

ТРЕХМЕРНАЯ ТЕПЛОВАЯ МОДЕЛЬ ИНФРАКРАСНОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО МАТРИЧНОГО ФОТОПРИЕМНИКА В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

THREE-DIMENSIONAL THERMAL MODEL OF AN INFRARED SEMICONDUCTOR FOCAL PLANE ARRAY IN THE FIELD OF INTENSE LASER RADIATION

М. В. Сахаров^{1}, В. Г. Средин¹, В. Ф. Чижко², С. Б. Суховой¹, Й. И. Астраускас¹, Д. С. Конрад¹*

M. V. Sakharov¹, V. G. Sredin¹, V. F. Chishko², S. B. Suhovei¹, J. I. Astrauskas¹, D. S. Conradi¹

¹Военная Академия РВСН им. Петра Великого, 143900 г. Балашиха Московской обл., ул. Карбышева д. 8

²ОАО «Швабе-Фотосистемы», Россия, г. Москва

* m_sakharov@mail.ru

¹Military Academy of the Strategic Missile Forces after Peter the Great, Balashikha, Moscow Region, Karbysheva Street 8, 143900

²JSC «Schwabe-Photosystems», Russia, Moscow

Работа посвящена математическому моделированию процесса нагрева инфракрасных (ИК) полупроводниковых матричных фотоприемников (МФП) при облучении потоком интенсивного лазерного излучения (ЛИ). Разработанная математическая модель позволяет учитывать топологию и параметры многослойной структуры МФП, температурные зависимости теплофизических и оптических характеристик фоточувствительного материала, а также параметры ЛИ – длину волны, пространственное и временное распределение падающей на МФП энергии ЛИ, длительность нахождения МФП в поле ЛИ. Полученные результаты могут быть использованы при оценке оптической стойкости разрабатываемых отечественной промышленностью ИК МФП и оптимизации их параметров.

In this work we discussed the mathematical modeling of the heating process of infrared (IR) semiconductor focal plane array (FPA) irradiated with intense laser radiation. The developed mathematical model makes it possible to take into account the topology and parameters of the multilayer structure of the FPA, the temperature dependences of the thermal and optical characteristics of the photosensitive material, and also the laser radiation parameters - the wavelength, the spatial and temporal distribution of the energy of the laser radiation incident on the FPA, and the duration of laser radiation. The obtained results can be used in assessing the optical stability of the IR FPA developed by the domestic industry and optimizing their parameters.

Современные системы технического зрения (СТЗ), активно применяющиеся в различных областях знаний и получившие существенное развитие в последнее время, оснащаются, как правило, матричными фотоприемными устройствами (МФПУ) «смотрящего» типа, функционирующими в различных поддиапазонах оптического спектра. К перспективным направлениям развития МФПУ СТЗ относят [1]: укрупнение формата и уменьшение шага матриц, достижение многоспектральности, расширение функциональных возможностей, уменьшение габаритов, повышение надежности в

эксплуатации, уменьшение стоимости и др. Многие из перечисленных задач могут быть решены разработкой новых материалов на базе гетероструктур.

По многим из перечисленных направлений уже достигнуты существенные успехи. В качестве примеров использования современных МФПУ СТЗ можно назвать построение 3D-изображений, позволяющих решать принципиально новую задачу – получение объемного изображения, а также многодиапазонные инфракрасные (ИК) матричные фотоприемники (МФП), позволяющие различать

объекты с разной температурой, идентифицировать их в коротковолновом и/или средневолновом поддиапазонах спектра, решать ряд других задач [2]. Так, к настоящему времени разработаны и активно применяются одно-, двух- и многодиапазонные ИК полупроводниковые МФПУ для решения прикладных задач СТЗ – от мониторинга поверхности Земли для наблюдения за посевами сельскохозяйственных культур и пожарной обстановкой в регионах страны до высокоинтеллектуальных робототехнических комплексов.

Нормальному функционированию СТЗ, построенных на базе ИК МФПУ, могут мешать факторы различной физической природы, например, попадание в поле интенсивного лазерного излучения (ЛИ). В настоящее время отмечается довольно интенсивное использование лазерных технологий при решении задач освоения околоземного пространства. Так, к примеру, лазеры используются в системах дистанционного зондирования Земли и мониторинга околоземного космического пространства, создана сеть специальных лазерных станций, входящих в международную систему International Laser Ranging Service (ILRS) по контролю орбит околоземных космических аппаратов и объектов космического мусора [3]. Мощность лазеров, используемых в данных системах, находится в диапазоне от единиц ватт до нескольких киловатт.

