

УДК 519.6

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕНОСА РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ВАКУУМНОЙ ОБЛАСТИ

В. В. Ватулин, К. А. Волкова, А. А. Кибкало, П. И. Певная,  
Н. П. Плетенёва, Р. М. Шагалиев  
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Получено решение задачи переноса рентгеновского излучения в вакуумной полости мишени с использованием методик, основанных на различных физических моделях и математических методах: "вакуумное" приближение с использованием угловых коэффициентов видимости, диффузионное приближение, многогрупповое кинетическое приближение, метод Монте-Карло.

*Ключевые слова:* перенос рентгеновского излучения, коэффициенты видимости, вакуумное приближение, многогрупповое кинетическое приближение, метод Монте-Карло, диффузионное приближение.

### Введение

Одним из основных направлений экспериментов на лазерных установках является исследование процессов переноса рентгеновского излучения в полостях мишеней различного типа, включая мишени с термоядерными капсулами (hohlraum) [1]. Численный анализ результатов экспериментов является необходимой составной частью прикладных исследований как на стадии выбора постановки экспериментов, так и для прогноза их результатов при оптимизации рабочих параметров мишеней. Такой численный анализ осуществляется, как правило, с использованием математических методик, основанных на различных физических моделях и математических методах. В свою очередь, верификация программ на типовых задачах необходима для совершенствования как методологии, так и анализа точности проводимых расчетных исследований мишеней и определения наиболее подходящих для конкретных типов расчетов физических моделей и расчетных методов.

В настоящей работе приведены результаты сравнительных расчетов двумерных задач, выполненных с использованием следующих методик:

- решения уравнения лучистой теплопроводности в диффузионном приближении (расчеты КИО) [2, 3];
- решения стационарного и нестационарного уравнений переноса излучения в вакуумных областях методом угловых коэффициентов видимости (расчеты КИБ и ANIS) [4–7];
- САТУРН [8], включающей в себя процесс переноса излучения с учетом взаимодействия фотонов со средой с применением многогруппового подхода и аппроксимацией уравнения переноса по конечно-разностной схеме с расширенным шаблоном типа  $DS_n$ -метода [9, 10];
- МИММК [11, 12], ориентированной на решение стационарных и нестационарных нелинейных спектральных задач переноса с учетом процессов взаимодействия фотонов со средой методом Монте-Карло.

При описании расчетов сохранены обозначения, принятые в методиках.

Расчеты проводились для тестовой двумерной осесимметричной задачи переноса излучения в вакуумной области, моделирующей внутреннюю полость мишеней лазерного и тяжелоионного термоядерного синтеза.

### Постановка задачи

На боковой поверхности и торцах цилиндра задан входящий поток энергии излучения, соответствующий определенной температуре. Внутренняя сфера моделирует поверхность сферической термоядерной капсулы. Двумерная осесимметричная вакуумная область задачи изображена на рис. 1.

С граничной поверхности области приходит изотропное излучение с интенсивностью, соответствующей температуре 0,22 кэВ (поверхности  $S_1, S_3$ ), 0,25 кэВ (поверхность  $S_2$ ), 0,23 кэВ (поверхность  $S_4$ ). На сферической поверхности тепловой поток равен нулю. Полость мишени заполнена веществом СН с плотностью 0,001 г/см<sup>3</sup>.

Рассчитывается стационарное распределение температуры излучения на сферической поверхности в условиях отсутствия движения границ.

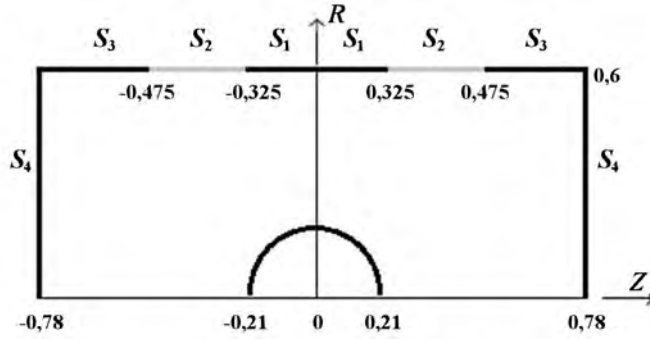


Рис. 1. Геометрия тестовой задачи

### Расчеты тестовой задачи методом коэффициентов видимости

Для решения задачи используется метод угловых коэффициентов видимости (зональный метод). Метод угловых коэффициентов оптимален для моделирования переноса рентгеновского излучения в вакуумных областях между горячими оптически плотными поверхностями источников излучения, стенками мишени и внешними слоями капсулы.

Уравнение обмена излучением между граничными поверхностями получено из выражения для одностороннего потока излучения  $J^-$ , выходящего из области через единицу граничной поверхности:

$$J^-(A, t) = \int_{2\pi} I(A, \vec{\Omega}, t) \mu_A d\Omega = \int_{B \in S} I\left(B, \vec{\Omega}, t - \frac{R_{AB}}{c}\right) \mu_A \frac{\mu_B}{R_{AB}^2} dS. \quad (1)$$

Здесь  $I$  — интенсивность излучения в направлении  $\vec{\Omega}$ ;  $\mu$  — косинус угла между направлением излучения и нормалью к поверхности;  $t$  — время;  $c$  — скорость света;  $A, B$  — точки, принадлежащие граничной поверхности  $S$  вакуумной области;  $R_{AB}$  — расстояние между точками  $A$  и  $B$ .

В случае, когда граничные поверхности излучают по закону Ламберта, т. е. во всех направлениях с одинаковой интенсивностью, используется уравнение

$$J^-(A, t) = \frac{1}{\pi} \int_{B \in S} J^+\left(B, t - \frac{R_{AB}}{c}\right) \frac{\mu_A \mu_B}{R_{AB}^2} dS, \quad (2)$$

где  $J^+$  — односторонний поток в направлении внутренней нормали к поверхности  $S$  вакуумной области.

