

УДК 539.89

DOI: 10.53403/9785951504937\_2020\_25.1\_138\_161

# Модель источника ударно-волнового пыления металлов, основанная на теории развития неустойчивости Рихтмайера – Мешкова

*Приведено решение задачи о влиянии профиля ударной волны на пространственно-временное распределение скорости, плотности и массы выброшенных со свободной поверхности частиц вещества. Показано, что в жидком фазовом состоянии вещества амплитуда ударной волны не оказывает влияния на выброшенную массу вещества, которая определяется соотношением  $\beta = k^2 a_0 \Delta x$  ( $a_0$  – амплитуда возмущений,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны возмущений,  $\Delta x$  – ширина треугольного ударно-волнового импульса).*

А. Б. Георгиевская<sup>1,2</sup>, В. А. Раевский<sup>1</sup>

## Введение

Выход ударной волны на свободную поверхность конденсированного вещества, граничащего с вакуумом или газом, как правило, приводит к выбросу частиц, движущихся со скоростями, превышающими скорость поверхности разгруженного вещества. Впервые это явление было обнаружено в России в 1950-х гг. сотрудниками ВНИИЭФ Кормером С. Б. и Григорьевым Ф. В. Исследования проводились с помощью фотохронографической методики регистрации и импульсной рентгенографии. Было обнаружено, что характеристики процесса (масса и скорости частиц) зависят от степени чистоты обработки поверхности (шероховатости). Однако по ряду причин результаты исследований были опубликованы значительно позднее [1]. Первые работы, посвященные этой проблеме, были опубликованы в 1970-х гг. Эсеем и др. [2, 3]. Ими была разработана методика непрерывной регистрации скорости фольги, позволившая получить первую количественную информацию о массе частиц [2].

У российских исследователей этот процесс получил название ударно-волнового пыления, у зарубежных – ejection.

В последние годы интерес к этой проблеме возобновился, чему поспособствовало развитие систем диагностики [4–8], численных [9] и молекулярно-динамических методик расчета [10]. На сегодняшний день большинство авторов связывают образование мелкодисперсной фракции

---

© Journal of Dynamics Behavior of Matter. 2017. Vol. 3, Issue 2. P. 321–333.

<sup>1</sup> ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ».

<sup>2</sup> СарФТИ НИЯУ «МИФИ».

с развитием неустойчивости Рихтмайера–Мешкова [11, 12], когда ударная волна проходит через возмущенную границу из тяжелого вещества с плотностью  $\rho_T$  в легкое с плотностью  $\rho_L$ , при этом  $\rho_T \gg \rho_L$ , т. е. число Атвуда равно либо близко к  $-1$ . Наличие начальных возмущений на границе может быть связано, например, с механической обработкой поверхности (шероховатость поверхности вследствие обработки на токарном станке, царапины). Также в качестве начальных возмущений границы могут выступать любые неоднородности, сконцентрированные вблизи самой границы тяжелого вещества (поры, включения, границы зерен).

Так как выброс частиц может происходить в различные легкие среды (газ, вакуум), то авторы статьи, как и многие исследователи, работающие в этой области, решают эту задачу путем разделения на две части. Первая – так называемая задача об «источнике» пыления – посвящена определению связи массы, скорости и размеров частиц между собой, с параметрами шероховатости, характеристиками материала (фазовое состояние, плотность, реологические характеристики, поверхностное натяжение) и условиями нагружения (амплитуда, профиль ударной волны). Задача решается при числе Атвуда  $A = -1$ , т. е. при выходе ударной волны на границу *вещество – вакуум*. Вторая задача – о взаимодействии источника пыления с низкоплотными средами (газами), в которой необходимо определить, как характеристики источника (распределение плотности частиц в пространстве, спектр размеров частиц) трансформируются во времени из-за наличия газовой среды.

Как показывают экспериментальные и расчетные исследования, доминирующим фактором, определяющим характеристики источника ударно-волнового пыления, является шероховатость поверхности [4]. Эти возмущения зачастую рассматриваются как периодические, близкие к синусоидальной форме с амплитудой  $a_0$  (половина глубины канавок) и длиной волны  $\lambda$  (расстояние от пика до пика между канавками) [13]. После выхода ударной волны на поверхность возмущения переворачиваются в противофазе, и в дальнейшем из впадин начальных возмущений развиваются струи, впоследствии распадающиеся на множество частиц, а вглубь вещества из вершин распространяются «пузыри» [13]. Как показали расчетно-теоретические исследования, динамика роста пузыря, зависящая от амплитуды  $a_0$ , длины волны  $\lambda$  и скорости свободной поверхности, определяет зависимость количества вещества, выбрасываемого со свободной поверхности, от времени. Hammerberg J. E. и др. [9] расширили эту теорию и предложили модель, позволяющую рассчитывать количество выброшенной массы вещества от времени, для несинусоидальных возмущений. Это особенно актуально для случаев, когда необходимо рассчитывать выброшенную массу вещества при нагружении свободной поверхности последовательностью ударных волн, так как после прохождения каждой ударной волны форма начальных возмущений меняется.

