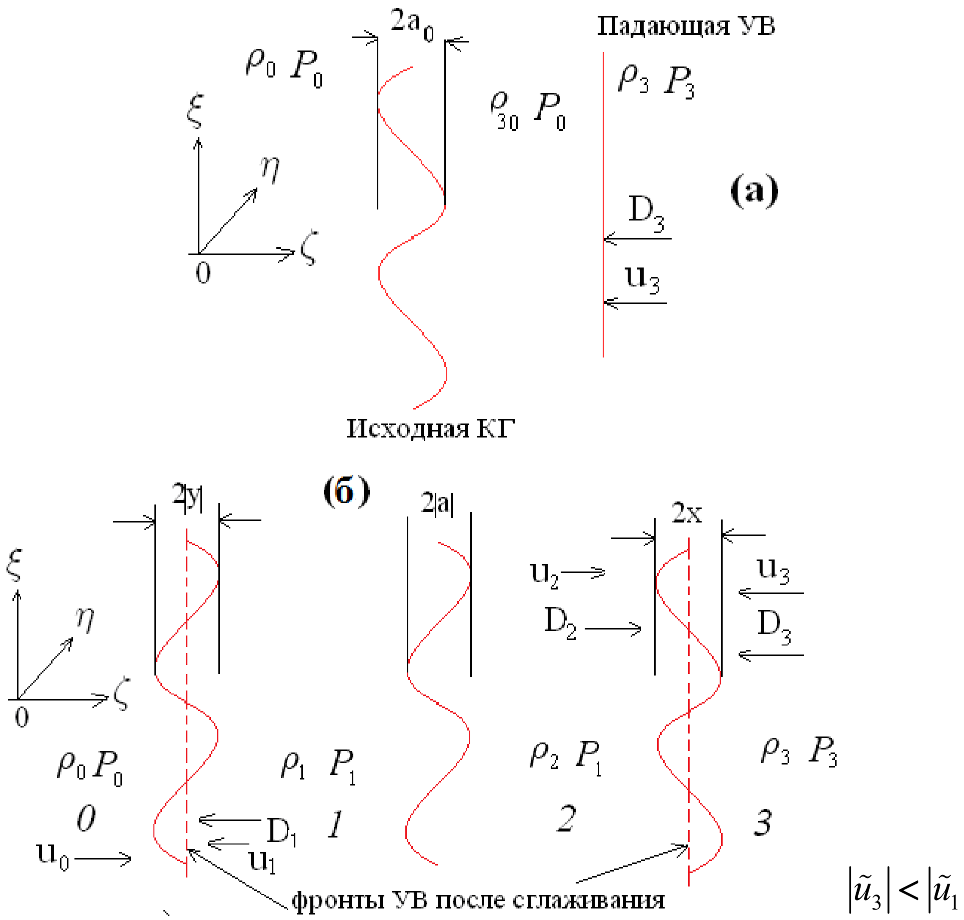


Рис. 11. Схема прохождения УВ

$$2y = \left(|\tilde{D}_3| - |\tilde{D}_1|\right)\tau_3 = 2a_0\left(1 - \left|\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{D}_3}\right|\right) < 0, \qquad (3)$$

то есть, возмущения на фронте прошедшей волны «переворачиваются» по сравнению с начальной фазой возмущения на КГ.

Амплитуда возмущения на фронте отраженной волны

$$2x = 2a_0 + |\tilde{D}_2|\tau_3 = 2a_0\left(1 + \left|\frac{\tilde{D}_2}{\tilde{D}_3}\right|\right). \qquad (4)$$

В то же время амплитуда возмущений на КГ будет

$$2a = \left(|\tilde{u}_3| - |\tilde{u}_1|\right)\frac{2a_0}{|\tilde{D}_3|} < 0. \qquad (5)$$

Это означает, что возмущения и на КГ «переворачиваются» – см. рис. 11, *б*.

В результате сглаживания фронтов УВ за время $t_{c1,2} \sim \lambda / c_{1,2}$ участки фронтов УВ $(0, \lambda/2)$ потеряют, а участок КГ приобретет (участок $(\lambda/2, \lambda)$ потеряет) импульс:

$$\delta\Pi_1 = -\rho_0 u_0 |y| \lambda/\pi - \rho_3 u_3 x\lambda/\pi =$$
$$= -\frac{a_0\lambda}{\pi}\left[\rho_0 u_0\left(\left|\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{D}_3}\right| - 1\right) + \rho_3 u_3\left(1 + \left|\frac{\tilde{D}_2}{\tilde{D}_3}\right|\right)\right]. \qquad (6)$$

