

ВОЗМОЖНОСТИ ПАКЕТА ПРОГРАММ ЛОГОС ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТКЛИКА КОНСТРУКЦИЙ НА ГАРМОНИЧЕСКУЮ ВИБРАЦИЮ

*А. В. Баранов¹, А. Ю. Еременко¹, С. С. Косарим¹, А. О. Наумов^{1,2},
Е. С. Ниткина¹, В. Н. Речкин^{1,2}, В. И. Романов¹, А. А. Рябов¹, К. В. Циберев¹*

¹Российский федеральный ядерный центр –

Всероссийский НИИ экспериментальной физики, Саров

²Саровский физико-технический институт НИЯУ МИФИ, Саров

Приводится методика численного решения задач по расчету отклика конструкций на действие гармонической вибрации с учетом их начального квазистатического напряженно-деформированного состояния /НДС/. Представлено краткое описание базовых соотношений, вычислительных методов и алгоритмов, реализованных в пакете программ ЛОГОС. Описаны особенности учета квазистатического напряженно-деформированного состояния конструкции, общего конструкционного демпфирования колебаний и внутреннего рассеяния энергии в материалах при моделировании вибрационного отклика изделий. Приводятся результаты решения верификационных задач по определению вибрационного отклика типовых элементов конструкций. Выполнен анализ точности и сходимости результатов численных расчетов на основе сравнения с аналитическими решениями. Приведено решение практической задачи по определению отклика конструкции транспортного упаковочного комплекта (ТУК-159) на действие транспортной вибрации.

Ключевые слова: гармоническая вибрация, демпфирование, конечно-элементная модель, напряженно-деформированное состояние, ПП ЛОГОС.

Введение

Одним из наиболее востребованных направлений развития ПП ЛОГОС [1,2] является разработка конечно-элементной методики и программных средств для решения задач гармонического анализа конструкций. Решение таких задач является важной составной частью комплекса расчетных исследований отклика конструкций при действии вибрационных и динамических нагрузок [3–6].

Обычно при решении задач на определение отклика конструкции на действие синусоидальной нагрузки находится ее реакция в некотором диапазоне частот и затем строятся графики зависимости определенных параметров (обычно перемещений) от частоты для нескольких контрольных точек. Максимум реакции конструкции, найденный по графикам, обычно соответствует максимуму напряжений в силовых элементах и приходится на частоты возбуждения, совпадающие с собственными частотами системы. Далее по найденным максимальным значениям напряжений для основных элементов конструкции выполняется анализ усталостной прочности. Такой анализ при необходимости может выполняться и с учетом влияния предварительного напряженно-деформированного состояния конструкций.

В статье приводится описание основных особенностей вычислительных методов и алгоритмов, реализованных в текущей версии ПП ЛОГОС. Показаны результаты верификации методики на тестовых задачах гармонического анализа типовых элементов конструкций. Также приводятся результаты решения практической задачи по моделированию отклика транспортного упаковочного комплекта ТУК-159 на действие транспортной вибрации.

1. Основные функциональные возможности ПП ЛОГОС для решения задач гармонического анализа

Основные функциональные возможности разработанной методики, реализованной в составе ПП ЛОГОС версии 2020 года, для решения задач гармонического анализа конструкций:

- поддерживается более 20 типов конечных элементов (трехмерные изопараметрические элементы сплошной среды 1 и 2-го порядка – параллелепипеды, треугольные призмы, тетраэдры, пирамиды; «гибридные» элементы сплошной среды 1-го порядка с расширенными функциями формы – параллелепипеды; оболочечные и балочные элементы; специальные элементы, имитирующие связи узлов, заклепочные и сварные соединения);

- можно формировать граничные условия «жесткой заделки» узлов по одной или нескольким степеням свободы, связи двух групп узлов по определенным степеням свободы, условия контактного взаимодействия в зонах предполагаемого контакта деталей и условия циклической симметрии;

- возможно задание свойств для изотропных, ортотропных и анизотропных материалов с учетом зависимости материальных параметров от температуры;

- решение задач можно выполнять, как на согласованных, так и на несогласованных расчетных сетках контактирующих деталей путем прямого моделирования их контактного взаимодействия на начальном этапе расчета статического НДС и учета выявленных особенностей силового замыкания на последующем этапе при решении задачи гармонического анализа;

- расчет отклика конструкций можно проводить с учетом изменения жесткости деталей в зависимости от уровня квазистатических напряжений в них (с учетом преднапряженного состояния);

- гармонический анализ выполняется в линейной постановке и, соответственно, все виды нелинейности, заданные в модели на начальном этапе определения квазистатического НДС (физическая нелинейность, геометрическая нелинейность, контактные элементы), игнорируются;

- возможно распараллеливание вычислительного процесса на общей и на распределенной памяти ЭВМ (OpenMP+MPI).

Разработанные методика и программные средства по функциональным и вычислительным возможностям для решения задач гармонического анализа не уступают наиболее распространенным коммерческим ПП инженерного анализа и к настоящему времени прошли верификацию и валидацию на множестве тестовых задач, результаты решения которых частично приведены в [7–9].