Использование для указанных целей мощных лазеров в ряде случаев может приводить к попаданию в поле их излучения космических аппаратов, осуществляющих мониторинг поверхности Земли и оснащенных оптико-электронной аппаратурой СТЗ. Опасность таких ситуаций заключается в том, что ЛИ, падающее на входную апертуру оптико-электронной системы (ОЭС), фокусируется в плоскости МФП, наиболее уязвимо к такому воздействию. Результатом подобного облучения может явиться помеха (интенсивная засветка всей МФП или ее части), нарушающая получаемое изображение, а в более критических случаях, при высокой плотности мощности ЛИ, – обратимое или необратимое нарушение чувствительности МФП, снижающее эффективность использования ОЭС [4]. Последствия существенно зависят от множества факторов: ширины запрещенной зоны, оптических и теплофизических характеристик используемых материалов, параметров ЛИ, процентного содержания примесей в фоточувствительном материале, наличия дефектов кристаллической структуры и др.

Вопросам исследования влияния ЛИ на функционирование МФП различных типов и диапазо-

нов посвящен ряд работ, проведенных в том числе авторами настоящей статьи [5–10], в которых приводятся в основном результаты экспериментальных исследований, позволяющие определять пороговые значения параметров ЛИ и выявлять отдельные закономерности реакции МФПУ на попадание в поле интенсивного ЛИ. Следует заметить, что натурные испытания ИК МФПУ на оптическую стойкость характеризуются существенными затратами в связи с высокой стоимостью образцов. Создание в этих условиях адекватной имитационной модели позволит существенно снизить данные затраты [11, 12].

Целью данной работы является разработка трехмерной тепловой модели полупроводникового ИК МФП, позволяющей прогнозировать его поведение при попадании в поле интенсивного ЛИ. К отличительным особенностям разработанной модели следует отнести учет топологии и параметров многослойной структуры МФП, температурных зависимостей теплофизических, оптических и других характеристик используемых материалов, а также параметров ЛИ – длины волны, пространственного и временного распределения падающей на МФП энергии ЛИ, длительности нахождения МФП в поле ЛИ. Результатом расчета с использованием разрабатываемой модели является пространственно-временная структура температурного поля, возникающего в его многослойной структуре при попадании в поле интенсивного ЛИ.

В качестве основы для построения ИК МФП используются различные фоточувствительные материалы ($\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$, InSb , $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As-GaAs}$, $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As:Si-Al}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ и др.) и материалы подложек (CdZnTe , GaAs , Si и др.), существенно различающиеся по своим оптическим, теплофизическим, электрофизическим и другим характеристикам. Анализ принципов устройства современных полупроводниковых ИК МФП показал, что подавляющее их большинство используют многослойную структуру фоточувствительных элементов, стыкуемую с мультиплексором посредством индиевых микростолбиков. Гибридная сборка крепится на хладопроводе холодильника Стирлинга, поддерживающего рабочую температуру МФП.

На рис. 1 приведены некоторые примеры многослойной структуры полупроводниковых одно- и двухдиапазонных ИК МФП. На рис. 1, а, в приведены варианты архитектуры чувствительных элементов МФП на основе твердого раствора $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$. Уникальность данного материала заключается в том, что за счет процентного соотношения в растворе CdTe и HgTe возможна регули-

ровка рабочего спектрального диапазона в широких пределах. В качестве материала подложки могут использоваться CdZnTe, GaAs и др. Характерные толщины фоточувствительных слоев и подложки ~10...20 мкм. На рис. 1, б приведен вариант многослойной структуры чувствительных элементов InSb МФП, активно используемых для детектирования в среднем ИК диапазоне длин волн.

На рис. 1, б обозначено: 1, 6 – просветляющее покрытие SiO толщиной ~0,5...1 мкм, 2 – Si подложка толщиной ~350 мкм, 3 – эпоксидный крио-клей толщиной 3–5 мкм, 4 – анодный окисел толщиной 0,5 мкм, 5 – фоточувствительный слой InSb толщиной ~20 мкм, 7 – слой Cr-Au толщиной 0,5 мкм, 8 – In микростолбик высотой 5–7 мкм размером ~15×15 мкм.

В качестве альтернативы для традиционных проводников в настоящее время рассматривают структуры с квантовыми ямами (СКЯ) (рис. 1, в, д). Фоточувствительная СКЯ содержит до 50 периодов яма-барьер из эпитаксиальных слоев твердых растворов $Ga_{1-x}Al_xAs-GaAs$ в однодиапазонном МФП и $In_xGa_{1-x}As:Si-Al_yGa_{1-y}As$ в двухдиапазонном МФП. Слои, в которых формируются ямы, имеют толщину ~5 нм, барьерные слои ~45 нм.

