

УДК 539.3

Исследование больших формоизменений сферической оболочки при контактном взаимодействии с жесткой обоймой под действием импульса перегрузки

В. Г. Баженов*, **Д. А. Варавин**,
А. И. Кибец, **А. А. Рябов**, **В. И. Романов**

Рассматривается осесимметричная задача о больших деформациях свинцовой сферической оболочки, заключенной в алюминиевый «скафандр», под действием импульса перегрузки. Деформирование оболочки описывается с позиций механики упруговязкопластических сред в переменных Лагранжа, кинематические соотношения определяются в метрике текущего состояния. Уравнения состояния принимаются в форме уравнений теории течения с изотропным упрочнением. Численное решение задачи получено с использованием вариационно-разностного метода и явной схемы интегрирования по времени типа «крест». Исследуется влияние зависимости предела текучести от скорости деформаций на формоизменение оболочки при различных перегрузках. Показано хорошее согласие расчетов остаточной формы и деформаций с экспериментальными данными.

Введение

Интерес к проблемам прочности и устойчивости тонкостенных элементов конструкций в виде сферических оболочек обусловлен широким использованием таких элементов в современной технике [1–6]. Натурные динамические эксперименты с такими оболочками требуют значительных затрат, а в ряде случаев, например при оценке безопасности ядерных энергетических установок, применения сосудов высокого давления и других потенциально опасных объектов принципиально невозможно. В настоящее время перспективным является развитие и обоснование методов компьютерного моделирования, которые позволяют проводить параметрический анализ процессов деформирования и устойчивости оболочек с учетом геометрической и физической нелинейностей, сложного нагружения, неоднородности напряженно-деформированного состояния. Исследованию этих задач в случае сферических оболочек посвящены работы [3–7].

* «Научно-исследовательский институт механики» Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского», г. Нижний Новгород

В данной работе анализируются упругопластические процессы осесимметричного выпучивания свинцовой сферической оболочки в алюминиевом «скафандре» при взрывных нагружениях и контактном взаимодействии с учетом трения.

Определяющая система уравнений и метод решения

Формоизменения оболочки анализируются с помощью уравнений механики сплошных сред в цилиндрической эйлеровой системе координат r, β, z (z – ось вращения). Для описания движения деформируемой среды применяется текущая лагранжева формулировка [8]. Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей работ:

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} (\sigma_{rr} \delta \dot{e}_{rr} + \sigma_{\beta\beta} \delta \dot{e}_{\beta\beta} + \sigma_{zz} \delta \dot{e}_{zz} + 2\sigma_{rz} \delta \dot{e}_{rz}) rd\Omega + \iint_{\Omega} (\rho w_r \delta \dot{u}_r + \rho w_z \delta \dot{u}_z) rd\Omega - \\ & - \int_{G_p} (p_r \delta \dot{u}_r + p_z \delta \dot{u}_z) rdG - \int_{G_q} (q_r \delta \dot{u}_r + q_z \delta \dot{u}_z) rdG = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\sigma_{ij}, \dot{e}_{ij}$ ($i = r, \beta, z, j = r, \beta, z$) – компоненты тензора напряжений Коши и скоростей деформаций; \dot{u}_α, w_α ($\alpha = r, z$) – компоненты векторов скорости перемещения и ускорения перемещения; p_α, q_α ($\alpha = r, z$) – компоненты поверхностных и контактных нагрузок; ρ – плотность; Ω – область, занимаемая меридиональным сечением сплошной среды; G_p – часть поверхности, на которой задана известная поверхностная нагрузка; G_q – часть поверхности, на которой имеют место контактные давления, определяемые при решении. Компоненты тензора скоростей деформаций определяются в метрике текущего состояния:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{rr} &= \dot{u}_{r,r}, & \dot{e}_{\beta\beta} &= \dot{u}_r r^{-1}, & \dot{e}_{zz} &= \dot{u}_{z,z}, \\ \dot{e}_{zr} &= \frac{1}{2}(\dot{u}_{z,r} + \dot{u}_{r,z}), & \dot{\omega}_{zr} &= \frac{1}{2}(\dot{u}_{z,r} - \dot{u}_{r,z}), & \dot{e}_{r\beta} &= \dot{e}_{z\beta} = \dot{\omega}_{r\beta} = \dot{\omega}_{\beta z} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Для описания упругопластических свойств материалов применяется теория течения с нелинейным изотропным упрочнением. Связь между компонентами девиатора скоростей напряжений $\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} + \dot{P}\delta_{ij}$ и упругими составляющими компонент девиатора скоростей деформаций $\dot{e}'_{ij} = \dot{e}_{ij} - \dot{e}\delta_{ij}/3 - \dot{e}'_{ij}^p$ устанавливается с использованием обобщенного закона Гука [9]:

$$\begin{aligned} D_J \sigma'_{ij} &= 2G \dot{e}'_{ij}, & D_J \sigma'_{ij} &= \dot{\sigma}'_{ij} - \dot{\omega}_{ik} \sigma'_{kj} - \dot{\omega}_{jk} \sigma'_{ik}, \\ \dot{P} &= -K \dot{e}, & \dot{P} &= -\dot{\sigma}_{ii}/3, & \dot{e} &= \dot{e}'_{ii}, & \dot{e}'_{ii}^p &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь K, G – модули объемного сжатия и сдвига; P – давление; D_J – производная Яуманна [10], учитывающая поворот частицы среды как жесткого целого; δ_{ij} – символ Кронеккера. Условия текучести и скорости пластических деформаций определяются соотношениями:

$$\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} \leq 2/3 \sigma_T^2 (\kappa, I_{2\dot{\epsilon}}), \quad I_{2\dot{\epsilon}} = \sqrt{2/3} \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}}, \quad \kappa = \int_0^t I_{2\dot{\epsilon}} dt, \quad \dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \sigma'_{ij}, \quad (4)$$

где σ_T – предел текучести; κ – параметр Одквиста; $I_{2\dot{\epsilon}}$ – интенсивность скорости деформаций; $\dot{\lambda}$ – параметр, тождественно равный нулю при упругом деформировании и определяемый при упруго-пластическом деформировании из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки.

В вариационном уравнении движения компоненты контактной силы q_α ($\alpha = r, z$) заранее неизвестны и вычисляются при решении задачи в местном координатном базисе (s, ξ – направления касательной и нормали к контактной поверхности). Контактное давление определяется из условия непроникания:

$$\begin{cases} \dot{u}'_\xi = \dot{u}''_\xi, \\ q'_\xi = -q''_\xi, \end{cases}, \quad q_\xi = q'_\xi = \begin{cases} 0, & q_\xi \geq 0, \\ q_\xi, & q_\xi < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Касательное давление сначала определяется из условия жесткой склейки, а в случае превышения силы трения покоя – в соответствии с законом Кулона:

$$\begin{cases} \dot{u}'_s = \dot{u}''_s, \\ q'_s = -q''_s, \end{cases}, \quad q_s = q'_s = \begin{cases} q_s, & |q_s| \leq k_\xi |q_\xi|, \\ k_\xi |q_\xi| \text{sign}(q_\xi), & |q_s| > k_\xi |q_\xi|, \end{cases} \quad (6)$$

(k_ξ – коэффициент трения).

Определяющая система уравнений решается вариационно-разностным методом с использованием четырехугольных ячеек по пространственным координатам и явной схемы интегрирования по времени [11]. После замены интегрирования по области Ω суммированием по ячейкам разностной сетки получаем дискретный аналог уравнений движения каждого узла сетки:

$$(M \ddot{u}_i)_j = (F_i)_j, \quad (7)$$

где $(F_i)_j$ – обобщенные узловые силы в общей системе координат (r, z), действующие на расчетный узел j ; M – масса материала оболочки в j -м узле.