Модели [9, 10, 13] построены для случая, когда на свободную поверхность вещества выходит стационарная ударная волна. Однако в большинстве экспериментов свободная поверхность металла нагружается нестационарной ударной волной (ударная волна со спадающим профилем давления и скорости за ее фронтом, называемая волной Тейлора). В экспериментах с оловом Zellner M. B. и др. [5, 14] наблюдалось отличие в массе частиц, выброшенных под действием стационарной ударной волны и волны Тейлора, когда олово переходило в жидкую фазу при изотропической разгрузке. Под действием стационарной ударной волны выбрасывалась большая масса вещества, чем под действием нестационарной ударной волны. При этом масса частиц не зависела от амплитуды давления ударной волны. В экспериментах ВНИИЭФ, в которых свободная поверхность свинца нагружалась волной Тейлора, также не наблюдалось существенного влияния амплитуды давления на массу выброшенных частиц [15]. Однако окончательно подтвердить этот факт удалось только в недавних протонографических экспериментах, позволивших получить информацию в более широком диапазоне плотностей, чем при использовании импульсной рентгенографии с мягким спектром [16].

Влиянию профиля ударной волны на источник ударно-волнового пыления посвящено крайне мало расчетно-теоретических работ. Работа [17] анализирует этот вопрос с помощью метода молекулярной динамики. Авторы работы [17] показали, что пространственное распределение плотности и масса выброшенных частиц зависят от формы ударной волны, причем под действием нестационарной ударной волны выбрасывается меньшая масса частиц, чем под действием стационарной ударной волны. При этом амплитуда ударной волны не оказывает влияния на массу частиц, если металл переходит в жидкую фазу. Ранее в [8, 18] авторы статьи получили подобный теоретический вывод, рассмотрев этот процесс с точки зрения механизма развития неустойчивости Рихтмайера – Мешкова для синусоидальных периодических возмущений. В данной работе приведено подробное решение этой задачи и сравнение с результатами экспериментов [5, 14]. Модель позволяет рассчитать пространственное распределение плотности частиц в зависимости от времени, массу выброшенных частиц, а также распределение частиц по размеру в зависимости от начальной амплитуды  $a_0$ , длины волны  $\lambda$ , амплитуды и градиента скорости за фронтом ударной волны.

### Теоретическое рассмотрение вопроса

**Масса выброшенных частиц и пространственное распределение плотности частиц.** В работе [13] была рассмотрена задача о выходе стационарной ударной волны на свободную поверхность жидкости, имеющую малые периодические синусоидальные возмущения  $a_0(x) = -a_0 \sin(ky)$  ( $a_0 = A_0/2$  – амплитуда начальных возмущений,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны возмущений). Развитие таких возмущений будет подчиняться решению Рихтмайера [11]:

$$\begin{aligned} \dot{u}_y &= -V_m \cos(ky)e^{kx}, \\ \dot{u}_x &= V_m \sin(ky)e^{kx}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u_y$ ,  $u_x$  – смещение вещества в направлениях  $y$  и  $x$ ;  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны возмущений,  $a_0$  – начальная амплитуда возмущений;  $V_m$  – скорость вершины струи (начальная скорость пузыря) относительно скорости свободной поверхности жидкости. При  $a_0 k \ll 1$   $V_m = a_0 k U_{СП}$ , где  $U_{СП}$  – скорость вещества после разгрузки.

Схематично процесс выброса вещества после выхода ударной волны на свободную поверхность среды показан на рис. 1.



Рис. 1. Выброс частиц под действием ударной волны

В работе [13] мы предположили, что скорость роста пузыря уменьшается подобно первоначальному распределению скорости по глубине  $x$  (1). Это приводит к уравнению

$$\dot{a}_b \approx -V_m \exp(k(a_b - a_0)), \quad (2)$$

где  $a_b$  – амплитуда пузыря.

