

УДК 532.5

Особенности применения алгоритма SIMPLE для расчета сжимаемых течений

**Н. В. Тарасова, А. С. Козелков,
Д. П. Мелешкина, С. В. Лашкин,
О. В. Денисова**

Описана модификация алгоритма SIMPLE на случай сжимаемых течений, исследована применимость реализованного алгоритма для расчета трансзвуковых сжимаемых течений в рамках пакета программ ЛОГОС. На примере задач обтекания крылового профиля и течения внутри диффузора демонстрируются возможности реализованного алгоритма по достижению приемлемой точности и скорости сходимости при использовании различных схем дискретизации конвективного слагаемого и изменении других счетных параметров. Полученные данные сравниваются с известными экспериментальными тестами.

Введение

Проблема построения универсального алгоритма для численного решения системы уравнений Навье – Стокса, пригодного для расчета течений при произвольных числах Маха, хорошо известна. Для решения этой проблемы было предложено несколько подходов, которые можно условно разделить на две группы. К первой группе относятся методы, изначально сконструированные для расчета сжимаемых течений и основанные на решении полной системы уравнений Навье – Стокса, например [1–3]. Эти методы позволяют рассчитывать как дозвуковые, так и сверхзвуковые течения, однако при их использовании возникает проблема численного моделирования течений при значениях числа Маха, близких к нулю, которая решается с помощью специальных подходов. Ко второй группе относятся методы, предназначенные для решения несжимаемых течений, основанные на решении системы уравнений Навье – Стокса с расщеплением по физическим процессам и обобщенные на сжимаемый случай [4–5].

Численное решение полной системы уравнений Навье – Стокса без расщепления при значениях числа Маха, существенно меньших единицы, сопряжено с серьезными трудностями, связанными со значительно различающимися временами конвективного переноса и распространения акустических возмущений, а также с малыми изменениями относительного давления. В этом случае в виду жесткости системы при использовании классических методов решения полной системы уравнений Навье – Стокса резко ухудшаются свойства их сходимости и устойчивости, а некоторые методы вообще становятся непригодными. Более того, здесь практически невозможным становится использование явных схем расчета в силу неприемлемо жесткого ограничения на шаг по времени. Для решения проблемы численного моделирования *гипозвуковых* течений (число Маха много меньше единицы) на основе уравнений динамики сжимаемого газа был предложен подход, осно-

ванный на модификации коэффициентов, отвечающих за производную по времени, методом искусственной сжимаемости [2, 3]. К недостаткам метода искусственной сжимаемости можно отнести, в частности, его существенно итерационную формулировку: даже при использовании явной схемы на каждом шаге по физическому времени требуются итерации (установление по псевдовремени) для сведения баланса массы. Выбор коэффициента искусственной сжимаемости также является нетривиальной задачей, поскольку на него накладываются определенные ограничения как сверху, так и снизу.

Методы второй группы изначально ориентированы на расчет несжимаемых течений [4–5]. При их использовании для нахождения поля давления, обеспечивающего выполнение уравнения непрерывности, решается специальным образом «сконструированное» уравнение Пуассона. Одним из таких методов, широко применяемых на практике, является метод SIMPLE [4]. Метод SIMPLE несложно обобщить на случай расчета сжимаемых течений [5], модифицировав имеющееся уравнение Пуассона. Модификация состоит в добавлении в уравнение Пуассона конвективного члена и дополнительного нестационарного слагаемого, возникающих из-за необходимости коррекции плотности для удовлетворения уравнения непрерывности. Данный метод автоматически учитывает локальную природу течения и может применяться ко всей области течения. Методы второй группы, очевидно, более экономичны по сравнению с методами первой группы, и их точность в большинстве случаев достаточна для расчета дозвуковых и трансзвуковых течений.

Несмотря на активное использование метода SIMPLE на практике, подробного исследования применимости этого метода для задач с различными числами Маха, по крайней мере в русскоязычной литературе, не существует, а англоязычная ограничивается отдельными комментариями по применению той или иной модификации метода для решения конкретных задач.

В данной работе исследована применимость алгоритма SIMPLE для расчета трансзвуковых течений. Рассмотрены задачи моделирования внутренних течений, а также задачи внешнего обтекания, путем расчета которых определяются основные аэродинамические характеристики тел различной конфигурации. На основе анализа результатов расчетов сделан вывод о необходимости применения модификации SIMPLEC [5] с целью увеличения скорости сходимости алгоритма в условиях ощутимого изменения плотности при достаточно больших значениях числа Маха. Кроме этого приведены оптимальные значения коэффициентов релаксации, выполнен сравнительный анализ применения различных схем дискретизации конвективных потоков в рамках данного алгоритма применительно к расчету сжимаемых течений.

Обобщение алгоритма SIMPLE на случай сжимаемых течений

Для описания несжимаемых течений используется следующая система уравнений Навье – Стокса:

$$\begin{cases} \nabla \vec{u} = 0, \\ \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau_{\mu} + \tau_t), \end{cases} \quad (1)$$

где \vec{u} – вектор скорости, ρ – плотность среды, t – время, p – давление, τ_{μ} , τ_t – тензоры вязких напряжений.

Основная идея SIMPLE-подобных алгоритмов заключается в том, что неявная связь давления и скорости, имеющаяся при описании несжимаемых течений, учитывается благодаря применению некоторой итерационной процедуры решения. На первом этапе алгоритма (шаг предиктора) из уравнения сохранения импульса, используя градиент давления с предыдущей итерации, вычисляется предварительное поле скорости, которое пока не удовлетворяет уравнению непрерывности. На следующем этапе поле скорости u^{m*} (m^* – номер промежуточной итерации) корректируется за счет корректировки поля давления (шаг корректора) таким образом, чтобы одновременно выполнялись законы сохранения импульса и массы. Шаги предиктора и корректора повторяются итерационно до момента достижения приемлемой точности для выполнения законов сохранения.

Этот метод можно обобщить на случай сжимаемых течений [5]. В общих чертах модификация метода состоит в том, что после стандартного первого шага алгоритма SIMPLE (шага предиктора) и получения предварительного поля скорости \bar{u}^{m*} необходимо скорректировать не только скорость, но и плотность таким образом, чтобы удовлетворялось уравнение непрерывности. В этом случае при применении конечно-объемной дискретизации поток массы корректируется [1, 5]:

$$\begin{aligned} F_f &= (\rho^{m-1} + \rho')_f (\bar{u}^{m*} + \bar{u}')_f \bar{S}, \\ F_f &= F_f^{m*} + \rho' \bar{u}^{m*} \cdot \bar{S} + \rho^{m-1} \bar{u}' \cdot \bar{S} + \rho' \bar{u}' \bar{S}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ρ' , \bar{u}' – коррекция плотности и скорости соответственно, m – номер итерации; $F_f = \rho_f \bar{u} \bar{S}$ – поток массы через грань f с направляющим вектором \bar{S} .