Процесс деформирования сплошной среды разбивается на временные промежутки $t^0, t^1, \dots, t^k, \dots$ с шагами $\Delta t^{k+1} = t^{k+1} - t^k$. Скорости перемещений и перемещения узлов сетки вычисляются на каждом временном шаге по явной схеме «крест»:

$$\begin{aligned} (\dot{u}_i)_j^{k+1/2} &= (\dot{u}_i)_j^{k-1/2} + (F_i)_j^k \Delta t^k / (M)_j, & (u_i)_j^{k+1} &= (u_i)_j^k + (\dot{u}_i)_j^{k+1/2} \Delta t^{k+1/2}, \\ \Delta t^{k+1/2} &= (\Delta t^{k+1} + \Delta t^k) / 2, & i &= r, z. \end{aligned} \quad (8)$$

Временные шаги выбираются с учетом условия устойчивости схемы [11].

Результаты исследования динамического выпучивания свинцовой оболочки в «скафандре» при взрывном нагружении

Результаты экспериментального исследования данной задачи приведены в [12]. На рис. 1 представлена схема экспериментальной сборки, состоящей из свинцовой оболочки, монолитного полукорпуса «скафандра» и крышки, которая крепится к полукорпусу винтами.

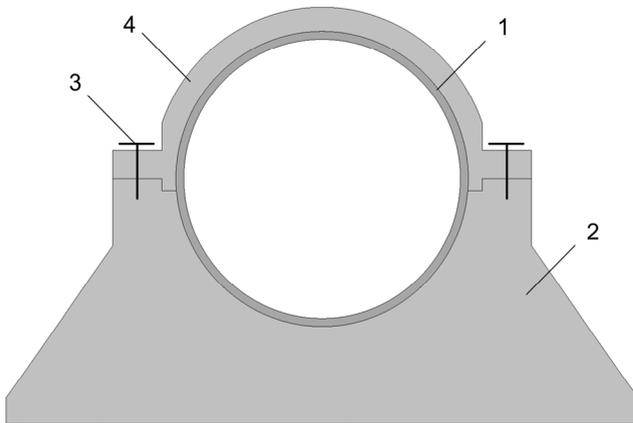


Рис. 1. Схема экспериментальной сборки:
1 – свинцовая оболочка, 2 – монолитный полукорпус «скафандр», 3 – винты, 4 – крышка

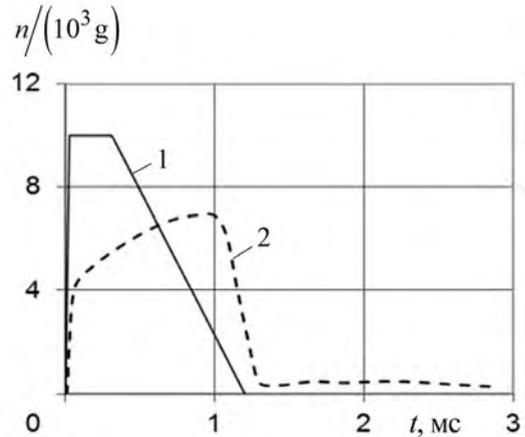


Рис. 2. Зависимость импульса перегрузки «скафандра» (1) и импульса перегрузки оболочки (2) от времени

«Скафандр» нагружается снизу взрывным устройством [13], состоящим из взрывчатого вещества (ВВ), пластины-ударника и демфера, преобразующего воздействие взрыва на «скафандр» в трапециевидный импульс перегрузки (кривая 1 на рис. 2).