Система замыкается заданием на границе потока

$$J^+ = \frac{\sigma c}{4} T^4 - \frac{1}{2} q$$

и соотношением баланса  $J^- - J^+ = q$ , где  $q$  — проекция результирующего потока излучения на направление внешней нормали.

Для решения задачи вводится разбиение  $S_i$  ( $i = \overline{1, M}$ ) поверхности  $S$  и осуществляется переход от интегрального уравнения (2) к системе уравнений

$$S_i J_i^-(t) = \sum_{j=1}^M \left( a_{ij} J_j^+ \right) \Big|_{t-l_{ij}(t)}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (3)$$

где  $a_{ij}$  и  $l_{ij}$  — элементы матриц, представляющие собой геометрические интегралы:

$$a_{ij} = \frac{1}{\pi} \int_{A \in S_i} \int_{B \in S_j} \frac{\mu_A \mu_B}{R_{AB}^2} dS_A dS_B; \quad l_{ij} = \frac{1}{\pi c a_{ij}} \int_{A \in S_i} \int_{B \in S_j} \frac{\mu_A \mu_B}{R_{AB}} dS_A dS_B.$$

Расчетная схема получена в предположении, что в уравнениях (1) и (2) интегрирование можно осуществлять по поверхности  $S(t)$ . В подавляющем большинстве случаев это предположение обеспечивает высокую точность, так как скорость движения граничных поверхностей намного меньше скорости света  $c$ .

Поток энергии излучения, выходящего из области через поверхность  $S_i$  за счетный шаг по времени, равен

$$S_i^{n+1} J_i^{n+1} \tau = \int_{t^n}^{t^{n+1}} S_i J_i^+ dt. \quad (4)$$

В течение временного интервала  $(t^n, t^{n+1})$  на поверхность  $S_i$  приходит излучение, вышедшее с поверхности  $S_j$  за временной интервал  $(t^n - l_{ij}^n, t^{n+1} - l_{ij}^{n+1})$ .

Формула для каждого из слагаемых в правой части системы (3) имеет вид

$$\left( a_{ij} J_i^+ \right) \Big|_{t-l_{ij}} = \frac{1}{\tau} \int_{t^n - l_{ij}^n}^{t^{n+1} - l_{ij}^{n+1}} a_{ij}(t) J_j^+(t) dt. \quad (5)$$

Если при счете интеграла в (5) аккуратно использовать тот же принцип, что и в формуле (4), т. е. считать на каждом временном шаге  $(t^k, t^{k+1})$  подынтегральную функцию постоянной и равной ее значению на момент времени  $t^{k+1}$ , то из системы уравнений (3) следует строгая консервативность схемы:

$$-\sum_{i=1}^M S_i^{n+1} q_i^{n+1} \tau = E^{n+1} - E^n,$$

где  $E^{n+1}$ ,  $E^n$  — энергия излучения в области на моменты времени  $t^{n+1}$ ,  $t^n$ :

$$E t^{n+1} = \frac{1}{c} \int_{A \in S} \int_{2\pi} \left( \int_{t^{n+1} - l_{ij}^{n+1}}^{t^{n+1}} I(A, \vec{\Omega}, t) dt \right) \mu_A d\Omega dS = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \int_{t^{n+1} - l_{ij}^{n+1}}^{t^{n+1}} a_{ij} J_j^+ dt.$$

Погрешность метода зависит от погрешности аппроксимации, погрешности метода вычисления коэффициентов системы алгебраических уравнений, к которой сводится интегральное уравнение, и погрешности метода нахождения ее решения. Методы вычисления угловых коэффициентов и решения системы обладают достаточно высокой точностью. Погрешность аппроксимации можно уменьшить за счет увеличения числа сеточных элементов на поверхности полости.

Расчеты в вакуумном приближении проведены по программам [4, 5], предназначенным для решения уравнения переноса излучения в прозрачной для излучения области с использованием метода угловых коэффициентов (коэффициентов видимости).

Для расчета матрицы коэффициентов видимости использовался алгоритм приближенного вычисления В. Ф. Мироновой [6] или программа Viewfac [7]. Область расчета — замкнутая полость с осевой симметрией вращения (см. рис. 1).

Для решения задачи граничная поверхность разбивается на счетные элементы. Число элементов поверхности определяет порядок матрицы.

Отличие программы Viewfac от программы В. Ф. Мироновой состоит в том, что сферические и эллиптические поверхности аппроксимируются набором конусов (т. е. сложная образующая заменяется на более простую ломаную линию).

Распределение температуры излучения по углу на сферической поверхности из расчетов по методикам КИБ и ANIS в вакуумном приближении с использованием угловых коэффициентов видимости показано на рис. 2.

В расчетах в вакуумном приближении значение температуры в экваториальной точке, а также распределение температуры излучения по углу (для  $\mu$  от 0 до 1) на поверхности сферы в полной геометрии отличаются от полученных в расчете с половиной геометрии (см. рис. 1). Это обусловлено различием коэффициентов видимости. В вакуумном приближении правильно считать задачу в полной геометрии.

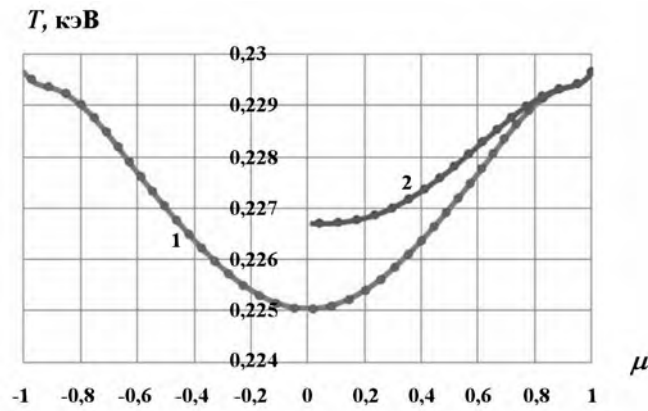


Рис. 2. Распределение температуры излучения по углу из расчетов по методикам КИБ (—) и ANIS (•••): 1 — полная постановка задачи; 2 — половина геометрии [ $0 \leq Z \leq 0,78$ ]

