

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СТВОЛА С УЧЕТОМ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СТРЕЛЬБЕ ОЧЕРЕДЯМИ

*И. Г. Русяк, В. Г. Суфиянов, С. А. Королев, Д. А. Клюкин*

Ижевский государственный технический университет им. Калашникова М. Т., Ижевск

Актуальной проблемой проектирования автоматических пушек является повышение точности и кучности стрельбы. Эти показатели в значительной степени зависят от деформации и колебаний ствола при стрельбе очередями, которые, в свою очередь, вызваны давлением пороховых газов и взаимодействием снаряда со стволом. Математическое моделирование данных процессов позволяет оценить влияние учитываемых факторов на начальные условия движения снаряда на внешнебаллистической траектории. В данной работе рассматривается математическая модель ствола автоматической пушки в одномерном постановке, в соответствии с теорией упругих продольно-поперечных колебаний стержней.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, теплообмен, стрельба очередями.

Динамика ствола в одномерной постановке описывается моделью консольной балки [1], которая представляет собой толстостенную цилиндрическую трубу переменного сечения с технологическими отклонениями, получаемыми при изготовлении ствола, например, технологической непрямолинейностью линии центров канала ствола.

Еще одним фактором, оказывающим существенное влияние на колебания ствола, особенно в процессе стрельбы очередями, является его нагрев при взаимодействии с пороховыми газами. Изучению вопроса нагрева ствола [2] посвящены работы советских ученых Лебедева Н. И., Панковича П. Ф., Ильюшина А. А. и др., которые решали задачи расчета нестационарных температурных полей, термоупругих напряжений в стволах и тепловых напряжений за пределами упругости. Изучение процессов теплопроводности представляет значительный практический интерес по следующим причинам:

- увеличение мощности артиллерийских орудий приводит к увеличению нагрева ствола, что может значительно уменьшить их живучесть;
- возникающие перепады температур при выстреле являются источниками дополнительных напряжений;
- нагретый ствол оказывает воздействие на функционал ведущего пояска снаряда, что влияет на кучность стрельбы;
- на кучность стрельбы также влияет изменение характеристик металла, а именно его жесткость, что влечет к увеличению динамических и статических изгибов в стволе.

Целью проведения исследования является математическое моделирование продольно-поперечных колебаний ствола в процессе стрельбы очередями и анализ влияния разностенности и нагрева ствола, с учетом зависимости упругих свойств материала ствола от температуры, на размах поперечных отклонений дульного среза и углов вылета снаряда из ствола.

## 1. Математическая модель колебаний ствола

Рассмотрим дифференциальное уравнение в частных производных для колебаний ствола орудия в направлении оси  $Ox$  [3]:

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\rho F g \sin \varphi + q_x + \frac{\partial}{\partial x} (F \sigma^x + 2\nu S p) - p \frac{\partial S}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность материала ствола;  $F = F(x)$  – переменная площадь сечения ствола;  $u = u(x, t)$  – величина продольной деформации;  $g$  – сила тяжести;  $\varphi$  – угол возвышения ствола;  $q_x = q_x(x, t)$  – распределенные продольные силы;  $\sigma^x$  – напряжение в сечении  $x$ ;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $S = S(x)$  – переменная площадь сечения канала ствола;  $p = p(x, t)$  – распределение давления внутри канала ствола.

Напряжение в сечении  $\sigma^x$  определяется по формуле:

$$\sigma^x = E \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\alpha E}{F} \int T df, \quad (2)$$

где  $E$  – модуль упругости;  $\alpha$  – коэффициент линейного теплового расширения.

При определении динамики движения снаряда и распределения давления применялся термодинамический подход [4], система уравнений внутренней баллистики при этом решалась методом Рунге – Кутты 4-го порядка [5]. Для периода последствия решалась задача истечения газов со звуковой скоростью.