Допущения и ограничения

При решении задач определения установившегося отклика конструкций на действие гармонической вибрации на основе разработанной методики вводятся следующие допущения и ограничения:

1. Используется линейно-упругая модель материалов;
2. Перемещения систем рассматриваются, как малые;
3. Матрица демпфирования в общем случае может формироваться, как сумма нескольких матриц, соответствующих различным моделям диссипации энергии. Чаще всего из-за отсутствия достаточного объема информации по демпфированию исследуемой системы матрица демпфирования формируется, как линейная комбинация матриц жесткости и масс (демпфирование по Релею). При использовании метода суперпозиции форм колебаний матрица демпфирования не строится явно, а демпфирование учитывается введением коэффициентов рассеяния энергии для различных собственных форм колебаний системы;

4. Кинематические граничные условия стационарны. Можно задавать граничные условия в виде кинематических закреплений и кинематических связей (простейших кинематических соотношений, моделирующих шарниры, упругие скользящие опоры и т. д.);

5. Все нагрузки должны изменяться во времени по гармоническому закону с одной и той же частотой;

6. Любые нелинейности (пластические свойства материала, условия контактного взаимодействия и др.) игнорируются, даже если они заданы в модели. Условия контактного взаимодействия деталей, определенные при расчете предварительного напряженно-деформированного состояния конструкции, принимаются постоянными при вычислении ее установившегося отклика;

7. Матрицы $[M]$ и $[K]$ постоянны во всем частотном диапазоне.

Если постановка задачи такова, что многие из этих ограничений и допущений недопустимы, то для ее решения можно использовать метод прямого интегрирования уравнений динамики, но при этом потребуются значительные вычислительные ресурсы.

2. Технология решения задач на основе разработанной методики

Технология решения задач гармонического анализа конструкций с учетом их квазистатического НДС включает три основных этапа:

1. Численное моделирование квазистатического НДС при необходимости с учетом геометрической и физической нелинейности, а также условий контактного взаимодействия деталей;

2. Изменение (корректировка) матрицы жесткости системы с учетом вычисленных параметров ее квазистатического НДС и заданных параметров нагрузок;

3. Численное моделирование вибрационного отклика конструкции с учетом скорректированной матрицы жесткости в линейной постановке.

Аналогичный подход используется также в ПП ЛОГОС при анализе устойчивости конструкций в линейной постановке.

Алгоритмы и особенности численного моделирования квазистатического НДС конструкций в ПП ЛОГОС достаточно подробно описаны в литературных источниках, например, в [10] и в данной работе не рассматриваются.

Для учета в расчетах вибрационного отклика конструкции изменения жесткости ее элементов в зависимости от разных видов нелинейности и заданного уровня статических нагрузок разработаны специальные алгоритмы и программные средства. В текущей версии ПП ЛОГОС изменение жесткости системы учитывается посредством вычисления ряда дополнительных матриц на основе параметров ее квазистатического НДС, заданных нагрузок и суммирования этих матриц с основной матрицей жесткости перед выполнением гармонического анализа.

В текущей версии ПП ЛОГОС реализовано два метода моделирования отклика конструкций на гармоническое воздействие в линейной постановке: «полный» метод и метод суперпозиции форм колебаний [5, 6, 11]. При решении задач указанными методами все виды нелинейностей такие, как нелинейное поведение материала, контактные граничные условия и др. игнорируются при решении, даже если они были определены на предыдущих этапах.

При необходимости учета в задаче каких-либо видов нелинейностей можно применить метод неявного «прямого» интегрирования уравнений [5, 11]. Термин «прямое» означает, что перед интегрированием не выполняется никаких преобразований уравнений. «Прямое» численное интегрирование основано на двух идеях. Во-первых, достаточно, чтобы условия равновесия системы удовлетворялись на отдельных коротких отрезках времени Δt , а не в любой момент времени t . Это означает, что равновесие с учетом сил инерции и демпфирования рассматривается в дискретных точках временного интервала, и, следовательно, возможно эффективное использование в методах «прямого» интегрирования всей вычислительной процедуры статического анализа. Во-вторых, внутри каждого временного интервала учитывается изменение перемещений, скоростей и ускорений, и способ учета этих изменений определяет точность и устойчивость численного решения. Однако при больших порядках матриц (большой размерности задач) эти процедуры становятся неэффективными для расчета установившегося гармонического отклика конструкций. Кроме того, для расчета поведения конструкций в некотором диапазоне частот гармонического воздействия на основе таких методов возникает необходимость решения большого количества отдельных задач для каждого конкретного значения частоты возбуждения. Поэтому этот метод является сравнительно «дорогим», требует больших затрат времени на решение и значительных вычислительных ресурсов.

Для решения систем алгебраических уравнений, формируемых в процессе решения указанных задач, в рамках разработанных программных средств используются: библиотека решателей PMLP/Parsol [12], разработанная в РФЯЦ-ВНИИЭФ, прямой решатель ParDiSo из библиотеки Intel® Math Kernel Library и решатель ParFBSS разработки ООО ТЕСИС.

3. Особенности корректировки жесткости систем в зависимости от начального напряженно-деформированного состояния

В некоторых случаях, когда деформирование конструкций под действием каких-либо статических нагрузок сопровождается значительным изменением жесткости и/или силового замыкания отдельных элементов, расчеты осложняются необходимостью учета этого эффекта. Например, при расчете отклика тонкостенных конструкций или ферм, изгибная жесткость отдельных элементов которых мала по сравнению с их жесткостью в продольном направлении, необходимо учитывать изменение их изгибной жесткости в зависимости от уровня действующих растягивающих или сжимающих сил [3, 4, 7]. Учет начального НДС при решении задач гармонического анализа конструкций необходим также в тех случаях, когда под действием приложенных сил значительно изменяется их исходная геометрия.