### Расчеты в диффузионном приближении

В расчетах в приближении лучистой теплопроводности (диффузионном приближении) решается двумерное нелинейное уравнение

$$\frac{dE}{dt} = \operatorname{div} \frac{lc}{3} \operatorname{grad} \sigma T^4 + F.$$

Здесь  $E$  — удельная внутренняя энергия вещества с учетом плотности равновесного излучения,  $E = c_V \rho T + \sigma T^4$ ;  $c_V$  — удельная теплоемкость вещества;  $\sigma = 1,37 \text{ г} / (\text{см} \cdot 10^{-14} \text{ с} \cdot \text{кэВ}^4)$  — постоянная Стефана–Больцмана;  $c = 3000 \text{ см} / 10^{-7} \text{ с}$  — скорость света;  $l$  — эффективный пробег, учитывающий оптическое сопротивление вещества и особенности геометрии;  $F$  — заданная функция источника. Энергия и пробег являются функциями температуры и плотности. На границе области задаются тепловые потоки как известные функции температуры:  $Q = -\frac{lc}{3} \frac{\partial \sigma T^4}{\partial n}$ , где  $n$  — нормаль к границе области.

Для решения двумерного уравнения теплопроводности в диффузионном приближении в программе реализованы разностная схема продольно-поперечной прогонки второго порядка аппроксимации и чисто неявная итерационная схема, имеющая первый порядок аппроксимации.

В области была выбрана ортогональная сферическая сетка (по  $r$  и  $\mu$ ). На рис. 3 показано распределение температуры излучения в области.

Анализ влияния геометрических поправок к пробегам излучения [13] на решение тестовой двумерной задачи переноса излучения в прозрачной области в диффузионных расчетах показал (рис. 4), что использование стандартных геометрических пробегов приводит к существенному изменению распределения температуры излучения на сферической поверхности. В то же время использование нестандартных геометрических пробегов  $L_{\Gamma}(r, \varphi)$  приблизило диффузионное решение к решению кинетического уравнения.

Если есть решение вакуумной задачи и известны плотность излучения  $\sigma U(r, \varphi)$  и векторное поле потоков  $\vec{Q}(r, \varphi)$ , то в каждой точке пространства  $(r, \varphi)$  геометрический пробег (геометрическую поправку к пробегу излучения)  $L_{\Gamma}(r, \varphi)$  можно находить из уравнения, являющегося диффузионным представлением для потока:  $\vec{Q} = c \frac{L_{\Gamma}(r, \varphi)}{3} \text{grad } \sigma U$ . Векторы  $\vec{Q}$  и  $\text{grad } U$  имеют разные направления, и пробег  $L_{\Gamma}(r, \varphi)$ , входящий в формулу для потока, должен определяться матрицей. Для получения пробega, инвариантного по отношению к системе координат, в которой описаны поля  $\vec{Q}$  и  $\text{grad } U$ , нужно пользоваться формулой  $L_{\Gamma 0}(r, \varphi) = \frac{3}{\sigma c} \frac{|\vec{Q}|}{|\text{grad } U|} L_0(r, \varphi)$ , где  $L_0(r, \varphi)$  — матрица поворота (с единичными собственными значениями) от направления  $\text{grad } U$  к направлению  $\vec{Q}$ .

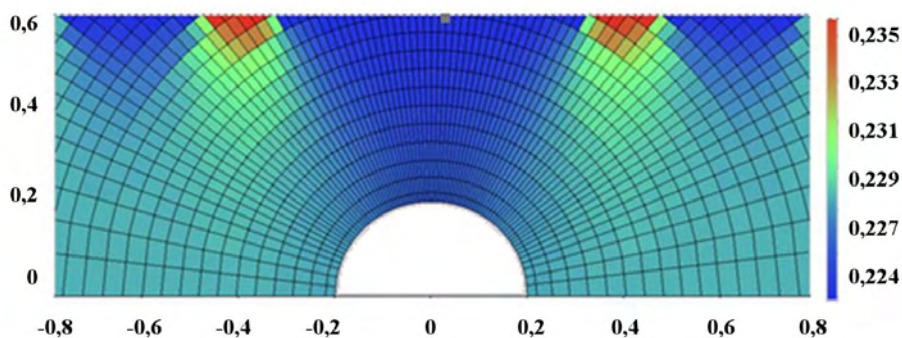


Рис. 3. Распределение температуры излучения в области, полученное в диффузионном приближении

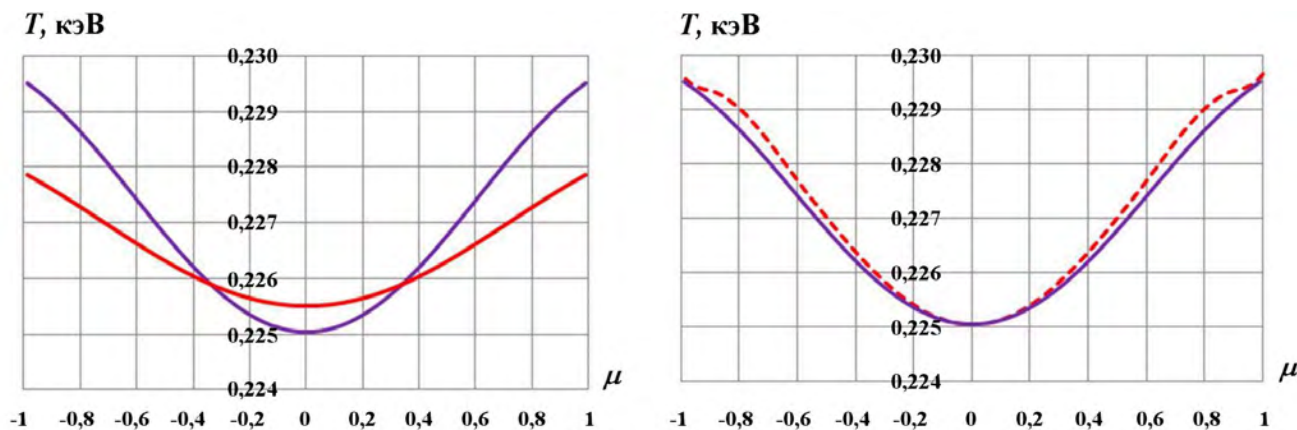


Рис. 4. Расчетные распределения температуры излучения по углу на сферической поверхности в расчетах в диффузионном приближении (методика КИО) и в вакуумном приближении (методика КИВ): — — КИО, нестандартные пробегии; — — КИО, стандартные пробегии; - - - - КИВ

