

УДК 519.6

АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ОСОБЕННОСТЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ТРЕУГОЛЬНЫХ СЕТОК В ПРЕПРОЦЕССОРЕ ПАКЕТА ПРОГРАММ "ЛОГОС"

О. Н. Борисенко, А. Н. Лукичев, Е. О. Евстифеева, Д. М. Панкратов, Т. В. Цалко,
А. Г. Гиниятуллина
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Приводится описание алгоритмов обработки особенностей геометрической модели в граничном представлении (B-REP), реализованных в автоматическом генераторе поверхностных треугольных сеток. Генератор предназначен для построения сеточных моделей при решении задач аэрогидродинамики в рамках пакета программ "Логос". Рассматриваются алгоритмы по оптимизации поверхностной сетки, реализованные в целях снижения требований к качеству исходной геометрии.

Ключевые слова: пакет программ "Логос", препроцессор, генератор поверхностной треугольной сетки, B-REP, геометрические особенности, разбиение ребер геометрической модели, контур грани, кривизна поверхности, закрытие контуров.

Введение

Геометрические модели, описанные с помощью граничного представления B-REP (Boundary Representation) [1], широко используются во многих промышленно-ориентированных областях: в CAD¹-пакетах, 3D-графике, для моделирования конструкций, в том числе в задачах аэрогидродинамики. В B-REP кривые и поверхности описываются параметрически [2]. Кривые представлены как функции одного параметра: $C(u) = (x(u), y(u), z(u))$, $a \leq u \leq b$, поверхности — как функции двух параметров: $S(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$, $a \leq u \leq b$, $c \leq v \leq d$.

При подготовке расчетных сеток для проведения численного моделирования [3] параметрическое представление геометрической модели заменяется дискретным, т. е. сеткой из плоских элементов (например, треугольников), в предположении, что каждая точка полученной сетки отклоняется от исходной поверхности не более чем на заданную величину. Сетка, составленная из треугольников (или треугольная сетка), имеет ряд значимых преимуществ по сравнению

с другими дискретными представлениями: простая топологическая структура, компактное хранение данных, точное описание сложных поверхностей.

В настоящее время разработано множество программных пакетов с возможностью построения поверхностных треугольных сеток для модели в параметрическом представлении. Среди коммерческих продуктов это ANSYS (ICEM CFD, TGRID) [4], Star-CCM+ [5], Comsol Multiphysics [6], HyperMesh [7], среди открытого программного обеспечения — Ani3D [8], NetGen [9], библиотека CGAL [10].

В пакете программ (ПП) "Логос" [11, 12] построение поверхностной сетки [13] является одним из этапов подготовки сеточных моделей для решения задач аэрогидродинамики. После построения поверхностной сетки выполняется генерация объемной сетки методом отсечения [14] или ее построение с помощью генератора тетраэдральной сетки [15]. Пример сквозной цепочки подготовки сеточной модели для задачи из GrabCad [16] приведен на рис. 1.

Построение поверхностной треугольной сетки для параметрической модели в ПП "Логос" осуществляется генератором поверхностной тре-

¹CAD (Computer Aided Design) — система автоматизированного проектирования.

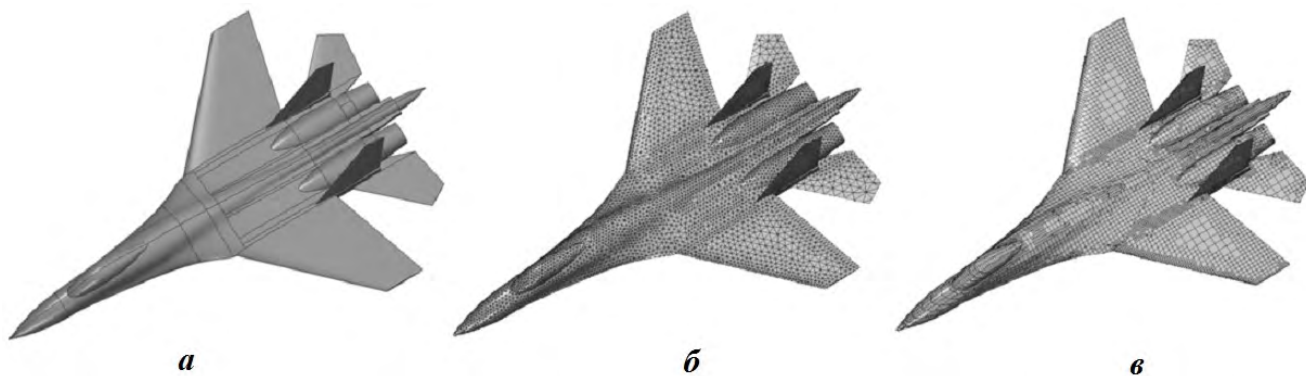


Рис. 1. Сквозная цепочка подготовки сеточной модели: *a* — модель в параметрическом представлении; *б* — поверхностная треугольная сетка; *в* — граница расчетной 3D-сетки

угольной сетки, реализованным в библиотеке CM2MeshTools (далее генератор поверхностной сетки или генератор) [17]. Данный генератор строит 2D-сетку Делоне с ограничениями с использованием квадратичной формы поверхности при вычислении размера элемента сетки методом подвижного фронта [18]. Построенная в R^2 сетка отображается в пространство R^3 с помощью выбранной функции отображения. В препроцессоре ПП "Логос" используется функция, реализованная в коде библиотеки геометрического ядра 3DTransVidia [19].

В результате редактирования исходной геометрической модели в САД-пакете или ее конвертации из одного САД-формата в другой в ней могут появиться грани с различными геометрическими особенностями, не позволяющими проводить построение корректной поверхностной сетки.

Публикаций, связанных с исправлением ошибок при построении сетки с помощью различных геометрических ядер, достаточно мало, так как это является спецификой каждого отдельного геометрического ядра. В статьях [20, 21] рассматриваются проблема построения сетки на криволинейных поверхностях при наличии точек сингулярности и стыковочных ребер, а также трудности вычисления кривизны на границе области определения параметров. В работе [22] рассмотрена проблема некорректной начальной дискретизации контуров.

В данной статье рассмотрено описание реализованных в ПП "Логос" методов обработки некоторых особенностей геометрической модели, являющихся неприемлемыми для генератора поверхностной сетки и приводящих к ошибкам в

ходе ее построения. Также приведены методы исправления ошибок, возникших в процессе построения сетки.

В заключение приведены примеры применения реализованных алгоритмов и полученные результаты.

