

УДК 539.3
DOI 10.53403/9785951505071_2022_27

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ УДАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛЬДА С УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ ПРЕГРАДОЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОСЕТОЧНЫХ АЛГОРИТМОВ И СХЕМЫ ГОДУНОВА ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ

М. Х. Абузяров, Е. Г. Глазова, А. В. Кочетков, С. В. Крылов

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского,
Нижний Новгород

Излагается численная методика решения трехмерных связанных задач взаимодействия ледяных осколков с упругопластическими преградами. Методика построена на основе модифицированного разностного метода С. К. Годунова повышенной точности для расчета динамического деформирования упругопластических сред и многосеточных алгоритмов. Методика реализует эйлерово-лагранжев подход с явным выделением подвижных контактных поверхностей льда и элементов конструкций. Приводятся результаты численных исследований процессов соударения ледяных осколков сферической и цилиндрической формы с заземленной титановой пластиной.

Ключевые слова: численное моделирование, ледяные ударники, схема Годунова, повышенная точность, многосеточный подход, трехмерная задача, упругопластическая преграда, взаимодействие.

Введение

Исследования процессов динамического взаимодействия осколков льда с элементами конструкций активно развиваются в настоящее время, как зарубежом, так и в нашей стране. Их актуальность связана прежде всего с необходимостью обеспечения безопасной эксплуатации технических объектов в воздухе (авиация), в космосе (спутники и космические станции). При проектировании таких объектов требуются оценки воздействия ударных нагрузок от ледяных осколков различной формы. Актуальны расчетные методы анализа этих процессов, так как эксперименты дороги и в ряде случаев невозможны. Процессы ударного взаимодействия конструкций с ледяными осколками сопровождаются большими деформациями и перемещениями. В силу значительной разнородности взаимодействующих сред при численном моделировании важнейшее значение имеет описание процессов их совместного движения с корректным отслеживанием контактных границ. В настоящее время существует два подхода для описания пространственного движения контактных границ. Первый подход [1–3] включает в себя «точное» (Sharp Interface Method – SIM) выделение и отслеживание движения поверхности контакта, часто с использованием техники подсеточного разбиения (Adaptive Mesh Refinement - AMR) для лучшего разрешения. Этот подход был успешно применен для решения двумерных задач, но в трехмерном случае вызывает значительные трудности, связанные с отслеживанием и восстановлением поверхности контакта. Второй подход [4–7], применяющийся на эйлеровых сетках, не предполагает «точного» выделения контактной поверхности и допускает использование ячеек, содержащих смесь различных сред (Diffusive Interface Method – DIM). При этом подходе приходится конструировать искусственное (нефизичное) уравнение со-

стояния для смеси. Поверхность контакта в этом подходе явно не определяется. Этот подход удобен для решения трехмерных задач, но он имеет значительную численную вязкость и не обладает необходимой точностью при описании сложных контактных явлений, таких как трение, отрыв и т. д. В вышеупомянутых работах для моделирования ударных и волновых процессов используются схемы типа Годунова, что позволяет проводить вычисления как в эйлеровых, так и в лагранжевых координатах, основываясь на использовании точного решения задачи распада разрыва. Основным недостатком оригинального метода Годунова является первый порядок точности. В данной работе для моделирования трехмерных процессов в деформируемом теле используется модифицированный метод С. К. Годунова [8–13] основанный на интегрировании законов сохранения, имеющий второй порядок аппроксимации на гладких решениях и монотонный на разрывных. Повышение точности достигается только за счет модификации решения задачи распада разрыва на шаге «предиктор» схемы путем сближения областей влияния разностной и дифференциальной задач. Пластическое поведение твердых тел учитывается на этапе корректора схемы в соответствии с методом расщепления, предложенным и обоснованным в [14] для схем типа предиктор-корректор. В работе [15] предложен многосеточный SIM-подход на этой модификации схемы Годунова, использующий три типа сеток. Первый тип используемых сеток – это лагранжева поверхностная сетка в виде непрерывного набора треугольников (файл STL), которая применяется как для задания начальной геометрии объекта, так и для его сопровождения в процессе расчета, и два вида объемных трехмерных сеток. Это базовая декартова фиксированная сетка для каждого объекта, и вспомогательные подвижные локальные эйлерово-лагранжевы сетки, связанные с каждым треугольником поверхностной сетки. Количество треугольников поверхностной сетки и ячеек базовой декартовой сетки в процессе счета может меняться. Физические величины в этих сетках связаны взаимной интерполяцией. Подробное описание методики приведено в [15].

Математическая постановка задачи

Постановка задачи приведена на рис. 1. На заземленную с левого торца титановую пластину ударяется ледяной шар (рис. 1,а) и цилиндр (рис. 1,б). Требуется описать в связанной постановке процессы взаимодействия ледяных ударников с упругопластической деформируемой пластиной.