Последним членом в (2), как правило, пренебрегают, так как он имеет второй порядок малости. Третий член в правой части (2), характеризующий коррекцию скорости, выражается, как и для случая несжимаемых течений, через градиент приращения давления p :

$$\left(\rho^{m-1} S u'_n \right)_f = -A_f \left(\frac{\delta p'}{\delta n} \right)_f. \quad (3)$$

Здесь S – модуль направляющего вектора грани, равный площади грани, n – индекс, обозначающий нормальную составляющую вектора; A_f – коэффициент пропорциональности, определенный на грани и зависящий от дискретизации уравнения сохранения импульсов.

Второй член в правой части уравнения (2), отвечающий за коррекцию плотности и появившийся благодаря сжимаемости, также выражается через приращение давления, если использовать связь плотности и давления из уравнения состояния в адиабатическом приближении:

$$\left(\rho' u_n^{m*} S \right)_f = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_f B_f p'_f, \quad (4)$$

где B_f – некоторый коэффициент, отражающий общую зависимость. Тогда уравнение непрерывности со скорректированными потоками и плотностью в дискретном объеме будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{(\rho^{m-1} - \rho^v) \Delta V}{\Delta t} + \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\Delta V}{\Delta t} p' + \sum_f \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_f B_f p'_f - \sum_f A_f \left(\frac{\delta p'}{\delta n} \right)_f + \sum_f F_f^{m*} = 0. \quad (5)$$

Здесь верхний индекс v – номер предыдущего момента времени, ΔV – объем ячейки, Δt – шаг по времени.

Уравнение (5) для сжимаемых течений отличается от аналогичного уравнения относительно приращения давления для несжимаемых течений главным образом тем, что оно по сути своей гиперболическое и присутствие конвективного члена делает его решение единственным. Это, в свою очередь, отображается на задании граничных условий и трактовке роли давления во всей системе. Расчет энергии также оказывает влияние на всю систему в целом.

Опыт проведения расчетов течений со значениями числа Маха порядка единицы с использованием данной модификации метода SIMPLE показал, что необходимо выбирать достаточно малые коэффициенты релаксации для получения устойчивого решения. Однако это приводит к медленной скорости сходимости при вычислении поля давления. Для устранения данного недостатка предложено несколько уточненных вариантов алгоритма SIMPLE [5]. Наиболее предпочтительный из них по соотношению скорости сходимости и численных затрат является метод SIMPEC [5].

Эта разновидность метода SIMPLE менее груба при оценке приращения скорости на шаге корректора. В алгоритме SIMPLE при получении уравнения Пуассона относительно приращения

давления использовалось допущение: пренебрегли членом $\left[\frac{\delta(\rho \tilde{u}'_i)}{\delta x_i} \right]_P$, потому что $\tilde{u}'_P = -\frac{\sum A_i^u \tilde{u}'_i}{A_P^u}$

неизвестно на данном этапе счета. Будет более точно, если использовать некоторое приближение этого члена, что в конечном итоге можно интерпретировать как некоторую дополнительную релаксацию матрицы давления, которая улучшает обусловленность матрицы и ускоряет сходимость.

Для ускорения сходимости и повышения точности численного решения при трансзвуковых сжимаемых течениях необходимо тщательно подходить к выбору схемы дискретизации конвективных потоков [6]. Существующие схемы отличаются способом реконструкции значения искомой величины на грань и, следовательно, имеют разные диссипативные свойства. Схемы первого порядка сохраняют ограниченность (отсутствие сильных осцилляций) решения, но являются более диссипативными, что зачастую приводит к чрезмерному размыванию фронта ударной волны. Схемы второго порядка точности имеют меньшую диссипативную ошибку, но могут порождать нефизичные осцилляции [6]. Исследование диссипативных свойств различных схем дискретизации для расчета гидродинамических турбулентных течений, включая вихреразрешающие подходы, можно найти, например, в [7]. В данной работе для исследования будем использовать классические схемы дискретизации: противопоточную, центрально-разностного дифференцирования и гибридную.

При применении центрально-разностных и гибридных схем возможно возникновение сильных осцилляций, приводящих к развитию неустойчивости и, как следствие, к расходимости итерационного процесса, особенно на начальном этапе расчетов в условиях отсутствия устойчивого решения. Одним из способов подавления осцилляций является введение схем типа TVD [8], в которых используются ограничители градиентов. Такой подход представляет собой способ уменьшения порядка точности схемы до первого в областях разрывов решения. Однако в результате этого решение может получиться недостаточно точным и обладать большой численной диффузией в данных областях. Альтернативой в таком случае является использование ограничителей лишь в начале итерационного процесса. При выполнении некоторого критерия (например, устойчивого падения невязки решения), обозначающего достижение некоторого устойчивого состояния итерационного процесса, необходимо перейти на схему второго порядка точности уже без ограничителей. Данная стратегия оказалась успешной и была опробована на серии тестовых задач. В данной работе использовался ограничитель Venkatarishnan [9].

Исключить осцилляции можно также, применяя на начальном этапе расчета противопоточную схему первого порядка точности с последующим переключением на схему второго порядка точности при достижении того же самого критерия.

Численные эксперименты

В настоящей работе все расчеты проводятся в рамках пакета программ ЛОГОС – российского программного продукта инженерного анализа, предназначенного для решения сопряженных трехмерных задач конвективного теплопереноса, аэродинамики и гидродинамики на параллельных ЭВМ [10, 11]. В этом разделе рассматриваются некоторые известные задачи, для которых имеются достоверные экспериментальные данные и которые используются для калибровки численных методов ведущими коллективами, разрабатывающими численные методы и программное обеспечение.

Задача 1. Расчет аэродинамических характеристик крылового профиля RAЕ 2822. Рассматриваемый крыловой профиль [12] изображен на рис. 1.

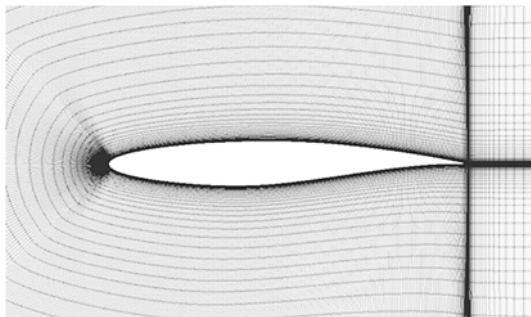


Рис. 1. Фрагмент расчетной сетки задачи 1

В представленной модели используются блочно-структурированные сетки. Каждая расчетная сетка имеет сгущение в области образования скачка уплотнения потока. Вблизи твердых стенок построены призматические слои. Толщина первой расчетной ячейки во всех сетках обеспечивает значение безразмерного расстояния до стенки $y^+ < 1$. Расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед, размеры которого определяются из условия обеспечения расстояния в 20 характерных длин (корневых хорд) от модели до границы расчетной области. Для численного исследования сходимости использовались три последовательно сгущающихся расчетных сетки с характерным размером ячейки в основной области скачка $d = 0,03; 0,012$ и $0,0008$ м соответственно.