## Результаты расчетов по методике САТУРН

Одним из процессов, рассчитываемых по методике САТУРН [8], является двумерный нестационарный перенос излучения и взаимодействие излучения со средой. Конечно-разностная методика основывается на кинетической многогрупповой модели описания процессов переноса излучения с использованием интегродифференциальной формы записи нестационарного двумерного уравнения переноса

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} + L\varepsilon_i + \chi_i \varepsilon_i &= \frac{\chi_{si}}{2\pi} \varepsilon_i^{(0)} + \frac{\chi_{ai}}{2\pi} \varepsilon_{ip} + \frac{Q_i}{2\pi}, \\ L\varepsilon_i &= \mu \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left( r \sqrt{1 - \mu^2} \cos \varphi \varepsilon_i \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sqrt{1 - \mu^2} \sin \varphi \varepsilon_i \right) \end{aligned}$$

и уравнения энергии

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} = \sum_{i=1}^{i1} \chi_{ai} \varepsilon_i^{(0)} \Delta \omega_i - \sum_{i=1}^{i1} \chi_{ai} \varepsilon_{ip} \Delta \omega_i.$$

Здесь  $\varepsilon_i = \varepsilon_i(r, z, \mu, \varphi, \omega_i, t)$  — поток энергии излучения;  $\varepsilon_i^{(0)} = \int_{-1}^1 \int_0^\pi \varepsilon_i d\varphi d\mu$  — плотность потока

энергии излучения;  $r, z$  — цилиндрические координаты;  $\omega_i$  — среднее значение энергии фотонов  $i$ -й группы;  $E = E(\rho, T)$  — внутренняя энергия;  $\chi_{ai} = \chi_{ai}(\rho, T, \omega_i)$  — сечение поглощения;  $\chi_{si} = \chi_{si}(\rho, T, \omega_i)$  — сечение рассеяния;  $\chi_i = \chi_{ai} + \chi_{si}$  — полное сечение;  $\varepsilon_{ip} = \varepsilon_{ip}(T, \omega_i)$  — функция Планка;  $Q_i = Q_i(r, z, \omega_i)$  — независимый источник;  $c$  — скорость света.

Следует отметить, что для данного подхода численное моделирование процесса переноса излучения в вакуумных средах (без учета взаимодействия излучения со средой) является сложной задачей. Это обусловлено возникновением в решении нефизических осцилляций, вызываемых *лучевыми эффектами* [14], характерными для данного метода и наиболее ярко проявляющимися при наличии источника в такой среде. В связи с этим для получения в рассматриваемой задаче равномерного распределения температуры излучения на заданной поверхности необходимо использовать подробные угловые сетки.

При проведении расчетов использовалась конечно-разностная схема типа  $DS_n$ -метода с аппроксимацией двумерного уравнения переноса на расширенном шаблоне по пространству [9] и усовершенствованной аппроксимацией по угловым переменным [10]. Учитывая симметрию полной системы относительно оси  $R$ , будем строить пространственную сетку в правой половине начальной геометрии тестовой задачи, приведенной на рис. 1.

По излучению в тестовой задаче задавались следующие граничные условия. На левом торце системы задавалось *зеркальное отражение*. На сферической границе нулевой полный поток излучения моделировался заданием граничного условия *изотропное отражение*. На внешней границе (боковая поверхность и правый торец) задавался входящий поток энергии излучения  $J^- = \sigma T^4/4$  ( $\sigma$  — постоянная Стефана—Больцмана,  $c$  — скорость света), распределенный по телесному углу изотропным образом. Входящий поток соответствует равновесному излучению и на рассматриваемой части границы области является кусочно-постоянной функцией (см. рис. 1).

В задаче требуется рассчитать стационарное распределение температуры излучения на сферической поверхности. Для этого необходимо найти в каждой ячейке указанной поверхности выходящий поток излучения  $J^+(r, z)$ , нормированный на площадь поверхности вращения граничной стороны вокруг оси  $Z$ . Искомая температура вычисляется по формуле  $T(r, z) = \sqrt[4]{\frac{4}{\sigma c} J^+(r, z)}$ .

Расчеты проводились в одnogрупповом приближении с сечением поглощения  $\chi_a = 0$  и сечением рассеяния  $\chi_s = \rho/5$ . Задача считалась с временным шагом  $\Delta t = 0,001$  до получения стационарного решения, когда прирост энергии излучения в системе прекращался.

Далее приводятся результаты расчетов тестовой задачи на двух пространственных сетках. Первая пространственная сетка  $P_1$  содержит 21 строку и 52 столбца. Вторая сетка  $P_2$  получена измельчением начальной сетки  $P_1$  в 4 раза и содержит 84 строки и 208 столбцов. Для аппроксимации

по угловым переменным использовались квадратуры  $ES_{18}$ ,  $ES_{36}$ ,  $ES_{72}$  (18, 36 и 72 интервала по угловой переменной  $\mu$ ).

На рис. 5 приводятся значения температуры излучения на сферической поверхности, полученные в трех расчетах: на сетке  $P_1$  с квадратурой  $ES_{18}$  и на сетке  $P_2$  с квадратурами  $ES_{36}$  и  $ES_{72}$ .