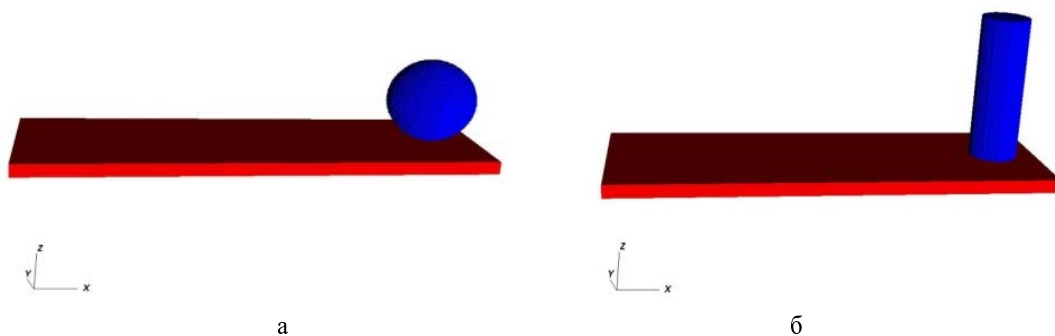


Рис. 1. Постановка задачи

Для моделирования используются уравнения динамики сплошных сред в виде [13, 14]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{f} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{g} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{h} = \mathbf{k} \quad (1)$$

где

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \\ s_{xx} \\ s_{yy} \\ s_{zz} \\ s_{xy} \\ s_{xz} \\ s_{yz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - s_{xx} \\ \rho uv - s_{xy} \\ \rho uw - s_{xz} \\ (e + p - s_{xx})u - s_{xy}v - s_{xz}w \\ u \left(s_{xx} - \frac{4}{3}\mu \right) \\ u \left(s_{yy} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ u \left(s_{zz} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ u s_{xy} - \mu v \\ u s_{xz} - \mu w \\ u s_{yz} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - s_{xy} \\ \rho v^2 + p - s_{yy} \\ \rho vw - s_{yz} \\ (e + p - s_{yy})v - s_{xy}u - s_{yz}w \\ v \left(s_{xx} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ v \left(s_{yy} - \frac{4}{3}\mu \right) \\ v \left(s_{zz} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ v s_{xy} - \mu u \\ v s_{xz} \\ v s_{yz} - \mu w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h} = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw - s_{xz} \\ \rho vw - s_{yz} \\ \rho w^2 + p - s_{zz} \\ (e + p - s_{zz})w - s_{yz}v - s_{xz}u \\ w \left(s_{xx} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ w \left(s_{yy} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ w \left(s_{zz} - \frac{4}{3}\mu \right) \\ w s_{xy} \\ w s_{xz} - \mu u \\ w s_{yz} - \mu v \end{bmatrix},$$

к

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ s_{xx} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + s_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + s_{xz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \lambda s_{xx} \\ s_{xy} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + s_{yy} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + s_{yz} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \lambda s_{yy} \\ s_{xz} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + s_{yz} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + s_{zz} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \lambda s_{zz} \\ s_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} (s_{xx} - s_{yy}) \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} s_{xz} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} s_{yz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \lambda s_{xy} \\ s_{xz} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} (s_{xx} - s_{zz}) \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} s_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} s_{yz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \lambda s_{xz} \\ s_{yz} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} (s_{yy} - s_{zz}) \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} s_{xz} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} s_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \lambda s_{yz} \end{bmatrix}$$

Здесь $e = \rho(\varepsilon + 0.5(u^2 + v^2 + w^2))$. Система (1) замыкается уравнением состояния (УРС) в форме

$$\varepsilon = \varepsilon(p, \rho) \quad (2)$$

В соотношениях (1), (2): p – давление, ρ – плотность, u, v, w – компоненты скоростей по x, y и z ; ε – внутренняя энергия единицы массы, e – полная механическая энергия единицы объема сплошной среды, $S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}, S_{xy}, S_{xz}, S_{yz}$ – компоненты девиатора тензора истинных напряжений Эйлера, μ – модуль сдвига. Первые пять уравнений системы (1) представляют собой законы сохранения массы, импульса и энергии. Следующие шесть уравнений – физические соотношения упругости и пластичности с учетом поворота тензора напряжений в эйлеровых координатах (производная Яумана), записанные в дифференциальной форме. К системе (1), (2) добавляются начальные и краевые условия. В случае отсутствия сдвиговых напряжений система (1) переходит в уравнения Эйлера для движения сжимаемого газа [3]. Для описания процессов в плотных сжимаемых средах (металл) применяется баротропное УРС вида $p = p(\rho)$, позволяющее избежать интегрирования уравнения сохранения энергии. Для металлической пластины плотностью ρ_0 это будет УРС идеального упругопластического тела $p = K\varepsilon_v$, где K – модуль объемного сжатия, $\varepsilon_v = 1 - \rho_0/\rho$ – объемная деформация. Критерием перехода из упругого напряженно-деформированного состояния в пластическое является условие текучести Мизеса: $J_2 = 1/2 S_{ij} S_{ij} \geq 1/3 \sigma_T^2$, где J_2 – второй инвариант девиатора тензора напряжений S_{ij} , σ_T – предел текучести. В соответствии с [14] в этом случае происходит коррекция компонент девиатора напряжений умножением на $\lambda = \sigma_T / \sqrt{3J_2}$.