Построение поверхностной треугольной сетки для геометрических моделей в граничном представлении

Общая стратегия построения поверхностной сетки продиктована как граничным представлением модели (B-REP), так и возможностями генератора поверхностной сетки. Геометрическое тело в граничном представлении рассматривается как оболочка, состоящая из ограниченных параметрических поверхностей, называемых гранями (рис. 2); грани ограничены набором ребер, являющихся частями кривых, лежащих на поверхностях смежных граней; точки стыка граней, ограничивающие ребра, называются вершинами.

Вначале происходит разбиение (дискретизация) ребер на отрезки (см. рис. 2, справа). Далее для каждой грани из набора ребер формируются замкнутые контуры и производится построение поверхностной сетки. Полученные для всех граней поверхностные сетки объединяются, после чего запускаются алгоритмы оптимизации сетки.

Далее рассмотрим реализованные алгоритмы обработки геометрических особенностей модели для проведения корректного разбиения ребер и построения поверхностной сетки.

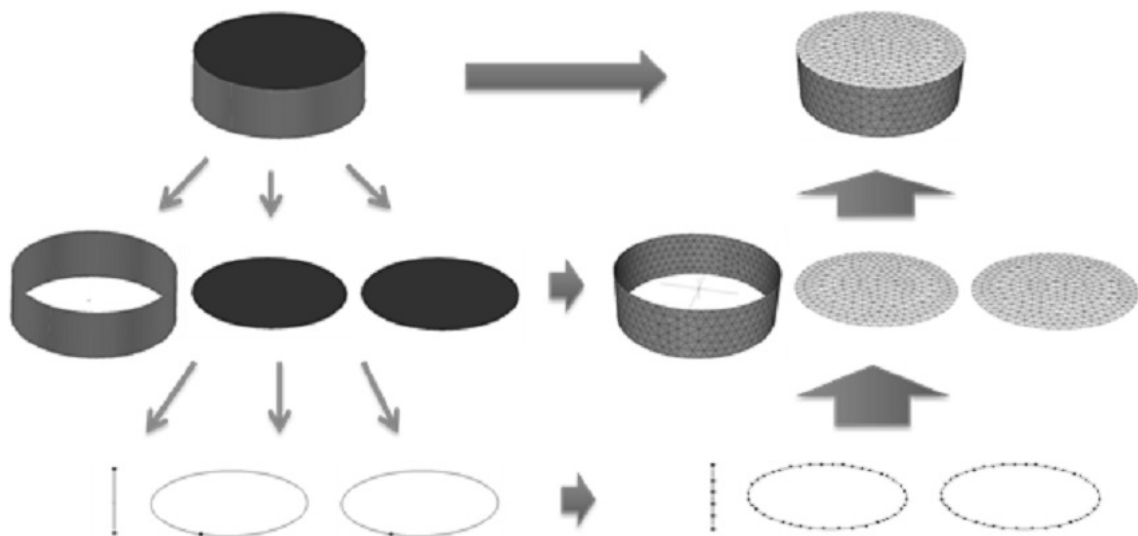


Рис. 2. Общая схема генерации поверхностей сетки: слева — граничное представление (B-REP) геометрической модели (оболочка, грани, ребра); справа — сетка на каждом из элементов геометрической модели

Алгоритмы обработки геометрической модели для корректного разбиения ребер

Устранение пересечений дискретизированных контуров граней. При разбиении ребер в контурах граней возможны случаи, когда сформированные дискретизированные контуры грани пересекаются. Пример такой ситуации приведен на рис. 3, *а*: при задании грубых параметров построения сетки² для тонкого кольца на плоскости, диаметры внутренней и внешней

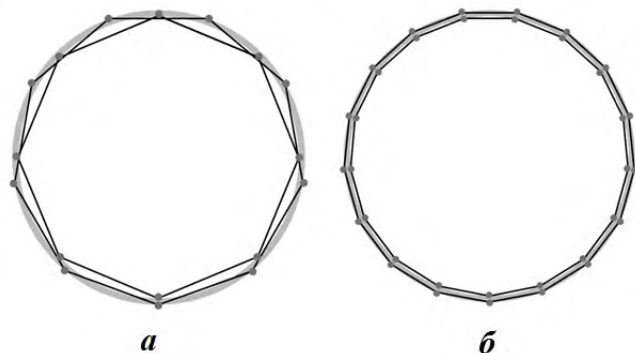


Рис. 3. Дискретизированные контуры грани до (*а*) и после (*б*) диагностики и устранения пересечений

²Грубый параметр построения сетки — чрезмерно большая средняя длина ребра ее треугольного элемента. Построенная с таким параметром сетка сильно отклоняется от исходной поверхности.

окружностей которого отличаются незначительно, внутренний и внешний дискретизированные контуры могут пересекаться.

При подобном разбиении ребер построить поверхность сетку на данной грани невозможно. Для решения данной проблемы были реализованы операции анализа дискретизированных контуров и устранения пересечений путем уменьшения шага дискретизации.

Если при генерации сетки на одной из граней возникает ошибка, в первую очередь запускается проверка пересечения дискретизированных контуров. Если пересечение выявлено, выполняется попытка исправить ситуацию путем итерационного уменьшения шага дискретизации. Количество итераций ограничено константой, которая по результатам проведенных испытаний выбрана равной 5. В случае, если за 5 итераций устранить пересечение подобным образом не удалось, сетка на ребрах возвращается в исходное состояние и передается для исправления по другим алгоритмам. Если в результате выполнения данной операции удалось устранить пересечения контуров, то полученные в результате дискретизации ребра сохраняются, а сетки на проблемной, а также соседних с ней гранях перестраиваются. На рис. 3, *б* показаны дискретизированные контуры грани с рис. 3, *а*, полученные после первой итерации алгоритма: шаг дискретизации уменьшен в 2 раза, контуры грани не пересекаются, сетка может быть построена.

Учет контуров, приводящих к вырождению при дискретизации. Первоначально анализ контура для дискретизации был реализован, чтобы избежать пересечения контуров. При этом в данном алгоритме не анализировалась ситуация, когда в ходе построения сетки происходило *вырождение* дискретизированного контура. Под вырожденным дискретизированным контуром понимается контур, состоящий из накладывающихся друг на друга ребер сетки или их не содержащий.

Во избежание подобных случаев был реализован алгоритм анализа особенностей модели, образованных ребрами смежных граней.

Для примера рассмотрим рис. 4, на котором показана модель с особенностью, представленной отверстием. На рис. 4, *а* показаны два ребра смежных граней, образующих окружность. После дискретизации контуров этим ребрам соответствуют совпадающие отрезки, что приводит к удалению отверстия, как показано на рис. 4, *б*. Анализ и обработка таких случаев до дискретизации ребер позволяет сохранить особенности модели, как показано на рис. 4, *в*.