Для учета возможного изменения жесткости конструкций (или отдельных их элементов) под действием квазистатических нагрузок при численном исследовании их вибрационного отклика выполняется корректировка исходной матрицы жесткости расчетной модели в общем случае по формуле

$$[K] = [K_0] + [K_\sigma] + [K_L] + [K_R], \quad (1)$$

где $[K_0]$ – касательная матрица жесткости, построенная на первом шаге решения и при необходимости скорректированная с учетом физической нелинейности материалов в предположении, что перемещения малы.

Матрицы $[K_\sigma]$, $[K_L]$ и $[K_R]$ формируются на основе вычисленных значений параметров начального (квазистатического) НДС конструкции и заданных значений действующих нагрузок. Особенности вычисления этих матриц приведены в работах [8, 9]. Суммирование указанных матриц с касательной матрицей жесткости позволяет учесть изменение жесткости конструкции под влиянием заданных квазистатических нагрузок.

4. Особенности формирования матрицы демпфирования

Динамический отклик любых конструкций сопровождается диссипацией энергии [11, 13]. При численном решении задач рассматриваемого класса в текущей версии ПП ЛОГОС диссипация энергии системы может быть учтена введением сил диссипации, пропорциональных скорости движения. В уравнениях равновесия системы, находящейся в движении под действием некоторой нагрузки, силы диссипации (демпфирования) представляются слагаемым $[C] \frac{d\{u\}}{dt}$, поэтому демпфи-

рование вынужденных колебаний расчетной модели определяется заданием матрицы демпфирования $[C]$. Необходимо отметить, что в общем случае матрица $[C]$ не может быть построена из матриц демпфирования отдельных конечных элементов, как матрица жесткости и матрица масс.

При численном решении задач для сложных конструкций в большинстве случаев трудно определить все необходимые параметры демпфирования. Наиболее частыми причинами этого являются неполная информация о зависимости параметров демпфирования от частоты колебаний или отсутствие данных о демпфирующих свойствах некоторых материалов в сборке и др. В таких случаях можно упростить задачу и матрицу $[C]$ задать постоянной во всем диапазоне частот возбуждения. Одним из вариантов является построение матрицы $[C]$ на основе глобальных матриц $[K]$ и $[M]$ системы (демпфирование по Релею) [3, 11]:

$$[C] = \alpha \cdot [M] + \beta \cdot [K], \quad (2)$$

где $\alpha[M]$ – составляющая, так называемого, инерционного демпфирования; $\beta[K]$ – составляющая конструкционного демпфирования.

Значения коэффициентов α и β , как правило, неизвестны заранее, но они могут быть определены по известным коэффициентам рассеяния энергии ξ_i для нескольких (как минимум, двух) основных собственных форм колебаний конструкции. Предполагается, что сумма значений данных ко-

эффицентов постоянна в рассматриваемом диапазоне частот воздействия. Таким образом, при известных значениях двух коэффициентов ξ_1 и ξ_2 , соответствующих двум различным собственным частотам колебаний конструкции ω_1 и ω_2 , коэффициенты α и β могут быть определены из системы двух уравнений:

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \beta = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}. \quad (3)$$

Если известно несколько коэффициентов рассеяния энергии какой-то конструкции может применить более сложную процедуру вычисления матрицы демпфирования. Пусть количество известных коэффициентов рассеяния энергии равно p . Тогда матрица $[C]$ находится с помощью ряда [11]:

$$[C] = [M] \sum_{k=0}^{p-1} a_k [[M]^{-1}[K]]^k, \quad (4)$$

где коэффициенты a_k определяются из решения системы p уравнений

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{a_0}{\omega_i} + a_1 \cdot \omega_i + a_2 \cdot \omega_i^3 + \dots + a_{p-1} \cdot \omega_i^{2p-3} \right). \quad (5)$$

Необходимо отметить, что при $p = 2$ формула (4) приводится к формуле Релеевского демпфирования. При $p > 2$ матрица демпфирования, вычисляемая по формуле (4), в общем случае является полной. Поскольку с использованием полной матрицы $[C]$ вычислительные затраты значительно возрастают, то при решении задач большой размерности стремятся ограничиться только Релеевским демпфированием. Недостатком Релеевской модели демпфирования является значительный уровень диссипации энергии на высших собственных формах колебаний по сравнению с низшими формами, для которых обычно и подбираются релеевские константы α , β .

Во многих практических случаях составляющая инерционного демпфирования $\alpha[M]$ игнорируется ($\alpha = 0$), тогда коэффициент β определяется из известных значений ξ_i и ω_i по формуле

$$\beta = 2 \cdot \xi_i / \omega_i. \quad (6)$$

Для построения глобальной матрицы $[C]$ используется только одно значение коэффициента β , поэтому для его вычисления должна использоваться доминирующая собственная частота системы.