Значения температуры излучения, полученные в расчетах на мелкой пространственной сетке  $P_2$  с 36 и 72 интервалами по угловой переменной  $\mu$ , различаются между собой не более чем на 0,05%. Таким образом, можно принять решение, полученное в последнем расчете, за *точное*. При этом температура излучения из расчета на самой грубой сетке  $P_1$  с 18 интервалами по  $\mu$  отличается от точного приблизительно на 0,16%.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что разностная методика САТУРН обеспечивает требуемую высокую точность расчетов. На рис. 6 приведено пространственное распределение температуры излучения, полученное в расчете на самых подробных пространственной и угловой сетках.

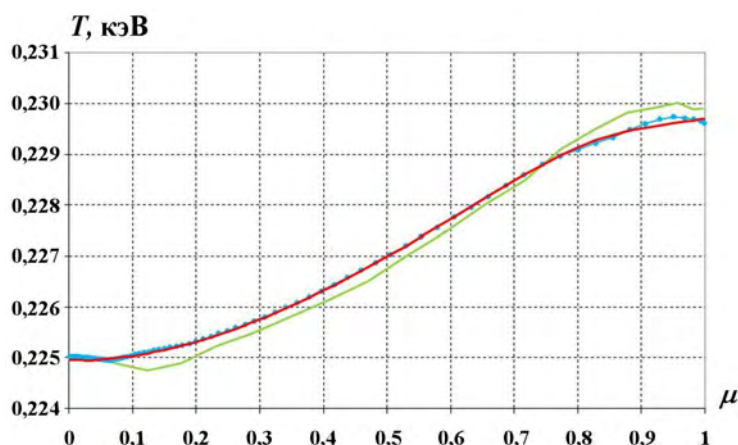


Рис. 5. Распределение температуры излучения на сферической поверхности, полученное по методике САТУРН: — сетка  $P_1$ , квадратура  $ES_{18}$ ; —•— сетка  $P_2$ , квадратура  $ES_{36}$ ; — сетка  $P_2$ , квадратура  $ES_{72}$

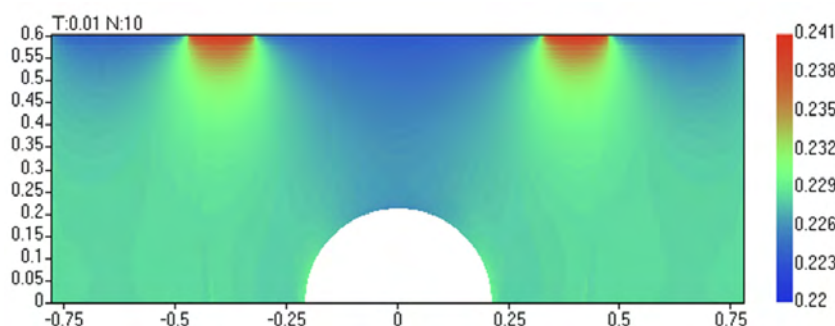


Рис. 6. Пространственное распределение температуры излучения, полученное по методике САТУРН

### Результаты расчетов методом Монте-Карло

Расчеты проводились по версии методики МИММК для двумерных задач [11, 12], предназначенной для моделирования методом Монте-Карло спектрального переноса излучения на газодинамическом разрезе методики МИМОЗА-НДЗД [15] в режиме параллельных вычислений. В нелинейных задачах переноса излучения на каждом временном шаге разностным методом решаются уравнения

газовой динамики, затем методом Монте-Карло моделируется перенос излучения в приближении локального термодинамического равновесия

$$\frac{1}{c} \frac{df_\nu}{dt} + \left( \vec{\Omega} \cdot \text{grad} (f_\nu) \right) + \sigma_\nu^{a+s} f_\nu = \sigma_\nu^a B_\nu (T, \rho) + \iint \frac{\nu}{\nu'} \sigma^s \left( \nu \rightarrow \nu', \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}' \right) f_{\nu'} d\nu' d\vec{\Omega}' + S.$$

Здесь  $f$  — плотность энергии излучения;  $t$  — время;  $r$  — координата;  $\vec{\Omega}$  — направление полета;  $\nu$  — частота;  $\sigma_\nu^a$  — сечение поглощения с учетом индуцированных членов;  $\sigma_\nu^s$  — сечение комптоновского рассеяния на максвелловском ансамбле электронов без учета индуцированных процессов;  $B_\nu$  — функция Планка;  $T$  — температура;  $\rho$  — плотность вещества;  $S$  — внешние источники излучения;  $c$  — скорость света.

Изменение внутренней энергии вещества  $\varepsilon$  рассчитывается согласно уравнению

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = c \int \left( \sigma_\nu^a f_\nu + \sigma_\nu^s f_\nu - \sigma_\nu B_\nu (T, \rho) - \iint \frac{\nu}{\nu'} \sigma^s \left( \nu \rightarrow \nu', \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}' \right) f_{\nu'} d\vec{\Omega}' d\nu' \right) d\vec{\Omega} d\nu,$$

где температура вещества  $T$  находится из уравнения состояния  $\varepsilon = \varepsilon (T, \rho)$ .

Для решения поставленной задачи достаточно на одном шаге по времени промоделировать перенос излучения от источника, расположенного на внешней поверхности цилиндра, получить распределение поглощенной энергии на сферической поверхности и представить результат в виде графика зависимости температуры  $T$  от угловой переменной  $\mu$ .

С учетом симметрии полной системы относительно оси  $R$  тестовая задача решалась для правой половины исходной геометрии (см. рис. 1). Предполагается, что вещество, заполняющее систему, абсолютно прозрачно. На поверхности слева ( $Z = 0, 0 < R < 0,6$ ) задано зеркальное отражение, сферическая поверхность является границей *черного пятна* (абсолютный поглотитель).

