

- 9 Кузнецов Н.М. Некоторые вопросы фазовых превращений в ударных волнах// Сб. "Ударные волны и экстремальные состояния вещества", под ред. акад. Фортова В.Е., Альтшулера Л.В., Трунина Р.Ф., Фунтикова А.И. М.: Наука, 2000. С. 174-198.
- 10 F.L. Addessio, D.B. Hayes et al. "Modeling Phase Transformations in Solids"/Theoretical Division. Special Feature 2004. Supplement to Theoretical Division's. Self-Assessment. LA-UR-04-2143. T-3. Fluid Dynamics. 2004. pp. 4-5.
- 11 G.A. Cox, C.M. Robinson. Empirical Multi-Phase EOS Modelling Issues//Sock Compression of Condensed Matter-2009. USA. 2009. pp. 1195-1200.
- 12 V.M. Yelkin, E.A. Kozlov, E.V. Kakshina, and Yu.S. Moreva. Two-Phase Equation of State for Cerium and Features of its Dynamic Compression//Sock Compression of Condensed Matter-2005. Baltimore, Maryland, USA. 2005. pp. 77-80.
- 13 F.J. Cherne, B.J. Jensen and V.M. Elkin. Implementation of Complex Multi-Phase Equation of State for Cerium and its Correlation with Experiment// Sock Compression of Condensed Matter-2009. Nashville, Tennessee, USA. 2009. pp. 1161-1164.
- 14 Б.Л. Глушак/"Начала физики взрыва". Саров. 2011. 307 с.
- 15 "Ударные волны и экстремальные состояния вещества". Под редакцией акад. В.Е.Фортова, Л.В.Альтшулера, Р.Ф. Трунина, А.И. Фунтикова. Гл. 5, раздел 5.1.5: Урлин Д.В. "Уравнения состояния твёрдой и жидкой фаз", с. 268.
- 16 Урлин Д.В.// ЖЭТФ. 1965. Т. 49. №2. С. 485-493.
- 17 M. D. Knudson. Megaamps, Megagauss, and Megabars: Using the Sandia Z-MACHINE to Perform Extreme Material Dynamics Experiments//International Conference "Shock Compression of Condensed Matter". 2011. AIP Conf. Proc. 1426, 35-42 (2012). Sandia National Laboratories, Albuquerque NM 87123.

ФАЗОВОЕ ПРЕВРАЩЕНИЕ ПРИ БЕЗУДАРНОМ СЖАТИИ ЖЕЛЕЗА. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ 2016 г.

И.В. Кузьмицкий

РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров, Россия

В работе изложены результаты расчётов недавних экспериментов французских и японских авторов [1] по безударному сжатию при лазерном нагреве железа (iron) с целью исследования кинетики превращения при скоростях деформации от $3.0 \cdot 10^7$ до $9.0 \cdot 10^7$ с⁻¹. Ранее в [2] была описана новая модель фазового превращения вещества при безударном сжатии (изотермическое или адиабатическое сжатие) и изобарическом нагреве, основанная на модели фазового превращения вещества за фронтом ударной волны [3,4]. Ниже предполагается, что темп кинетики фазового превращения в железе заметно выше, чем темп его безударного нагружения. Поэтому процесс фазового превращения можно рассматривать как медленный квазистационарный процесс, к которому можно применить методику расчёта, разработанную в работах [3,4]. Если безударный темп нагружения вещества будет одного порядка или даже превышать темп кинетики фазового превращения железа, то расчёты должны проводиться с кинетикой такого превращения и по программе с нестационарным газодинамическим движением. В настоящее время численная методика новой модели фазового превращения ещё не введена в наши газодинамические комплексы. Поэтому в этой работе был проведён анализ результатов из работы [1] лишь для эксперимента с минимальным темпом нагружения железа при интенсивности нагрева лазером $3.7 \cdot 10^{12}$ Вт/см² и средней скоростью деформации $3.2 \cdot 10^7$ с⁻¹. Для этого эксперимента можно было бы

ожидать, что разработанная в [2] методика расчёта фазового превращения в статических безударных экспериментах (типа сжатия и нагрева вещества в «алмазных наковальнях») может оказаться полезной.