Проинтегрировав это уравнение с начальным условием  $a_b(0) = a_0$ , получим закон роста амплитуды пузыря и скорость его роста:

$$\begin{aligned} a_b(t) &= a_0 - \frac{1}{k} \ln(1 + kV_m t), \\ V_b(t) = \dot{a}_b(t) &= \frac{V_m}{1 + kV_m t}. \end{aligned} \quad (3)$$

В процессе роста возмущений скорость струй остается постоянной и равной  $V_m$ , скорость впадин уменьшается в соответствии с (1), при этом ширина струй также уменьшается. При определении количества выброшенного с поверхности вещества мы воспользовались законом сохранения массы и законами роста струи и пузыря:

$$\begin{cases} a_b(t) = a_0 - \frac{1}{k} \ln(1 + kV_m t), \\ a_s(t) = V_m t - a_0, \\ a_b h_b = a_s h_s, \\ h_b + h_s = \lambda, \end{cases} \quad (4)$$

где  $a_s$  – амплитуда струи,  $h_s$  – ширина струи,  $h_b$  – ширина пузыря.

Предположим, что синусоидальная форма возмущений близка к треугольной. Сразу после переворота возмущений выброшенная масса вещества равна  $m_s = \rho_0 \frac{V}{S} = \rho_0 \frac{1}{2} \frac{a_0 \frac{\lambda}{2} L}{S}$ , где  $\rho_0$  – плотность материала,  $V$  – объем,  $S = L\lambda$  – площадь поверхности,  $L$  – длина (см. рис. 2 справа),  $\frac{1}{2} a_0 \lambda$  – площадь треугольника. Таким образом,  $m_s(t \approx 0) = \rho_0 \frac{a_0}{4}$ .

Предполагается, что при развитии нелинейной стадии форма пузыря близка к треугольной, но амплитуда пузыря  $a_b$  и его ширина  $h_b$  изменяются во времени. Масса вещества, выбрасываемая с единицы площади поверхности, составила

$$m_s(t) = \frac{\rho_0 a_b h_b}{2\lambda} = \frac{\rho_0}{2} \frac{(V_m t - a_0) \left( \frac{1}{k} \ln(1 + kV_m t) - a_0 \right)}{V_m t + \frac{1}{k} \ln(1 + kV_m t) - 2a_0}. \quad (5)$$

Пренебрегая малыми  $a_0 k$  по сравнению с  $V_m t$  и  $\ln(1 + kV_m t)$ , получим соотношение для расчета массы выброшенного вещества с поверхности в зависимости от времени в безразмерном виде:

$$m_s(\tau) = \frac{\rho_0}{2k} \frac{\tau \ln(1 + \tau)}{\tau + \ln(1 + \tau)}, \quad (6)$$

где  $\tau = kV_m t$ . В выражении (6) время отсчитывается от момента, когда при перевороте возмущенной поверхности становится плоской.

При больших  $\tau$  выражение (6) близко к логарифмической зависимости  $m_s(\tau) \approx \frac{\rho_0}{2k} \ln(1 + \tau)$ .

По форме эта функция схожа с выражением, полученным в работе [9] из предположения, что пузырь имеет форму параболы и с использованием более точного выражения для скорости роста пузыря, полученного Микаеляном [19, 20].

При определении связи выброшенной массы частиц и их скорости авторы опирались на предположение, что скорость в основании струи (скорость втекания вещества в струю) равна по модулю скорости вершины пузыря (см. рис. 2). Тогда, подставляя второе выражение из уравнений (3) с противоположным знаком в уравнение (6), получим выражение для связи скорости и массы вещества:

$$m_s(\tau) = \frac{\rho_0}{2k} \frac{1}{\left(\frac{V_m}{V_p} - 1\right)^{-1} + \left(\ln\left(\frac{V_m}{V_p}\right)\right)^{-1}} \quad (7)$$

где  $V_p$  – скорость втекания вещества в струю ( $V_p \approx |V_b|$ ).

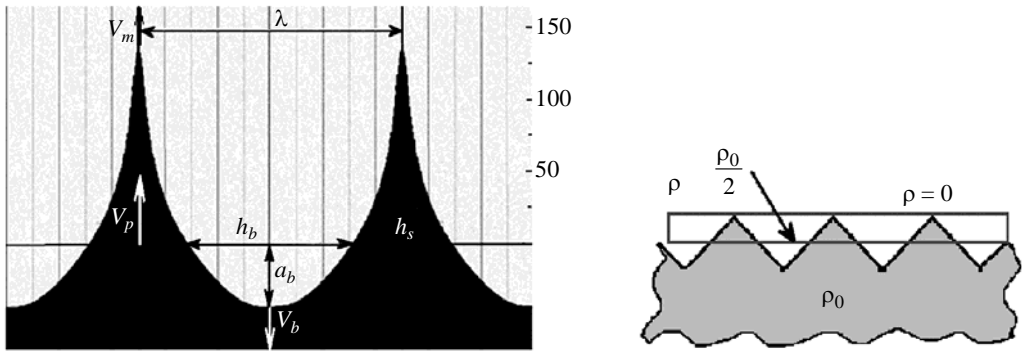


Рис. 2. Форма струи, полученная в численном расчете [13]