Рассчитываемые режимы представлены в табл. 1.

Таблица 1

Режимы расчета задачи 1

Режим	Число Маха	Угол атаки $\alpha, ^\circ$	Число Рейнольдса	Плотность $\rho_\infty, \text{кг/м}^3$	Давление $P_\infty, \text{Па}$	Молекулярная вязкость $\mu_\infty, \text{Па/с}$
1	0,725	2,92	$6,5 \cdot 10^6$	1,26	92810	$4,5 \cdot 10^{-5}$
2	0,75	3,19	$6,2 \cdot 10^6$	1,16	84970	$4,49 \cdot 10^{-5}$
3	0,729	2,31	$6,5 \cdot 10^6$	1,48	108987,8	$5,34 \cdot 10^{-5}$

Сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными проводилось для распределения коэффициента давления C_p и для интегральных характеристик – коэффициентов подъемной силы C_y и лобового сопротивления C_x .

Рассматривалось влияние расчетной сетки, модели турбулентности, схем дискретизации конвективного потока и ограничителей на конечный результат. Такие исследования проводились для одного режима – при значении числа Маха $M = 0,729$. Результаты расчетов по распределению коэффициента давления приведены на рис. 2–4 (см. также цв. вкл.).

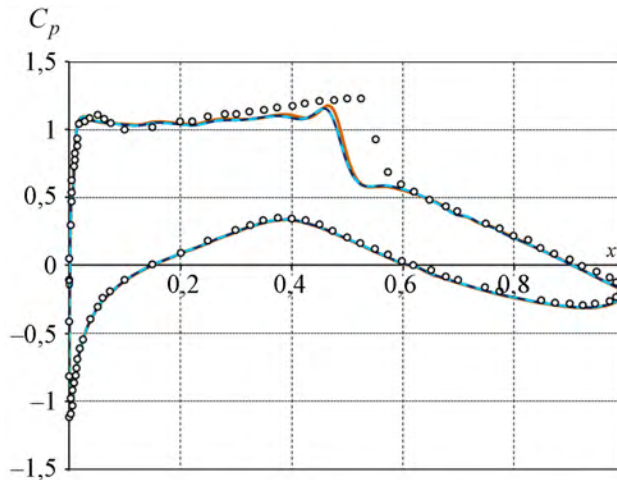


Рис. 2. Распределение коэффициента давления для режима с $M = 0,729$ в расчетах на сеточную сходимость: — $d = 0,03$ м; — $d = 0,012$ м; — $d = 0,0008$ м; о – эксперимент

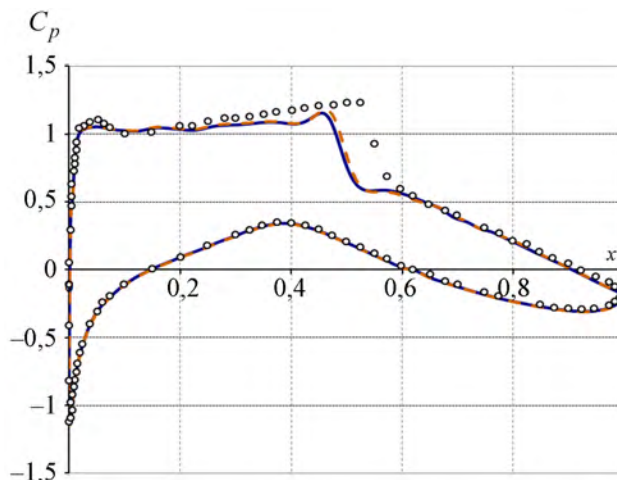


Рис. 3. Распределение коэффициента давления для режима с $M = 0,729$ в расчетах с разными моделями турбулентности: — SST; — SA; о – эксперимент

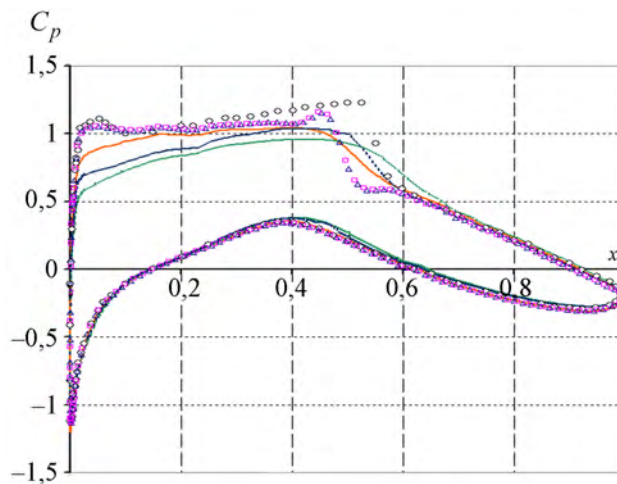


Рис. 4. Распределение коэффициента давления для режима с $M = 0,729$ в расчетах с разными дифференциальными схемами: — UD; — UD с ограничителями; Δ — CD; — CD с ограничителями; \square — QUICK; \circ — эксперимент

Характерной особенностью данного течения является отрыв потока за скачком уплотнения, замыкающим трансзвуковую зону, формирующуюся на верхней поверхности профиля. Из рис. 2–4 видно, что скачок находится несколько выше по потоку и является менее интенсивным, чем в эксперименте.

На рис. 2 представлены результаты расчетов на сходимость на последовательности сгущающихся сеток. Расчеты проводились с k - ω -моделью турбулентности (SST) [13] с применением центрально-разностной схемы дискретизации. Видно, что путем измельчения сетки в основной области, где сильно изменяется давление, была достигнута сеточная сходимость на двух более подробных сетках. Для дальнейших вычислений использовалась сетка с характерным сеточным разрешением в области скачка $d = 0,0008$ м.

На рис. 3 представлены результаты расчетов по двум моделями турбулентности: Спаларта – Аллмараса (SA) [14] и k - ω -модели Ментера (SST) (схема дискретизации центрально-разностная).