Рассмотрим уравнения поперечных колебаний в плоскостях  $Oxy$  и  $Oxz$  [5]:

$$\begin{aligned} \rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = & -\rho F g \sin \varphi + q_y + \frac{\partial}{\partial x} \left( (F \sigma^x - p S) \frac{\partial (v + v_{00})}{\partial x} \right) - \\ & - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( E J_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \alpha E \int T_y df \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = & q_z + \frac{\partial}{\partial x} \left( (F \sigma^x - p S) \frac{\partial (w + w_{00})}{\partial x} \right) - \\ & - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( E J_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \alpha E \int T_z df \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $v = v(x, t)$ ,  $w = w(x, t)$  – величины поперечной деформации в вертикальной  $Oxy$  и горизонтальной  $Oxz$  плоскостях;  $J_z$ ,  $J_y$  – моменты инерции сечений по соответствующим осям;  $v_{00}$ ,  $w_{00}$  – разность технологических отклонений от координат центра тяжести сечения канала по осям  $Oy$  и  $Oz$ ;  $q_y = q_y(x, t)$ ,  $q_z = q_z(x, t)$  – распределенные поперечные силы.

Технологические отклонения центров внутренних сечений по осям  $Oy$  и  $Oz$  представляют собой функции от координаты  $x$ :  $y = y(x)$ ,  $z = z(x)$ .

Граничное условие для казенного среза представляет собой условие закрепления, а для дульного среза – отсутствие закрепления.

В качестве начальных условий к задачам (1), (3) и (4) принимаются решения одномерных уравнений статического прогиба упругого стержня под действием силы тяжести.

Задача теплопроводности рассматривалась в осесимметричной постановке. Распределение температур в поперечном сечении ствола определялось из решения одномерной задачи:

$$\frac{\partial(c\rho T(r,t))}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\lambda \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right), \quad (5)$$

где  $T(r,t)$  – величина теплового поля;  $c$  – теплоемкость материала ствола,  $\lambda$  – теплопроводность материала ствола;  $r$  – радиус,  $r \in [r_0, r_1]$ ;  $r_0$  – радиус канала ствола;  $r_1$  – внешний радиус ствола.

Начальное условие:

$$T(r,0) = T_B,$$

где  $T_B$  – температура воздуха.

Граничные условия [3]:

$$-\lambda \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = a_\Gamma \cdot (T|_{r=r_0} - T_\Gamma(t)),$$

$$-\lambda \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = a_B \cdot (T_B - T|_{r=r_1}),$$

$$a_\Gamma = 0.023 \cdot \text{Re}^{0.8} \cdot \text{Pr}^{0.43} \cdot \lambda_\Gamma / d,$$

где  $a_\Gamma$ ,  $a_B$  – коэффициенты теплоотдачи газопороховой смеси и воздуха соответственно;  $T_\Gamma(t)$  – температура газопороховой смеси;  $\lambda_\Gamma$  – теплопроводность газопороховой смеси;  $\text{Re}$  – число Рейнольдса;  $\text{Pr}$  – число Прандтля.

Разностная аппроксимация дифференциальных уравнений проводилась интегро-интерполяционным методом [6], позволяющим находить решения для моделей с негладкими и разрывными коэффициентами.

## 2. Результаты исследования влияния теплообмена на колебания ствола

Проведем моделирование колебаний ствола 30 мм автоматической пушки с нарезным стволом, с учетом упругих и массовых сил, давления пороховых газов, взаимодействия снаряда со стволом и теплообменом с газопороховой смесью. Угол возвышения ствола принимался равным  $\varphi = 5^\circ$ .

При расчете внутренней баллистики пушки максимальное давление внутри ствола составило  $p_{\max} = 370$  МПа, скорость снаряда на дульном срезе –  $v_{\text{сн}} = 890$  м/с, время выстрела –  $t_d = 4,5$  мс. В расчетах рассматривалась автоматическая стрельба очередью из 8 снарядов с периодом  $t_{\text{пер}} = 75$  мс [7].