Реализованный алгоритм включает три этапа:

- 1) определение связанных цепочек из ребер контура, ограниченных вершинами, имеющими более двух инцидентных ребер;
- 2) формирование замкнутых контуров из найденных цепочек;
- 3) анализ длины контура (суммы длин всех его ребер) относительно средней длины ребра треугольного элемента сетки, заданного пользователем, и добавление дополнительных точек, чтобы исключить вырождение контура.

Алгоритмы обработки геометрической модели для корректного построения сетки

Разрешение неоднозначности отображения стыковочных ребер. Геометрическое представление, используемое в препроцессоре ПП "Логос", не предполагает наличия однозначного отображения R^3 -точек поверхности на область определения параметров. Данная задача решается численно и в общем случае может не иметь однозначного решения. Примером такой неоднозначности является поверхность вращения [23], когда в местах сшивки поверхности

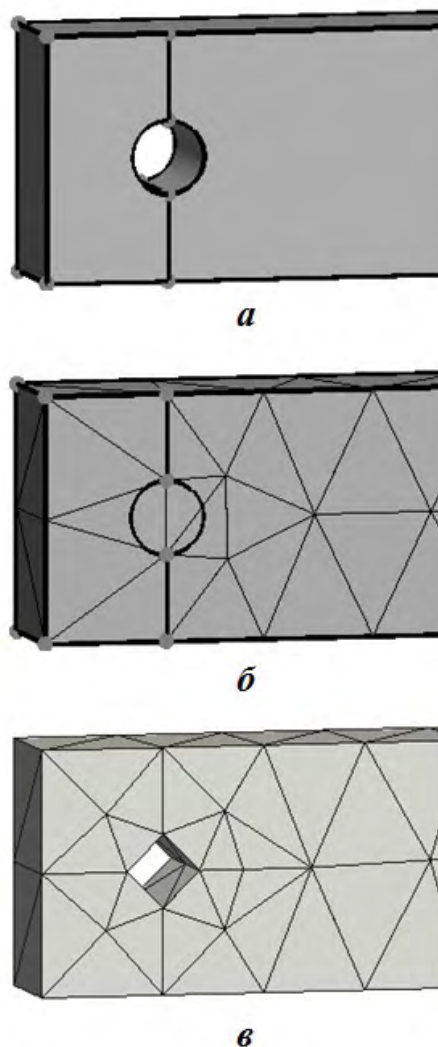


Рис. 4. Применение алгоритма анализа контуров на вырожденность: *а* — модель с отверстием; *б* — некорректное разбиение ребер; *в* — корректное разбиение ребер

(стыковочные ребра) каждой R^3 -точке соответствуют две R^2 -точки.

Получение R^2 -контура осуществляется посредством отображения каждого ребра трехмерного контура на R^2 -кривые. Для этого при последовательном отображении точек контура регистрируется переход на следующее ребро, а следующие точки контура отображаются уже на следующие кривые, которым они соответствуют. При этом стыковочное ребро отображается дважды (рис. 5).

Обработка полюса поверхности вращения. Случай *полюса* поверхности вращения об-

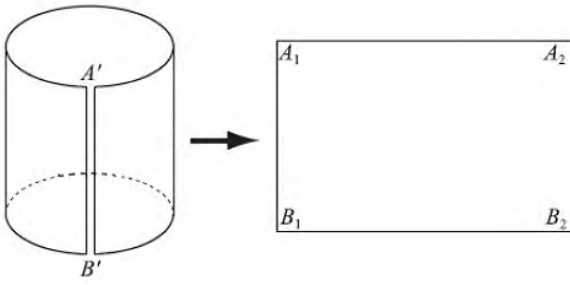


Рис. 5. Пример цилиндрической грани со стыковочным ребром $A'B'$ и ее развертки в параметрическом пространстве с образованием ребер A_1B_1, A_2B_2

работывается отдельно. Полюс представляет собой особую точку, в которой первая квадратичная форма является вырожденной. В параметрической области грани полюс представлен ребром. Так, у сферы (рис. 6, а) есть две точки полюса — N и S (невидимая на рисунке), отображаемые в параметрической области в ребра N_2N_1 и S_1S_2 соответственно (рис. 6, б).

Так как формирование дискретизированного контура грани в R^2 происходит путем отобра-

жения данного контура из R^3 , то разбиения ребер в R^2 и R^3 должны содержать одинаковое количество вершин. Поэтому, чтобы в R^2 -границе не потерять ребро, соответствующее полюсу, при дискретизации контура в R^3 точка полюса дублируется. Позже, при формировании дискретизированного контура в R^2 , один экземпляр точки полюса отображается на кривую в R^2 -области, предшествующую в контуре грани непосредственно ребру, представляющему полюс, а другой экземпляр точки полюса — на кривую, следующую в контуре грани сразу за этим ребром. Возвращаясь к примеру на рис. 6, при дискретизации контура в R^3 точка полюса N будет добавлена в дискретизированный контур дважды. А при отображении дискретизированного контура в R^2 один экземпляр точки N будет отображен в точку N_2 , на ребро S_2N_2 , расположенное в контуре перед ребром полюса N_2N_1 , а другой экземпляр — в точку N_1 , на ребро N_1S_1 , следующее в контуре после ребра полюса N_2N_1 . В итоге две совпадающие в R^3 точки корректно ложатся на концы полюса в R^2 .

Отключение вставки внутренних точек при построении сетки на узких гранях. В ряде случаев в ходе построения сетки вставлялись внутренние точки на гранях, максимальная ширина которых не превышала заданной минимальной длины ребра треугольного элемента. Из-за этого сильно ухудшалось качество сетки и появлялись элементы с размерами, значительно меньше минимального. Во избежание подобных ситуаций было реализовано вычисление максимальной ширины грани на основе срединных осей [24].

Ширина грани равна удвоенному расстоянию от срединной оси до ближайшей точки контура грани (рис. 7). В каждой точке срединной оси определяется своя ширина грани.

В случае, когда максимальная ширина грани не превышает удвоенной минимальной длины ребра треугольного элемента, вставка внутренних точек при построении сетки на грани не выполняется. Тем самым предотвращается создание элементов плохого качества и меньшего размера (рис. 8).