На рис. 4 представлены результаты расчетов с применением различных схем дискретизации конвективного потока с ограничителями и без них, где UD – противопоточная схема первого порядка точности; CD – центрально-разностная схема второго порядка точности; QUICK – гибридная схема, сочетающая в себе схему UD с градиентной поправкой и схему CD. Расчеты проводились с использованием k - ω -модели турбулентности.

Видно, что точности противопоточной схемы и схем с ограничителями недостаточно для получения приемлемо близкого к экспериментальным данным результата.

Проводилась серия расчетов с увеличением преобладания схем второго порядка точности при дискретизации, т. е. с увеличением коэффициента смешения ($\gamma = 0,5; 0,7; 1$). По мере увеличения коэффициента смешения наблюдается приближение численных результатов к экспериментальным. Ввиду идентичности результатов на рис. 4 приведены результаты с максимальным коэффициентом смешения ($\gamma = 1$).

Разные схемы второго порядка точности дают практически одинаковый результат, однако все они плохо прописывают скачок уплотнения на верхней кромке крылового профиля, что в итоге влияет на точность определения интегральных характеристик.

На рис. 5 приведены графики распределения коэффициента давления C_p для режимов 1 ($M = 0,725$) и 2 ($M = 0,75$) с использованием k - ω -модели турбулентности.

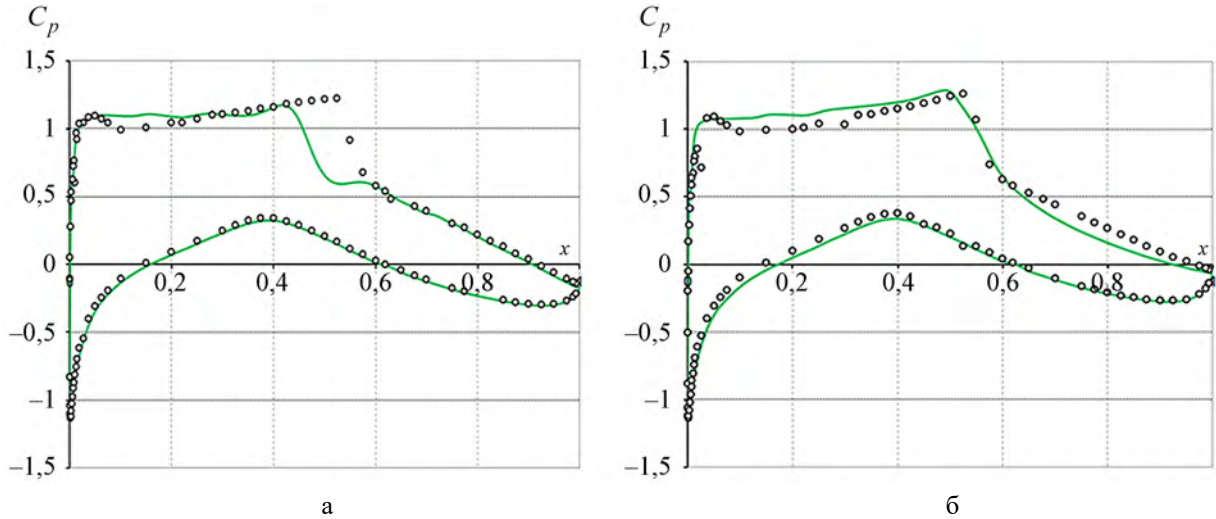


Рис. 5. Распределение давления C_p : а – режим 1, б – режим 2, — – расчет, о – эксперимент

В табл. 2 приведены значения интегральных характеристик: коэффициентов подъемной силы C_y и лобового сопротивления C_x . Расчеты выполнялись с коэффициентом релаксации для скорости $\alpha_u = 0,95$, для давления $\alpha_p = 0,001$.

Таблица 2

Коэффициенты подъемной силы C_y и лобового сопротивления C_x

Режим	Источник данных	Сетка, d	C_y	$\Delta C_y, \%$	C_x	$\Delta C_x, \%$
1 ($M = 0,725$)	Расчет	0,03	0,77	-3,6	0,0139	-9,6
	Расчет	0,012	0,76	-2,9	0,0137	-8,6
	Расчет	0,0008	0,76	-2,9	0,0136	-7,2
	Эксперимент	—	0,743	—	0,0127	—
2 ($M = 0,75$)	Расчет	0,03	0,69	7,1	0,0288	-19,3
	Расчет	0,012	0,7	5,8	0,0287	-18,6
	Расчет	0,0008	0,7	5,8	0,0287	-18,6
	Эксперимент	—	0,743	—	0,0242	—

Из представленных данных видно, что основное несовпадение полученных результатов наблюдается на верхней кромке крыла в области формирования прямого скачка уплотнения, где преобладают разномасштабные значения давления и плотности. С ростом числа Маха точность описания скачка уплотнения падает, максимальная погрешность интегральных характеристик достигает 19 % по C_x и 9,6 % по C_y , что ограничивает использование методики определенным спектром значений числа Маха.

Задача 2. Расчет аэродинамических характеристик крыла ONERA M6. Рассматривается тестовое крыло самолета ONERA M6 [15] (рис. 6).

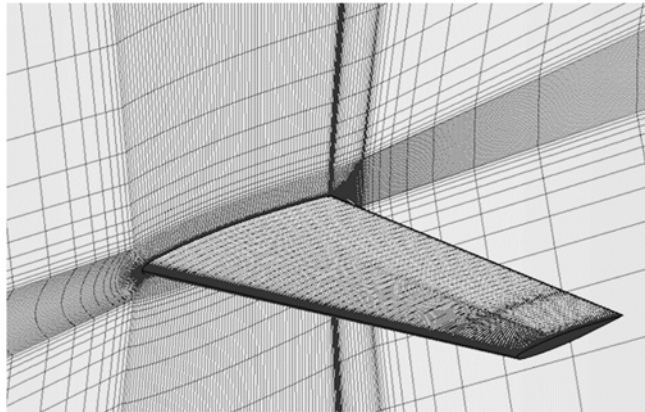


Рис. 6. Общий вид расчетной сетки задачи 2

Для расчета аэродинамических характеристик представленной модели используется блочно-структурированная сетка, состоящая из 2 млн ячеек. Расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед, размеры которого определяются из условия обеспечения расстояния в 20 характерных длин (корневых хорд) от модели до границы расчетной области. Для моделирования обтекания крыла самолета взяты параметры сжимаемого газа (воздуха) при следующих условиях: $p_\infty = 30000$ Па, $\rho_\infty = 0,348$ кг/м³, $T_\infty = 300$ К. В расчетах рассматриваются четыре режима обтекания со значениями числа Маха от 0,699 до 0,919 (табл. 3). Расчеты выполнялись с коэффициентом релаксации для скорости $\alpha_u = 0,95$, для давления $\alpha_p = 0,001$.