Отношение толщины к радиусу сферической оболочки составляет $h/R = 0,054$. Масса оболочки равна $m = 2,95$ кг, общая масса сборки $M = 21$ кг. Материал оболочки – свинец марки С1 [14] ($E = 1,8 \cdot 10^4$ МПа, $\nu = 0,45$, $\rho = 11,34$ г/см³). Диаграмма вязкопластического деформирования свинца аппроксимировалась с использованием экспериментальных данных (рис. 3):

$$\sigma(\kappa, I_{2\dot{\epsilon}}) = \sigma_T(I_{2\dot{\epsilon}}) + \sigma(\kappa), \quad \sigma_T(I_{2\dot{\epsilon}}) = 4 \cdot 10^{-6} I_{2\dot{\epsilon}}^2 - 0,0004 I_{2\dot{\epsilon}}, \quad (9)$$

$$\sigma(\kappa) = 5,5849\kappa + 2,063.$$

Здесь динамический предел текучести $\sigma_T(I_{2\dot{\epsilon}})$ зависит от скорости деформации, а функция $\sigma(\kappa)$ – от степени деформации. Материал «скафандра» – алюминиевый сплав марки Д16 ($E = 7,1 \cdot 10^4$ МПа, $\nu = 0,3$, $\rho = 2,78$ г/см³). Коэффициент трения между свинцовой оболочкой и скафандром задавался равным $k_{\xi} = 0,2$ [15].

Для обеспечения приемлемой точности результатов расчетов анализировали сходимость численного решения задачи при последовательном измельчении разностной сетки. В результате был определен оптимальный вариант разбиения (5 ячеек по толщине оболочки и 1110 ячеек по образующей), при котором погрешность оценки остаточной формы оболочки не превышала 0,5 %. Проводили также верификационные расчеты с учетом и без учета деформируемости испытательного «скафандра». Различие их результатов пренебрежимо мало, поэтому дальнейшие расчеты выполняли при замене «скафандра» жесткой облоймой.

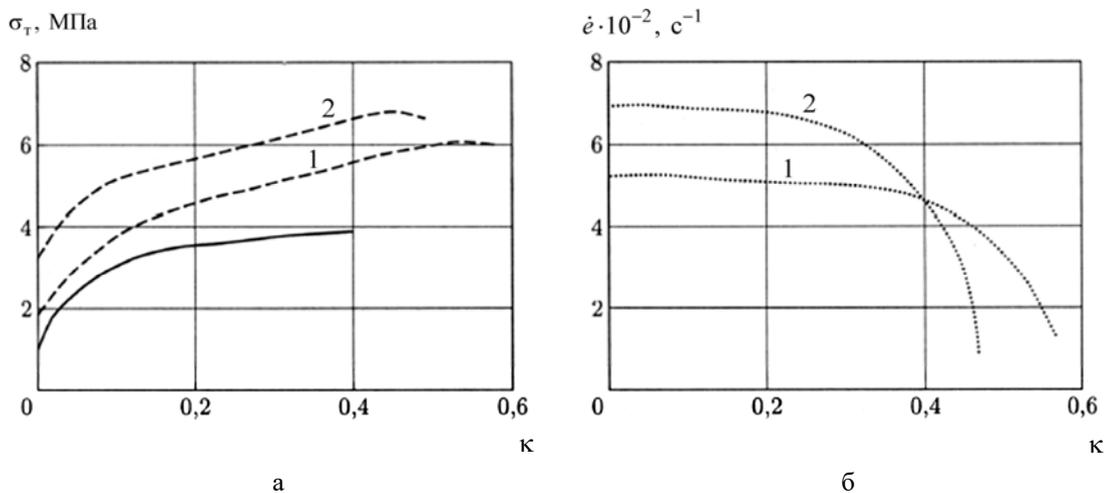


Рис. 3. Зависимости динамического предела текучести при изменяющихся скоростях деформирования (а) и скорости деформирования (б) от параметра κ для свинца марки С1: сплошная линия – статическая диаграмма; 1, 2 – динамические диаграммы, соответствующие различным скоростям деформирования

Согласно экспериментальным данным продолжительность действия импульса перегрузки на сборку с максимальным значением $10000g$ (g – ускорение свободного падения) составляет $1,2$ мс (сплошная линия на рис. 2). Вследствие упругопластической деформации оболочки его воздействие уменьшается и достигает максимума $n \approx 7000g$ в момент времени $t = 1$ мс (штриховая линия на рис. 2). На первой стадии деформирования до момента выпучивания – образования кольцевой складки – максимальные деформации развиваются в нижней полусфере оболочки и приводят к ее утолщению на оси вращения на 20% .