Решение проблемы касания контуров грани в вершине. В ходе тестирования генератора поверхностных сеток была обнаружена проблема при построении сетки на грани, когда ограничивающие ее контуры (или контур) каса-

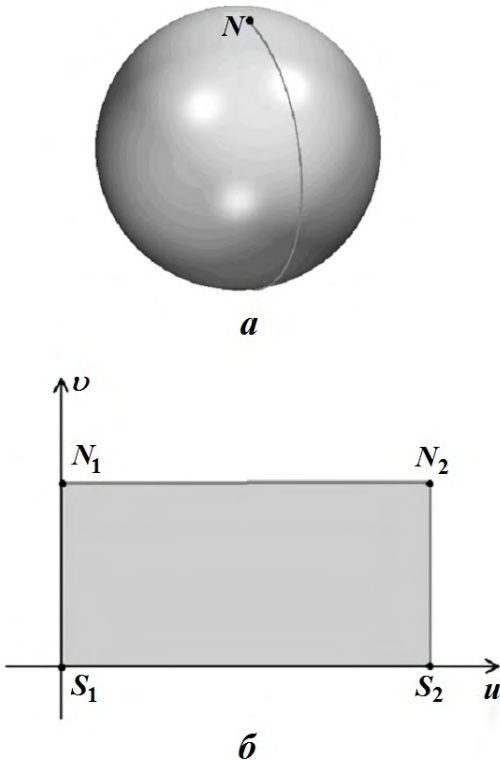


Рис. 6. Пример грани с двумя полюсами (один из них скрыт) (а) и ее параметрического представления (б)



Рис. 7. Срединная ось для грани

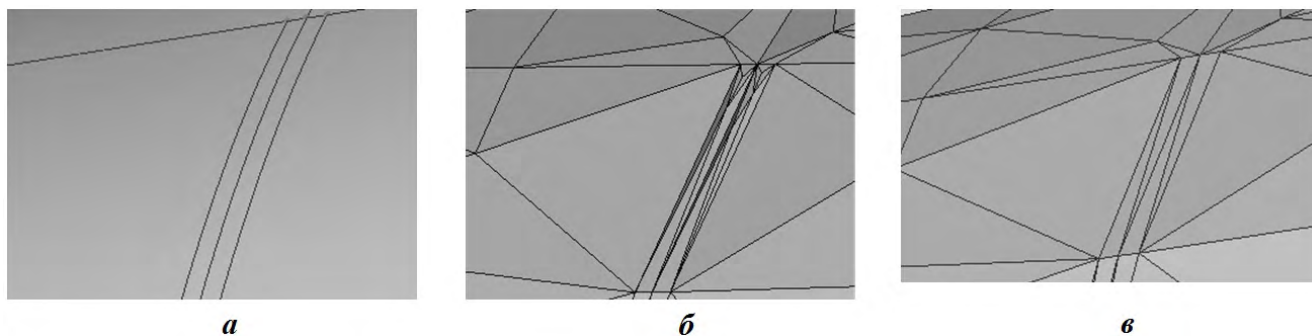


Рис. 8. Применение алгоритма отключения вставки внутренних точек на узких гранях: *a* — исходный участок геометрической модели; *б* — сетка до применения алгоритма; *в* — сетка после применения алгоритма

ются в общей вершине. На рис. 9 приведен пример: внешний и внутренний контуры А и В имеют общую вершину С.

Для генератора является неприемлемым наличие в дискретизированном контуре грани разных вершин с одинаковыми координатами. Для устранения этой проблемы реализован анализ и объединение контуров с совпадающими вершинами в один, если вершины совпадают и в пространстве R^2 , и в пространстве R^3 .

Вычисление кривизны поверхности для краевых случаев. Одна из проблем, обнаруженная при подготовке сеточных моделей, — ограничения геометрического ядра при вычислении вторых производных (и, как следствие, значений кривизны) на границах области определения параметров. В результате на грани-

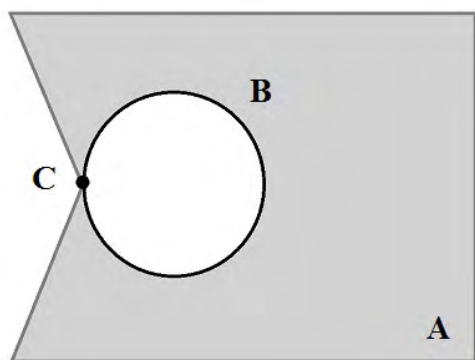


Рис. 9. Пример грани с касанием контуров в вершине

цах некоторых граней, совпадающих с границей области определения параметров, наблюдалась несогласованность размеров элементов с размерами элементов во внутренней области этих граней (рис. 10, *a*).

При необходимости вычисления кривизны в точке на границе области определения параметров оно проводится не в самой граничной точке, а в точке внутри параметрической области, отстоящей от границы на величину, достаточную для корректного вычисления геометрическим ядром кривизны поверхности. Как правило, в качестве размера отступа достаточно взять точность геометрической модели: точка, отстоящая от границы параметрической области на данное расстояние, будет считаться не принадлежащей границе, а значит, и кривизна в ней будет рассчитана корректно.

Отступ выполняется отдельно по каждому из направлений u и v . Помимо основной задачи данный способ решает проблему вычисления кривизны в точках сингулярности³, где не определена вторая производная, но для корректного построения сетки необходимо значение кривизны, согласованное со значениями в окрестностях точки сингулярности (рис. 10, *б*).

Обрезка контуров узких участков параметрических граней. Одним из наиболее про-

³Точка сингулярности — это точка, в которой математический объект (обычно функция) не определен или имеет нерегулярное поведение (например, точка, в которой функция имеет разрыв или не дифференцируема).

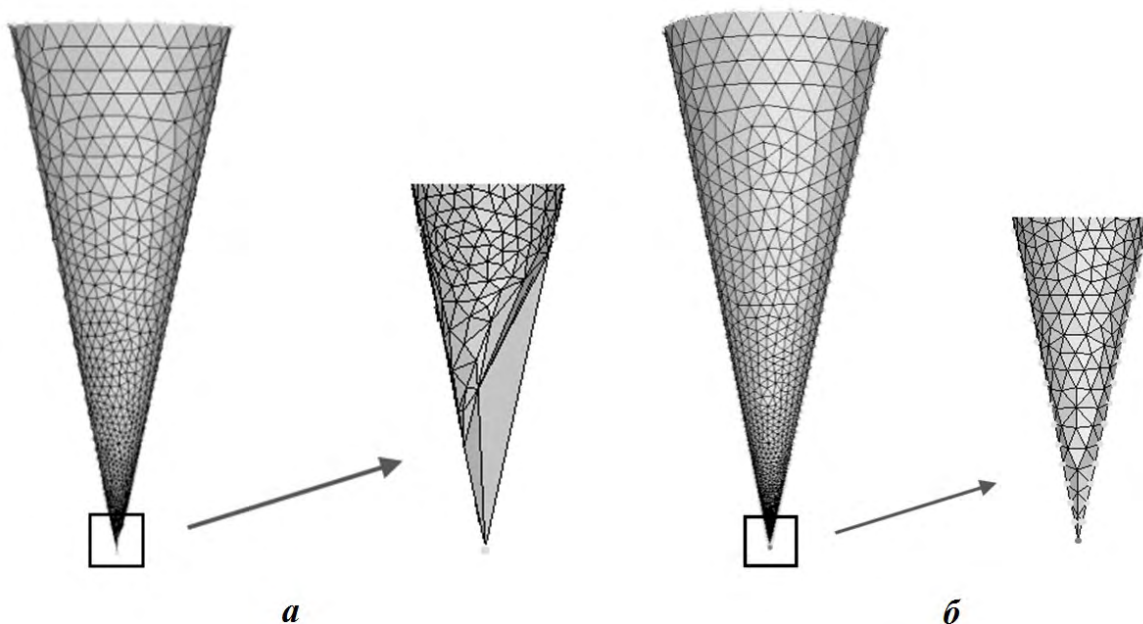


Рис. 10. Ошибочное определение размеров элементов (а) и результат применения алгоритма вычисления кривизны (б) на границе области определения параметров