Выше предполагалось, что демпфирование конструкций может быть удовлетворительно учтено в расчетах моделью пропорционального демпфирования. Во многих случаях предположение о пропорциональном демпфировании является адекватным. Однако, при расчете конструкций с широким диапазоном свойств материалов или, например, с встроенными локальными демпферами может оказаться необходимым применение модели непропорционального демпфирования. В таких случаях при формировании общей матрицы демпфирования используются различные значения коэффициента β для различных частей (материалов) конструкции. Зависящие от свойств материалов коэффициенты β_j задаются в качестве одного из параметров используемых моделей материалов, а общее для системы конструкционное демпфирование определяется выражением

$$\sum_{j=1}^M \beta_j [K]_j, \quad (7)$$

где $[K]_j$ – часть матрицы жесткости системы, соответствующая j -му материалу, M – количество различных материалов в исследуемой системе.

При таком подходе результирующая матрица $[C]$ имеет сложный вид. Коэффициенты β_j вычисляются, по-прежнему, по формуле (6), но вместо коэффициента рассеяния энергии ξ_j используется коэффициент затухания γ_j [11].

Непропорциональное демпфирование может быть также учтено заданием специфических конечных элементов с определенными характеристиками демпфирования. В качестве таких элементов чаще всего используется пружинный элемент с демпфированием.

Таким образом, полное выражение для глобальной матрицы демпфирования $[C]$, соответствующей в общем случае модели непропорционального демпфирования можно представить в следующем виде

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] + \sum_{j=1}^M \beta_j [K]_j + \sum_{k=1}^{nel} [C]_k, \quad (8)$$

где $[C]_k$ – матрица демпфирования k -го специфического конечного элемента, nel – количество специфических элементов.

В общем случае при моделировании отклика конструкций на гармоническое воздействие можно учесть пять разных моделей демпфирования:

- постоянное пропорциональное демпфирование;
- «модальное» демпфирование, когда коэффициенты рассеяния энергии ξ_i задаются отдельно для каждой учитываемой собственной формы колебаний (используется только при решении методом суперпозиции форм колебаний);
- релеевское демпфирование;
- демпфирование в определенном материале (непропорциональное);
- демпфирование специфических элементов (непропорциональное).

В табл. 1 приведена информация о доступных моделях демпфирования при решении задач на определение гармонического отклика конструкций в ПП ЛОГОС.

Таблица 1

Доступные модели демпфирования при решении задач гармонического анализа с использованием различных методов

Метод решения задачи	Постоянное пропорциональное демпфирование	Релеевское демпфирование	«Модальное» демпфирование	Демпфирование в определенном материале	Демпфирование специальных элементов
Полный	+	+	–	+	+
Суперпозиция форм колебаний	+	+	+	–	–
Метод неявного «прямого» интегрирования	+	+	–	+	+

5. Результаты решения некоторых верификационных задач

Проводятся результаты верификации разработанных программных средств на трех задачах по определению установившегося отклика типовых систем на гармоническое силовое воздействие. Выполнен анализ точности и сходимости результатов численных решений. Решение задач выполнено на пространственных конечно-элементных моделях из восьмиузловых элементов сплошной среды 1-го порядка с расширенными функциями формы. Результаты численных расчетов сравнивались с аналитическими решениями и с данными экспериментов [3, 4, 14].

Расчет установившегося отклика консольно-закрепленного бруса с грузом на конце при действии осевой силы, изменяющейся по гармоническому закону

Рассматривается консольно закрепленный брус квадратного поперечного сечения с грузом на конце (рис. 1). К грузу приложена гармонически изменяющаяся сила $P_1 = P_0 \cdot \cos \omega t$ с амплитудой $P_0 = 10$ кг, направленная вдоль оси балки. Необходимо определить АЧХ и ФЧХ данной системы в диапазоне частот изменения силы от 0 до 240 Гц с учетом демпфирования колебаний за счет внутреннего рассеивания энергии в материале бруса.

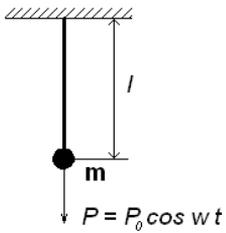


Рис. 1. Консольно закрепленный брус с грузом на конце

Исходные данные по геометрическим параметрам системы и свойствам материала бруса: длина бруса – $l = 50$ мм, ширина сечения бруса – $a = 10$ мм, масса груза – $m = 104,5$ кг, коэффициент Пуассона материала бруса – $\nu = 0,3$, модуль упругости – $E = 8400$ кг/мм², коэффициент внутреннего рассеивания (затухания) – $\gamma = 0,0032$.

Уравнения для аналитического решения задачи представлены в [3, 14].

Для численного решения задачи и анализа сходимости результатов использовались три конечно-элементные модели /КЭМ/ разной размерности (рис. 2): КЭМ-1, КЭМ-2 и КЭМ-3 со средним размером элементов $5,0 \times 5,0 \times 5,0$ мм, $2,5 \times 2,5 \times 2,5$ мм и $1,25 \times 1,25 \times 1,25$ мм соответственно.