В статике "главный закон природы" совсем иной - условие достижения термодинамического равновесия неподвижной среды, или такого медленного безударного движения сплошной среды, что фазовый процесс идёт в квазистатическом режиме. А это не что иное, как условие достижения максимальной энтропии смеси фазовых фракций при заданном давлении P :

$$dS_{phT}(P, \lambda) = d\left\{(1-\lambda) \cdot S_{phT}^{(1)}(P) + \lambda \cdot S_{phT}^{(2)}(P)\right\} = 0$$

Получим уравнение:
$$\frac{dP}{d\lambda} = \frac{\left(S_{phT}^{(1)}(P) - S_{phT}^{(2)}(P)\right)}{(1-\lambda) \cdot \left(dS_{phT}^{(1)}(P)/dP\right) + \lambda \cdot \left(dS_{phT}^{(2)}(P)/dP\right)} \quad (1)$$

Фазовое превращение начинается в какой-то неизвестной точке "b" с параметрами:

$$\left\{P_b, T_b, v_b^{(1)}, v_b^{(2)}\right\} \quad (2)$$

Если вещество было сжато адиабатически до давления P_b , то найти параметры (2) можно из

системы уравнений:
$$\begin{cases} T^{(2)}(P_b, v_b^{(2)}) = T_b & (a) & \Phi^{(1)}(P_b, v_b^{(1)}) = \Phi^{(2)}(P_b, v_b^{(2)}, P_b, v_b^{(1)}, v_b^{(2)}) & (c) \\ T^{(1)}(P_b, v_b^{(1)}) = T_b & (b) & S^{(1)}(P_b, v_b^{(1)}) = S^{(1)}(P_0, v_0^{(1)}) = 0 & (d) \end{cases} \quad (3)$$

Решение дифференциального уравнения первого порядка (1) определит зависимость давления при фазовом превращении от массовой доли второй фазы вещества:

$$P_{phT} = P_{phT}(\lambda) \quad (4)$$

Из решения (4) найдём давление в точке завершения фазового превращения: $P_e = P_{phT}(\lambda = 1.0)$ (5)

Из полученных результатов в виде наличия точных границ для давлений начала и завершения фазового превращения $P_b \leq P \leq P_e$ следует не тривиальный вывод:

На эксперименте регистрация начала фазового превращения связана с тем фактом, что после превышения давления $P \geq P_b$ "включается" кинетика со скоростью $d\lambda/dt = K(P)$. Но при этом сам темп кинетики не влияет на положение точек начала и завершения фазового превращения. Физические параметры точек начала и завершения процесса фазового превращения диктуются только законами термодинамики – условием достижения энтропией смеси фазовых фракций максимального значения.

Для ударных процессов это не так. Начальная точка фазового процесса определяется параметрами на фронте ударной волны, если давление на фронте волны P_f превышает давление порога начала фазового превращения P_{bsw}

1 Эксперименты по изучению фазового превращения при безударном сжатии железа и полученные результаты

В работе [1] безударное сжатие поликристаллической пластины из железа осуществлялось нагревом её поверхности LULI2000 лазером импульсом 5-нс длительности. Энергия 250 Дж., длина волны 532 нм. Диаметр пятна 800 мкм. Толщина железной пластины 9.5 мкм. Волна безударного сжатия в железе выходила на противоположный торец пластины, к которой примыкало окно из сапфира толщиной 1мм. Профиль массовой скорости, выходящий на поверхность сапфира, регистрировался двухканальной интерферометрической системой (VISAR) с разрешением по времени 100 пс и 10 мкм по пространству.

На рисунке 1 показан профиль нагрева лазерным импульсом экспоненциального вида (линия 1) и профиль давления на фронте безударной волны сжатия в пластине, вычисленный с помощью программы MULTI в работе [1]. На рисунке 2 показан зарегистрированный системой VISAR профиль во времени для массовой скорости на границе железо-сапфир.

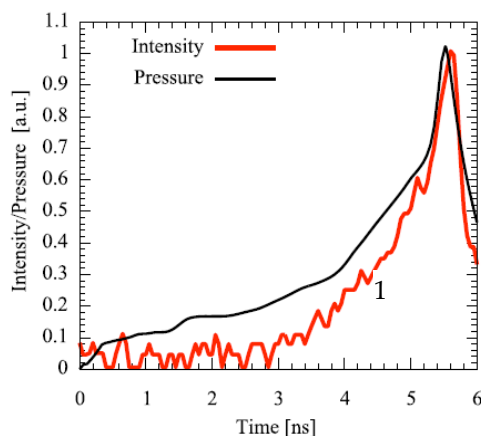


Рисунок 1. Лазерный профиль нагрева железной пластины (линия 1) и вычисленный профиль давления на фронте безударной волны сжатия в безразмерных единицах. Мощность лазера составляет $3.7 \cdot 10^{12} \text{ W/cm}^2$