Интегральная форма системы (1), на базе которой строится разностная схема, имеет вид

$$\iiint_{\omega} \mathbf{u} dx dy dz + \mathbf{f} dy dz dt + \mathbf{g} dx dz dt + \mathbf{h} dx dy dt = \int \int \int \int_{\Omega} \mathbf{k} dx dy dz dt. \quad (3)$$

где Ω – любой замкнутый объем, поверхность ω которого гомеоморфна сфере в четырехмерном пространстве (x, y, z, t). На границах контакта льда с пластиной ставится условие непроникания. В начальный момент времени все среды покоятся, напряжения и деформации отсутствуют, $p_0 = 0,1$ МПа.

Метод численного решения

Решение уравнений (1)–(3) производится методом Годунова повышенной точности [8–12], единым, как для газодинамических, так и упругопластических течений, модифицированного для решения задач динамики сжимаемых сред с необратимыми сдвиговыми деформациями на эйлерово-лагранжевых сетках. Данная модификация позволяет повысить порядок аппроксимации схемы до второго на гладких решениях, сохранив монотонность на разрывных без изменения разностного шаблона явной двухшаговой схемы Годунова. При этом используется новая реализация шага «предиктор».

Модификация задачи распада разрыва в деформируемом твердом теле

В [14] Кукуджановым В. Н. было показано, что для численного моделирования динамических упругопластических уравнений со вторым порядком аппроксимации для схем типа «предиктор-корректор» на этапе «предиктор» достаточно решения упругих уравнений со вторым порядком аппроксимации с использованием линеаризованных уравнений (1)–(2). При этом учет пластического поведения среды происходит на этапе «корректор» после интегрирования линеаризованных уравнений и сводится к «посадке» девиаторов на поверхность текучести [14]. В соответствии с этим решение задачи распада разрыва проводится на основе упрощенной системы уравнений в упругом приближении, получаемой из (1), если положить $\lambda = 0$. Исходную систему (1), (2) линеаризуем в окрестности некоторого состояния и предполагаем, что движение происходит вдоль оси x и все неизвестные функции зависят только от x . Получим систему из одиннадцати уравнений. После введения автомодельной переменной $\xi = x/t$ система преобразуется к системе обыкновенных дифференциальных уравнений [15]. Нетривиальные решения этой системы $\xi_1 = u + a, \xi_2 = u - a,$

$\xi_3 = u + \beta_y$, $\xi_4 = u - \beta_y$, $\xi_5 = u + \beta_z$, $\xi_6 = u - \beta_z$, $\xi_7 = u$, $\xi_8 = u$, $\xi_9 = u$, $\xi_{10} = u$, $\xi_{11} = u$ представляют собой скорости разрывов, образующих устойчивую конфигурацию (рис. 2).

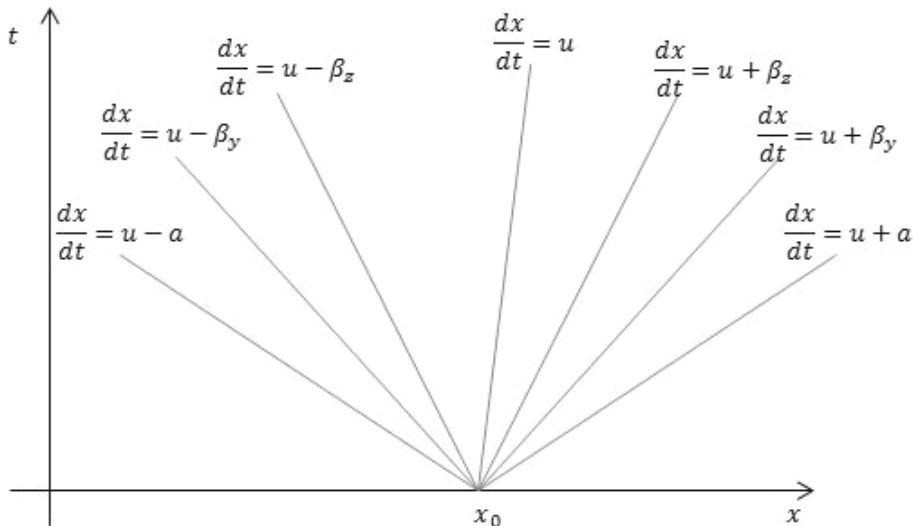


Рис. 2. Конфигурация разрывов для упругого распада разрыва

Здесь $a^2 = c^2 + (4/3\mu - fS_{xx})/\rho$, $c^2 = (\partial p/\partial \rho)_s$, $f = 1/\rho(\partial \varepsilon/\partial p)_\rho$,

$$\beta_y = \sqrt{(\mu + 3/4S_{xx})/\rho - 0.5\sqrt{(0.25 * (S_{yy} - S_{zz})^2 + S_{yz}^2)/\rho^2}},$$

$$\beta_z = \sqrt{(\mu + 3/4S_{xx})/\rho + 0.5\sqrt{(0.25 * (S_{yy} - S_{zz})^2 + S_{yz}^2)/\rho^2}},$$

В плоскости (x, t) траектории разрывов (характеристики) изображаются лучами, исходящими из точки $x = x_0$, и делят полуплоскость $t > 0$ на 8 зон (рис. 2).