Материал ствола имеет следующие характеристики:  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 567$  Дж/(кг·К),  $\lambda = 32$  Вт/(м·К), зависимость модуля Юнга от температуры выбрана для стали 38ХНЗМФА [7] и представлена на рис. 1. Общее время стрельбы составило  $\tau = 0,6$  с.

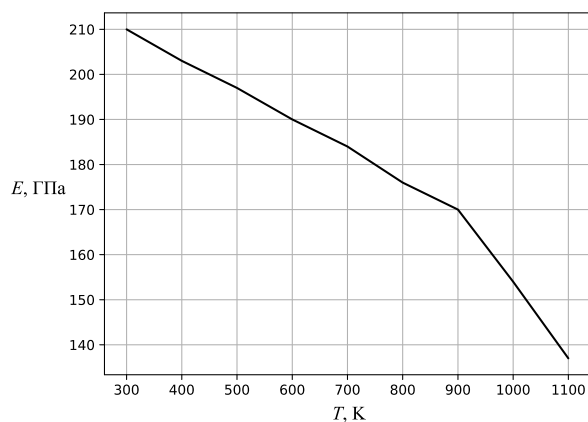


Рис. 1. Зависимость модуля упругости от температуры для материала ствола

Распределение температуры по поверхности ствола в момент окончания стрельбы  $\tau = 0,6$  с представлено на рис. 2.

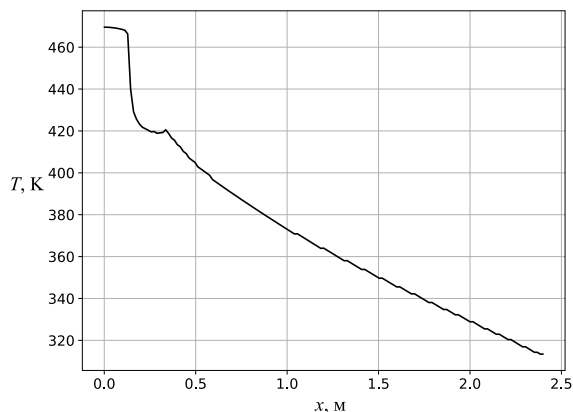


Рис. 2. Распределение температуры на поверхности ствола в момент времени  $\tau = 0,6$  с

В виду скоротечности процесса выстрела, успевает прогреваться лишь внутренняя поверхность ствола, температура же снаружи после очереди из 8 выстрелов превышает температуру окружающей среды на 17 градусов.

Функция технологических отклонений имеет вид:

$$g(x) = A \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi}{L} x \right) \right), \quad (6)$$

где  $L$  – длина ствола;  $A$  – амплитуда отклонений.

В качестве оцениваемых параметров рассматривались размахи значений отклонения дульного среза в вертикальной и горизонтальных плоскостях  $Oxy$  и  $Oxz$  :

$$R_y = \max_{t \in [0, \tau]} v(l, t) - \min_{t \in [0, \tau]} v(l, t), \quad (7)$$

$$R_z = \max_{t \in [0, \tau]} w(l, t) - \min_{t \in [0, \tau]} w(l, t). \quad (8)$$

Примеры колебаний дульного среза вариантов 2 и 3 (см. табл. 1) представлены на рис. 3.