Распределение скоростей выбрасываемого вещества в пространстве соответствует автомодельному решению:

$$V_p(x, t) = V_p \left( t - \frac{x}{V_p} \right) \quad (8)$$

В каждый момент времени  $t$  скорость частиц, образующихся на невозмущенной поверхности (в основании струй), определяется вторым выражением из системы (3) со знаком «+». Используя автомодельное выражение (8), заменим в выражении (3)  $t - \frac{x}{V_p}$ , чтобы получить пространственное распределение скорости вдоль струи (между свободной поверхностью и вершиной струи) в любой момент времени  $t$ :

$$V_p(x, t) = \frac{V_m(1 + kx)}{1 + kV_m t}, \quad (9)$$

где  $x \in [0, x_m]$ ,  $x_m = V_m t$  – положение вершины струи относительно положения невозмущенной поверхности.

В соответствии с выражением (9) скорость вещества вдоль струи линейно зависит от координаты  $x$  и уменьшается со временем  $t$ . При больших  $t$  распределение скорости вдоль струи имеет простой вид  $V_p(x, t) \approx x/t$ . Соотношение (9) в зависимости от безразмерных параметров  $\hat{x} = x/x_m$  ( $\hat{x} \in [0, 1]$ ) и  $\tau = kV_m t$  имеет вид

$$V_p(\hat{x}, \tau) = V_m \frac{1 + \tau \hat{x}}{1 + \tau}. \quad (10)$$

Подставляя выражение (9) в (7), получим зависимость массы выброшенного вещества, пересекающего координату  $x$ , от времени  $m_s(x, t)$ . Учитывая, что плотность среды  $\rho(x, t) = \frac{\partial m_s(x, t)}{\partial x}$ , получим выражение для расчета пространственного распределения плотности на момент времени  $t$ . В безразмерном виде функции  $m_s(x, t)$  и  $\rho(x, t)$  имеют вид

$$m_s(x, \tau) = \frac{\rho_0}{2k} \frac{1}{\left( \frac{\tau(1 - \hat{x})}{1 + \tau \hat{x}} \right)^{-1} + \left( \ln \left( \frac{1 + \tau}{1 + \tau \hat{x}} \right) \right)^{-1}}, \quad (11)$$

$$\rho(x, \tau) = \frac{\rho_0}{2(1 + \tau \hat{x})^2} \frac{\frac{\tau^2(1 - \hat{x})^2}{1 + \tau \hat{x}} + (1 + \tau) \left[ \ln \left( \frac{1 + \tau}{1 + \tau \hat{x}} \right) \right]^2}{\left[ \frac{\tau(1 - \hat{x})}{1 + \tau \hat{x}} + \ln \left( \frac{1 + \tau}{1 + \tau \hat{x}} \right) \right]^2}.$$

При больших значениях  $\tau$  распределение плотности среды просто обратно пропорционально уменьшается со временем и увеличивается в направлении от вершины струи ( $\hat{x} = 1$ ) к положению свободной поверхности вещества ( $\hat{x} = 0$ ), стремясь к плотности вещества  $\rho_0/2$ :

$$\rho(\hat{x}, \tau) = \frac{\rho_0}{2(1 + \tau \hat{x})}. \quad \text{Плотность среды на невозмущенной границе равна } \rho_0/2, \text{ так как изначально}$$

только половина вещества находилась на этой границе (см. рис. 2).

В работе [13] показано хорошее согласие выражений (6), (7), (11) с результатами численных расчетов; следовательно, их можно использовать для оценки выброшенной массы частиц, распределения плотности вещества в пространстве на любой момент времени при условии, что поверхность нагружается стационарной ударной волной.

**Влияние профиля ударной волны на выброшенную массу вещества.** В работах [5, 14] в серии экспериментов с оловом в области давлений, когда металл находился в твердожидком и жидком состояниях в волне разгрузки, было получено, что масса выброшенных частиц не зависит от амплитуды давления ударной волны, а определяется только формой ударной волны, выходя-

щей на свободную поверхность вещества, и параметрами начальных возмущений (амплитуда и длина волны возмущений). Это натолкнуло авторов на необходимость учета влияния профиля ударной волны на пространственное распределение плотности частиц и выброшенную массу вещества, так как в большинстве экспериментов мы имеем дело с нагружением поверхности волной Тейлора. Авторы скорректировали модель (уравнения (6), (7), (10), (11)), базируясь на двух предположениях:

1) начальное распределение скоростей вещества при развитии неустойчивости Рихмайера – Мешкова зависит от градиента скоростей за фронтом ударной волны;

2) средняя плотность образца уменьшается со временем за счет действия растягивающих напряжений, приводящих к фрагментации среды (откольное разрушение жидкого образца).