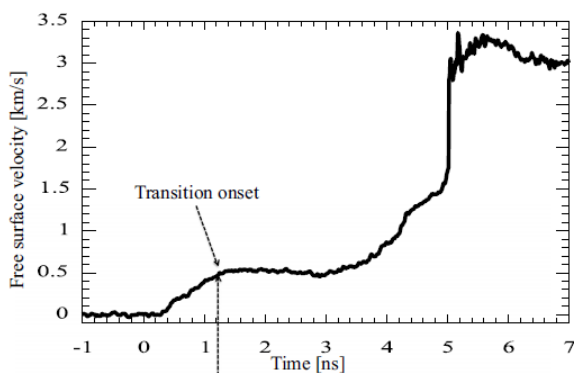


Рисунок 2. Зарегистрированный системой VISAR во времени профиль массовой скорости на границе железо-сапфир. Стрелкой показана точка на зависимости массовой скорости от времени, начиная с которой, по мнению авторов [1], включается фазовый переход в железе

2 Параметры фазового превращения в железе при безударном сжатии

Приведём необходимые здесь данные для построения уравнений состояний первой и второй фаз железа в "трёхчленном" виде в приближении Ми-Грюнайзена. Константы для уравнений состояний первой и второй фаз железа в этом представлении получены с помощью метода "Несколько виртуальных экранов" и приведены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры уравнений состояний первой α и второй ε фазы железа

Параметры	P_0 , ГПа	T_0 , К	q_0 , КДж/г	C_v , КДж/г $^{\circ}$ К	$\rho_0^{(1,2)}$, г/см 3	C_0 , км/с	$G\rho$, г/см 3	n
α – фаза	$1.01325 \cdot 10^{-4}$	298	0	$4.486 \cdot 10^{-4}$	7.85	4.609	12.5	4.05
ε – фаза	$1.01325 \cdot 10^{-4}$	298	0.26806	$4.486 \cdot 10^{-4}$	8.0	3.0	15.0	4.45

В таблице 2 приведены параметры для точки начала ФП и точки старта ударной адиабаты второй фазы железа на ударной волне.

Таблица 2. Параметры точки начала ФП и точки старта *ударной адиабаты* ε фазы

Параметры точки начала ФП		Точка старта ударной адиабаты ε фазы	
D_F , км/с	5.06	D_F , км/с	5.06
P_{bSW} , ГПа	12.842	P_{eSW} , ГПа	28.76
U_{bSW} , км/с	0.3233	U_{eSW} , км/с	0.883
ρ_{bSW} , г/см ³	8.386	ρ_{eSW} , г/см ³	9.509
V_{bSW} , см ³ /г	0.11925	V_{eSW} , см ³ /г	0.1052

Таблица 2 приведена здесь ради возможности провести сравнения получаемых ниже параметров начала и завершения фазового превращения в железе для процесса *безударного квазистационарного адиабатического сжатия*.

Ниже приведены результаты расчётов фазового превращения при безударном квазистационарном адиабатическом сжатии железа

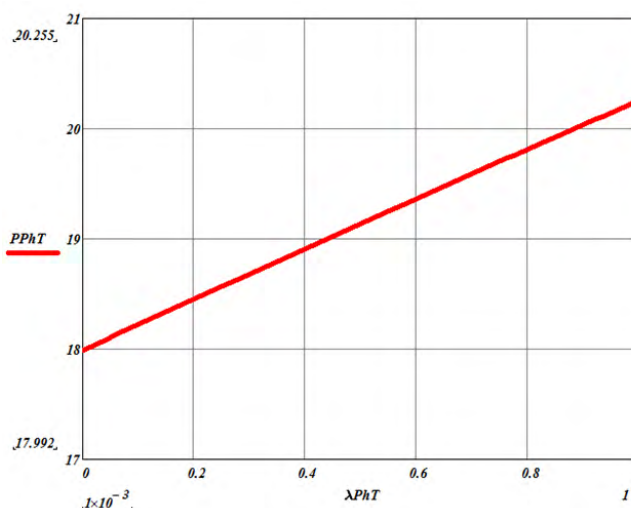


Рисунок 3. Изменение давления в ГПа в железе при безударном квазистационарном адиабатическом сжатии по мере роста массовой доли второй фазы. Видим, что по расчёту фазовое превращение в железе реализуется в узком интервале давлений 17.992...20.255 ГПа

В таблице 3 приведены параметры для давления начала P_b и завершения P_e фазового превращения в железе при безударном адиабатическом квазистационарном сжатии и аналогичные параметры для ударной волны из таблицы 2.

Таблица 3. Сравнение давлений начала и завершения ФП на ударной волне с минимальной волновой скоростью $D_F = 5.06$ км/с и аналогичных величин при безударном адиабатическом сжатии железа.