Каждый из указанных участков синусоиды $(0, \lambda/2)$ и $(\lambda/2, \lambda)$ далее движется при $t \gtrsim t_{c1,2}$ как тело с присоединенной массой (на единицу длины в направлении η) δm. Оценим эту массу, учитывая, что в приближении несжимаемости и малости амплитуды гармоники решение в области $\zeta > 0$ имеет вид:

$$u_\zeta = u_{\zeta 0}(t)\sin(k\xi)e^{-k\zeta}, \qquad (7)$$

$$u_\xi = -u_{\zeta 0}(t)\cos(k\xi)e^{-k\zeta}, \qquad (8)$$

а в области $\zeta < 0$:

$$u_\zeta = u_{\zeta 0}(t)\sin(k\xi)e^{k\zeta}, \qquad (9)$$

$$u_\xi = -u_{\zeta 0}(t)\cos(k\xi)e^{k\zeta}. \qquad (10)$$

Здесь $k = 2\pi/\lambda$. Импульс в области $(0, \lambda/2)$, $\zeta > 0$:

$$P_{\zeta+} = \rho_2 \int_{\zeta=0}^{\infty} d\zeta \int_{\xi=0}^{\lambda/2} u_\zeta d\xi = 2\frac{\rho_2 u_{\zeta 0}(t)}{k^2}. \qquad (11)$$

В области $(0,\lambda/2)$, $\zeta < 0$ в силу симметрии u_ζ относительно ζ выражение для импульса имеет вид

$$P_{\zeta-} = \rho_1 \int_{-\infty}^{\zeta=0} d\zeta \int_{\xi=0}^{\lambda/2} u_\zeta d\xi = 2\frac{\rho_1 u_{\zeta 0}(t)}{k^2}. \qquad (12)$$

Итак, полный импульс участка $(0,\lambda/2)$ равен:

$$P_\zeta = 2\frac{(\rho_1+\rho_2)u_{\zeta 0}(t)}{k^2}. \qquad (13)$$

Аналогично, кинетическая энергия в области $(0,\lambda/2)$, $\zeta > 0$

$$T_+ = \rho_2 \int_{\zeta=0}^{\infty} d\zeta \int_{\xi=0}^{\lambda/2} \frac{u_\zeta{}^2}{2} d\xi =$$

$$= \rho_2 \frac{u_{\zeta 0}^2(t)}{2} \int_{\zeta=0}^{\infty} e^{-2k\zeta} d\zeta \int_{\xi=0}^{\lambda/2} d\xi = \frac{\lambda \rho_2 u_{\zeta 0}^2(t)}{8k}, \qquad (14)$$

а кинетическая энергия в области $(0,\lambda/2)$, $\zeta < 0$:

$$T_- = \rho_1 \int_{\zeta=-\infty}^{0} d\zeta \int_{\xi=0}^{\lambda/2} \frac{u_\zeta{}^2}{2} d\xi = \frac{\lambda \rho_1 u_{\zeta 0}^2(t)}{8k}. \qquad (15)$$

Итак, полная кинетическая энергия участка $(0,\lambda/2)$ равна

$$T = \frac{\lambda(\rho_1+\rho_2)u_{\zeta 0}^2(t)}{8k}. \qquad (16)$$

Из соотношения $$T = \frac{P_\zeta^2}{2\delta m} \qquad (17)$$

находим присоединенную массу δm

$$\delta m \approx 2(\rho_1+\rho_2)\frac{\lambda^2}{\pi^3}, \qquad (18)$$

поэтому приобретенная скорость равна

$$\delta v_i \approx \frac{\Pi_i}{\delta m}. \qquad (19)$$

- Отсюда и из (6)–(18) получим

$$\delta v_1 \approx$$

$$\approx \frac{\pi^2 a_0}{2\lambda(\rho_1+\rho_2)}\left[\rho_0 u_0\left(1-\left|\frac{\tilde D_1}{\tilde D_3}\right|\right)-\rho_3 u_3\left(1+\left|\frac{\tilde D_2}{\tilde D_3}\right|\right)\right], \qquad (20)$$

Для 3D возмущений скорости роста возмущений будут отличаться лишь множителем порядка единицы.