Исследовано также влияние формы импульса перегрузки на деформирование оболочки. С этой целью выполнены расчеты при $n = 10000g$, в которых варьировалась длительность t_+ стационарной фазы перегрузки при сохранении величины импульса, что достигалось путем соответствующего изменения длительности ее уменьшения t_- (см. рис. 2).

В таблице приведены характерные параметры рассмотренных вариантов нагружения и соответствующие значения осадки оболочки Δd , отнесенные к ее начальному диаметру d . Из таблицы следует, что изменение формы импульса при сохранении его величины оказывает незначительное влияние на деформирование оболочки. Аналогичный вывод сделан при сравнении остаточных форм оболочки.

Параметры импульса нагружения и осадка оболочки

t_+ , мкс	t_- , мкс	$\Delta d/d$
400	500	0,302
500	300	0,305
600	100	0,306

Во второй серии вычислительных экспериментов полагалось $n = 10000g$, $t_+ = 300$ мкс, а длительность уменьшения нагрузки t_- варьировалась в диапазоне от 100 до 890 мкс.

На рис. 4 показаны остаточные формы оболочки, полученные в расчетах и эксперименте. Видно, что увеличение импульса перегрузки n приводит к углублению складки и увеличению осадки оболочки. Экспериментальная и расчетные остаточные формы оболочки на рис. 4 имеют

похожие по конфигурации складки. По форме складки с экспериментом лучше согласуются результаты расчета, полученные при $t_- = 800$ мкс, а по значению осадки $\Delta d/d$ – результаты расчета при $t_+ = 890$ мкс. Остаточный вертикальный размер оболочки, полученной в расчете при $t_- = 800$ мкс, и экспериментальное значение отличаются на 1,8 %.

Согласно расчетным данным скорость деформации оболочки изменяется от минимального значения 60 с^{-1} в верхнем полюсе оболочки до максимального значения в складке 1200 с^{-1} . На рис. 5 представлены результаты расчетов, полученные с учетом и без учета зависимости предела текучести свинца от скорости деформации. Точкой на рис. 5 показан результат эксперимента при $n = 10000\text{g}$. Очевидно, что расчет с использованием статической диаграммы деформирования свинца приводит к большим погрешностям и не позволяет получить достоверные результаты при больших скоростях деформации.

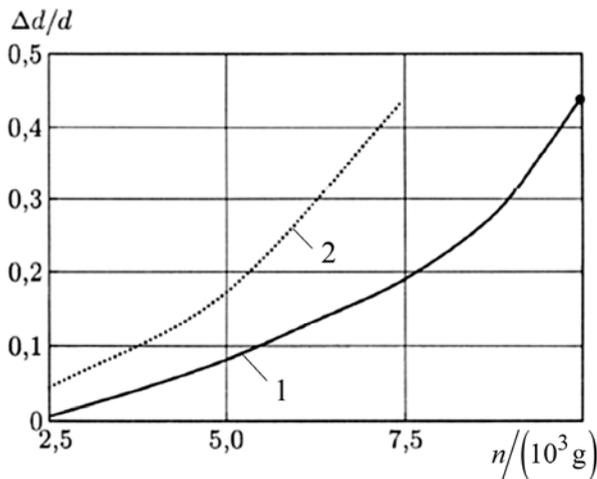
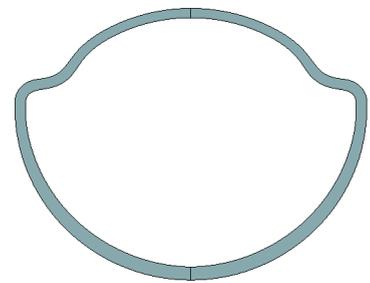