P_{bSW} , ГПа	P_b , ГПа	P_{eSW} , ГПа	P_e , ГПа
12.842	17.992	28.762	20.255

Из таблицы 3 видно, что параметры начала и завершения ФП в железе при безударном адиабатическом сжатии лежат между соответствующими параметрами на ударной волне минимальной интенсивности с волновой скоростью $D_F = 5.06$ км/с.

Приведём некоторые расчётные зависимости, характеризующие поведение ряда физических величин в железе при адиабатическом безударном сжатии в зависимости от массовой доли второй фазы.

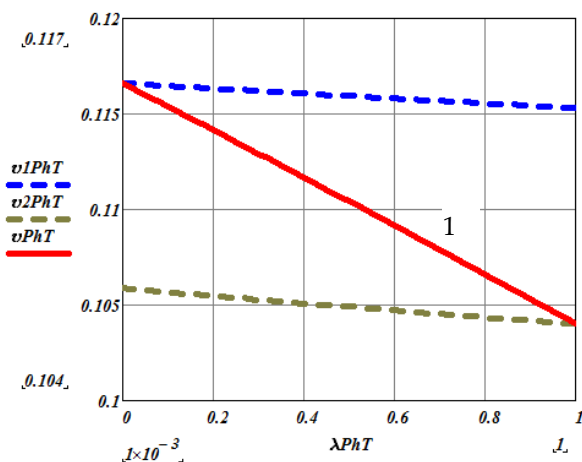


Рисунок 4. Изменение фазовых удельных объёмов первой и второй фазы и полного объёма (линия 1) в процессе фазового превращения в железе при безударном сжатии

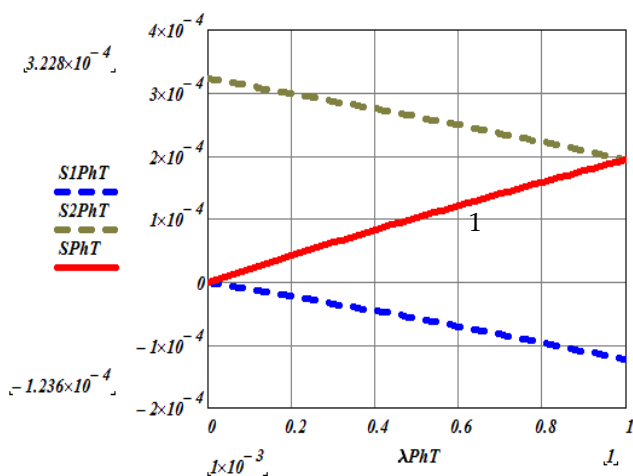


Рисунок 5. Изменение фазовых удельных энтропий и полной энтропии (линия 1) в процессе фазового превращения в железе при безударном сжатии

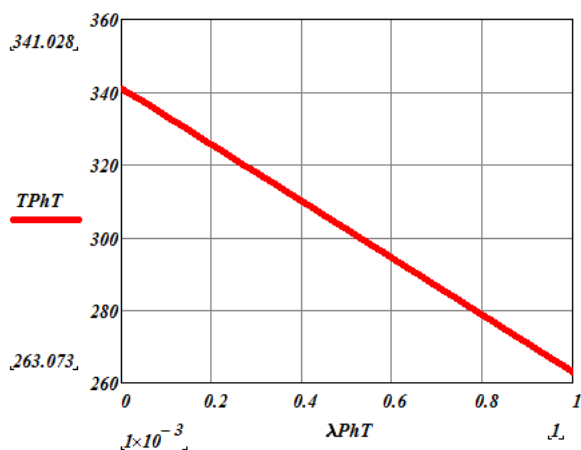


Рисунок 6. Изменение температуры в $^{\circ}\text{K}$ в процессе фазового превращения в железе при безударном сжатии

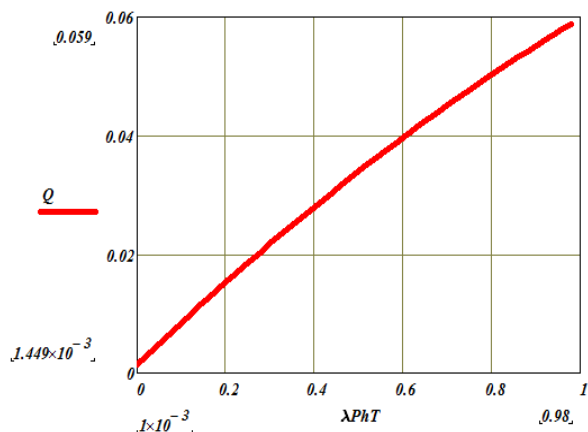


Рисунок 7. Выделение тепла в железе при безударном адиабатическом сжатии в процессе фазового превращения

Обратим внимание на несколько необычное поведение температуры в железе при безударном сжатии – она **снижается**. И это при возрастании энтропии при сжатии. Было бы очень полезно в эксперименте в работе [1] измерять ещё и температуру, чтобы установить или опровергнуть этот факт.