Как можно видеть, оценка для турбулентной скорости

$$k \approx \frac{1}{2}\sum_i \left(\delta v_i - \langle \delta v \rangle\right)^2, \qquad (21)$$

где $\delta v_2 = -\delta v_1$

$$\langle \delta v \rangle = \frac{\delta v_1 + \delta v_2}{2} = 0. \qquad (22)$$

Тогда из (8)–(11) следует:

$$k \approx \delta v_1^2. \qquad (23)$$

Мы рассматриваем случай распространения УВ из тяжелой среды в легкую (из HALAR в CHO). В этом случае отраженная волна есть волна разрежения, а ее массовая скорость U и скорость распространения в области 2:

$$\tilde D_2 = \sqrt{\frac{\gamma P_3}{\rho_3}} + \tilde u_3, \qquad (24)$$

$$U = \left|\tilde u_1 - \tilde u_3\right|. \qquad (25)$$

Соотношения для плотностей и давлений по обе стороны «фронта» (учтем, что $P_1 = P_2$) имеют следующий вид (см. [7]):

$$\frac{\rho_2}{\rho_3} = \left[1 - \frac{(\gamma-1)}{2}\frac{|u_1-u_3|}{\sqrt{\gamma P_3/\rho_3}}\right]^{\frac{2}{\gamma-1}}, \qquad (26)$$

$$\frac{P_1}{P_3} = \left[1 - \frac{(\gamma-1)}{2}\frac{|u_1-u_3|}{\sqrt{\gamma P_3/\rho_3}}\right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}. \qquad (27)$$

Далее:

$$\tilde u_1 = -\sqrt{(P_1-P_0)\left(\frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{\rho_1}\right)}, \qquad (28)$$

$$\tilde D_1 = -\sqrt{\frac{(\gamma_i-1)P_0+(\gamma_i+1)P_1}{2\rho_0}}, \qquad (29)$$

$$\rho_1 = \rho_0\frac{(\gamma_i+1)P_1 + (\gamma_i-1)P_0}{(\gamma_i-1)P_1 + (\gamma_i+1)P_0}. \qquad (30)$$

Решение (27) и (28) можно получить итерациями, задавая в качестве первого приближения $P_{10} = P_3$ для (28) и (30). Далее из (27) получаем промежуточное значение P_1, следующее приближение в итерации: $P_{10} = (P_1 - P_{10})/3 + P_{10}$. В результате находим $P_1 = 0{,}0491 < P_3 = 0{,}2723$.

Оценка возмущения δv_1 скорости сразу после прохождения УВ имеет вид (20), в нашей задаче

$\lambda = 0{,}003$ (30 мкм), $a_0 = 0{,}0003$ (3 мкм). Значение $\tilde{D}_3 = 0{,}445$, после чего:

$$P_3 = \frac{2 \cdot \rho_{30} \tilde{D}_3^2 - (\gamma - 1) P_0}{\gamma + 1}, \quad (31)$$

$$\rho_3 = \rho_{30} \frac{(\gamma+1) P_3 + (\gamma - 1) P_0}{(\gamma - 1) P_3 + (\gamma+1) P_0}. \quad (32)$$

Из (20) следует $\delta v_1 = -0{,}1214 < 0$. В соответствии с рис. 11 это означает, что амплитуда возмущения на КГ растет после первоначального «опрокидывания». Начальная величина турбулентной энергии на КГ CHO-Halar $k_0 \approx \delta v_1^2 / 2 \approx 0{,}00735$. Начальный масштаб турбулентности $a_0 \lambda_0 \approx 3 \cdot 10^{-3}$ (30 мкм). Учитывая, что коэффициент турбулентной вязкости $D \approx \lambda \sqrt{k} = c_D \dfrac{k^2}{\varepsilon}$, где $c_D = 0{,}12$ (см. [1]), получим начальное значение скорости диссипации $\varepsilon_0 = c_D \dfrac{k^{3/2}}{\lambda} \approx 0{,}0252$. Полученные таким образом оценки можно было бы использовать в качестве начальных данных в расчетах с $k - \varepsilon$.

Начальное значение ширины ЗТП $L_0 \approx 2a_0 = 0{,}0006$ (6 мкм). Будем полагать, что затухание турбулентности происходит так же, как для однородного случая изотропной турбулентности. Согласно [1] для турбулентного пространственного масштаба: $\dfrac{\lambda}{\lambda_0} = \left(\dfrac{t + t_0}{t_0} \right)^{\delta}$, где $t_0 = m \dfrac{k_0}{\varepsilon_0}$, $m = 10/7;\ \delta = 2/7$. Аналогично для ширины ЗТП

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{t + t_0}{t_0} \right)^{\delta}. \quad (33)$$

Здесь время отсчитывается от момента t_1 прихода УВ на КГ Halar-CHO, которое, как видно из рис. 8, 10, составляет около 3 нсек.