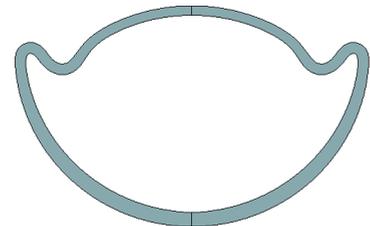
Рис. 5. Зависимость осадки оболочки от перегрузки, действующей на сборку: 1 – расчет с учетом зависимости $\sigma_T(\dot{\epsilon})$, 2 – расчет без учета зависимости $\sigma_T(\dot{\epsilon})$, ● – результаты эксперимента при $n = 10000\text{g}$

На рис. 6 варианту нагружения, представленному на рис. 2, соответствует сплошная линия, показаны зависимости компонент тензора напряжений в зоне их концентрации на внутренней поверхности складки (см. рис. 4) от времени. В этом случае к моменту времени $t = 1,55$ мс вся оболочка охвачена пластическим деформированием. Из рис. 6 следует, что в зоне складки компоненты напряжений изменяются во времени непропорционально. Несмотря на большие деформации, преобладание трехосного сжатия препятствует развитию микродефектов и разрушению материала оболочки, что подтверждается экспериментом.



$t = 500$ мкс

а



$t = 800$ мкс

б



$t = 890$ мкс

в



г

Рис. 4. Остаточная форма и толщина деформированной оболочки: а–в – результаты расчетов, г – эксперимент

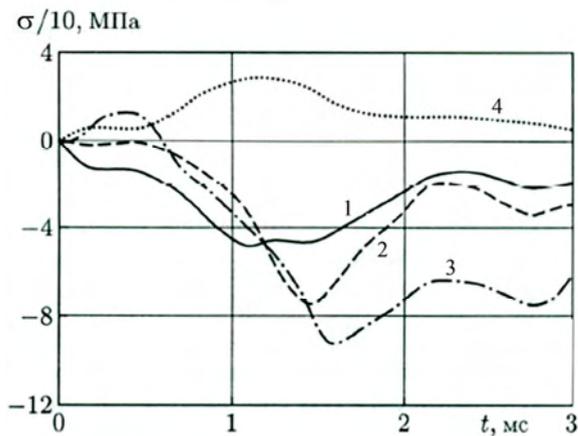


Рис. 6. Зависимость компонент тензора напряжений от времени: 1 – σ_{rr} , 2 – σ_{zz} , 3 – $\sigma_{\theta\theta}$, 4 – σ_{zr}

В результате интенсивного нагружения меняется не только форма оболочки, но и ее толщина (см. рис. 4). В расчете максимальное утолщение оболочки наблюдается на нижнем полюсе, что подтверждается экспериментальными данными. Различие расчетных и экспериментальных значений толщины составляет 18 %. Учитывая сложный характер нагружения и геометрическую нелинейность задачи, точность расчетов по рассмотренной вычислительной модели можно считать удовлетворительной. Варьирование коэффициента трения приводит к изменению распределения толщины оболочки. При $k_{\xi} = 0,35$ это изменение незначительно, при $k_{\xi} > 0,35$ наибольшая толщина оболочки наблюдается вблизи экватора, что противоречит экспериментальным данным.

Заключение

Выполнен численный анализ упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения сферической оболочки в «скафандре» при импульсном нагружении. Выявлено существенное влияние вязкостных характеристик свинца на выпучивание оболочки. Остаточная форма оболочки определяется в основном длительностью и амплитудой нагружающего импульса, а влияние формы импульса является незначительным. В процессе деформирования свинцовой оболочки меняется не только ее форма, но и толщина. Изменение толщины оболочки зависит от сил трения между оболочкой и «скафандром».