На рисунке 7 показано, как выделяется тепло в железе при безударном сжатии в процессе фазового превращения. Из рисунка 7 следует, что в согласии с ростом энтропии при фазовом превращении в железе (рисунок 5), тепловыделение положительно $Q > 0$. Но величина этого тепловыделения **чрезвычайно мала** $Q \approx 0.06$ КДж/г. Так что температура при фазовом превращении не только не растёт, но даже снижается (потому, что расходуется часть внутренней энергии железа в процессе фазового превращения при безударном адиабатическом сжатии) – рисунок 6. Кстати, измерение температуры железа в эксперименте в [1] могло бы заодно уточнить величину теплоёмкости второй фазы. В наших расчётах она принята равной теплоёмкости первой фазы (таблица 1).

В заключение этого раздела приведём рисунок зависимости температуры от давления при безударном фазовом превращении в железе – $T(P)$. Это так называемая **фазовая диаграмма**, которая в классической теории фазового превращения обычно считается **универсальной** и не зависящей от точки начала процесса фазового превращения и его характера – ударный или безударный

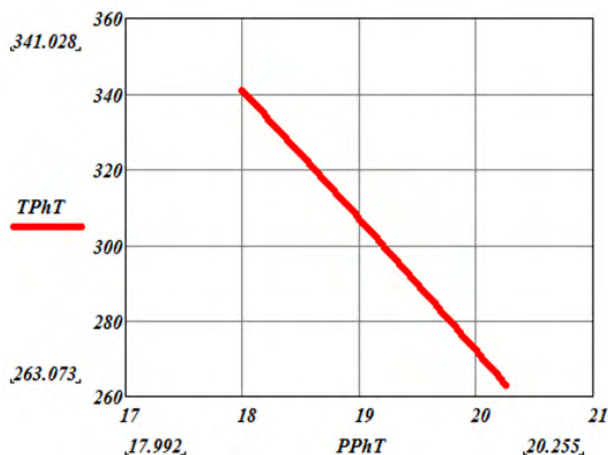


Рисунок 8. Фазовая диаграмма при безударном квазистационарном адиабатическом сжатии железа. Температура в $^{\circ}\text{K}$, давление в ГПа

По мере роста давления при адиабатическом квазистационарном безударном сжатии железа температура снижается.

3 Простая волна сжатия для α и ε фазовых состояний в железе

Для проведения детального сравнения расчётных физических величин с результатами эксперимента, показанного на рисунках 1 и 2 из работы [1], необходимо предварительно получить ещё некоторые дополнительные расчётные зависимости. Речь идёт о массовых скоростях в железе, которые будут возникать по мере безударного адиабатического сжатия и распада разрыва при выходе такой волны на границу раздела железо-сапфир.

Особенность и трудность сравнения экспериментальных результатов на рисунке 1 с проводимым расчётом заключается в том, что авторы работы [1] не привели реальные величины давлений, которые были реализованы в эксперименте, хотя бы и расчётные. На рисунке 1 кривая изменения давления в железе обезразмерена и, самое главное, носит расчётный характер.

К счастью, на рисунке 2 показано поведение массовой скорости на границе раздела железа-сапфир с реально зарегистрированными величинами скоростей в км/с и в масштабе реального времени в нс.

Такой же временной масштаб присутствует и на рисунке 1. Этот факт позволит восстановить реальное давление на рисунке 1 и сравнить получаемые величины с расчётными параметрами.

Итак, адиабатическое безударное сжатие железа приводит к рождению в последнем *простой волны* (это волна безударная, с отсутствием ударного фронта, [6]).