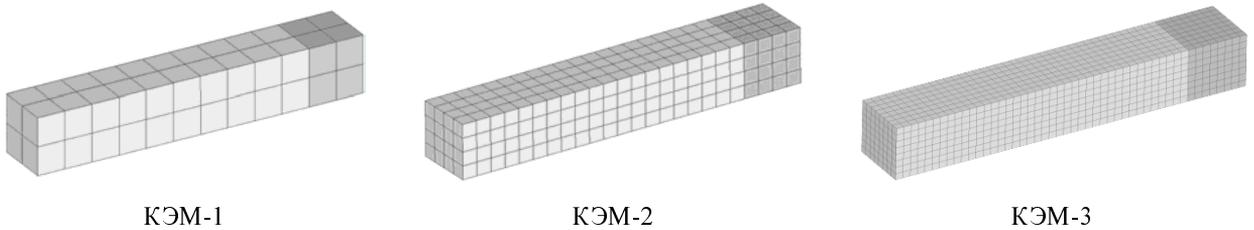


Рис. 2. КЭМ системы

Низшая собственная частота осевых колебаний рассматриваемой системы, согласно аналитическим расчетам, составляет 200 Гц, а по результатам численных расчетов на КЭМ-2 – 200,5 Гц. Отличие значений низшей собственной частоты осевых колебаний системы, полученных численно и аналитически, составляет $\sim 0,2$ %.

Численное решение задачи определения отклика системы на действие гармонической вибрации выполнялось «полным» методом. Результаты численных и аналитических расчетов амплитуды перемещений груза при действии осевой силы, изменяющейся по гармоническому закону на некоторых фиксированных частотах, представлены для сравнения в табл. 2. Погрешность результатов численных расчетов вычисляется относительно аналитического решения.

Таблица 2

Результаты численных и аналитических расчетов амплитуды перемещений груза

Частота, Гц	Теория, мм	ПП ЛОГОС					
		КЭМ-1		КЭМ-2		КЭМ-3	
		мм	%	мм	%	мм	%
100	0,000794	0,0074	2,52	0,000786	1,01	0,00787	0,83
150	0,001360	0,001312	3,53	0,001329	1,54	0,001342	1,34
200	0,029763	0,028647	3,75	0,029135	2,11	0,029550	0,72
230	0,001841	0,001924	3,42	0,001876	1,90	0,001871	1,61

На рис. 3 приведены графики зависимости амплитуды перемещений (АЧХ) и сдвига фаз (ФЧХ) груза от частоты воздействия (изменения) силы в диапазоне от 0 до 240 Гц, построенные по результатам численных и аналитических расчетов для КЭМ-1 системы. Из графиков видно, что результаты расчетов качественно согласуются с приемлемой для инженерных расчетов точностью даже на относительно грубой сетке.

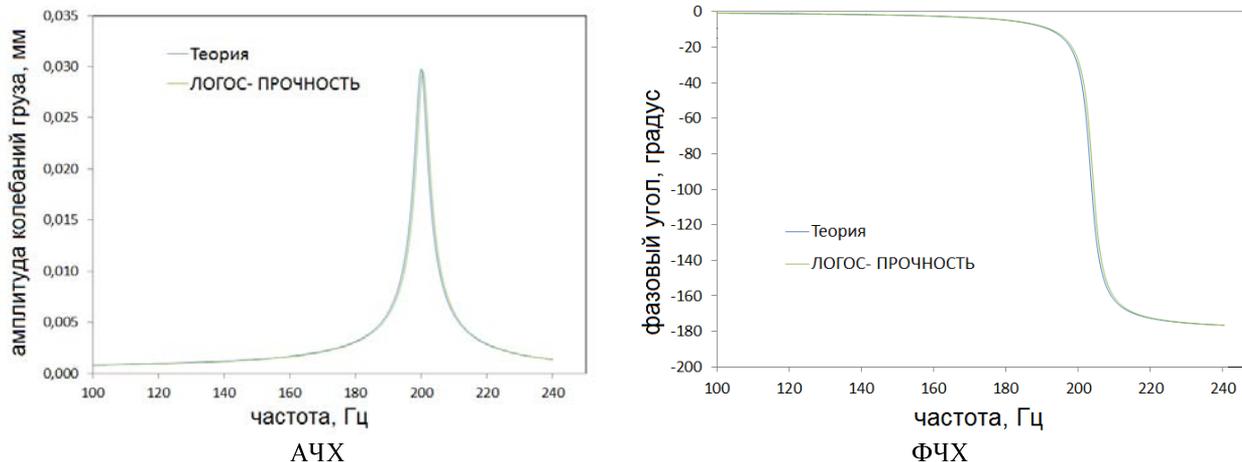


Рис. 3. АЧХ и ФЧХ груза для КЭМ-1

Для анализа сходимости результатов численного решения задачи на КЭМ разной размерности построен график изменения значений перемещений груза на частоте 150 Гц в зависимости от степени сгущения расчетной сетки (рис. 4). На основе сравнения с аналитическим решением график наглядно показывает точность и характер сходимости результатов численных решений.