Соотношения на этих характеристиках R_l , $l = 1, 11$ имеют следующий вид

$$R_1 = [\rho a]u - \left[a(1+f) \frac{S_{xy}(a^2 - b_3^2) - S_{xz} * 0.5S_{yz} / \rho}{(a^2 - b_2^2)(a^2 - b_3^2) - 0.25S_{yz}^2 / \rho^2} \right] v - \left[a(1+f) \frac{S_{xz}(a^2 - b_2^2) - S_{xy} * 0.5S_{yz} / \rho}{(a^2 - b_2^2)(a^2 - b_3^2) - 0.25S_{yz}^2 / \rho^2} \right] w +$$

$$+ p - S_{xx} + \left[(1+f) \frac{\rho S_{xy}(a^2 - b_3^2) - S_{xz} * 0.5S_{yz}}{\rho^2(a^2 - b_2^2)(a^2 - b_3^2) - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xy} + \left[(1+f) \frac{\rho S_{xz}(a^2 - b_2^2) - S_{xy} * 0.5S_{yz}}{\rho^2(a^2 - b_2^2)(a^2 - b_3^2) - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xz}$$

$$b_2^2 = (\mu + 0.5(S_{xx} - S_{yy}))/\rho, \quad b_3^2 = (\mu + 0.5(S_{xx} - S_{zz}))/\rho,$$

$$R_2 = [-\rho a]u + \left[\rho a(1+f) \frac{\rho S_{xy}(a^2 - b_3^2) - S_{xz} * 0.5S_{yz}}{\rho^2(a^2 - b_2^2)(a^2 - b_3^2) - 0.25S_{yz}^2} \right] v + \left[\rho a(1+f) \frac{\rho S_{xz}(a^2 - b_2^2) - S_{xy} * 0.5S_{yz}}{\rho^2(a^2 - b_2^2)(a^2 - b_3^2) - 0.25S_{yz}^2} \right] w +$$

$$+ p - S_{xx} + \left[(1+f) \frac{\rho S_{xy}(a^2 - b_3^2) - S_{xz} * 0.5S_{yz}}{\rho^2(a^2 - b_2^2)(a^2 - b_3^2) - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xy} + \left[(1+f) \frac{\rho S_{xz}(a^2 - b_2^2) - S_{xy} * 0.5S_{yz}}{\rho^2(a^2 - b_2^2)(a^2 - b_3^2) - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xz}$$

$$R_3 = [\beta_y \rho] v - [\beta_y \rho C] w - S_{xy} + [C] S_{xz}$$

$$R_4 = -[\beta_y \rho] v + [\beta_y \rho C] w - S_{xy} + [C] S_{xz}$$

$$R_5 = [\beta_z \rho C] w - [\beta_z \rho] w - [C] S_{xy} + S_{xz}$$

$$c = \sqrt{1 - 2 / \left(1 + \sqrt{1 + 4S_{yz}^2 / (S_{yy} - S_{zz})^2} \right)}, \quad 0 \leq c \leq 1$$

$$R_6 = -[\beta_z \rho c]v + [\beta_z \rho]w - [c]S_{xy} + S_{xz}$$

$$R_7 = \left[a^2 \right] \rho - p + S_{xx} + \left[\frac{(1+f)(S_{xy} \rho b_3^2 + 0.5S_{yz} S_{xz})}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yx}^2} \right] S_{xy} + \left[\frac{(1+f)(\rho b_2^2 S_{xz} + 0.5S_{yz} S_{xy})}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xz}$$

$$R_8 = \left[4/3 \frac{\mu}{\rho} \right] \rho + S_{xx} + \left[\frac{S_{xy} \rho b_3^2 + 0.5S_{yz} S_{xz}}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xy} + \left[\frac{\rho b_2^2 S_{xz} + 0.5S_{yz} S_{xy}}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xz}$$

$$R_9 = \left[-2/3 \frac{\mu}{\rho} \right] \rho + S_{yy} + \left[\frac{-S_{xy} \rho b_3^2}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xy} + \left[\frac{-0.5S_{yz} S_{xy}}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xz}$$

$$R_{10} = \left[-2/3 \frac{\mu}{\rho} \right] \rho + S_{zz} + \left[\frac{-0.5S_{yz} S_{xz}}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xy} + \left[\frac{-\rho b_2^2 S_{xz}}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xz}$$

$$R_{11} = \left[\frac{-0.5S_{xz} \rho b_3^2 - 0.25S_{yz} S_{xy}}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xy} + \left[\frac{-0.5 \rho b_2^2 S_{xy} - 0.25S_{yz} S_{xz}}{\rho b_2^2 \rho b_3^2 - 0.25S_{yz}^2} \right] S_{xz} + S_{yz}$$