Из анализа рисунка следует, что при моделировании процессов функционирования МФП в поле интенсивного ЛИ необходимо учитывать параметры многослойной структуры МФП (количество слоев, их взаимное расположение, используемые материалы и их характеристики, размеры), размерность и топологию МФП.

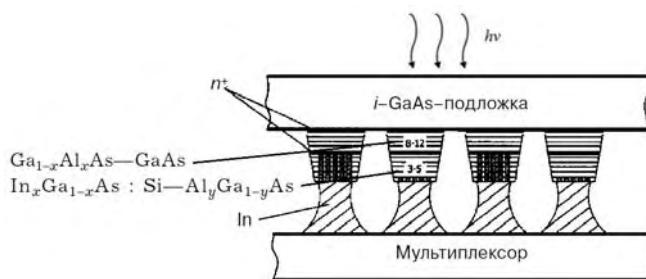
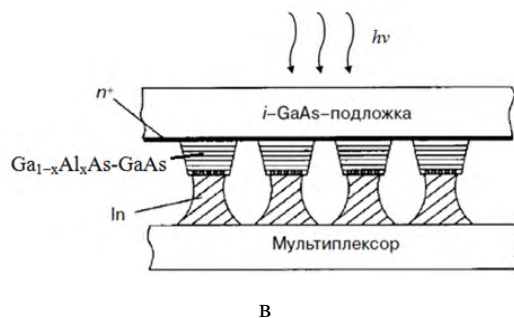
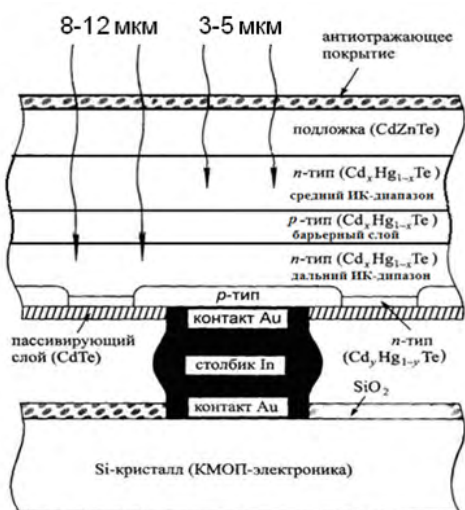
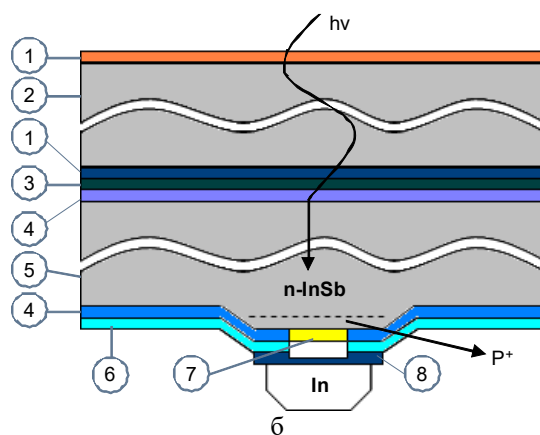
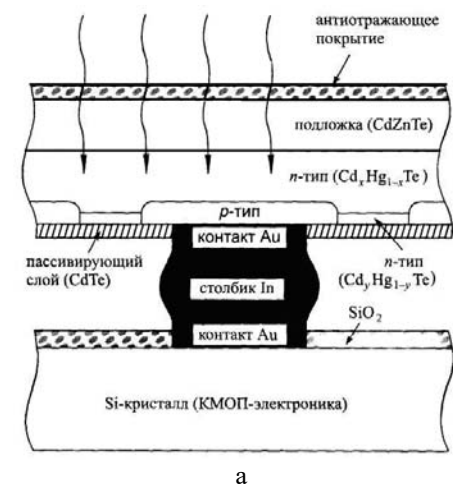


Рис. 1. Примеры многослойной структуры полупроводниковых однодиапазонных $Cd_xHg_{1-x}Te$ (а); InSb (б); $Ga_{1-x}Al_xAs-GaAs$ (в) и двухдиапазонных $Cd_xHg_{1-x}Te$ (г); $In_xGa_{1-x}As:Si-Al_yGa_{1-y}As$ (д) ИК МФП

Математическому моделированию взаимодействия ЛИ с полупроводниковыми материалами посвящен ряд работ [11, 12], основывающихся на решении уравнений теплопроводности. Известные модели описывают возникновение и эволюцию температурного поля на облучаемой поверхности и в объеме материала, что позволяет судить о протекающих в нем физических процессах и изменениях оптических, теплофизических и других характеристик.