Источник излучения задается в ячейках, расположенных на четырех фрагментах поверхности цилиндра  $S_1$ — $S_4$  с соответствующей поверхностной температурой  $T_1$ — $T_4$  (см. рис. 1). Координаты рождения фотонов моделируются равномерно по площади излучающей поверхности ячейки, а направление вылета определяется распределением Ламберта ( $2\mu d\mu$ ). Интенсивность излучения каждой ячейки источника на фрагменте  $S_i$  полагается равной  $I_{cell} = \sigma c T_i^4 S_{cell} / 4$ , где  $\sigma$  — постоянная Стефана—Больцмана;  $c$  — скорость света;  $S_{cell}$  — площадь излучающей поверхности ячейки;  $T_i$  — поверхностная температура. Полная интенсивность излучения  $I = \sum (I (S_i)) = 1,12342$  МДж/нс. Параметром расчета является  $N$  — число траекторий, моделируемое из одной ячейки источника. Вес рождающихся частиц  $w = I_{cell} / N$ . Траектории фотонов заканчиваются вылетом из системы или поглощением частицы на сферической поверхности, в ячейках которой накапливаются суммы весов поглощенных частиц  $E_i$ , нормированные на площадь поверхности ячеек. Статистической оценкой зависимости температуры  $T$  на поверхности сферы от углового параметра  $\mu$  будет набор значений

$$\sqrt[4]{\frac{4}{\sigma c} E_i}.$$

Моделирование направления вылета фотона из точки рождения реализовано по алгоритму, отличному от стандартного, когда угол с нормалью к поверхности в данной точке разыгрывается по распределению Ламберта, в полученном конусе разыгрывается азимутальный угол, а затем полученное направление пересчитывается в лабораторную систему координат. При решении этой задачи более эффективным будет алгоритм, при котором из излучающей точки строится телесный угол, включающий сферическую поверхность, и направление полета фотона разыгрывается внутри него, а возникающее искажение углового распределения компенсируется корректировкой веса. Такой метод моделирования позволяет направить все испущенные частицы на поверхность сферы. В стандартном варианте основная часть испущенных частиц пролетает мимо нее (вероятность попадания на поверхность сферы оценивается как 0,067).

На рис. 7 приведены графики температуры  $T$  на поверхности сферы, полученные в многопроцессорных расчетах по методике МИММК для разных значений статистического параметра — числа частиц в одной ячейке источника:  $N = 5 \cdot 10^6, 5 \cdot 10^7, 5 \cdot 10^8$ .

Во всех расчетах колебания решения зависят от  $\mu$ : они больше в приосевых ячейках. В расчете с числом частиц  $5 \cdot 10^8$  осцилляции не превышают 0,1% в приосевых точках и не более 0,06%



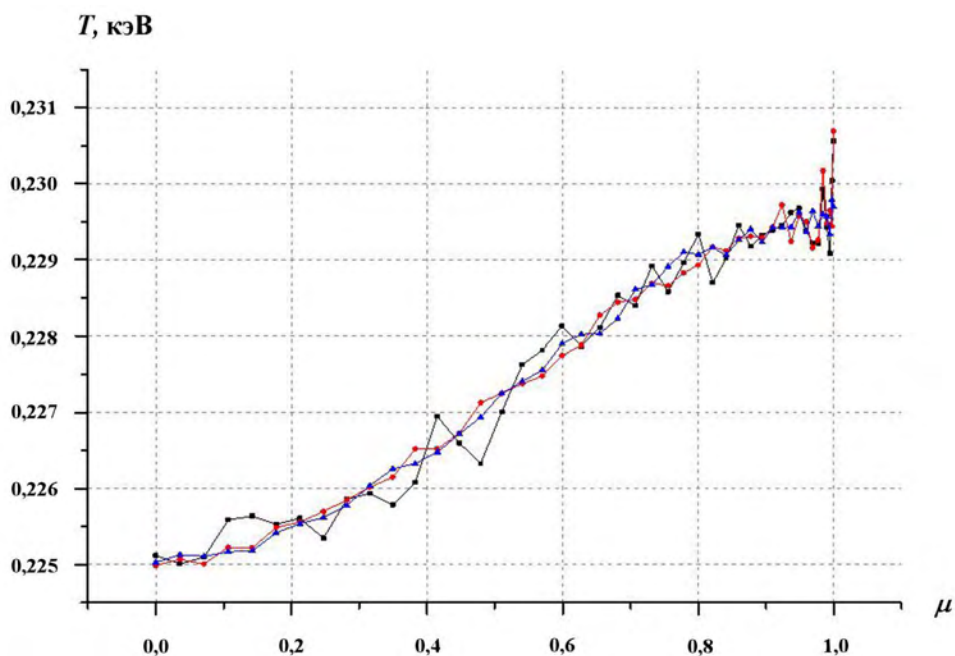


Рис. 7. Температура на поверхности сферы как функция от косинуса угла (МИММК с эффективным алгоритмом): —■—  $N = 5 \cdot 10^6$ ; —●—  $N = 5 \cdot 10^7$ ; —▲—  $N = 5 \cdot 10^8$

в промежуточных точках. Отметим, что эти значения существенно (примерно в 15 раз) меньше неоднородности поля рентгеновского излучения на сферической поверхности. При увеличении количества моделируемых частиц осцилляции решения уменьшаются.

### Сравнение результатов расчетов

На рис. 8 сравниваются результаты расчетов, выполненных с использованием методик САТУРН, МИММК и КИВ. В качестве результата приводится зависимость температуры излучения на сферической поверхности от косинуса угла (угол отсчитывается от оси  $Z$ ).