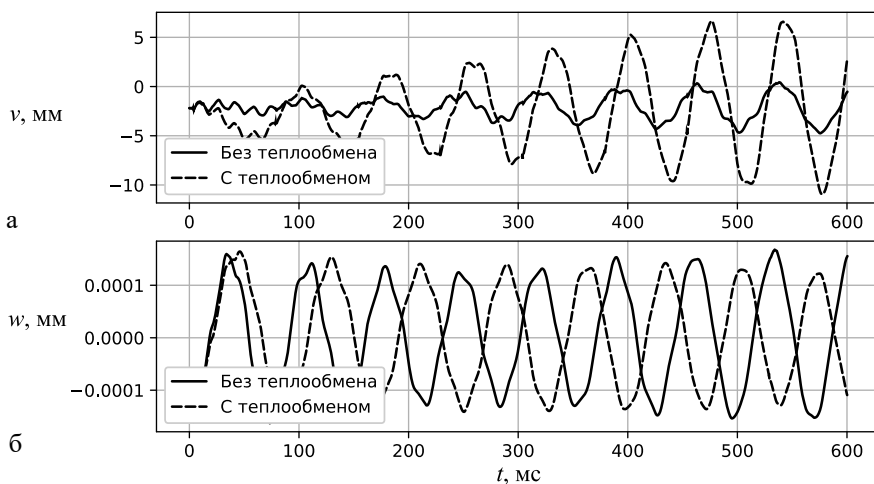


Рис. 3. Поперечные колебания дульного среза в вертикальной (а) и горизонтальной (б) плоскостях

Как видно из рис. 3, теплообмен может значительно увеличивать амплитуду колебаний ствола. Это связано с изменениями в характеристиках материала в зависимости от температуры, в данном случае – модуля упругости. В горизонтальной плоскости влияние тепловых воздействий имеет несколько иной вид, амплитуда остается прежней, но при этом увеличивается период колебаний. Колебания оценивались по величине размаха максимальных отклонений угла бросания снаряда от угла возвышения

$$R_\gamma = \max_{t \in [0, \tau]} \gamma(t) - \min_{t \in [0, \tau]} \gamma(t) \quad (9)$$

и размаха максимального отклонения угла вылета снаряда из дульного среза в плоскости  $Oxz$

$$R_\psi = \max_{t \in [0, \tau]} \psi(t) - \min_{t \in [0, \tau]} \psi(t) \quad (10)$$

Динамика изменения отклонения угла бросания снаряда от угла возвышения в плоскости  $Oxy$  и отклонения угла вылета снаряда в плоскости  $Oxz$  представлена на рис. 4.

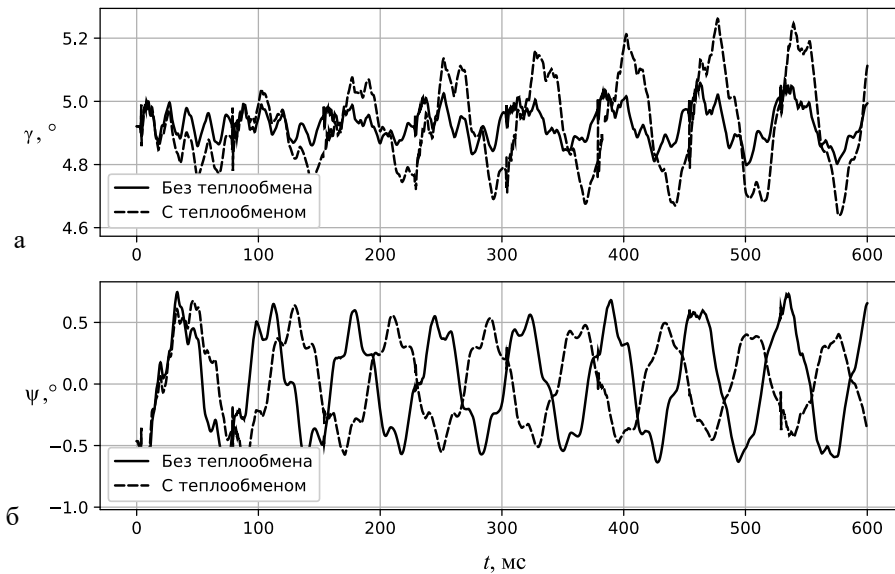


Рис. 4. Отклонения углов вылета снаряда в горизонтальной (а) и вертикальной (б) плоскостях

Результаты моделирования колебаний ствола с различными параметрами ( $A = A_y$  – в вертикальной плоскости,  $A = A_z$  – в горизонтальной плоскости) задания функций (6) технологических отклонений центров внутренних сечений  $y = y(x)$  и  $z = z(x)$  по осям  $Oy$  и  $Oz$ , соответственно, а также с учетом и без учета теплообмена представлены в табл. 1.