Однако эти модели, как правило, описывают поведение конкретных типов фотоприемников, при этом число слоев в моделируемой структуре чувствительного элемента не превышает двух-трех. При этом ввиду высоких вычислительных нагрузок на ПЭВМ практически не рассмотрены задачи моделирования функционирования МФП в поле интенсивного ЛИ, хотя именно в этом случае ожидается проявление эффектов распространения тепла в поперечном сечении МФП, в том числе через подложку, что позволит в перспективе объяснить снижение (потерю) чувствительности пикселей, не накрываемых пучком ЛИ. Кроме того, ввиду значительных (по сравнению с одноэлементными фотоприемниками) линейных размеров МФП (единицы-десятки миллиметров) при моделировании потребуется снятие традиционно при-

нимаемого допущения о равномерном распределении энергии по профилю пучка ЛИ.

В настоящей работе сделана попытка снятия указанных ограничений и создания трехмерной тепловой модели гипотетического полупроводникового ИК МФП с известными топологией и параметрами многослойной структуры (рис. 2), температурными зависимостями оптических и теплофизических характеристик материалов, входящих в ее состав, в поле интенсивного ЛИ с известной пространственно-временной структурой (рис. 3).

В модели введены следующие ограничения и допущения: вещества многослойной структуры МФП изотропны в пределах каждого слоя; пучок ЛИ, воздействующего на МФП, падает нормально к поверхности, частично или полностью ее накрывает; законы пространственного и временного распределения энергии в пучке ЛИ и их параметры известны; плотность энергии в части пучка ЛИ, накрывающего один пиксель, полагается равномерно распределенной по его площади; до воздействия температура многослойной структуры одинакова во всем объеме МФП; отсутствуют механические напряжения; нижний слой многослойной структуры МФП прилегает к хладопроводу, коэффициент теплоотдачи в хладопровод известен.