Взаимодействие нестационарной ударной волны (волны Тейлора) с малыми периодическими синусоидальными возмущениями на поверхности изменит начальное распределение скоростей по глубине вещества (1). Спад давления за фронтом ударной волны приведет к возникновению градиента скоростей в разгруженной жидкости после выхода волны Тейлора на свободную поверхность вещества. Таким образом, при развитии неустойчивости Рихтмайера – Мешкова в металле возникает градиент скоростей, определяемый не только начальными возмущениями поверхности, но и формой ударно-волнового импульса, выходящего на ее свободную поверхность.

Еще одной важной особенностью является то, что после выхода волны Тейлора на свободную поверхность жидкости среда разрушается в глубоких слоях, происходит так называемое откольное разрушение среды за счет действия растягивающих напряжений, а это приводит к уменьшению средней плотности образцов. Предположим, что при разгрузке жидкости происходит мгновенное дробление вещества за счет растягивающих напряжений, т. е. откольная прочность вещества равна нулю. Подобная среда будет разлетаться в соответствии с градиентом скорости, определенным начальным спадом давления и скорости за фронтом ударной волны:

$$\dot{\varepsilon} = 2 \left| \frac{du}{dx} \right| \sim \frac{dP}{dx}, \quad (12)$$

где  $u$  – массовая скорость вещества за фронтом ударной волны.

В соответствии с законом сохранения массы средняя плотность такой среды, имеющей площадь сечения  $S$ , будет уменьшаться за счет увеличения ее длины:

$$\bar{\rho} = \rho_0 \frac{l_0}{l}, \quad (13)$$

где  $l_0$ ,  $l$  – начальная и текущая длина области разлета. С течением времени длина области разлета увеличивается за счет перепада скоростей:

$$\begin{aligned} l &= l_0 + \Delta U t, \\ \Delta U &= \dot{\varepsilon} l_0. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя выражения (14) в уравнение (13), получим изменение средней плотности разлетающейся среды:

$$\bar{\rho}(t) = \frac{\rho_0}{1 + \dot{\varepsilon} t}. \quad (15)$$

Уравнение (15) для расчета плотности жидкой разрушенной среды можно встретить в монографии Кедринского [21] по исследованию разрушения воды под действием волны Тейлора.

Значение  $\dot{\varepsilon}$  может быть определено из численных расчетов.

При выбросе частиц со свободной поверхности вещества под действием стационарной ударной волны распределение плотности частиц на любой момент времени при  $\hat{x} \rightarrow 0$  (положение невозмущенной границы) должно стремиться к  $\rho_0/2$  – половине плотности вещества, а в случае действия волны Тейлора – к  $\bar{\rho}/2$ , т. е. половине средней плотности разлетающейся среды, которая, в свою очередь, уменьшается со временем по закону (15).

Законы развития малых периодических возмущений на свободной поверхности жидкости под действием ударной волны спадающего профиля также изменяются. Мы скорректировали начальное распределение скоростей после выхода волны Тейлора на свободную поверхность жидкости (1) следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{u}_y &= -V_m \cos(ky) e^{kx}, \\ \dot{u}_x &= V_m \sin(ky) e^{kx} - \dot{\epsilon}x. \end{aligned} \tag{16}$$

В этом случае уравнение (2), основанное на предположении, что скорость роста пузыря уменьшается подобно первоначальному распределению скорости по глубине  $x$ , с учетом (16) будет иметь вид

$$\dot{a}_b \approx -V_m \exp(k(a_b - a_0)) - \dot{\epsilon}(a_b - a_0). \tag{17}$$

Уравнение (17) не имеет аналитического решения, кроме  $\dot{\epsilon} = 0$  (случай стационарной ударной волны), когда оно переходит в уравнение (3). Из уравнения (17) определяется амплитуда пузыря и скорость его роста  $V_b$ . Как и в случае со стационарной ударной волной, предполагаем, что скорость вещества в основании струи  $V_p$  равна скорости роста углубления  $V_b$ , т. е.  $V_p \approx |V_b|$ . Таким образом, уравнение для определения скорости вещества в основании струи  $V_p$  в размерном и безразмерном видах:

$$\begin{aligned} V_p &= V_m \exp(kx) + \dot{\epsilon}x, \\ \frac{d\varphi}{d\tau} &= e^\varphi + \beta\varphi, \end{aligned} \tag{18}$$

где  $\varphi = kx$ ,  $\beta = \dot{\epsilon}/kV_m$  – соотношение градиента скоростей в среде, определенного спадом давления и скорости за фронтом ударной волны, волнового числа  $k$  и скорости вершины струи.