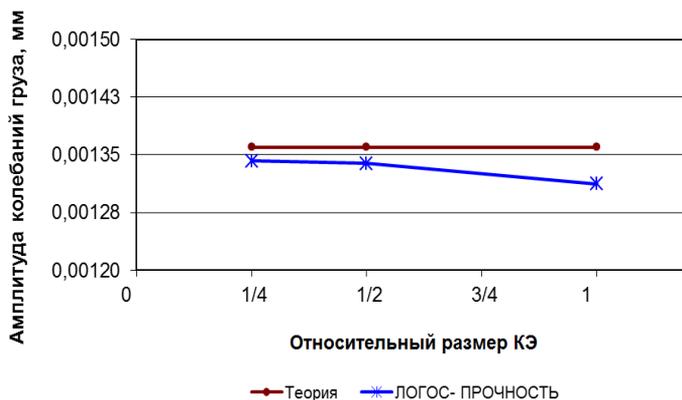


Рис. 4. График сходимости результатов численных расчетов по перемещениям груза на частоте 150 Гц

Расчет установившегося отклика шарнирно опертой балки постоянного поперечного сечения при действии поперечной силы, изменяющейся по гармоническому закону

Рассматривается балка постоянного квадратного поперечного сечения, шарнирно закрепленная на двух опорах (рис. 5). В срединном сечении балки приложена возмущающая сила $P(t) = P_0 \cos \omega t$ с амплитудой $P_0 = 0,5$ кг. Необходимо определить величину прогиба в точке приложения силы при установившихся вынужденных колебаниях балки в зависимости от частоты воздействия в диапазоне от 3 до 8 Гц.

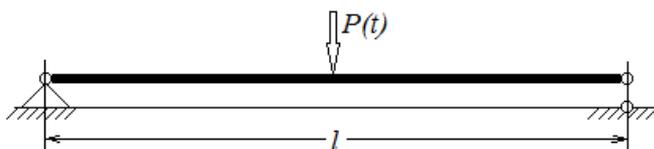


Рис. 5. Расчетная схема шарнирно опертой балки квадратного поперечного сечения, нагруженной в срединном сечении поперечной силой $P(t) = P_0 \cos \omega t$

Исходные данные по геометрическим параметрам балки и свойствам материала: длина балки – $l = 2$ м, высота и ширина поперечного сечения – $a = b = 0,01$ м, коэффициент Пуассона – $\nu = 0,3$, модуль упругости – $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, плотность материала – $\rho = 7800$ кг/м³.

Прогиб в срединном сечении балки от действия периодически изменяющейся возмущающей силы можно вычислить по формуле. [14]

$$\eta = \frac{2P_0}{ql} \cos \omega t \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^4 f_1^2 - \omega^2}, \quad (9)$$

где P_0 – амплитуда возмущающей силы, ω – частота изменения возмущающей силы, q – погонная масса балки, f_1 – низшая собственная частота балки.

Для численного решения задачи и анализа сходимости результатов использовались три КЭМ разной размерности со средним размером элементов $5,0 \times 5,0 \times 10,0$, $2,5 \times 2,5 \times 5,0$ и $1,5 \times 1,5 \times 2,0$ мм соответственно.

Низшая собственная частота поперечных колебаний рассматриваемой балки, согласно аналитическим расчетам, составляет 5,68 Гц. Численное решение такой задачи на КЭМ-2 дает значение низшей собственной частоты – 5,72 Гц. Отличие значений низшей собственной частоты поперечных колебаний балки, полученных численно на КЭМ-2 и аналитически, составляет ~ 0,5 %.

Расчет отклика системы выполнялся «полным» методом и методом суперпозиции собственных форм колебаний. Точного аналитического решения этой задачи с учетом демпфирования колебаний не существует. В связи с этим решение задачи проводится без учета демпфирования для диапазона частот изменения возмущающей силы от 3 до 8 Гц за исключением окolorезонансной области в окрестности низшей собственной частоты балки, где решение, соответствующее ее резонансному возбуждению, должно стремиться к бесконечности.

Результаты расчетов амплитуды колебаний срединного сечения балки в дорезонансной области в диапазоне частот от 2,39 до 3,16 Гц представлены для сравнения в табл. 3. Незначительное увеличение отличий результатов численных расчетов от аналитического решения по мере приближения к низшей резонансной частоте объясняется тем, что при численном решении задачи задавалось демпфирование колебаний с коэффициентом внутреннего трения материала (затухания) 0,0002 % и при приближении к окolorезонансной области это начинает сказываться на результатах.

Таблица 3

Результаты численных и аналитических расчетов амплитуды колебаний срединного сечения балки

Частота, Гц	Теория, мм	ПП ЛОГОС					
		КЭМ-1		КЭМ-2		КЭМ-3	
		мм	%	мм	%	мм	%
2,39	6,1487	6,0357	1,84	6,0361	1,83	6,0363	1,82
2,53	6,3029	6,1860	1,85	6,1866	1,84	6,1868	1,84
2,71	6,5358	6,4117	1,90	6,4122	1,89	6,4123	1,88
2,89	6,8049	6,6714	1,96	6,6720	1,95	6,6721	1,95
3,02	7,0347	6,8925	2,02	6,8930	2,01	6,8931	2,01
3,16	7,2926	7,1405	2,09	7,1411	2,08	7,1413	2,07

На рис. 6 приведены графики зависимости амплитуды колебаний срединного сечения балки от частоты воздействия (изменения) силы в диапазоне от 3 до 8 Гц, построенные по результатам численных (на КЭМ-1) и аналитических расчетов. Из рисунков видно, что результаты расчетов качественно согласуются с приемлемой для инженерных расчетов точностью.