Здесь величины в квадратных скобках представляют собой коэффициенты линеаризации, определяемые по усредненным параметрам в ячейках. Для получения схемы второго порядка аппроксимации из центров ячеек линейно интерполируются инварианты Римана [11, 12]. Координаты точек интерполяции определяются как точки, из которых приходят соответствующие инварианты на положение грани в момент времени $\Delta t/2$, где w скорость грани (обозначена пунктиром на рис. 3), следующим образом:

$$x_n = (x_{t-1} + x_t)/2 - (c_n - w)\Delta t/2, \quad n = 1, \dots, 11,$$

где $c_1 = u + a$; $c_2 = u - a$; $c_3 = u + \beta_y$; $c_4 = u - \beta_y$; $c_5 = u + \beta_z$; $c_6 = u - \beta_z$; $c_7 = c_8 = c_9 = c_{10} = c_{11} = u$;

Обозначим интерполированные инварианты индексом 'm', соответственно

$$R_n^m = R_n^{t-1} + (R_n^t - R_n^{t-1})(x_n - x_{t-1})/(x_t - x_{t-1}), \quad n = 1, \dots, 11.$$

Полученные значения инвариантов используются для определения «распадных» и «поточковых» значений, в зависимости от того, в какую зону попадает грань ячейки (рис. 3). Этап численного интегрирования уравнений (этап корректор) остается неизменным [8].

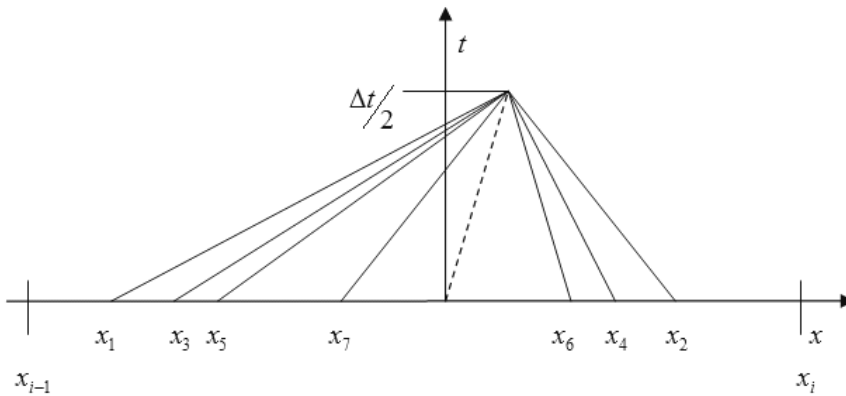


Рис. 3. Координаты приходящих инвариантов для грани интегрируемой ячейки на момент $\Delta t/2$

Монотонность на разрывных решениях

Решение по схеме второго порядка будет испытывать дисперсионные колебания на разрывах. Чтобы обеспечить монотонность, необходимо строить решение гибридным образом – в областях гладкости по соотношениям, обеспечивающим второй порядок аппроксимации, а на разрывах – по соотношениям схемы первого порядка [8]. Критерии оценки области перехода для газов изложены в [8–10]. Для упругопластических течений для получения монотонных решений достаточно анализа поля нормальных напряжений [11, 12]. Критерии перехода основаны на анализе квадратичных сплайнов. Например, при расчете задачи распада разрыва на ребре $x_{i-1/2}$ строится левый квадратичный сплайн по давлениям p_{i-2}, p_{i-1}, p_i и правый по давлениям p_{i-1}, p_i, p_{i+1} . Несмотря на то, что численная функция монотонна, сплайны могут быть как монотонными, так и иметь экстремумы. В случае монотонных сплайнов применяется схема второго порядка. Если левый сплайн имеет максимум, и этот максимум расположен между центрами ячеек с координатами x_{i-2} и x_i , или правый сплайн имеет максимум, расположенный между центрами ячеек с координатами x_{i-1} и x_{i+1} , то для решения задачи распада разрыва берутся параметры из центров ячеек и определяется решение этой задачи как в классической схеме Годунова. Можно ослабить этот критерий и брать параметры из центров только слева или справа, анализируя положение соответствующего экстремума. При этом можно добиться размазывания на разрыве на 2–3 ячейки.

Многосеточный алгоритм для расчета контактных задач

Широко используемые в решении двумерных задач взаимодействия сред и конструкций эйлерово-лагранжевые подходы, основанные на использовании подвижных криволинейных сеток для описания движения лагранжевых контактных границ с соответствующими перестройками эйлеровых сеток внутри однородной области [16, 17], оказались, практически непригодными для решения трехмерных задач этого класса. Причинами этого является сложности построения трехмерных подвижных эйлерово-лагранжевых сеток, связанных с деформируемыми контактными лагранжевыми поверхностями. Кроме того большое влияние на точность решения оказывает точность вычисления интегралов по подвижным пространственно-временным ячейкам, особенно для деформируемых твердых тел. Поэтому в данной работе используется эйлерово-лагранжевый подход на сетках типа «химера» [15, 18]. Подход является многосеточным и использует три типа расчетных сеток [15]. Первый тип сеток – лагранжевые сетки в виде STL файлов, задающие и сопровождающие деформирующиеся поверхности тел. Внутри однородных областей используются неподвижные регулярные эйлеровые сетки с кубическими ячейками. Третий тип сеток – вспомогательные локальные подвижные эйлерово-лагранжевые сетки, связанные с поверхностями тел. В целом алгоритм расчета контактного взаимодействия сред и конструкций состоит из последовательности следующих шагов.