На рис. 3 показаны зависимости скоростей вещества в основании струи от времени  $V_p(t)$ , отнесенные к скорости фронта частиц  $V_m$ , рассчитанные по уравнению (18) при различных значениях  $\beta$ .

В случае выхода стационарной ударной волны на свободную поверхность вещества процесс выброса частиц не ограничен по времени, так как скорость вещества в основании струи  $V_p(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . При выходе волны Тейлора на свободную поверхность жидкости развитие неустойчивости Рихтмайера – Мешкова прекращается из-за отсутствия втекания вещества в струю. Таким образом, пыление, возникающее под действием волны Тейлора, ограничено по времени и прекращается при достижении скорости  $V_p(t) = 0$ . Время, за которое происходит выброс частиц, определяется из уравнения

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = e^\varphi + \beta\varphi = 0. \tag{19}$$



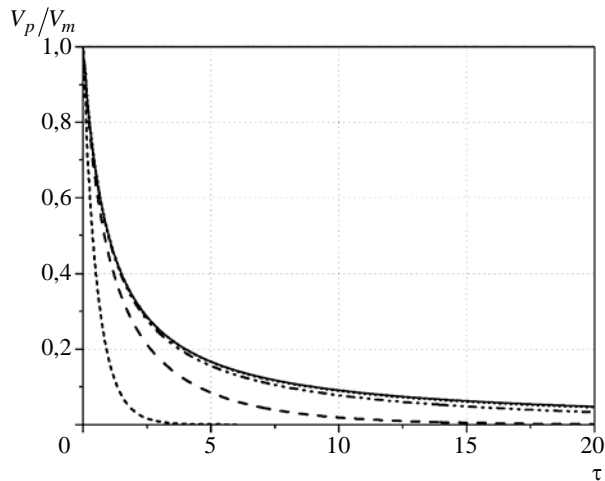


Рис. 3. Зависимости скоростей вещества в основании струи от времени, отнесенные к скорости фронта частиц, рассчитанные по уравнению (18) при различных значениях  $\beta$ :  
 —  $\beta = 0$ ; .....  $\beta = 0,001$ ; - - -  $\beta = 0,01$ ; - - - -  $\beta = 0,1$ ; - · - ·  $\beta = 1$

На рис. 4 показана зависимость безразмерного времени выброса частиц  $\tau_B$  от соотношения  $\beta$ . Из рисунка видно, что с увеличением соотношения  $\beta$ , в частности при увеличении градиента скоростей  $\dot{\epsilon}$ , время полного выброса частиц уменьшается, а в случае стационарной ударной волны ( $\dot{\epsilon} = 0$ ) является бесконечным.

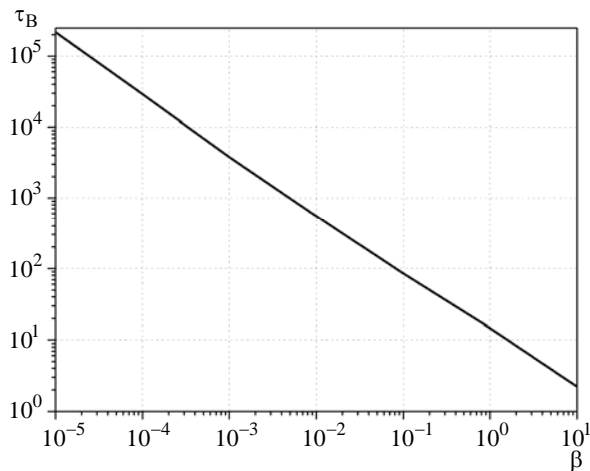


Рис. 4. Зависимость безразмерного времени  $\tau_B$ , за которое происходит выброс частиц, от соотношения  $\beta$

Поток вещества через единичную поверхность  $\dot{m}_s(t)$  для случая, когда на свободную поверхность металла выходит стационарная ударная волна, имеет вид

$$\dot{m}_s(t) = \frac{\rho(t)V_p(t)\xi(t)}{2} = \frac{\rho_0 V_m}{2(kV_m t + 1)} \frac{(kV_m t)^2 + (kV_m t + 1) [\ln(1 + kV_m t)]^2}{[kV_m t + \ln(1 + kV_m t)]^2}, \quad (20)$$

где  $\rho(t) = \rho_0$  – плотность вещества;  $V_p(t) = \frac{V_m}{kV_m t + 1}$  – скорость вещества в основании струи;

$\xi(t) = \frac{1}{2} \frac{(kV_m t)^2 + (kV_m t + 1) [\ln(1 + kV_m t)]^2}{[kV_m t + \ln(1 + kV_m t)]^2}$  – параметр, отвечающий за изменение формы струи.