блемных случаев является наличие у грани узкого участка (области). Пример такой грани и ее контур приведен на рис. 11.

Ширина узкого участка может быть одного порядка точности с геометрической моделью. В таком случае возможна ошибка отображения контура грани, так как две точки могут быть отображены в одну. Данная ошибка приведет к

тому, что сетка на грани не будет построена.

Для решения этой проблемы был разработан алгоритм обрезки узких областей грани. На рис. 12 изображен контур грани до и после обрезки узкой области.

В результате выполнения алгоритма устраняются проблемы отображения и построения сетки для данной грани.

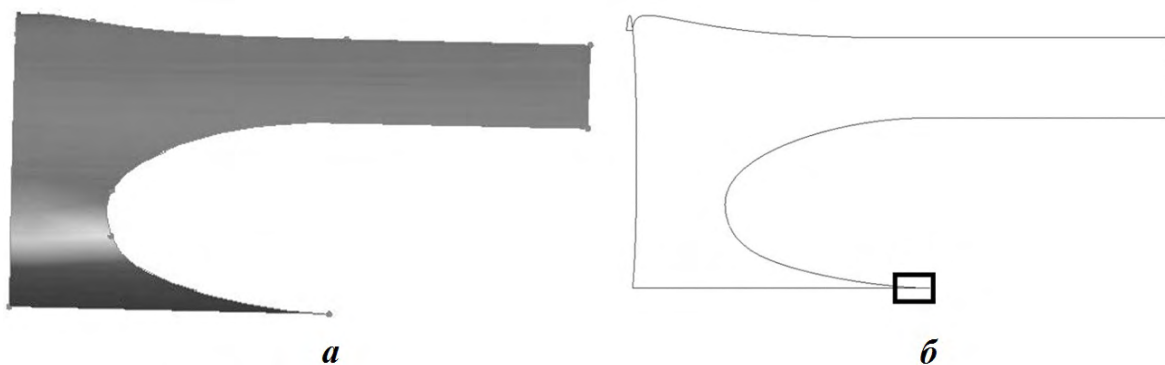


Рис. 11. Исходная грань с узкой областью (а) и ее контур (б)



Рис. 12. Узкая область грани и область после обрезки (внутренний контур)

Алгоритм обрезки узких участков граней можно разделить на несколько этапов:

- 1) построение срединных осей для всех граней;
- 2) отбор граней с узкими областями;
- 3) удаление дублирующих ребер и вершин срединных осей;
- 4) разбиение срединных осей на набор линий;
- 5) определение специальных точек;
- 6) слияние пар специальных точек;
- 7) обрезка контура узкой области.

Построение срединных осей (рис. 13) для всех граней модели выполняется на основе диаграммы Вороного [25].

Отбор граней с узкими областями для исходной геометрической модели происходит в соответствии с критерием: расстояние от точки на контуре до противоположащей⁴ меньше заданного значения (задается как параметр и зависит от точности геометрической модели).

Срединные оси граней изначально состоят из набора несвязанных, продублированных вершин и отрезков. С помощью разработанных алгоритмов выполняются объединение вершин отрезков с заданной точностью и удаление дублированных отрезков. После этого полученный набор отрезков разбивается на линии в вершинах, инцидентных более чем двум отрезкам, как показано на рис. 13.

После того как срединные оси разбиты на линии, необходимо определить специальные точки. Специальной точкой называется вершина дискретизированного контура, для которой расстояние до срединной линии больше или равно заданному значению, а для следующей за ней точки это расстояние меньше заданного значения.

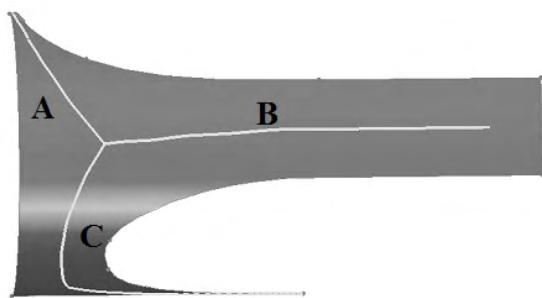


Рис. 13. Срединная ось грани, разделенная на линии А, В и С

⁴Под противоположащей здесь понимается точка, лежащая по другую сторону от срединной оси и проектируемая на нее в ту же точку, что и исходная.

Измеряя расстояния от всех вершин контура до срединной оси, находим две специальные точки для каждой узкой области. Таким образом, общее количество специальных точек должно быть четным.

Пары специальных точек подчиняются следующим условиям:

- одна из точек в паре является *входом* в узкую область, вторая — *выходом* из узкой области;
- данные точки должны лежать по разные стороны от одной из линий срединной оси;
- расстояние между проекциями данных точек на срединную ось должно быть минимальным.

На этапе слияния пар специальных точек их координаты меняются на координаты точки посередине отрезка, образованного проекциями исходных точек на срединную ось.

При обрезке контура узкой области грани удаляются все ребра, у которых хотя бы одна из вершин принадлежит этой узкой области.

После выполнения алгоритма обрезки узких областей параметрических граней необходимо обработать образовавшиеся в результате этой операции открытые контуры. Для этого реализован алгоритм закрытия открытых контуров⁵.

Формирование и закрытие открытых контуров. После построения в сетке могут присутствовать открытые контуры, обусловленные дефектами геометрической модели или появившиеся в результате выполнения алгоритма обрезки узких областей грани. Это является неприемлемым для дальнейшего построения расчетной сетки. Для устранения данной ситуации реализован алгоритм закрытия открытых контуров.

Предварительно проводится поиск всех открытых ребер. В простейшем случае каждое открытое ребро имеет ровно два смежных открытых ребра. Замкнутые цепочки таких ребер образуют простые контуры (рис. 14).