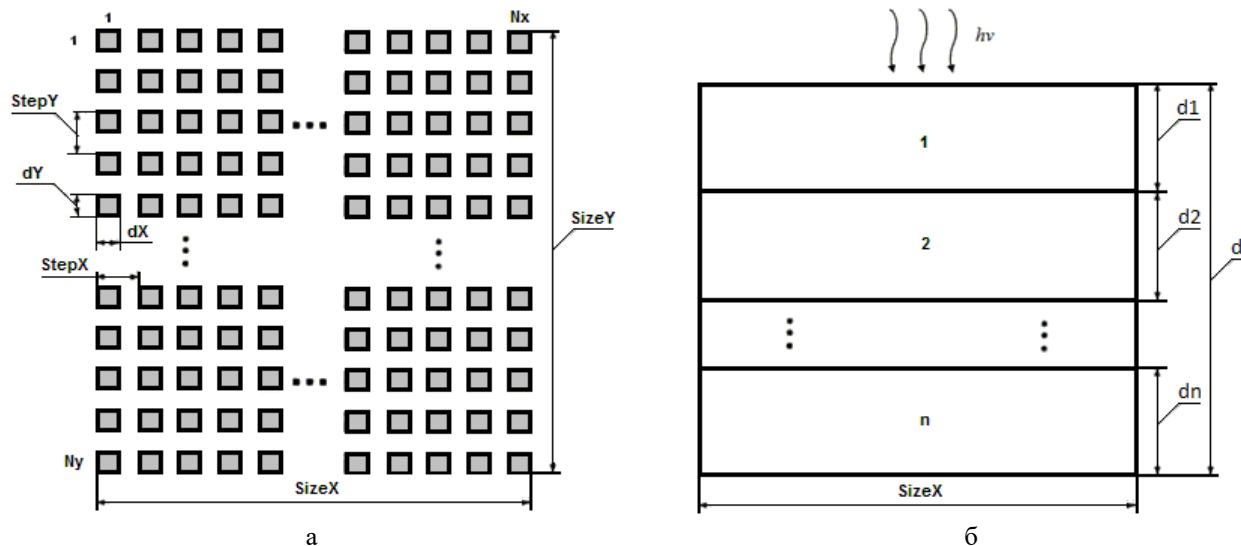


Рис. 2. Упрощенная схема МФП: а – топология; б – многослойная структура

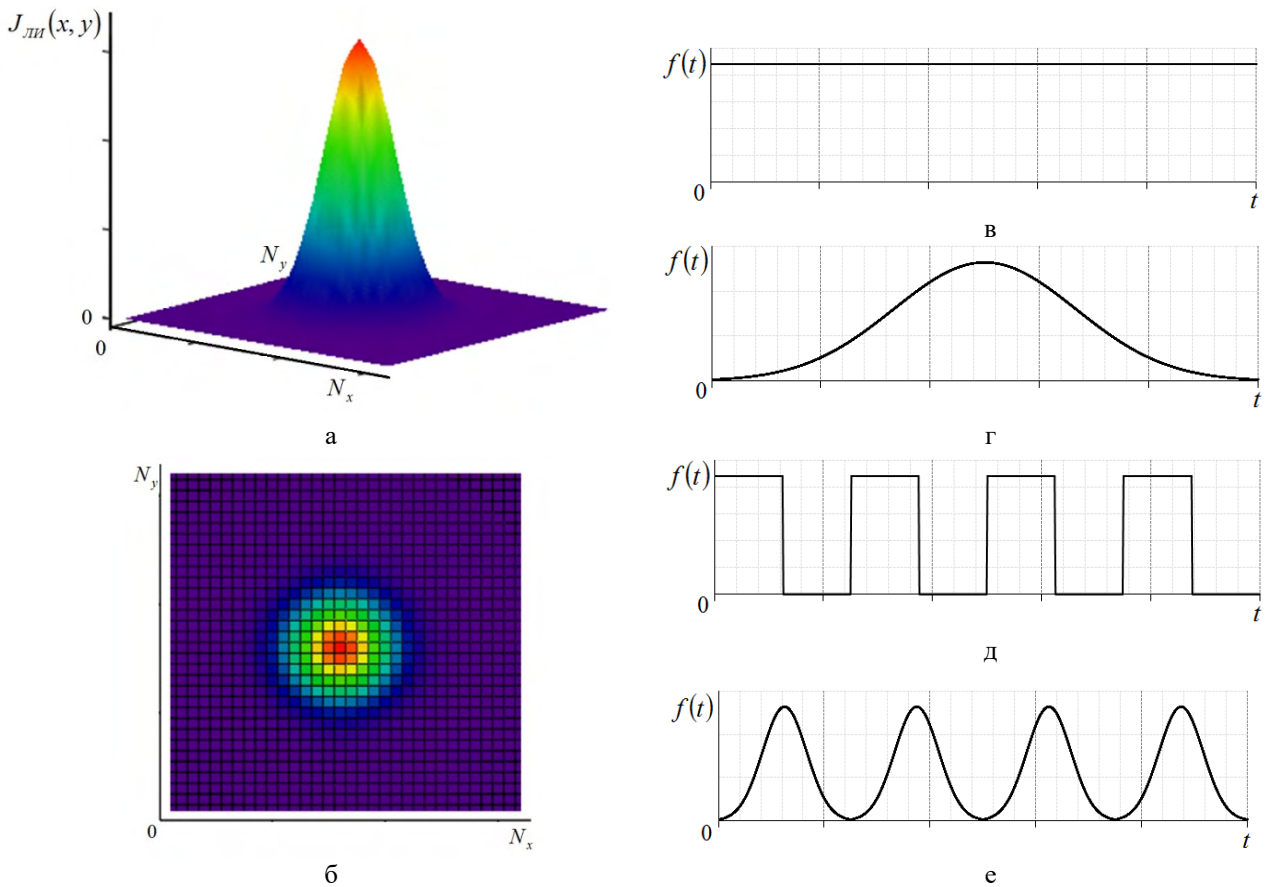


Рис. 3. Некоторые примеры законов пространственного (а, б) и временного (в–е) распределения энергии в пучке ЛИ для использования в тепловой модели

В условиях принятых допущений неоднородный и нестационарный нагрев фоточувствительной структуры МФП (возникновение поля температуры), а также распространение температуры во внутренние ее области (эволюция температурного поля) описываются системой трехмерных уравнений теплопроводности:

где $\rho_i(z, T)$ – плотность i -го материала в слое, находящемся на глубине z от поверхности МФП, при температуре T , кг/м³; $C_i(z, T)$ – удельная теплоемкость i -го материала в слое, находящемся на глубине z от поверхности МФП, при температуре T , Дж/кг·К; $\lambda_i(z, T)$ – теплопроводность i -го

$$\left\{ \begin{aligned}
 &\rho_1(z, T)C_1(z, T) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \lambda_1(z, T) \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right) + \\
 &\quad + Q_1(x, y, z, t) \quad \text{при } 0 \leq z \leq d_1; \\
 &\quad \dots \\
 &\rho_i(z, T)C_i(z, T) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \lambda_i(z, T) \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right) + \\
 &\quad + Q_i(x, y, z, t) \quad \text{при } d_{i-1} < z \leq d_i; \\
 &\quad \dots \\
 &\rho_n(z, T)C_n(z, T) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \lambda_n(z, T) \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right) + \\
 &\quad + Q_n(x, y, z, t) \quad \text{при } d_{n-1} < z \leq d_n.
 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

материала в слое, находящемся на глубине z от поверхности МФП, при температуре T , Вт/м·К; d_i – толщина i -го материала в многослойной структуре МФП, $i = 1, \dots, n$; $T(x, y, z, t)$ – температура слоя пикселя с координатами (x, y) , находящегося на глубине z от поверхности МФП толщиной d , в момент времени t , К; $Q_i(x, y, z, t)$ – объемные тепловые источники в слоях из i -го материала многослойной структуры МФП, описывающие выделение тепла при поглощении ЛИ в слое пикселя с координатами (x, y) , находящегося на глубине z от поверхности МФП в момент времени t , Вт/м³:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1(x, y, z, t) = (1 - R_1(T))q_0(x, y, t)\alpha_1(z, T) \times \\ \quad \times e^{-\int_0^z \alpha_1(z', T) dz'} \quad \text{при } 0 \leq z \leq d_1; \\ \quad \dots \\ Q_i(x, y, z, t) = (1 - R_i(T))q_{i-1}(x, y, t)\alpha_i(z, T) \times \\ \quad \times e^{-\int_{z_{i-1}}^z \alpha_i(z', T) dz'} \quad \text{при } d_{i-1} < z \leq d_i; \\ \quad \dots \\ Q_n(x, y, z, t) = (1 - R_n(T))q_{n-1}(x, y, t)\alpha_n(z, T) \times \\ \quad \times e^{-\int_{z_{n-1}}^z \alpha_n(z', T) dz'_n} \quad \text{при } d_{n-1} < z \leq d_n. \end{array} \right. \quad (2)$$

где $R_i(T)$ – коэффициент отражения ЛИ от поверхности i -го материала многослойной структуры МФП; $\alpha_i(z, T)$ – коэффициент поглощения ЛИ в слое структуры МФП из i -го материала, находящегося на глубине z , см⁻¹; $q_{i-1}(x, y, t) = J_{\text{ЛИ}_{i-1}}(x, y)f(t)$ – пространственно-временная функция распределения плотности мощности ЛИ, подведенного к поверхности i -го материала многослойной структуры пикселя с координатами (x, y) , Вт/см²; $J_{\text{ЛИ}_{i-1}}(x, y)$ – пространственное распределение плотности энергии ЛИ, подведенного к поверхности i -го материала многослойной структуры пикселя с координатами (x, y) , Дж/см² (см. рис. 3, а, б); $f(t)$ – функция распределения плотности энергии ЛИ по времени, с⁻¹ (см. рис. 3, в–е).

Уравнение (1) дополняется начальными и граничными условиями:

$$\left. \begin{array}{l} T(x, y, z, t = 0) = T_0, \quad \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \\ \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=SizeX} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \\ \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=SizeY} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \end{array} \right. \quad (3)$$

где $SizeX$ и $SizeY$ – линейные размеры МФП, на границах пикселей и их слоев – условием идеального теплового контакта:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_i \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_i = \lambda_{i+1} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i+1}, \quad T_{i-} = T_{i+}, \\ \lambda_j \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_j = \lambda_{j+1} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{j+1}, \quad T_{j-} = T_{j+}, \\ \lambda_l \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_l = \lambda_{l+1} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{l+1}, \quad T_{l-} = T_{l+}, \end{array} \right. \quad (4)$$

на облучаемой поверхности МФП – соотношением:

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} = \varepsilon_1 \sigma T^4 - (1 - R_1(T))q_0(x, y), \quad (5)$$

где ε_1 – коэффициент черноты материала поверхности МФП; σ – постоянная Стефана – Больцмана, а на поверхности МФП, прилегающей к хладопроводу – соотношением Ньютона – Рихмана:

$$-\lambda_n \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_{\text{отд}} (T(x, y, z = d, t) - T_{\text{хл}}), \quad (6)$$

где $\alpha_{\text{отд}}$ – коэффициент теплоотдачи с тыльной поверхности МФП в хладопровод; $T_{\text{хл}}$ – температура хладопровода.