1) Конструкции и среды задаются в виде поверхностей из наборов треугольников с необходимой точностью – в виде файлов STL формата, содержащих внешние нормали и координаты вершин треугольников. На рис. 4,а и б красным и синим цветами отмечены такие объекты, на рис. 4,б приведен случай контакта двух объектов.

2) Каждая расчетная область (газ, твердое тело) с криволинейными границами заключается в окаймляющий прямоугольный параллелепипед и покрывается декартовой сеткой. На рис. 4,в приведено сечение такой расчетной области (черная сплошная кривая) с окаймляющим параллелепипедом. Получаем четыре вида ячеек для расчетной области, первый вид – ячейки, секущиеся треугольниками поверхности или граничные ячейки, окрашены зеленым, второй вид – ячейки снаружи поверхности, третий и четвертый вид – ячейки внутри поверхности, для интегрирования которых хватает (отмечены коричневым) или не хватает (отмечены черными точками) разностного шаблона из целых ячеек, находящихся внутри поверхности.

3) На каждом треугольнике поверхности строится вспомогательная локальная декартова сетка $3 \times 3 \times 3$ внутрь объема по нормали от этой поверхности, на рис. 4,а эти сетки коричневого цвета. Размеры ячеек этой локальной трехмерной сетки берутся близкими к размерам ячеек внутренней

сетки. В случае контакта с другой подобластью или граничных условий, требующих дополнительных параметров, локальная сетка симметрично достраивается и в эту подобласть от плоскости треугольника, на рис. 4,а и б эта достроенная сетка отмечена зеленым. На рис. 4,г эта вспомогательная сетка приведена для одного треугольника. Значения параметров в построенной локальной сетке определяются интерполяцией параметров с предыдущей локальной сетки и параметров из основной сетки. Данного шаблона достаточно для интегрирования центральных ячеек (на рис. 4,г выделено темным и на рис. 4,д эти ячейки приведены отдельно и помечены крестиками), примыкающих к лагранжевой контактной поверхности, с повышенной точностью по модифицированной схеме С. К. Годунова. Для центральных ячеек решается задача распада разрыва на контактных границах сред, эти ячейки и соответствующий треугольник приведены на рис. 4,ж. Результатом ее решения являются скорости и силы на половинном временном слое в центре этого треугольника. С нормальной скоростью двигаем эту контактную границу и получаем локальную сетку на новом временном слое. На рис. 4,д и е приведены эти центральные ячейки до и после подвижки контактной границы. Проводим стандартное интегрирование параметров этих центральных ячеек в подвижных сетках. Так как движение локальной сетки одномерное, объемные и поверхностные интегралы по ячейкам при этом считаются точно.

4) Используя скорости в центре каждого треугольника, полученные из решения задачи распада разрыва на этапе 3, вычисляем скорости в вершинах треугольников STL файла с весами, пропорциональными площадям треугольников. С этими скоростями двигаем вершины и получаем положение поверхности на новом временном слое (новое положение STL файла).

5) Производим перестройку окаймляющего параллелепипеда с возможным добавлением или уменьшением слоев ячеек в соответствии с новым положением STL файла. Сечение этой поверхности с окаймляющим параллелепипедом приведено на рис. 4,з. Красная кривая соответствует положению расчетной области на новом временном слое. К ячейкам четвертого типа, оставшимся в расчетной области на новом временном слое (отмечены крестиками на белом фоне), добавляем непроинтегрированные ячейки, захваченные при подвижке поверхности (отмечено крестиками на зеленом фоне).

6) В ячейки четвертого вида (помеченные крестиками на белом и зеленом фоне) интерполируем параметры из проинтегрированных ячеек третьего вида и из проинтегрированных ячеек локальных сеток, таким образом завершив расчетный шаг.

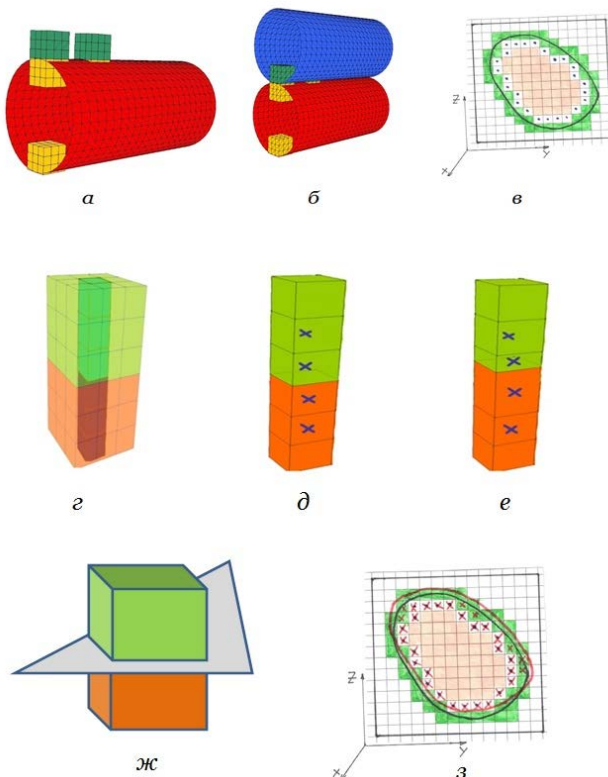


Рис. 4. Лагранжева поверхностная и вспомогательная эйлерово-лагранжева локальная сетка и центральные ячейки локальной сетки до и после подвижки контактной границы и интегрирования