На основании результатов по влиянию профиля ударной волны на динамику развития неустойчивости Рихтмаера – Мешкова авторами скорректировано уравнение (20) для расчета выброшенной массы вещества под действием волны Тейлора: средняя плотность среды  $\rho(t)$  будет изменяться по закону (15), а скорость вещества в основании струи  $V_p(t)$  в формуле (20) будет определяться уравнением (18). Учитывая эти поправки, массу выброшенных частиц можно рассчитать по системе уравнений, имеющей в безразмерных параметрах следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{d\tau} = e^\varphi + \beta\varphi, \\ V_p(\tau) = V_m \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau}, \\ m_s(\tau) = \frac{\rho_0}{2kV_{m0}} \int_0^\tau \frac{V_p(\tau) \tau^2 + (\tau+1) [\ln(1+\tau)]^2}{(1+\beta\tau) [\tau + \ln(1+\tau)]^2} d\tau. \end{cases} \quad (21)$$

Зависимость выброшенной массы частиц от времени  $\tau$  при различных  $\beta$  представлена на рис. 5. Очевидно, что с уменьшением  $\beta$  выброшенная масса частиц увеличивается, так как увеличивается время, затрачиваемое на развитие неустойчивости Рихтмайера – Мешкова. Кроме того, в отличие от случая  $\beta = 0$  масса выброшенных частиц имеет конечное значение.

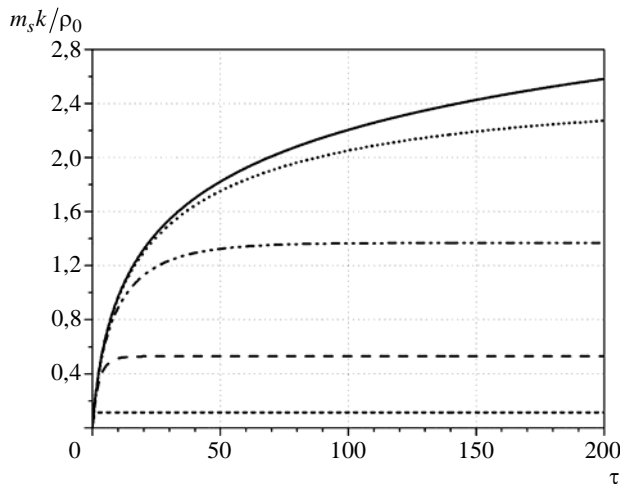


Рис. 5. Зависимость выброшенной массы вещества, отнесенной к плотности  $\rho_0$  и волновому числу  $k$ , от безразмерного времени  $\tau$ : —  $\beta = 0$ ; .....  $\beta = 0,001$ ; — · —  $\beta = 0,01$ ; - - -  $\beta = 0,1$ ; ·····  $\beta = 1$

Как было показано выше,  $\beta = \dot{\epsilon}/kV_m$ . При малых начальных возмущениях  $a_0k < 1$  и небольших ударно-волновых сжатиях  $\delta \sim 1$  ( $\delta = D/(D-u)$ ,  $D$  – скорость ударной волны)  $V_m = a_0kU_{СП}$ . Градиент скоростей  $\dot{\epsilon}$  можно представить как  $\dot{\epsilon} \approx \frac{U_{СП}}{\Delta x}$  ( $\Delta x$  – ширина действующего треугольного импульса, рис. б), тогда можно переписать  $\beta = 1/a_0k^2\Delta x$ . Параметр  $\beta$  оказывается независимым от скорости свободной поверхности вещества, а следовательно, безразмерное время  $\tau_B$  и масса выброшенных частиц  $m_s$  также не зависят от скорости свободной поверхности вещества. В области нагружения конденсированной среды, не приводящего к ее сильному разогреву, скорость свободной поверхности вещества равна удвоенной массовой скорости за фронтом ударной волны  $U_{СП} = 2u$  (закон удвоения). Давление на фронте ударной волны взаимно однозначно связано с массовой скоростью  $u$  через уравнение состояния вещества; для большинства веществ экспериментальное соотношение имеет вид  $P = \rho_0(C_0 + nu)u$ . Таким образом, общая выброшенная масса вещества, отнесенная к плотности  $\rho_0$  и волновому числу  $k$ , не зависит от давления на фронте ударной волны, а зависит только от соотношения начальной амплитуды возмущений  $a_0$ , квадрата длины волны  $\lambda^2$  и ширины ударно-волнового импульса  $\Delta x$  (см. рис. б).