Соотношение (33) имеет место для несжимаемой среды, в нашем случае имеет место адиабатическое (с $\gamma \approx 1{,}4$) падение плотности со временем из-за падения давления $P(t)$ после момента $t_1 \approx 3$ нсек (см. рис. 1, *б*). То есть вместо (33) будем полагать

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{t + t_0}{t_0} \right)^{\delta} \left(\frac{P(t)}{P_1} \right)^{-1/\gamma}, \quad (34)$$

где $P_1 = P(t_1)$.

Результаты вычислений по (34) приведены на рис. 12. Наблюдается удовлетворительное согласие как с эталонными 2D и 3D расчетами, так и с измерениями.

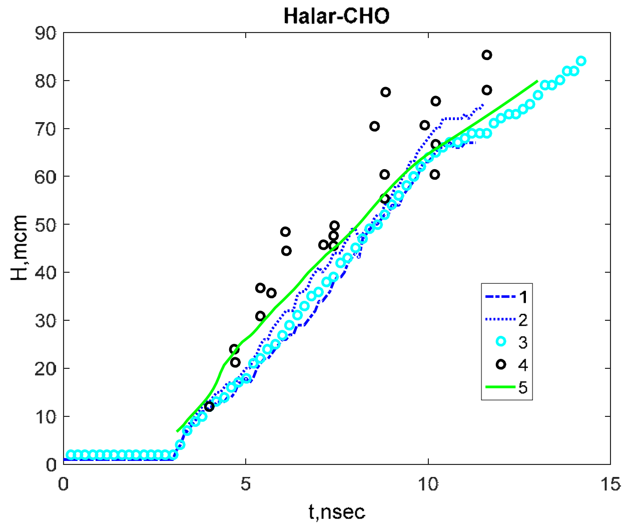


Рис. 12. Зависимости от времени ширины ЗТП на границе раздела Halar-CHO. Расчеты: 1–2 – 2D расчеты 3–4, соответственно; 3 – 3D расчет 3; 4 – измерения [3]; 5 – приближенное аналитическое рассмотрение

Заключение

Расчеты опытов на установке NOVA для плоской геометрии дали следующие результаты:

R–t диаграммы УВ и границ раздела практически не зависят от постановки расчетов и довольно близки к данным измерений. Однако разброс экспериментальных точек такой большой, что полученная в опыте величина может относиться как к УВ, так и границе раздела CHO-Halar.

Наиболее информативны экспериментальные данные по ширине ЗТП на границе CHO-Halar. Все 2D и 3D варианты расчетов, в которых в начальных условиях случайно возмущалась КГ Halar-CHO (в соответствии с экспериментальными данными) показывают удовлетворительное согласие с измерениями. Следует также отметить, что не удается получить такого согласия с измерениями в тех 2D и 3D расчетах, в постановке которых не задавалось возмущение КГ CHO-Halar.

Отметим два важных расчетных факта: во-первых, расчеты по k-e модели проведены со стандартным (выбранным ранее) набором констант и, во-вторых, результаты 2D и 3D номинальных расчетов дали практически одинаковые результаты по ширине ЗТП.

Приближенное аналитическое решение для ширины ЗТП согласуется с номинальными 2D и 3D расчетами и с измерениями.

Список литературы

1. Гужова А. Р., Павлунин А. С., Стаценко В. П. Уточнение констант $k-\varepsilon$ модели турбулентности на основе результатов прямого численного моделирования простейших турбулентных течений и измерений. ВАНТ, сер. ТПФ. 2005. Вып. 3. С. 37–48.

2. Barnes C. W. et al. Observation of mix in a compressible plasma in a convergent cylindrical geometry // Physics of Plasmas. 2002. V. 9. P. 4431.

3. Dimonte G., Schneider M. Turbulent Richtmyer-Meshkov instability experiments with strong radiatively driven shocks // Physics of Plasmas. 1997. V. 4. P. 4347–4357.

4. Стаценко В. П., Третьяченко Ю. В., Елисеев Г. М., Быковникова Н. В., Янилкин Ю. В. Численное моделирование турбулентного перемешивания в плоском опыте на лазерной установке NOVA. ВАНТ. Сер. ТПФ. 2016. Вып. 4. С. 55–63.

5. Янилкин Ю. В., Шанин А. А., Ковалев Н. П. и др. Комплекс программ ЭГАК для расчетов двумерных течений многокомпонентной среды // ВАНТ. Сер. ММФП. 1993. Вып. 4. С. 69–75.

6. Мешков Е. Е. Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной // Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа. 1969. № 5. С. 151–158.

7. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1966.

8. Долголева Г. В. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы решения задач математической физики. 1983. Вып. 2 (13). С. 29.

9. Бельков С. А., Долголева Г. В. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1992. Вып. 1. С. 59.