Таблица 3

Режимы расчета

Режим	М	α°	μ_∞ , Па/с
1	0,699	3,06	$4,65342 \cdot 10^{-6}$
2	0,8399	0,04	$5,6 \cdot 10^{-6}$
3	0,8395	3,06	$5,6 \cdot 10^{-6}$
4	0,9190	3,07	$6,1 \cdot 10^{-6}$

Сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными [15] проводится по распределению коэффициента давления C_p для всех режимов. Значения C_p определяются в следующих сечениях крыла: $z = 0,239$, $z = 1,077$ и $z = 1,184$.

На рис. 7–10 представлено распределение коэффициента давления C_p в сечениях крыла для четырех режимов, полученных с использованием $k-\omega$ -модели турбулентности (C – нормировочный коэффициент, равный диапазону изменения координаты x в каждом сечении). Для режима 3 (рис. 9, см. также цв. вкл.) распределение коэффициента давления C_p приводится с использованием $k-\omega$ -модели и модели Спаларта – Аллмараса.

Как видно из рис. 7–10, с ростом числа Маха и угла атаки согласие полученных данных с экспериментальными значениями ухудшается, особенно это проявляется в сечении, расположенном ближе к краю крыла. Это связано с возникновением срывающихся вихрей, на точность описания которых изменение давления и плотности влияет еще заметнее.

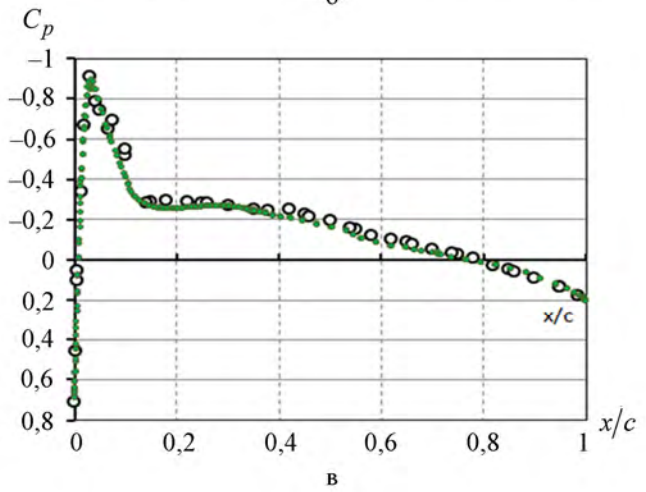
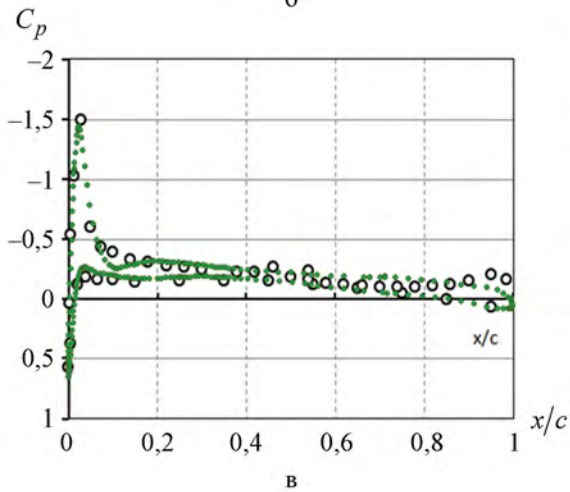
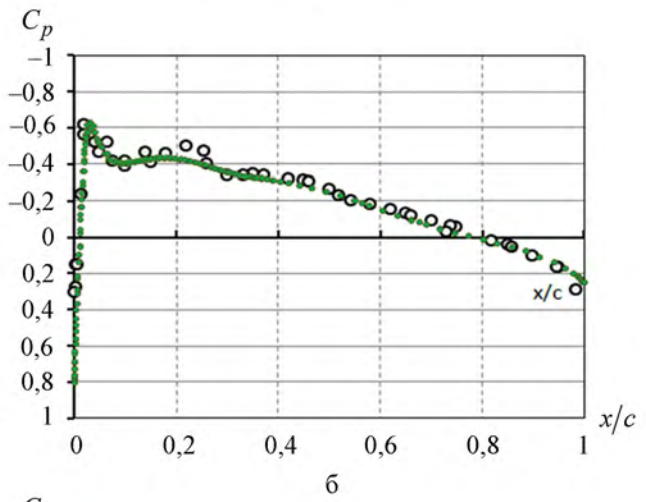
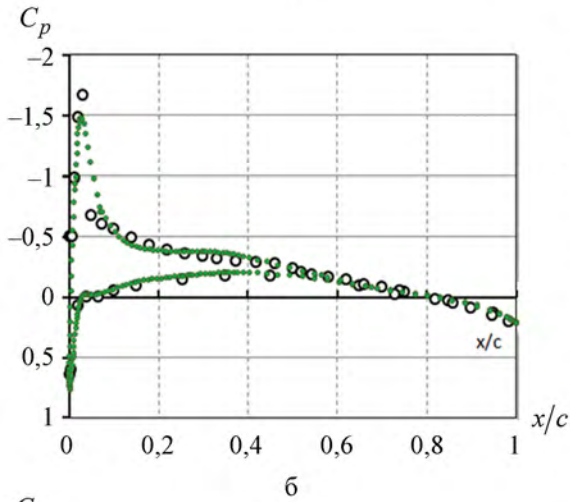
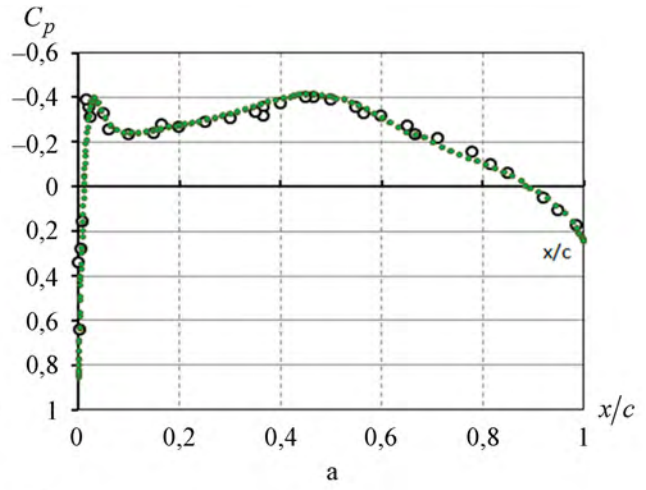
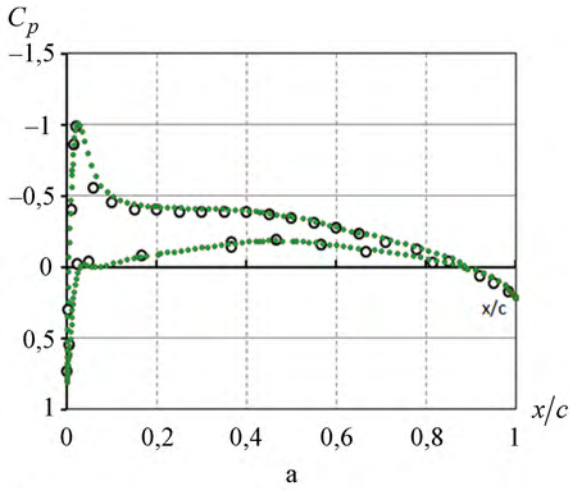