Результаты численного исследования взаимодействия ледяных ударников с заземленной титановой пластиной

Постановка трехмерной задачи показана на рис. 1, а – удар шара и 1, б – удар цилиндра. Размеры пластины от начала координат: длина по оси X 150 мм, ширина по оси Y 50 мм, высота по оси Z 5 мм, пластина жестко закреплена в плоскости $X = 0$, материал – титан ВТ6 с механическими характеристиками: плотность 4.51 г/см^3 , модуль объемной деформации; $1.12 \cdot 10^5$ МПа, модуль сдвига $4.1 \cdot 10^4$ МПа, предел текучести 1450 МПа. В момент удара координаты точки касания шара и оси симметрии цилиндра $X = 134$ мм, $Y = 25$ мм, $Z = 5$ мм. Ледяной шар – диаметр 28 мм, цилиндр – диаметр 17.1 мм, высота 50 мм, массы одинаковые 10.35 г, механические характеристики льда: плотность 0.9 г/см^3 , модуль объемной деформации 9196 МПа, модуль сдвига 3526.3 МПа, предел текучести 5.2 МПа. Начальная скорость ударников в обоих случаях 350 м/с. На внешних границах металлической преграды и ледяных ударников выполняются условия как на «свободной границе» с заданным давлением $p = 0.1$ МПа. Размеры ячеек по льду и преграде брались 0.5 мм, что потребовало порядка шестьсот тысяч ячеек основной и трех миллионов ячеек вспомогательной сеток.

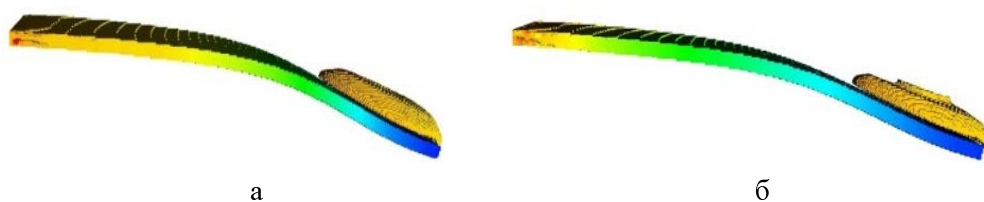


Рис. 5. Формоизменение объектов 800 мкс после удара

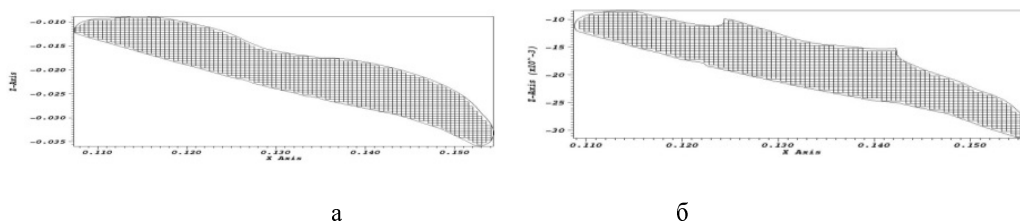


Рис. 6. Расчетная сетка для шарового и цилиндрического ударников, сечение вдоль оси X, 800 мкс после удара

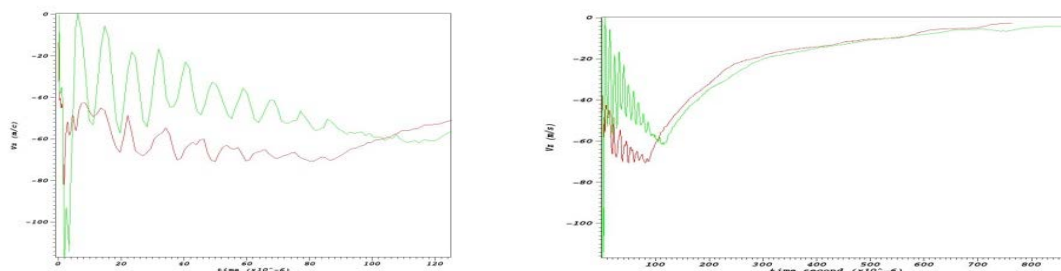


Рис. 7. Вертикальные скорости в точке удара от времени, шар - красным, цилиндр зеленым

В процессе удара градины и пластина претерпевают значительные перемещения и деформации, происходит разрушение градин. На рис. 5 и 6 приведены также положения объектов и расчетная сетка в продольной плоскости симметрии по шару и цилиндру на момент 800 мкс. На рис. 7 приведены скорости пластины от времени на оси симметрии шара, отмечено красным и цилиндра – зеленым, в левой части от начала взаимодействия до 120 мкс, в правой соответственно до 800 мкс. Различие в начальный момент связано с большей начальной площадью взаимодействия для цилиндрического объекта.