Однако в более сложных ситуациях открытое ребро может иметь более двух смежных ребер, например, при касании двух и более открытых контуров (рис. 15).

⁵Открытый контур — замкнутая цепочка открытых ребер. Открытое ребро — ребро, на которое опирается лишь один треугольник сетки.

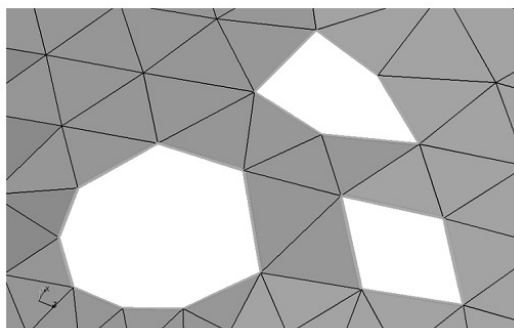


Рис. 14. Три простых открытых контура

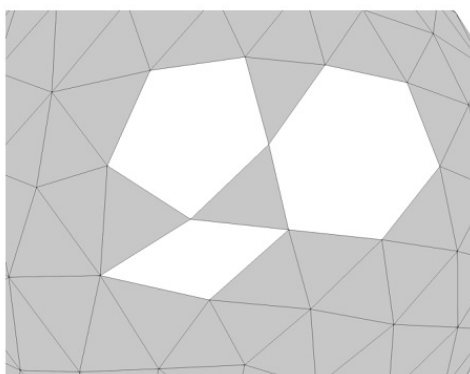


Рис. 15. Касание нескольких открытых контуров

Разработанный для таких случаев алгоритм формирования открытых контуров заключается в итерационном повторении двух шагов.

На первом шаге производится поиск вершин, которые принадлежат более чем двум открытым ребрам. Из имеющихся ребер формируются цепочки, отделенные друг от друга найденными вершинами. Если цепочка образует петлю, т. е. начинается и заканчивается в одной и той же вершине (рис. 16), она помечается как простой контур и исключается из дальнейшего рассмотрения.

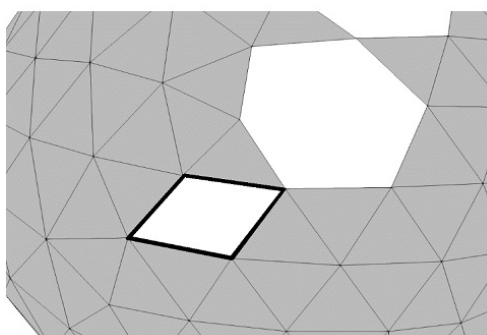


Рис. 16. Открытый контур типа "петля"

Второй шаг алгоритма выполняется в случае, если после предыдущего шага все еще остались открытые ребра, не входящие в уже обнаруженные контуры. На этом шаге производится поиск таких пар цепочек (наборов ребер) (на рис. 17 синяя и красная), которые инцидентны одним и тем же вершинам. Если такая пара единственная, производится проверка возможности перейти по треугольникам от одной цепочки к другой. Если такой переход невозможен, то обнаруженная пара цепочек помечается как образующая простой контур и исключается из дальнейшего рассмотрения.

Итерации повторяются до тех пор, пока не останется контуров, не обработанных с помощью указанного алгоритма формирования контуров. Другим условием прерывания алгоритма служит отсутствие контуров, распознанных на итерации. В этом случае оставшиеся ребра не будут участвовать в закрытии контуров.

В рамках решаемой задачи закрываются односвязные контуры без самопересечений и самокасаний. Таким образом, закрытие выполняется для каждой из найденных замкнутых цепочек открытых ребер.

Для закрытия контуров реализован один из наиболее простых и эффективных алгоритмов "Ear cutting" [26], этапы его выполнения приведены на рис. 18.

В результате выполнения алгоритма закрытия контуров получается корректная сетка без пересечений. Однако при использовании его на трехмерных контурах могут возникать проблемы, выраженные в "подгибах" и треугольниках низкого качества. Для повышения качества получаемой сетки проводится этап оптимизации.

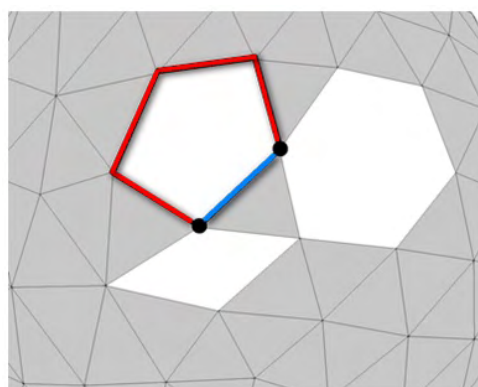


Рис. 17. Две цепочки открытых ребер, инцидентные одним и тем же вершинам

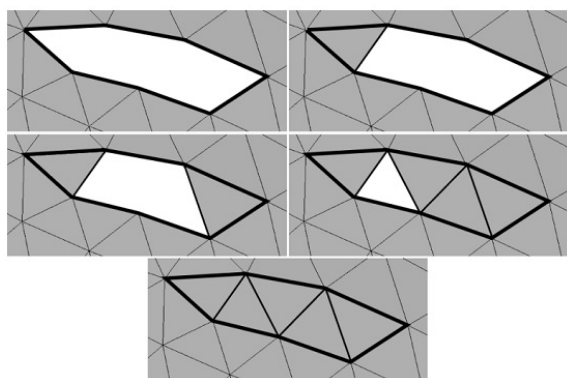


Рис. 18. Этапы выполнения алгоритма "Ear cutting"

Оптимизация полученной после закрытия контура области заключается в минимизации суммарной площади треугольных элементов сетки, что достигается заменой общих ребер смежных треугольников. При этом общее ребро каждой рассматриваемой пары смежных треугольников заменяется на ребро, образованное двумя другими их вершинами, если только это приводит к уменьшению суммарной площади треугольников.

Примеры особенностей геометрической модели и их обработки

Рассмотрим построение поверхностной сетки с применением некоторых реализованных алгоритмов на примере модели летательного аппарата (рис. 19), взятой с открытого ресурса GrabCad.

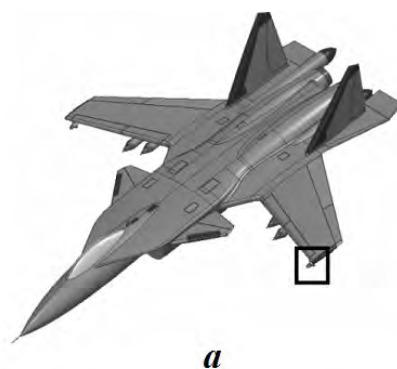
На рис. 20 показана поверхностная сетка, построенная на узкой грани без дополнительной вставки точек и соответственно без измельчения.