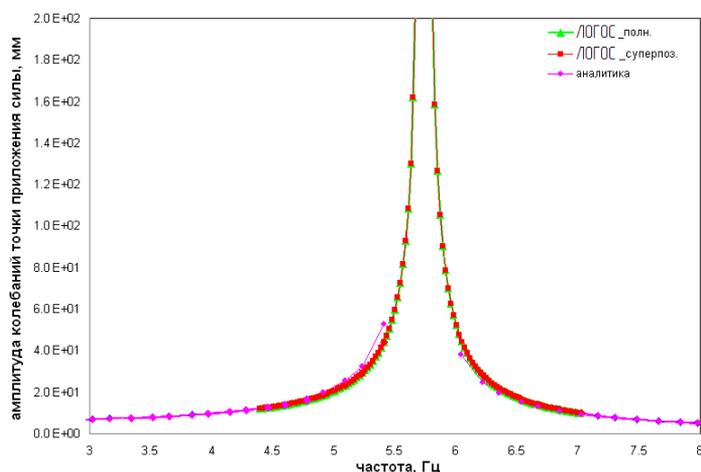


Рис. 6. АЧХ для КЭМ-1

6. Расчет напряженно-деформированного состояния конструкции ТУК-159 при действии транспортной вибрации

На рис. 7 показана в разрезе геометрическая модель конструкции транспортного упаковочного комплекта ТУК-159, предназначенной для перевозки ураносодержащих материалов всеми видами транспорта. Для обоснования вибропрочности конструкции выполнен численный расчет ее напряженно-деформированного состояния и отклика при действии транспортных нагрузок, заданных в виде синусоидальной вибрации. Нагрузка на упаковку действует в вертикальном направлении. Для учета демпфирования колебаний задавался постоянный коэффициент конструкционного демпфирования $\xi = 3\%$.

Для проведения численных исследований средствами препроцессора ПП ЛОГОС разработана подробная трехмерная КЭМ конструкции (рис. 8). На рис. 9 показаны отдельные фрагменты КЭМ. КЭ-дискретизация расчетной области задачи по пространству выполнена на основе 8-узловых конечных элементов сплошной среды с расширенными функциями формы. Размерность модели составляет ~ 670 тыс. конечных элементов.

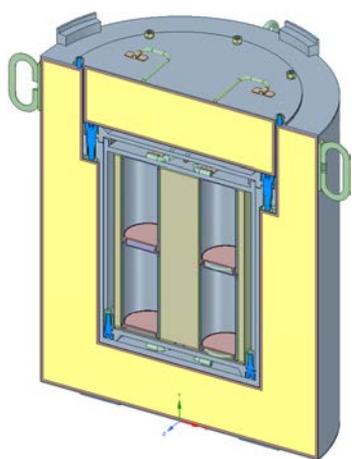


Рис. 7. Общий вид конструкции

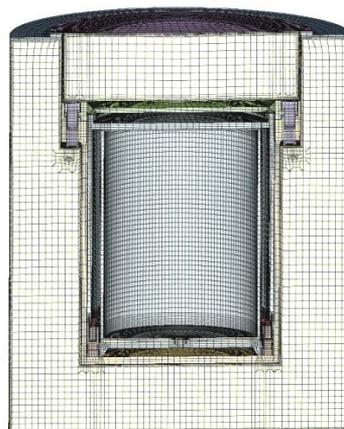


Рис. 8. КЭМ конструкции в разрезе

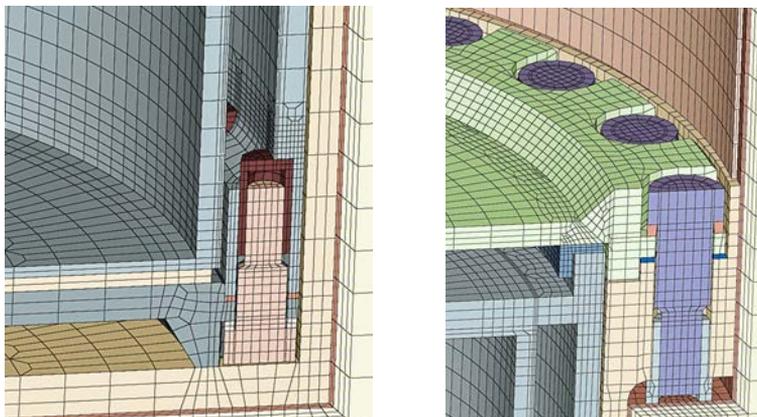


Рис. 9. Отдельные фрагменты КЭМ

Расчет отклика конструкции на действие транспортной вибрации выполнен «полным» методом. Результаты расчета показали, что низшая собственная частота боковых колебаний конструкции составляет 277 Гц. Все собственные частоты колебаний конструкции выходят за диапазон частот вибрационного воздействия, характерного для условий транспортирования, поэтому резонансного возбуждения элементов конструкции в процессе транспортирования не произойдет.

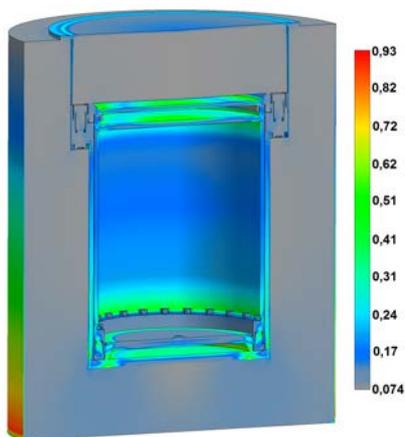


Рис. 10. Интенсивность напряжений в конструкции при действии транспортной вибрации в вертикальном направлении, МПа

Все силовые детали упаковки в условиях перевозки деформируются упруго. Максимальный уровень интенсивности напряжений реализуется во внешней облицовке при колебаниях конструкции на максимальной частоте из диапазона частот транспортной вибрации и составляет 0,93 МПа (см. рис. 10).