Список литературы

1. Григолюк Э. И., Мамай В. И. Механика деформирования сферических оболочек. – М.: Изд-во МГУ, 1983.
2. Гудрамович В. С. Устойчивость упругопластических оболочек. – Киев: Наукова думка, 1987.
3. Баженов В. Г., Гоник Е. Г., Кибец А. И., Шошин Д. В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях // Приклад. механика и техн. физика. 2014. Т. 55, № 1. С. 13–18.
4. Баженов В. Г., Артемьева А. А., Гоник Е. Г. и др. Конечно-элементное моделирование упругопластического выпучивания незамкнутых сферических оболочек при сжатии // Проблемы прочности и пластичности. 2012. Вып. 74. С. 84–91.
5. Kinkead A. N., Jennings A., Newell J. et al. Spherical shells in inelastic collision with a rigid wall tentative analysis and recent quasi-static testing // J. of Strain Analysis. 1994. Vol. 29. P. 7–41.

6. Shariati M., Allahbakhsh H. R. Numerical and experimental investigations on the buckling of steel semi-spherical shells under various loadings // *Thin-Walled Structures*. 2010. Vol. 48, N 8. P. 620–628.
7. Gupta N. K., Venkatesh K. S. Experimental and numerical studies of dynamic axial compression of thin walled spherical shells // *Int. J. of Impact Eng.* 2004. Vol. 30. P. 1225–1240.
8. Коробейников С. Н. Нелинейное деформирование твердых тел. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
9. Казаков Д. А., Капустин С. А., Коротких Ю. Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 1999.
10. Аннин Б. Д., Коробейников С. Н. Допустимые формы упругих законов деформирования в определяющих соотношениях упругопластичности // *Сиб. журн. индустр. математики*. 1998. Т. 1, № 1. С. 21–34.
11. Баженов В. Г., Чекмарев Д. Т. Решение задач нестационарной динамики пластин и оболочек вариационно-разностным методом. – Н. Новгород: изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2000.
12. Иванов И. Г., Новиков С. А. Деформирование сферических свинцовых оболочек при действии интенсивных механических перегрузок // *Прочность материалов при динамическом нагружении* / Под ред. С. А. Новикова. – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2003.
13. Новиков С. А., Сеницын В. А., Погорелов А. П. Расчет взрывного нагружающего устройства для создания импульса давления заданных параметров // *Физика горения и взрыва*. 1980. №6. С. 111–113.
14. Баженов В. Г., Баранова М. С., Жегалов Д. В. и др. Построение динамических диаграмм деформирования свинцовых заготовок методом прямого удара на газодинамической копровой установке // *Вестник машиностроения*. 2013. № 2. С. 11–14.
15. Крагельский И. В., Виноградов И. В. Коэффициенты трения. – М.: Изд-во машиностроительной лит-ры, 1955.

Investigation of Changes in the Spherical Shell Shape Under the Action of Pulsed Loading Due to Contact Interaction With a Rigid Block

V. G. Bazhenov, D. A. Varavin, A. I. Kibets, A. A. Ryabov, V. I. Romanov

An axisymmetric problem of high strains in a spherical lead shell enclosed into an aluminum «spacesuit» under the action of pulsed loading is considered. The shell straining is described with the use of equations of mechanics of elastoviscoplastic media in Lagrangian variables, and the kinematic relations are determined in the current state metrics. Equations of state are taken in the form of equations of the flow theory with isotropic hardening. The problem is solved numerically by using the variational difference method and the «cross» explicit scheme of integration with respect to time. The influence of the yield stress as a function of the strain rate on changes in the shell shape is studied for different values of loading. The calculated final shape and residual strains are demonstrated to be in good agreement with experimental data.