На рис. 21 — поверхностная сетка, построенная на грани с узкой областью (выделена прямоугольником) для модели летательного аппарата. На увеличенном фрагменте видно, что сетка построена корректно.

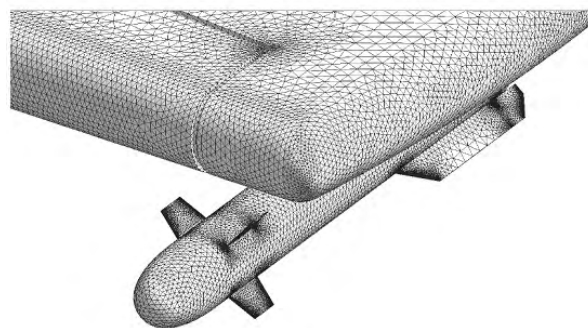
На рис. 22, *а* показана носовая часть самолета, грань которой описана поверхностью вращения (параметрическим конусом). На рис. 22, *б* — поверхностная сетка для данного фрагмента модели. Видно, что кривизна поверхности учтена и случай полюса обработан корректно.

Заключение

Кратко рассмотрены основные этапы построения поверхностной треугольной сетки для гео-



а



б

Рис. 19. Геометрическая модель в параметрическом представлении (*а*) и фрагмент построенной для нее поверхностной сетки (*б*)



Рис. 20. Сетка, построенная на узкой грани

метрической модели в граничном представлении (B-REP). Описаны реализованные в ПП "Логос" алгоритмы обнаружения и автоматической обработки наиболее распространенных особенностей геометрической модели, критических для дальнейшей генерации поверхностной сетки. Реализованные алгоритмы позволили повысить надежность генерации поверхностных сеток и снизить требования к качеству геометрических моделей. Приведены результаты построения поверхностной треугольной сетки для модели летательного аппарата с различными геометрическими особенностями.

В качестве будущих работ по оптимизации построения поверхностной треугольной сетки и повышения ее качества планируется реализация алгоритмов автоматического поиска и исправле-

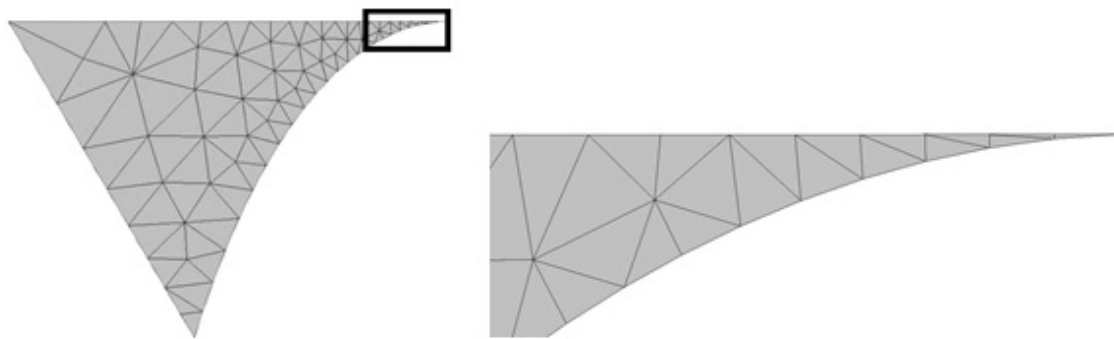


Рис. 21. Сетка, построенная на грани с узкой областью, и ее увеличенный фрагмент

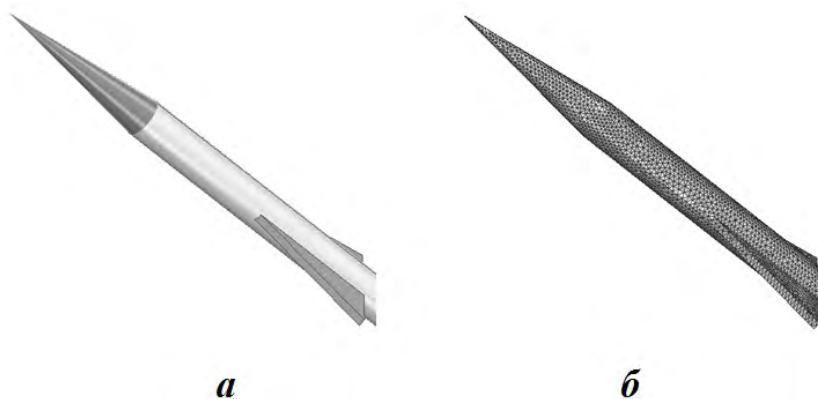


Рис. 22. Фрагмент с полюсом поверхности вращения (а) и построенная на нем сетка (б)

ния ошибок в поверхностной треугольной сетке, а также алгоритмов адаптивного измельчения сетки в заданных пользователем областях.

Список литературы

1. *Stroud I.* Boundary Representation Modelling Techniques. Springer-Verlag London Limited, 2006.
2. *Piegl L., Tiller W.* The NURBS Book. Second Edition. Springer, 1997.
3. *Botsch M., Kobbelt L., Pauly M., Alliez P., Levy B.* Polygon Mesh Processing. Natick, Massachusetts: A K Peters, Ltd., 2010.
4. ANSYS. <http://www.ansys.com>.
5. STAR-CCM+ Siemens PLM Software. <https://mdx.plm.automation.siemence.com/star-ccm-plus>.
6. Comsol Multiphysics. <https://www.comsol.ru>.
7. HyperMesh. <https://www.altairhyperworks.com/hypermesh>.
8. Advanced Numerical Instruments 3D. <http://sourceforge.net/projects/ani3d>.
9. Netgen Mesh Generator. <http://sourceforge.net/projects/netgen-mesher>.
10. CGAL. <http://www.cgal.org/download.html>.
11. *Погосян М. А., Савельевских Е. П., Шагалиев Р. М., Козелков А. С., Стрелец Д. Ю., Рябов А. А., Корнев А. В., Дерюгин Ю. Н., Спиридонов В. Ф., Циберева К. В.* Применение отечественных суперкомпьютерных технологий для создания перспективных образцов авиационной техники // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2013. Вып. 2. С. 3–18.
Pogosyan M. A., Savelevskikh E. P., Shagaliev R. M., Kozelkov A. S., Strelets D. Yu., Ryabov A. A., Kornev A. V., Deryugin Yu. N., Spiridonov V. F., Tsiberev K. V. Primenenie otechestvennykh superkompyuternykh tekhnologiy dlya sozdaniya perspektivnykh obraztsov aviatsionnoy tekhniki // Voprosy

- atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2013. Vyp. 2. S. 3—18.
- 12 Сафронов А. В., Дерюгин Ю. Н., Жучков Р. Н., Зеленский Д. К., Саразов А. В., Козелков А. С., Кудимов Н. Ф., Липницкий Ю. М., Панасенко А. В. Результаты валидации многофункционального пакета программ ЛОГОС при решении задач аэрогазодинамики старта и полета ракетносителей // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 9. С. 83—95.
Safronov A. V., Deryugin Yu. N., Zhuchkov R. N., Zelenskiy D. K., Sarazov A. V., Kozelkov A. S., Kudimov N. F., Lipnitskiy Yu. M., Panasenko A. V. Rezultaty validatsii mnogofunktsionalnogo paketa program LOGOS pri reshenii zadach aerogazodinamiki starta i poleta raketnositeley // Matematicheskoe modelirovanie. 2014. T. 26, № 9. S. 83—95.
- 13 Лукичев А. Н., Цалко Т. В., Панкратов Д. М., Логинов Д. В., Белова А. И., Моськина Е. О. Особенности построения триангуляционных сеток на поверхностях в аналитическом и фасеточном представлении // Сб. докл. XV науч.-тех. конф. "Молодежь в науке". Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2017. С. 73—78.
Lukichev A. N., Tsalko T. V., Pankratov D. M., Loginov D. V., Belova A. I., Moskina E. O. Osobennosti postroeniya triangulyatsionnykh setok na poverkhnostyakh v analiticheskom i fasetochnom predstavlenii // Sb. dokl. XV nauch.-tekh. konf. "Molodezh v nauke". Sarov: RFYaTs-VNIIEF, 2017. S. 73—78.
- 14 Смолкина Д. Н., Борисенко О. Н., Черенкова М. В., Гиниятуллина А. Г., Кузьменко М. В., Чухманов Н. В., Потехина Е. В., Попова Н. В., Турусов М. Р. Автоматический генератор неструктурированных многогранных сеток в препроцессоре пакета программ "ЛОГОС" // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2018. Вып. 2. С. 25—39.
Smolkina D. N., Borisenko O. N., Cherenkova M. V., Giniyatullina A. G., Kuzmenko M. V., Chukhmanov N. V., Potekhina E. V., Popova N. V., Turusov M. R. Avtomaticheskii generator nestrukturirovannykh mnogogrannykh setok v preprotssessore paketa
- program "LOGOS" // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2018. Vyp. 2. S. 25—39.
- 15 Попова Н. В., Борисенко О. Н., Корнеева И. И., Чухманов Н. В., Потехина Е. В., Лазарев В. В., Гиниятуллина А. Г. Автоматический генератор неструктурированных тетраэдральных сеток с призматическими слоями в препроцессоре пакета программ ЛОГОС // Там же. 2020. Вып. 1. С. 43—57.
Popova N. V., Borisenko O. N., Korneeva I. I., Chukhmanov N. V., Potekhina E. V., Lazarev V. V., Giniyatullina A. G. Avtomaticheskii generator nestrukturirovannykh tetraedralnykh setok s prizmaticheskimi sloyami v preprotssessore paketa program LOGOS // Tam zhe. 2020. Vyp. 1. S. 43—57.
- 16 GrabCad. <http://www.grabcad.com>.
- 17 Tutorial and User's Manual 3-D CM2 & CM2 Surfremesh T3 & CM2 Surfremesh Q4, Series 4.5x. Versailles, 2015.
- 18 George P.-L., Borouchaki H. Delaunay Triangulation and Meshing. Paris, HERMES, 1998.
- 19 3DTransVidia. www.capvidia.com.
- 20 Aubry R., Karamete K., Mestreau E., Dey S. Singularities in parametric meshing // Proc. 21st Int. Meshing Roundtable, 2012. P. 225—241.
- 21 Боровиков С. Н., Крюков И. А., Иванов И. Э. Построение нерегулярных треугольных сеток на криволинейных гранях на основе триангуляции Делоне // Математическое моделирование. 2005. Т. 17, № 8. С. 31—45.
Borovikov S. N., Kryukov I. A., Ivanov I. E. Postroenie neregulyarnykh treugolnykh setok na krivolineynykh granyakh na osnove triangulyatsii Delone // Matematicheskoe modelirovanie. 2005. T. 17, № 8. S. 31—45.
- 22 Owen St. J. Non-Simplicial Unstructured Mesh Generation. A Dissertation Submitted to The Department of Civil and Environmental Engineering. Pittsburgh, PA, USA: Carnegie Mellon University, 1999.
- 23 Ильин В. А., Поздняк Э. Г. Аналитическая геометрия, 7-е изд. Стереометрия. М.: Физматлит, 2009.

- Ilin V. A., Pozdnyak E. G.* Analiticheskaya geometriya, 7-e izd. Stereometriya. M.: Fizmatlit, 2009.
- 24 *Dey T. K., Zhao W.* Approximating the Medial Axis from the Voronoi Diagram with a Convergence Guarantee // Proc. 10th Annual European Symposium "Algorithms-ESA". Rome, Italy. September 17–21, 2002. P. 387–398.
- 25 *Fortune S.* A sweepline algorithm for Voronoi diagrams // Proc. Second Annual Symposium on Computational Geometry '86. NY, USA: ACM, 1986. P. 313–322.
- 26 *Varnuska M., Parus J., Kilingerova I.* Simple holes triangulation in surface reconstruction // Proc. "ALGORITMY 2005". P. 280–289.
- 25 *Fortune S.* A sweepline algorithm for Voronoi diagrams // Proc. Second Annual Symposium on Computational Geometry '86. NY, USA: ACM, 1986. P. 313–322.
- Статья поступила в редакцию 12.11.19.

ALGORITHMS OF PREPROCESSING SINGULARITIES IN GEOMETRIC MODELS TO GENERATE SURFACE TRIANGULAR GRIDS IN THE "LOGOS" SOFTWARE PACKAGE PREPROCESSOR / O. N. Borisenko, A. N. Lukichev, E. O. Evstifeeva, D. M. Pankratov, T. V. Tsalko, A. G. Giniyatullina (FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region).

The description of algorithms for preprocessing the geometric model singularities in the boundary representation (B-REP) which have been implemented in the automatic generator of surface triangular grids is presented. The generator is intended for constructing grid models to solve aerohydrodynamics problems using the "Logos" software package. The surface grid optimization algorithms implemented to lower the original geometry quality requirements are considered.

Keywords: the "Logos" software package, preprocessor, generator of a surface triangular grid, B-REP, geometric singularities, partition of the geometric model edges, contour of a face, surface curvature, closure of contours.