Из всего выше изложенного следует, что интервал давления, внутри которого происходит ФП при безударном адиабатическом сжатии, чрезвычайно мал: $18 \leq P \leq 20.3$ ГПа. Фактически, на рисунке 1 происходит адиабатическое сжатие сначала железа в состоянии первой фазы (до давления ≈ 18 ГПа), а затем в состоянии второй фазы (после давления $P \approx 20$ ГПа). Для этих чистых по фазовому состоянию фракций железа можно применить известные аналитические зависимости для безударного сжатия в простой волне [6], которые вытекают из законов сохранения инвариантов Римана: $P_s(\rho) = P_x(\rho) + C_s \cdot \rho^{G+1}$ (6)

$$\text{Получим для каждой фазы Fe: } C_s^{(1)} \approx 7.212 \cdot 10^{-3} \text{ ГПа}/(\text{г/см}^3)^{2.592}, \quad C_s^{(2)} \approx 2.638 \cdot 10^{-3} \text{ ГПа}/(\text{г/см}^3)^{2.875}$$

Интегрируем дифференциальное уравнение, которое определяет зависимость давления от массовой скорости в простой волне (инварианты Римана):

$$dU/dP = [\rho_s(P) \cdot C(P, \rho_s(P))]^{-1.0} \quad (7)$$

Для первой фазы интегрирование уравнения (7) ведётся с учётом того, что начальная массовая скорость $U_0 = 0$. Для интегрирования уравнения (7) для второй фазы необходимо указать начальную массовую скорость для этой фазы. Воспользуемся законом сохранения потока массы при фазовом превращении: $U_e = U_b \cdot \rho_b / \rho_e$.

На рисунке 9 показана полученная зависимость.

Общее экспериментальное время фазового превращения из рисунка 2 можно оценить - $\Delta t_{\text{фкт}} \approx 1.8$ нс. Отметим только, что этот интервал времени не определяется темпом кинетики фазового превращения, а фактически это время сжатия железа от давления $P_b = 17.992$ ГПа до давления $P_e = 20.255$ ГПа при нагреве на эксперименте железной пластины с темпом $3.7 \cdot 10^{12}$ Вт/см².

Далее на рисунке 2 после момента времени $t_e \approx 3.0$ нс сжатие железа идёт уже *в чистом состоянии второй фазы*.

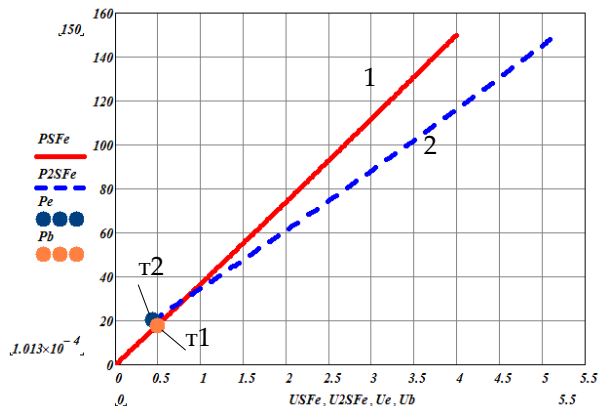


Рисунок 9. Зависимость давления в ГПа от массовой скорости в км/с в простой волне сжатия для первой фазы железа (линия 1) и второй фазы железа (пунктир 2). Точки – начало фазового превращения: $Pb = 17.992$ ГПа, $Ub = 0.49$ км/с (точка t1). Завершение ФП $Pe = 20.255$ ГПа, $Ue = 0.437$ км/с (точка t2). Зависимость давления от массовой скорости первой фазы для давления выше 20 ГПа носит чисто условный характер. В этой области давлений первая фаза отсутствует

5 Распад разрыва на границе железо-сапфир. Величины давлений и массовых скоростей в эксперименте

На рисунке 2 видно, что к моменту $t \approx 5.6$ нс массовая скорость достигает максимального значения $U_{max} \approx 3.3$ км/с. Как и давление на рисунке 1 достигает максимального значения. **Но какого?**

Уже из рисунка 9 по величине экспериментальной массовой скорости $U_{max} \approx 3.3$ км/с можно оценить эту величину так: $P_{max} \approx 97$ ГПа. Но эта величина не точна. Дело в том, что на рисунке 9 указано давление в железе в зависимости от массовой скорости в простой волне. А нам надо получить эти параметры в простой волне, но на границе железо-сапфир. Из-за распада разрыва на этой границе эти параметры изменятся и будут другими. Поэтому надо сначала построить зависимость для простой волны в сапфире – давление как функция массовой скорости [7]. На рисунках 10 и 11 показаны расчётные зависимости $P(U)$ для простых волн в сапфире (красная линия) и в железе для α и ε фазовых состояний.