Решение системы уравнений (1) проводилось численно методом конечных разностей. При этом температура l -го слоя (i, j) пикселя в следующий $k+1$ момент времени выражалось через его температуру, температуру соседних $l-1$ и $l+1$ слоев и соседних $i-1$, $i+1$, $j-1$, $j+1$ пикселей и количество подведенной к нему энергии в текущий k момент времени:

$$\begin{aligned}
 T_{i,j,l}^{k+1} = & T_{i,j,l}^k + \frac{CurX_l^k}{2} (T_{i-1,j,l}^k - T_{i,j,l}^k) + \\
 & + \frac{CurX_l^k}{2} (T_{i+1,j,l}^k - T_{i,j,l}^k) + \frac{CurY_l^k}{2} (T_{i,j-1,l}^k - T_{i,j,l}^k) + \\
 & + \frac{CurY_l^k}{2} (T_{i,j+1,l}^k - T_{i,j,l}^k) + \\
 & + \frac{CurZ_l^k}{2} (T_{i,j,l-1}^k - T_{i,j,l}^k) + \frac{CurZ_l^k}{2} (T_{i,j,l+1}^k - T_{i,j,l}^k) + \\
 & + \Psi_{i,j,l}^k \Delta t,
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

где $CurX_l^k = \frac{2 \cdot \Delta t \chi_l^k}{\Delta x^2}$, $CurY_l^k = \frac{2 \cdot \Delta t \chi_l^k}{\Delta y^2}$,

$CurZ_l^k = \frac{2 \cdot \Delta t \chi_l^k}{\Delta z^2}$ – числа Куранта для соответствующих координат, имеющие большое значение для анализа устойчивости разностной схемы,

$$\Psi(x, y, z, t) = \frac{Q(x, y, z, t)}{\rho(z, T)C(z, T)}.$$

Критерий устойчивости расчетов по данной модели имеет вид:

$$\max_{i,j,l,k} \{CurX_i^k, CurX_j^k, CurX_l^k\} < 1. \tag{8}$$

Для автоматизации расчетов с использованием тепловой модели разработано программное

обеспечение на языке программирования С#. Интерфейс и пример результатов расчетов показаны на рис. 4. Калибровка модели проведена с использованием результатов проведенных экспериментальных исследований [5–10] и показала удовлетворительную сходимость.

С использованием разработанной тепловой модели установлены закономерности поведения ИК полупроводниковых МФП на основе CdHgTe, InSb и СКЯ в поле интенсивного ЛИ.

Список литературы

1. Филачев А. М., Таубкин И. И., Тришенков М. А. Современное состояние и магистральные направления развития твердотельной фотоэлектроники. – М.: Физматкнига, 2010. 128 с.
2. Гарасов В. В., Якушенков Ю. Г. Двух- и многодиапазонные оптико-электронные системы с матричными приемниками излучения. – М.: Университетская книга, 2007. 192 с.
3. Асанов С. В., Егоров М. С., Игнатьев А. Б., Морозов В. В., Резунков Ю. А., Степанов В. В. Нелинейность и инерционность отклика матричных ИК фотоприемников на ЛИ // Оптический журнал, 2014. Т. 81, № 9. С. 62–68.
4. Сахаров М. В., Астраускас Й. И. Оценка эффективности решения информационных задач