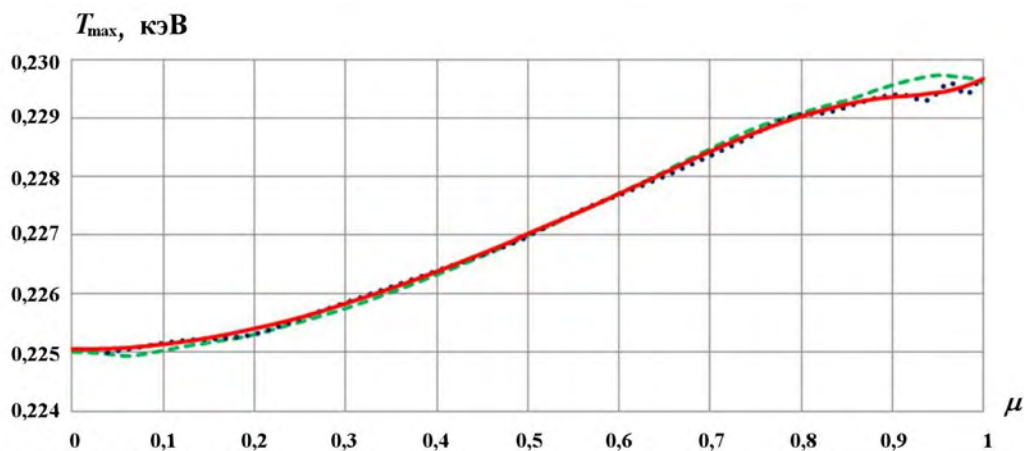


Рис. 8. Распределение температуры излучения по углу на сферической поверхности в расчетах по методикам САТУРН (---), МИММК (.....) и КИВ (—)

Таким образом, результаты численных исследований, представленных в настоящей статье, показывают, что базирующиеся на существенно разных математических подходах методики САТУРН, МИММК и КИВ для решения уравнения переноса излучения в вакуумных областях с использованием угловых коэффициентов видимости обеспечивают надежность численного решения задачи (отличие не превышает 0,1 %) о распределении поля излучения в мишенях инерциального термоядерного синтеза с неподвижной геометрией. В дальнейшем планируется провести сравнительный анализ расчетов с использованием данных методик на более сложных задачах.

### Список литературы

1. *Lindl J. D.* Development of the indirect-drive approach to inertial confinement fusion and the target physics basis for ignition and gain // *Phys. Plasmas*. 1995. Vol. 2, No 11. P. 3933.
2. *Бабаев Ю. Н., Баженов С. В., Базин А. А., Васина Э. Г., Горев В. В., Дементьев Ю. А., Заграфов В. Г., Карповцев Е. А., Кириллов А. И., Миронова В. Ф., Певная П. И., Перепелкин П. А., Скидан Г. И., Софронов И. Д., Тихомиров Б. П., Тихомирова Э. Н., Юрина Н. И.* Методики и программы ВНИИЭФ для решения двумерных и трехмерных нестационарных задач лучистого энергопереноса в областях сложной формы с использованием коэффициентов видимости. Проблемы конверсионных приложений // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов*. 1995. Вып. 4. С. 3—8.  
*Babaev Yu. N., Bazhenov S. V., Bazin A. A., Vasina E. G., Gorev V. V., Dementev Yu. A., Zagrafov V. G., Karpovtsev E. A., Kirillov A. I., Mironova V. F., Pevnaya P. I., Perepelkin P. A., Skidan G. I., Sofronov I. D., Tikhomirov B. P., Tikhomirova E. N., Yurina N. I.* Metodiki i programmy VNIIEF dlya resheniya dvumernykh i trekhmernykh nestatsionarnykh zadach luchistogo energoperenosa v oblastiakh slozhnoy formy s ispolzovaniem koeffitsientov vidimosti. Problemy konversionnykh prilozheniy // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovaniye fizicheskikh protsessov*. 1995. Vyp. 4. S. 3—8.
3. *Софронов И. Д., Тихомиров Б. П., Баженов С. В., Базин А. А., Горев В. В., Дарова Н. С., Дементьев Ю. А., Дерюгин Ю. Н., Казакова И. Ф., Мельников В. М., Миронова В. Ф., Певная П. И., Перепелкин П. А., Скидан Г. И., Тихомирова Э. Н., Юрина Н. И.* Приближенные методы расчета лучистого энергопереноса в оптически неоднородных областях сложной формы // Там же. 1999. Вып. 4. С. 68—75.  
*Sofronov I. D., Tikhomirov B. P., Bazhenov S. V., Bazin A. A., Gorev V. V., Darova N. S., Dementev Yu. A., Deryugin Yu. N., Kazakova I. F., Melnikov V. M., Mironova V. F., Pevnaya P. I., Perepelkin P. A., Skidan G. I., Tikhomirova E. N., Yurina N. I.* Priblizhennyye metody rascheta luchistogo energoperenosa v opticheski neodnorodnykh oblastiakh slozhnoy formy // Там же. 1999. Vyp. 4. S. 68—75.
4. *Базин А. А., Ватулин В. В., Дементьев Ю. А., Миронова В. Ф., Скидан Г. И., Тихомирова Э. Н., Тихомиров Б. П.* Расчет лучистого энергопереноса в термоядерных мишенях в диффузионно-вакуумном приближении // Там же. 1998. Вып. 3. С. 41—45.  
*Bazin A. A., Vatulin V. V., Dementev Yu. A., Mironova V. F., Skidan G. I., Tikhomirova E. N., Tikhomirov B. P.* Raschet luchistogo energoperenosa v termoyadernykh mishenyakh v diffuzionno-vakuumnom priblizhenii // Там же. 1998. Vyp. 3. S. 41—45.
5. *Bazhenov S. V., Pevnaya P. I.* A Technique for radiation transfer solution with account of anisotropic emission of boundary surface // *High Energy Density in Matter Produced by Heavy Ion Beams. Annual Report 1996. Darmstadt, 1997.* P. 70.
6. *Дементьев Ю. А., Машинин Р. Ф., Миронова В. Ф., Ченцов Н. Н.* Приближенное вычисление коэффициентов углового распределения для нестационарного теплового излучения с поверхности вращения // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики*. 1983. Вып. 1(12). С. 32—34.  
*Dementev Yu. A., Mashinin R. F., Mironova V. F., Chentsov N. N.* Priblizhennoye vychislenie koeffitsientov uglovogo raspredeleniya dlya nestatsionarnogo teplovogo izlucheniya s poverkhnosti