Рис. 7. Распределение C_p в сечениях для режима 1: а - $z = 0,239$, б - $z = 1,077$, в - $z = 1,184$, $M = 0,699$;
● - расчет ЛОГОС, ○ - эксперимент

Рис. 8. Распределение C_p в сечениях для режима 2: а - $z = 0,239$, б - $z = 1,077$, в - $z = 1,184$, $M = 0,8399$;
● - расчет ЛОГОС, ○ - эксперимент

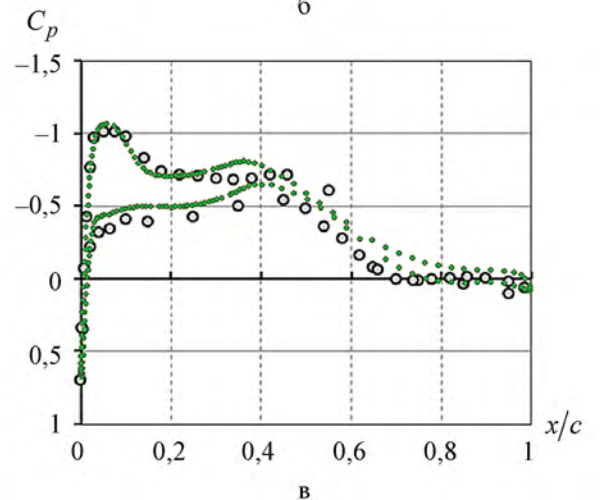
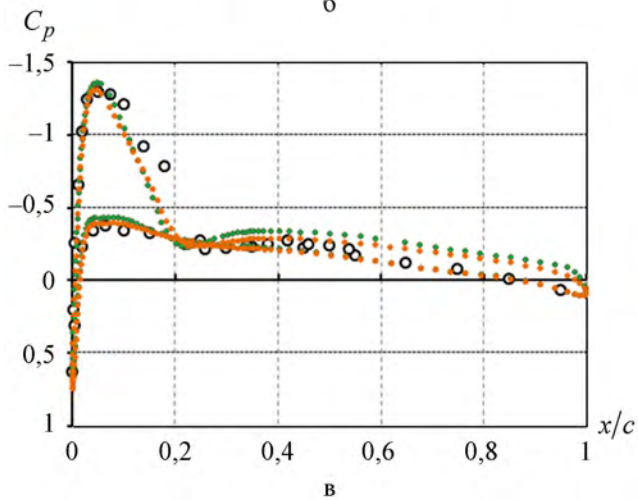
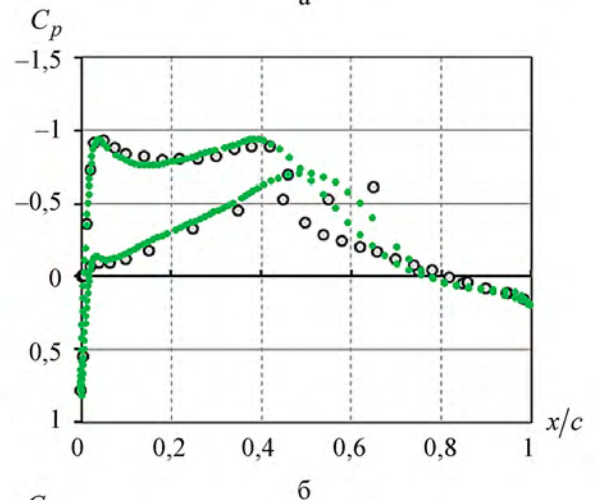
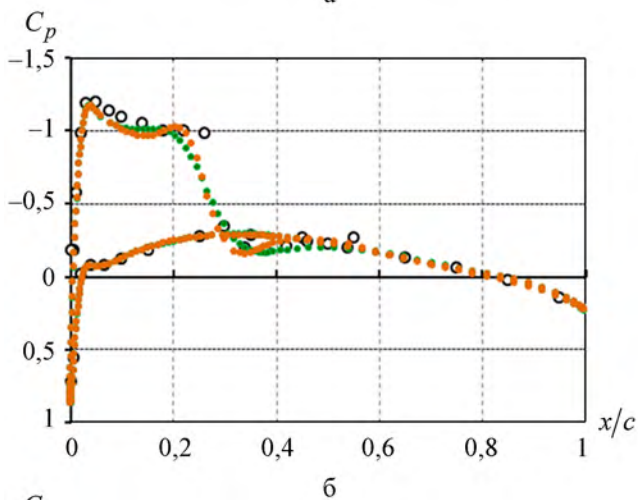
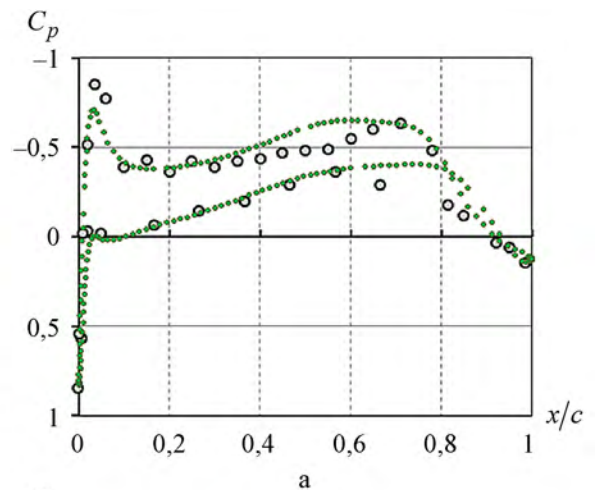
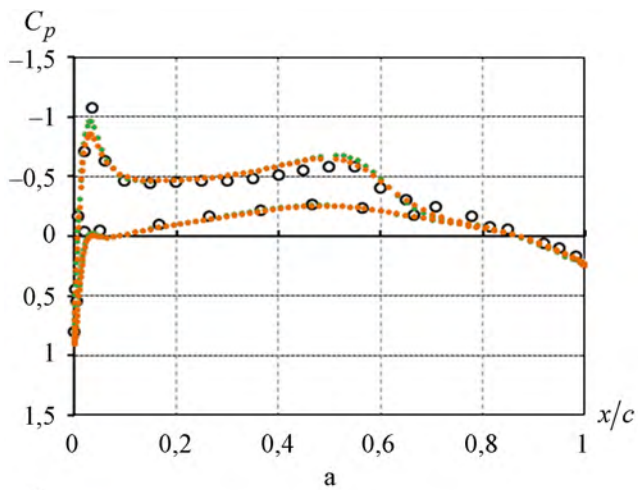