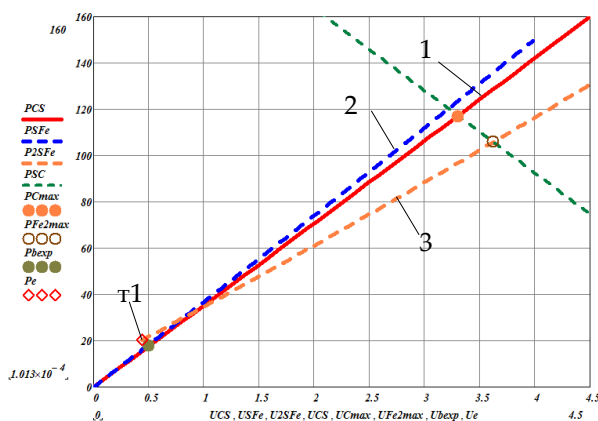


Рисунок 10. Расчётные зависимости $P(U)$ для простых волн в сапфире (линия 1) и в железе для фазовых состояний α, ε пункт 2 и пункт 3, соответственно

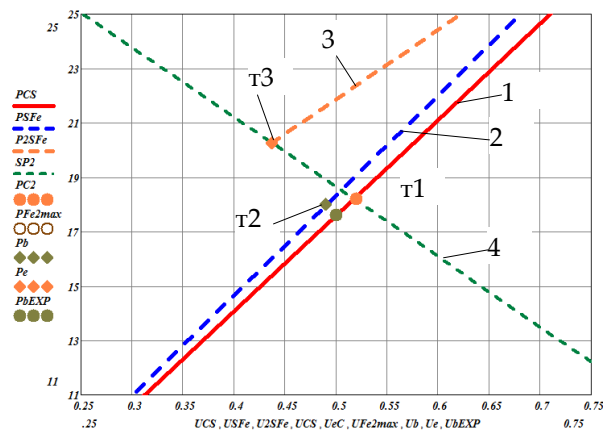


Рисунок 11. Фрагмент рисунка 10 в области начала и завершения фазового превращения

Точка 1 на линии 1 для простой волны в сапфире определяет давление в сапфире $P_c \approx 117$ ГПа при экспериментальной массовой скорости из рисунка 2 $U_{exp} \approx 3.3$ км/с.

Итак, не давление $P_{max} \approx 97$ ГПа, которое было получено выше в железе для массовой скорости $U_{exp} \approx 3.3$ км/с, а давление $P_c \approx 117$ ГПа в сапфире отвечает указанной массовой скорости, зарегистрированной методикой VISAR.

Пунктир 2 – это зависимость $P(U)$ для простой волны в железе для первой α фазы. Видим, что динамическая жёсткость этой фазы железа выше, чем динамическая жёсткость сапфира. Но реально в области давлений $P > P_e \approx 20.255$ ГПа (квадрат t1 на рисунке 10) этой фазы всё равно не существует. Реально при таких давлениях в железе существует только вторая ε фаза – пунктир 3.

Видно, что динамическая жёсткость этой фазы железа меньше, чем динамическая жёсткость сапфира. Поэтому распад разрыва на границе железо-сапфир при массовой скорости $U_{exp} \approx 3.3$ км/с и давлении $P_c \approx 117$ ГПа в сапфире определяет на зависимости $P(U)$ для второй фазы железа параметры в простой волне сжатия, которые на рисунке 10 показаны неокрашенной точкой.

Итак, к границе раздела железо-сапфир в железе подошла простая волна сжатия с параметрами на фронте волны:

$$P_{2Fe} \approx 106 \text{ ГПа}, \quad U_{2Fe} \approx 3.62 \text{ км/с}$$

Поэтому на рисунке 1 максимальное давление в железе в состоянии второй фазы можно оценить величиной $P_{2Fe} \approx 106$ ГПа, а массовую скорость можно оценить величиной $U_{2Fe} \approx 3.62$ км/с.

Если теперь на рисунке 1 поставить масштаб давления в безразмерной точке $P_{max} = 1.0$ реальную расчётную величину давления $P_{2Fe} \approx 106$ ГПа, то можно восстановить величины давлений из экспериментальной кривой на рисунке 1 для начала фазового превращения и его завершения в железе. Эти величины уже были оценены выше, но как указывалось, лишь приближённо. Теперь уточним эти расчётные значения. Получим: $P_{bEXP} \approx 18.02$ ГПа, а расчёт по новой методике фазового квазистационарного превращения дал значение давления $P_b \approx 17.992$ ГПа. Видим, что совпадение с экспериментом очень хорошее.

На рисунке 11 квадраты – реальные точки начала ФП (квадрат t2: $P_b = 17.992$ ГПа, $U_b = 0.49$ км/с) и завершения ФП (квадрат t3: $P_e = 20.255$ ГПа, $U_e = 0.437$ км/с) в железе.