Таблица 1

Влияние теплообмена на размах колебаний ствола

| № | Входные данные |            | С учетом теплообмена | $R_y$ , мм | $R_z$ , мм | $R_\gamma$ , ° | $R_\psi$ , ° |
|---|----------------|------------|----------------------|------------|------------|----------------|--------------|
|   | $A_y$ , мм     | $A_z$ , мм |                      |            |            |                |              |
| 0 | –              | –          | Нет                  | 6,9        | 0,0        | 0,23           | 0,00         |
| 1 | –              | –          | Да                   | 7,3        | 0,0        | 0,31           | 0,00         |
| 2 | 1,0            | –          | Нет                  | 5,1        | 0,0        | 0,26           | 0,00         |
| 3 | 1,0            | –          | Да                   | 17,6       | 0,0        | 0,66           | 0,00         |
| 4 | –              | 1,0        | Нет                  | 7,3        | 12,5       | 0,29           | 0,55         |
| 5 | –              | 1,0        | Да                   | 6,9        | 10,9       | 0,31           | 0,41         |
| 6 | 1,0            | 1,0        | Нет                  | 3,5        | 5,0        | 0,18           | 0,26         |
| 7 | 1,0            | 1,0        | Да                   | 10,5       | 4,1        | 0,45           | 0,21         |

Как видно из табл. 1, теплообмен между газопороховой смесью и стволом существенно влияет на размахи отклонений дульного среза  $R_y$ ,  $R_z$  и углов  $R_\gamma$ ,  $R_\psi$  в процессе стрельбы очередями из автоматической пушки.

### Заклучение

Таким образом, в результате проведения работы реализована математическая модель продольно-поперечных колебаний ствола в одномерной постановке с учетом теплообмена пороховых газов со стволом. В математической модели учитываются динамика внутрибаллистического давления и движение снаряда внутри канала ствола, а также технологические отклонения линий центров ствола. На основе математического моделирования показано, что тепловая составляющая оказывает существенное влияние на размах отклонений дульного среза и углы вылета снаряда при стрельбе очередями.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00072.

### Литература

1. Тимошенко С. П. Прочность и колебания элементов конструкций. –М.: Наука. 1975.–С. 704.
2. Орлов Б. В., Ларман Э. К., Маликов В. Г. Устройство и проектирование стволов артиллерийских орудий. –М.: Машиностроение, 1976. – С. 432.
3. Хоменко Ю. П., Ищенко А. Н., Касимов В. З. Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах. –Новосибирск: Издательство СО РАН, 1999. – С. 256.
4. Русяк И. Г., Липанов А. М., Ушаков В. М. Физические основы и газовая динамика горения порохов в артиллерийских системах. – М. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2016. С. 456.
5. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – С. 432.
6. Липанов А. М., Русяк И. Г., Суфиянов В. Г. Исследование влияния колебаний ствола на угол вылета снаряда при выстреле // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2020. № 68. С. 80–94.
7. Марочник сталей и сплавов / Сорокин В. Г., Волосникова А. В., Вяткин С. А. и др.; Под общ. ред. Сорокина В. Г. –М.: Машиностроение, 1989. – С. 640.

## MATHEMATICAL MODELING OF BARREL VIBRATIONS WITH REGARD TO HEAT EXCHANGE IN SERIAL FIRE

*I. G. Rusyak, V. G. Sufyanov, S. A. Korolyev, D. A. Klyukin*

Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk

The urgent problem of designing automatic guns is the need to increase the accuracy of fire and density of hits. These metrics depend, to a significant extent, on the gun barrel strain and vibrations in serial fire, which, in turn, are caused by the pressure of explosive gases and the projectile-barrel interaction. The mathematical modeling of these processes allows estimating the effect of the factors above on the initial condition of the projectile motion along external ballistic trajectory. The paper considers a 1D mathematical model of a gun barrel according to theory of elastic longitudinal and transverse vibrations of rods.

*Key words:* mathematical modeling, heat exchange, serial fire.