Рис. 9. Распределение C_p в сечениях для режима 3: а – $z = 0,239$, б – $z = 1,077$, в – $z = 1,184$, $M = 0,8395$;
● – расчет с моделью SST,
○ – расчет с моделью SA; ○ – эксперимент

Рис. 10. Распределение C_p в сечениях для режима 4: а – $z = 0,239$, б – $z = 1,077$, в – $z = 1,184$, $M = 0,919$;
● – расчет, ○ – эксперимент

Так, на рис. 7, 9 и 10 представлены результаты расчетов с одинаковым углом атаки, но с различными значениями числа Маха. Точность описания скачка уплотнения в сечениях $z = 1,077$ и $z = 1,184$ (на рисунках б и в) по мере роста числа Маха ухудшается. Как и в задаче 1, имеется тенденция к формированию скачка уплотнения несколько выше по потоку, чем следует. При $M = 0,919$ (рис. 10) результаты уже нельзя считать удовлетворительными.

На рис. 8, 9 представлены расчеты с числом Маха $M = 0,83$ с разными углами атаки. Очевидно, что при меньших углах атаки результаты лучше согласуются с экспериментальными данными. Это связано с интенсивностью скачка уплотнения, которая при меньших углах атаки менее выражена и лучше поддается описанию в связи меньшими разрывами в поле давления.

Таким образом, при проведении расчетов с использованием описанной методики следует ограничиваться допустимым диапазоном исследуемых параметров. Для точного определения этого диапазона необходимы дополнительные исследования в рамках каждого класса задач. Для данной задачи приемлемые результаты получены при рассмотрении режимов со значениями числа Маха до 0,85 и углами атаки при этом до $\alpha = 3^\circ$. При угле атаки $\alpha = 0 - 1^\circ$ возможно рассмотрение течения с числом Маха до 0,9.

Задача 3. Расчет внутреннего течения в трансзвуковом диффузоре. Применимость алгоритма SIMPLE для моделирования внутренних течений рассмотрим на задаче течения вязкого сжимаемого газа в двумерном трансзвуковом диффузоре. Для данного течения имеются экспериментальные данные по распределению статического давления на верхней стенке диффузора [16].

Для расчета характеристик представленной модели используется блочно-структурированная сетка, состоящая из 70 тыс. ячеек.

Для моделирования течения в диффузоре взяты параметры сжимаемого газа (воздуха) при условиях, представленных в табл. 4.

Таблица 4

Параметры режимов задачи 3

Граничные условия	Параметр	Режимы	
		Сильный скачок	Слабый скачок
Вход	p_{tot} , Па	135000	135000
	T_{tot} , К	277,78	277,78
Выход	$p_{вых}$, Па	97216	110660,9

Проведены расчеты двух режимов обтекания с начальным $M = 0,5$. Расчеты выполнялись с коэффициентом релаксации для скорости $\alpha_u = 0,95$, для давления $\alpha_p = 0,001$.

Сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными [16] проводится по распределению коэффициента давления C_p на верхней стенке диффузора.

На рис. 11 (см. также цв. вкл.) представлены характерные поля распределения скорости и статического давления во всей области диффузора. Отметим, что для режима *слабый скачок* k - ω -модель Ментера и модель турбулентности Спаларта – Аллмараса одинаково описывают поле течения, в то время как для режима *сильный скачок* поля отличаются.

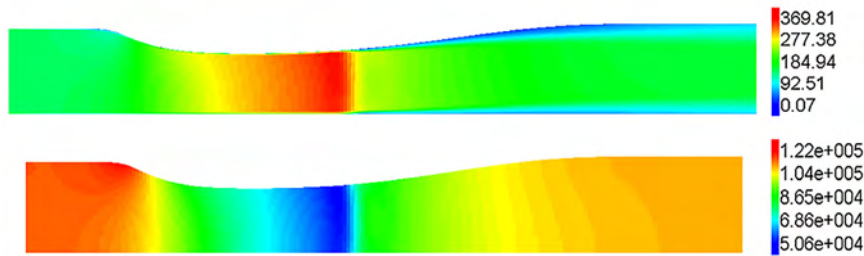


Рис. 11. Распределение скорости и статического давления в диффузоре для режима *слабый скачок*, модель турбулентности SST

Такие наблюдения можно сделать из графиков распределения нормированного статического давления вдоль верхней стенки диффузора для двух режимов течения (на рис. 12 (см. также цв. вкл.) статическое давление нормализовано на полное давление p_{tot} , координата x – на высоту «горла» диффузора h).

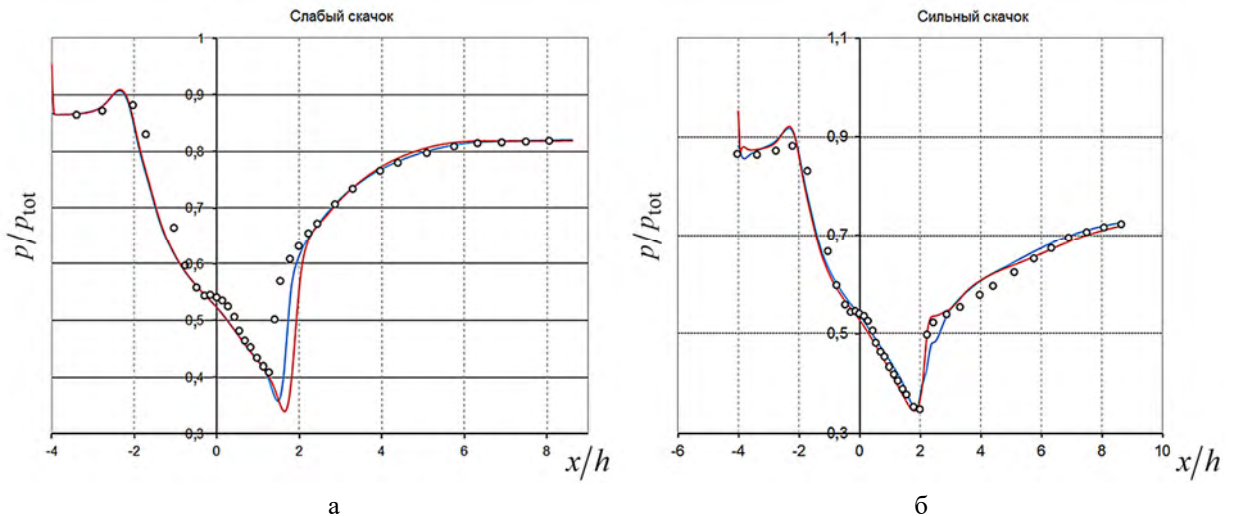


Рис. 12. Распределение статического давления вдоль верхней стенки диффузора: а – слабый скачок уплотнения, б – сильный скачок уплотнения; — – расчет с моделью SST, — – расчет с моделью SA, о – эксперимент