Заключение

Описанная в данной статье численная методика решения трехмерных связанных задач взаимодействия ледяных осколков с упругопластическими преградами позволяет получать результаты при решении нелинейных задач с большими перемещениями и деформациями. Использование STL файлов для построения всех типов сеток и описания движения лагранжевых контактных и граничных поверхностей в рамках данного многосеточного подхода, а также применение регулярных неподвижных эйлеровых сеток позволяет резко упростить подготовку начальных данных для решения сложных задач и повысить эффективность и точность расчетов за счет исключения искажений и перестроений расчетных сеток в традиционных эйлерово-лагранжевых методиках.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект №19-08-00320.

Литература

1. LS-DYNA, User's manual, <http://www.lstc.com>, 2020.
2. EUROPLEXUS, User's manual, <http://www-epx.cea.fr/>, 2020.
3. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures | Ted Belytschko, Wing Kam Liu, Brian Moran, Khalil I Elkhodary, Wiley, 2014.
4. DJ Benson. Computer methods in Applied mechanics and Engineering 99 (2-3), 235-394, 1992. 1528, 1992.
5. Miller G. H. and Colella P. A Conservative Three-Dimensional Eulerian Method for Coupled Solid-Fluid Shock Capturing, Journal of Computational Physics, vol.183, issue.1, pp.26-82, 2002.
6. Barton P. T., Obadia B., and Drikakis D. A conservative level-set based method for compressible solid/fluid problems on fixed grids, Journal of Computational Physics, vol.230, issue.21, pp.7867-7890, 2011.
7. Barton P. T., Deiterding R., Meiron D., and Pullin D. Eulerian adaptive finite difference method for impact and penetration problems, Journal of Computational Physics, vol. 240, issue.C 3, pp.76-99, 2013.
8. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. 400 с.
9. Абузьяров М. Х., Баженов В. Г., Кочетков А. . О новом эффективном подходе к повышению точности схемы Годунова // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения. Межвуз.сб. Горьк. ун-т. 1987. С. 43–49.
10. Абузьяров М. Х., Баженов В. Г., Кочетков А. В. О монотонизации схемы Годунова второго порядка точности введением схемной вязкости // ПППП. Исследование и оптимизация конструкций: Всесоюз. межвуз. сб. / Горький: Изд-во ГГУ. 1987. С. 85–90.
11. Абузьяров М. Х. О повышении точности схемы Годунова для решения задач гидрогазодинамики // XIII конференция молодых ученых Московского физико-технического института. 1988. Т. 2. С. 30–37.
12. Abouziarov H. Aiso, An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows) // Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications. Tenth International Conference in Osaka. September 2004, Copiright 2006 by Yokohama Publishers, Inc. P. 223–230.
13. Abouziarov M., Aiso H., Takahashi T. An application of conservative scheme to structure problems // Series from Research Institute of Mathematics of Kyoto University. Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics. 2004. № 1353. P. 192–201.
14. Кукуджанов В. Н. Метод расщепления упругопластических уравнений // МТТ. 2004. № 1. С. 98–108.
15. Abuziarov K. M., Abuziarov M. H., Kochetkov A. V. 3D fluid structure interaction problem solving method in euler variables based on the modified Godunov scheme. Materials Physics and Mechanics. 2016. Т. 28. № 1–2. С. 1–5.

16. Баженов В. Г., Зефирова С. В., Кочетков А. В., Крылов С. В., Фельдгун В. Р. Пакет программ «Динамика-2» для решения плоских и осесимметричных задач нестационарного взаимодействия конструкций со сжимаемыми средами // Мат. моделирование. 2000. Т. 12, № 6. С. 67–72.
17. Абузяров М. Х., Крылов С. В., Цветкова Е. В. Моделирование упругопластического взаимодействия с помощью программного комплекса UPSGOD. Проблемы прочности и пластичности. 2013. Вып. 75(1). С. 25–32.
18. Дерюгин, Саразов А. В., Жучков В. Н.. Особенности построения методики расчета на сетках типа «Химера» для неструктурированных сеток // Мат. Моделирование. 2017. Т. 29, № 2. С. 106–118.

**NUMERICAL SIMULATION OF THREE-DIMENSIONAL PROCESSES
OF IMPACT INTERACTION OF ICE WITH ELASTOPLASTIC BARRIER
USING MULTI-NETWORK ALGORITHMS AND GODUNOV'S SCHEME
OF INCREASED ACCURACY**

M. H. Abuziarov, E. G. Glazova, A. V. Kochetkov, S. V. Krylov

Nizhny Novgorod Lobachevsky State University, Nizhny Novgorod

A numerical technique for solving three-dimensional coupled problems of the interaction of ice fragments with elastoplastic barriers is presented. The technique is based on the modified finite volume method of S.K. Godunov of high accuracy for calculating the dynamic deformation of elastoplastic media and multigrid algorithms. The method implements the Eulerian-Lagrangian approach with an explicit identification of movable contact surfaces of ice and structural elements. The results of numerical studies of the processes of collision of spherical and cylindrical ice fragments with a clamped titanium plate are presented.

Key words: numerical modeling, ice strikers, Godunov's scheme, increased accuracy, multigrid approach, three-dimensional problem, elastoplastic barrier, interaction.