- vrashcheniya // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Metodiki i programmy chislennogo resheniya zadach matematicheskoy fiziki* 1983. Вып. 1(12). С. 32–34.
7. *Vasina E. G., Chekhin V. M.* An approach to view factor calculation for radiation transfer simulation in 2D axisymmetric geometries // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A.* 1998. Vol. 415. P. 127–132.
  8. *Алексеев А. В., Беляков И. М., Бочков А. И., Евдокимов В. В., Ирничев Е. А., Морозов В. Ю., Москвин А. Н., Нурждин А. А., Пепеляев М. П., Резчиков В. Ю., Сучкова В. В., Шагалиев Р. М., Шарифуллин Э. Ш., Шемякина Т. В., Шумилин В. А.* Методика SATURN-2005. Математические модели, алгоритмы и программы решения многомерных задач переноса частиц и энергии // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 2013. Вып. 4. С. 17–30.  
*Alekseev A. V., Belyakov I. M., Bochkov A. I., Evdokimov V. V., Irinichev E. A., Morozov V. Yu., Moskvina A. N., Nuzhdin A. A., Pepelyaev M. P., Rezchikov V. Yu., Suchkova V. V., Shagaliev R. M., Sharifullin E. Sh. Shemyakina T. V., Shumilin V. A.* Metodika SATURN- 2005. Matematicheskie modeli, algoritmy i programmy resheniya mnogomernykh zadach perenosa chastits i energii // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov.* 2013. Вып. 4. С. 17–30.
  9. *Плетенева Н. П., Шагалиев Р. М.* Аппроксимация двумерного уравнения переноса на четырехугольных и многоугольных пространственных сетках по разностной схеме с расширенным шаблоном // Там же. 1989. Вып. 3. С. 34–41.  
*Pleteneva N. P., Shagaliev R. M.* Approksimatsiya dvumernogo uravneniya perenosa na chetyrekhugolnykh i mnogougolnykh prostranstvennykh setkakh po raznostnoy skheme s rasshirennym shablonom // Там же. 1989. Вып. 3. С. 34–41.
  10. *Алексеев А. В., Мжачих С. В., Плетенева Н. П., Шагалиев Р. М.* Некоторые методы аппроксимации двумерного уравнения переноса по угловым переменным // Там же. 2003. Вып. 2. С. 5–11.  
*Alekseev A. V., Mzhachikh S. V., Pleteneva N. P., Shagaliev R. M.* Nekotorye metody approksimatsii dvumernogo uravneniya perenosa po uglovym peremennym // Там же. 2003. Вып. 2. С. 5–11.
  11. *Моренко Л. З., Рябикина Н. А., Кибкало А. А.* Моделирование спектрального переноса излучения методом Монте-Карло в режиме параллельных вычислений // Там же. 2001. Вып. 4. С. 42–47.  
*Morenko L. Z., Ryabikina N. A., Kibkalo A. A.* Modelirovanie spektralnogo perenosa izlucheniya metodom Monte-Karlo v rezhime parallelnykh vychisleniy // Там же. 2001. Вып. 4. С. 42–47.
  12. *Волкова К. А., Кибкало А. А., Моренко Л. З., Змушко В. В., Рыбаченко П. В., Попов А. В., Ватулин В. В., Гнутов А. С., Кузнецов П. Г., Донцов С. А.* Современное состояние методики МИММК для расчета лазерных мишеней // XVI Межд. конф. "Супервычисления и математическое моделирование". Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2016. С. 81–86.  
*Volkova K. A., Kibkalo A. A., Morenko L. Z., Zmushko V. V., Rybachenko P. V., Popov A. V., Vatulin V. V., Gnutov A. S., Kuznetsov P. G., Dontsov S. A.* Sovremennoe sostoyanie metodiki MIMMK dlya rascheta lazernykh misheney // XVI Mezhd. konf. "Supervychisleniya i matematicheskoe modelirovanie". Sarov: RFYaTs-VNIIEF, 2016. С. 81–86.
  13. *Заграфов В. Г.* Исследование геометрических факторов переноса энергии излучения // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика.* 1996. Вып. 1. С. 24–28.  
*Zagrafov V. G.* Issledovanie geometricheskikh faktorov perenosa energii izlucheniya // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Teoreticheskaya i prikladnaya fizika* 1996. Вып. 1. С. 24–28.
  14. *Басс Л. П., Волощенко А. М., Гермогенова Т. А.* Методы дискретных ординат в задачах о переносе излучения. М.: ИПМ АН СССР, 1986.  
*Bass L. P., Voloshchenko A. M., Germogenova T. A.* Metody diskretnykh ordinat v zadachakh o perenose izlucheniya. M.: IPM AN SSSR, 1986.

15. *Бабанов А. В., Бельков С. А., Бондаренко С. В., Ватулин В. В., Винокуров О. А., Гречишкина И. Н., Змушко В. В., Измайлова Т. Б., Митрофанов Е. И., Рябикина Н. А., Шамраев Б. Н.* Методика МИМОЗА-НДЗД. Расчет трехмерных задач спектрального переноса излучения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2012. Вып. 2. С. 64–72.  
*Babanov A. V., Belkov S. A., Bondarenko S. V., Vatulin V. V., Vinokurov O. A., Grechishkina I. N., Zmushko V. V., Izmaylova T. B., Mitrofanov E. I., Ryabikina N. A., Shamraev B. N.* Metodika MIMOZA-ND3D. Raschet trekhmernykh zadach spektralnogo perenosa izlucheniya // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2012. Vyp. 2. S. 64–72.

Статья поступила в редакцию 18.11.19.

NUMERICAL STUDY OF THE X-RAY TRANSPORT IN VACUUM CAVITY /  
V. V. Vatulin, K. A. Volkova, A. A. Kibkalo, P. I. Pevnaya, N. P. Pleteneva, R. M. Shagaliev  
(FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region).

The problem of X-ray transport in vacuum cavity of a target has been solved using techniques based on different physical models and mathematical methods: "vacuum" approximation with the use of angular visibility factors, diffusion approximation, multigroup kinetic approximation, and the Monte Carlo method.

*Keywords:* transport of X-rays, visibility factors, vacuum approximation, multigroup kinetic approximation, the Monte Carlo method, diffusion approximation.

---