Видно, что результаты расчетов в целом хорошо согласуются с экспериментальными данными. Для режима *слабый скачок* полученное решение (см. рис. 12,а) ни с одной моделью турбулентности не описывает точно местоположение скачка уплотнения, занижая значение статического давления. Тем не менее результаты расчетов с использованием модели турбулентности SST попадают в доверительный интервал. Для режима *сильный скачок* (рис. 12,б) полученное решение точно описывает местоположение скачка уплотнения, где статическое давления начинает сильно расти от своего минимального значения. Наиболее точные результаты для данного режима продемонстрировала модель турбулентности Спаларта – Аллмараса.

Таким образом, данную методику можно применять для расчета внутренних течений и получать достоверные результаты приемлемой точности. Особое внимание следует уделять выбору модели турбулентности, наиболее подходящей для данного класса задач.

Выводы

Проанализирована применимость метода SIMPLE для расчета сжимаемых течений. Выполнено сравнительное тестирование схем аппроксимации и ограничителей потока с целью определения степени влияния данных параметров на локальные и интегральные характеристики потока. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

В результате исследований можно сделать вывод о том, что алгоритм применим для расчета задач внешних и внутренних трансзвуковых течений с некоторыми ограничениями, которые для каждого класса задач могут быть своими. Так, например, для задач внешнего обтекания область рассмотрения ограничивается числами Маха до 0,85. Это связано с недостаточной точностью данной группы методов типа SIMPLE для описания скачка уплотнения.

По результатам исследований определена стратегия проведения расчетов. Указаны оптимальные счетные параметры решателя. Выработаны общие рекомендации в этом направлении:

1. Необходимо использовать схемы второго порядка точности с как можно большим коэффициентом перемешивания, применяя для устойчивости на первых итерациях описанную выше стратегию с использованием ограничителей и противопоточной схемы.

2. Поскольку используется релаксация типа SIMPEC, т. е. $\alpha_p = 1 - \alpha_u$, то чем больше релаксация по скорости, тем меньше неявная релаксация для давления. Это улучшает обусловленность матрицы для приращения давления. Приведенные расчеты проводились с коэффициентом релаксации $\alpha_u \geq 0,85$.

Часть расчетов проводилась с использованием моделей турбулентности Спаларта – Аллмараса и Ментера. Для разных классов задач лучшие результаты достигаются на разных моделях. Необходимо проводить отдельное численное исследование по определению оптимальной модели.

Следует отметить, что представленный алгоритм реализован в рамках отечественного программного кода ЛОГОС, который обладает гибкостью в плане расширения функционала, что практически невозможно при использовании коммерческих пакетов программ. Это позволит адаптировать код для решения задач в тех областях, в которых это будет востребовано.

Список литературы

1. Ferziger J. H., Peric M. Computational method for fluid dynamics. – New York: Springer, 2002.
2. Стрелец М. Х., Шур М. Л. Метод масштабирования сжимаемости для расчета стационарных течений вязкого газа при произвольных числах Маха // Журнал вычисл. матем. и матем. физики. 1988. Т. 28. № 2. С. 254–266.
3. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости. – М.: Мир, 1991.
4. Van Doormaal J. R., Raithby G. D. Enhancement of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flow // Heat Transfer. 1984. Vol. 7. P. 147–163.
5. Hrvoj J. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. Thesis. – Department of Mechanical Engineering Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, 1996.
6. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977.

7. Козелков А. С., Курулин В. В., Тятюшкина Е. С. и др. Исследование схем дискретизации конвективного потока для моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости методом отсоединенных вихрей // *Фундаментальные исследования*. 2013. № 10. С. 1051–1058.

8. Колган В. П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // *Ученые записки ЦАГА*. 1972. Т. 3, № 6. С. 68–77.

9. Zijlema M., Wesseling P. Higher order flux-limiting methods for steady-state multidimensional convection-dominated flow. Delft University of Technology. Technical Report DUT-TWI-95-131, 1995.

10. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Лашкин С. В. и др. Реализация метода расчета вязкой несжимаемой жидкости с использованием многосеточного метода на основе алгоритма SIMPLE в пакете программ ЛОГОС // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Матем. моделирование физ. процессов*. 2013. Вып. 4., С. 44–56.

11. Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов В. Н. и др. Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках. – М.: Физматлит, 2013.

12. Cook P. H., McDonald M. A., Firmin M. C. P. Aerofoil RAE 2822 – Pressure distributions, and boundary layer and wake measurements // *Experimental Data Base for Computer Program Assessment*. AGARD Report AR 138, 1979.

13. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // *Recherche Aerospatiale*. 1994. N 1. P. 5–21.

14. Menter F. R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA J.* 1994. 32, N 11. P. 1299–1310.

15. Schmitt V., Charpin F. Pressure Distributions on the ONERA-M6-Wing at transonic Mach numbers // *Experimental Data Base for Computer Program Assessment*. AGARD Advisory Report 138, 1979.

16. Stanniland D. Investigation of the flow development on a highly swept canard/wing research model with segments leading and trailing edge flaps // *Experimental Data Base for Computer Program Assessment*. AGARD Report AR 303, 1988.

Specifics of the SIMPLE Algorithm Application for the Calculation of Incompressible Flows

N. V. Tarasova, A. S. Kozelkov, D. P. Meleshkina, A. V. Lashkin, O. V. Denisova

This paper focuses on the description of the SIMPLE algorithm modification for the case of incompressible flows and the applicability of the implemented algorithm for the calculation of transonic compressible flows within the LOGOS program package. The problem about flow over an airfoil and inside a diffuser are used to demonstrate the capabilities of the implemented algorithm in terms of reaching acceptable accuracy and convergence velocity when various schemes of convective component discretization are used and other computational parameters are changed. The obtained results are compared with the data of well known experimental tests.