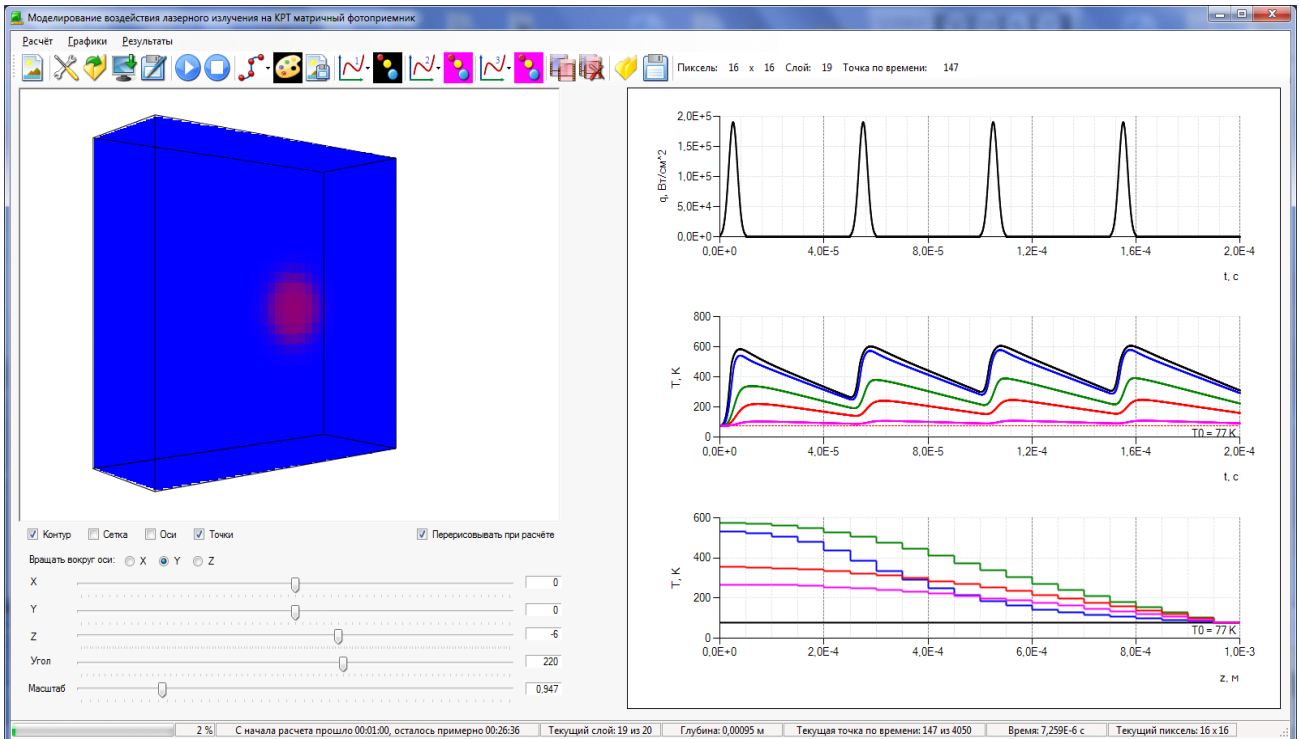


Рис. 4. Интерфейс программной реализации модели и пример результатов расчетов

оптико-электронной системой «смотрящего» типа с ИК МФПУ в поле ЛИ / Прикладная физика. 2014. № 1. С. 78–82.

5. Стафеев В. И., Бурлаков И. Д., Болтарь К. О., Средин В. Г., Сахаров М. В., Суховой С. Б. Экспериментальное исследование оптической стойкости матрицы «смотрящего» типа на основе $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ к воздействию ЛИ с длиной волны 10,6 мкм // Известия вузов. Материалы электронной техники. 2007. № 2. С. 31.

6. Сахаров М. В., Средин В. Г. и др. Устойчивость монокристаллов КРТ при определении теплопроводности методом лазерной вспышки / Материаловедение. 2015. № 4. С. 12–18.

7. Сахаров М. В., Средин В. Г. и др. Исследование фазовых превращений в системе твердых растворов Cd-Hg-Te в поле мощного ЛИ / Материаловедение. 2015. № 5. С. 3–10.

8. Сахаров М. В., Средин В. Г., Чишко В. Ф., Автин А. А. Оценка условий возникновения необратимых последствий воздействия импульсного ЛИ среднего ИК диапазона на InSb МФП / Труды НПО им. Лавочкина, 2016. № 4. С. 103–109.

9. Сахаров М. В., Средин В. Г., Чишко В. Ф., Астраускас Й. И. и др. Потеря чувствительности фотодиодами на основе InSb в поле импульсного ЛИ / В сб. VII Межд. конф. «Кристаллофизика и деформационное поведение перспективных материалов». МИСИСС, 2017. С. 222.

10. Сахаров М. В., Средин В. Г., Куликов В. Б., Васильев Г. К., Бравый Б. Г. Исследования матричных фотоприемников на структурах с квантовыми ямами в условиях интенсивного оптического освещения / Известия ВУЗов. Материалы электронной техники. 2011. № 1. С. 25–29.

11. Средин В. Г., Сахаров М. В. Математическая модель воздействия ЛИ на многослойную полупроводниковую фоточувствительную структуру / Прикладная физика. 2011. № 2. С. 5–11.

12. Сахаров М. В., Средин В. Г., Астраускас Й. И., Васильева Ю. В. Трехмерная математическая модель воздействия ЛИ на МФП на основе $\text{Hg}_x\text{Cd}_{1-x}\text{Te}$ / Известия ВУЗов. Физика. 2013. Т. 56. № 9-2. С. 98–101.