На границе раздела железо-сапфир лазерная методика VISAR регистрирует другие массовые скорости. Это будут величины, показанные на рисунке 11 точками t2, t3. Точка t2 – точка начала ФП: $P_{bexp} = 17.6$ ГПа, $U_{bexp} = 0.5$ км/с.

Точка t3 – точка завершения ФП: $P_{eexp} = 18.279$ ГПа, $U_{eexp} = 0.52$ км/с.

На рисунке 2 это точки для массовой скорости: $U_{bexp} = 0.5$ км/с – начало ФП. $U_{eexp} = 0.52$ км/с – конец ФП. Видим, что согласие с экспериментом из раздела 1 вполне удовлетворительное.

Приведём ещё два рисунка. На рисунке 12 показан рисунок 1, но с оцифровкой шкалы давления, исходя из условия, что в точке максимального давления в железе в состоянии второй фазы получено значение $P_{2Fe} \approx 106$ ГПа.

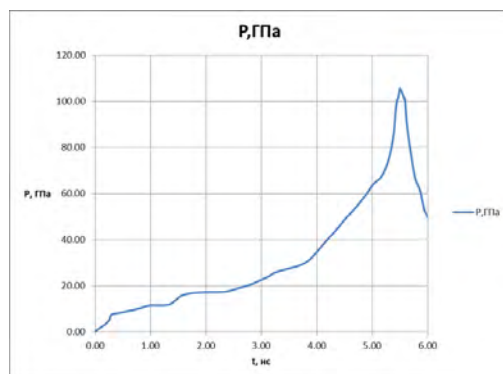


Рисунок 12. Зависимость давления от времени из рисунка 1с оцифрованной шкалой с максимальным давлением $P_{2Fe} \approx 106$ ГПа

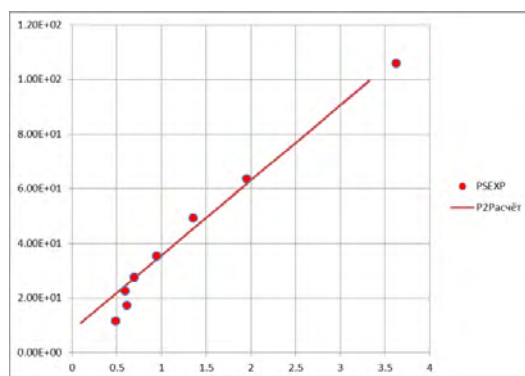


Рисунок 13. Расчётная $P(U)$ зависимость для второй фазы железа (линия 3 из рисунка 10) и экспериментальные точки из рисунков 1 и 2

Видим, что все экспериментальные точки на рисунке 13 хорошо согласуются с расчётной зависимостью $P(U)$ для второй фазы железа при давлении P выше давления начала второго фазового состояния железа $P_e = 20.255$ ГПа. Первые две точки на рисунке 13 для моментов времени $t = 1.0, 2.0$ нс – точки первого фазового состояния железа. Они, естественно, не согласуются с расчётной зависимостью для второй фазы.

Список литературы

1. N. Amadou, T. de Resseguier, E. Brambrink, T. Vinci, A. Benuzzi-Mounaix, G. Huser, G. Morard, F. Guyot, K. Miyanishi, N. Ozaki, R. Kodama, and M. Koenig. Kinetics of the iron $\alpha - \epsilon$ phase transition at high-strain rates: Experiment and model//Physical Review B **93**. 214108 (2016).
2. Кузьмицкий И.В. Фазовое превращение вещества при безударном сжатии и изобарическом нагреве. Результаты расчётов для бериллия// Труды XVII Харитоновских тематических научных чтений. Саров, 2015. С. 261-271.
- 2 Кузьмицкий И.В., М.В. Жерноклетов, В.В. Комиссаров. Новый подход к построению уравнения состояния вещества с фазовым переходом на фронте ударной волны. Уравнение состояния фенилона//Физика горения и взрыва. 2012. Т. 48, № 4. С. 103-113//Combustion, Explosion, and Shock Waves. 2012. Vol. 48, № 4. PP. 465-474.
- 4 И.В. Кузьмицкий. Подвижная точка Жуге в классической теории детонации. Детонация как фазовый переход. Монография. Саров. 2018. 317 с.
3. Кузьмицкий И.В. Фазовое превращение в бериллии. Метод нескольких виртуальных экранов. Труды международной конференции XVII Харитоновские тематические научные чтения. "Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны". Саров. 2015. С. 212-234.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидромеханика: М. «Наука». 1986. 736 с.
5. D. Erskin: High Pressure Hugoniot of Sapphire// in High Pressure and Technology AIP Conference Proceeding. 1994. P. 141-143.