Заключение

В работе приведено описание функциональных возможностей реализованной в составе ПП ЛОГОС методики численного решения задач по расчету отклика конструкций на действие гармонической вибрации с учетом их начального квазистатического напряженно-деформированного состояния.

Показаны особенности реализации вычислительных методов и основных алгоритмов методики, а также учета общего конструкционного демпфирования колебаний и внутреннего рассеяния энергии в материалах при моделировании вибрационного отклика изделий.

Работоспособность разработанных программных средств подтверждена результатами решения верификационных задач гармонического анализа типовых элементов конструкций с приемлемой точностью и одной практической задачи по расчету отклика конструкции ТУК-159 на действие транспортной вибрации.

Литература

1. Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С., Спиридонов В. Ф., Цибереv К. В., Шагалиев Р. М. Многофункциональный высокопараллельный пакет программ ЛОГОС для решения задач теплопереноса и прочности // Сборник тезисов докладов Санкт-Петербургского научного форума «Наука и общество». – Санкт-Петербург, 2012.
2. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019611831 от 04.02.2019 г. Программный модуль пакета программ «ЛОГОС», версия 2017 года.

3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. // Ред. В. Н. Челомей (пред). – М.: Машиностроение, 1980. – Т.3. Колебания машин, конструкций и их элементов // Под ред. Ф. М. Диментберга и К.С. Колесникова. – 1980. С. 544.
4. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. Под ред. Биргера И. А. и Пановко Я. Г. – М.: Машиностроение, 1968.
5. <http://www.ansys.com> [Electronic resource].
6. <http://www.simulia.com> [Electronic resource].
7. Рябов А. А., Спиридонов В. Ф., Циберев К. В., Речкин В. Н. и др. Результаты верификации пакета программ ЛОГОС на задачах определения основных собственных частот и форм колебаний типовых конструкций // Сборник докладов XIII-го международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование». – Саров, 2011.
8. Циберев К. В., Речкин В. Н., Чембаров А. И., Александрова О. Л. Исследования точности результатов модального анализа конструкций в пакете программ ЛОГОС на основе конечных элементов сплошной среды // Сборник докладов XII-й научно-технической конференции «Молодежь в науке». – Саров, 2013.
9. Агафонов С. К., Речкин В. Н., Чембаров А. И., Кремчеева Л. Р. Исследования точности решения задач гармонического анализа конструкций в ПП ЛОГОС-Прочность на двух верификационных задачах // Сборник материалов VII-й всероссийской молодежной научно-инновационной школы «Математика и математическое моделирование». – Саров: СарФТИ НИЯУ-МИФИ, 2013.
10. Барабанов Р. А., Дьянов Д. Ю., Спиридонов В. Ф., Филимонкин Е. А., Циберев К. В. и др. Пакет программ ЛОГОС. Функциональные возможности для решения задач статической прочности конструкций с учетом физической и геометрической нелинейностей // Сборник докладов XI-й научно-технической конференции «Молодежь в науке» // секция «Теоретическая и математическая физика». – Саров, 2012.
11. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. Перевод с английского. – М.: МИР. 1976.
12. Бартенев Ю. Г., Бондаренко Ю. А., Ерзунов В. А. и др. Комплекс LParSol для решения СЛАУ // Труды XIII международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование». – Саров, 2011. С.34–36.
13. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975.
14. Расчеты на прочность в машиностроении: Справочник в 3-х томах. Под ред. заслуженного деятеля науки и техники, д-ра техн. наук проф. Пономарева С. Д. – М.: МАШГИЗ, 1959. – Т. 3. Инерционные нагрузки. Колебания и ударные нагрузки. Выносливость. Устойчивость. – 1959.

THE POSSIBILITIES OF THE LOGOS SOFTWARE FOR SIMULATION OF THE CONSTRUCTIONS RESPONSE TO HARMONIC VIBRATION

*A. V. Baranov¹, A. Yu. Eremenko¹, S. S. Kosarim¹, A. O. Naumov^{1,2}, E. S. Nitkind¹,
V. N. Rechkin^{1,2}, V. N. Romanov¹, A. A. Ryabov¹, K. V. Tsiberev¹*

¹ Russian Federal Nuclear Center –

All-Russian Scientific Research Institute of Experimental Physics, Sarov

² Sarov Institute of Physics and Engineering, National Research Nuclear University MEPhI, Sarov

The paper describes a method of numerical solution of the problem to compute structures response to harmonic vibration with the account for their initial quasi-static stress and strain state (SSS). Brief description of basic ratios, computational methods and

algorithms realized in LOGOS software package is given. Specific features to account for quasi-static stress and strain state of the structure and general structure damping of oscillations and internal energy dissipation in materials when simulating vibration response of structures are described. Solution results of verification problems when finding vibration response of typical structural elements are shown. Accuracy and convergence of the results were analyzed when comparing computations with analytical solutions. The results of solving a practical problem of modeling the response of the TUK-159 transport pack set to the effect of transport vibration are presented.

Key words: harmonic vibration, damping, finite-element model, stress and strain state, LOGOS software package.