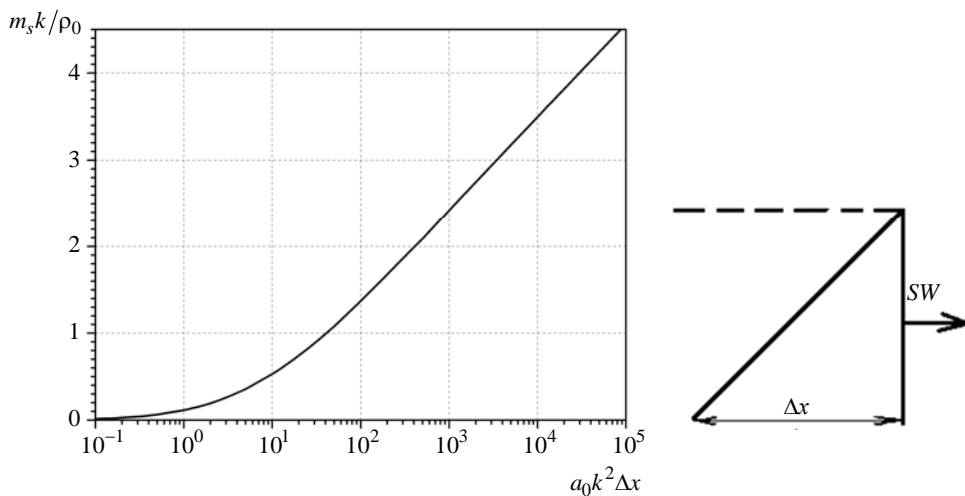


Рис. 6. Зависимость выброшенной массы вещества, отнесенной к плотности  $\rho_0$  и волновому числу  $k$ , от соотношения  $a_0 k^2 \Delta x$

Учитывая, что распределение скоростей выбрасываемого вещества в пространстве соответствует автомодельному решению, можно рассчитать пространственное распределение плотности выброшенного вещества на любой момент времени по системе уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\varphi}{d\tau} = \epsilon\varphi + \beta\varphi, \\ V_p(\tau) = V_m \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau}, \\ m_s(\tau) = \frac{\rho_0}{2kV_m} \int_0^\tau \frac{V_p(\tau)}{(1+\beta\tau)} \frac{\tau^2 + (\tau+1)[\ln(1+\tau)]^2}{[\tau + \ln(1+\tau)]^2} d\tau, \\ \rho(x, \tau) = \frac{\partial m_s(x, \tau)}{\partial x}, \\ x = V_p(\tau)(t_R - t), \end{array} \right. \quad (22)$$

где  $t_R$  – время, на которое необходимо рассчитать пространственное распределение плотности выброшенного вещества.

На рис. 7 представлены пространственные распределения плотности выброшенного вещества, отнесенные к плотности  $\rho_0$ , рассчитанные при  $\beta = 0$  (стационарная ударная волна) и  $\beta = 0,01$  (значении, наиболее характерном для нагружения поверхности волной Тейлора, созданной с помощью взрывчатого вещества) на разные моменты времени  $\tau$ . На графиках распределение плотности вещества приведено в зависимости от относительной координаты  $\hat{x} = x/(V_m t_R)$  ( $\hat{x} = 1$  – положение вершины струи или фронта частиц,  $\hat{x} = 0$  – положение свободной поверхности вещества).

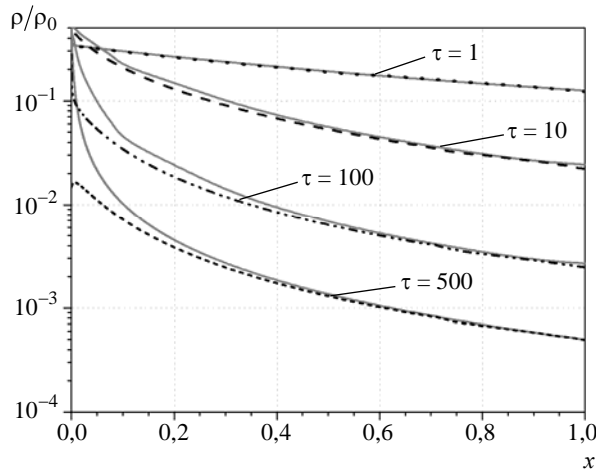


Рис. 7. Пространственное распределение плотности выброшенного вещества на моменты времени  $\tau$ : прямая линия – стационарная ударная волна, пунктир – волна Тейлора

Как видно из рис. 7, пространственные распределения плотности выброшенного вещества при  $\tau < 10$  не отличаются. Это связано с тем, что закон изменения выброшенной массы вещества от времени при  $\beta = 0$  и  $\beta = 0,01$  практически одинаков (см. рис. 5). В дальнейшем проявляется влияние наклона за фронтом ударной волны, которое заметно вблизи свободной поверхности жидкости ( $\hat{x} = 0-0,2$ ).

Таким образом, по модели авторов, основанной на механизме развития неустойчивости Рихтмайера – Мешкова, выбрасываемая масса жидкого вещества, пространственное распределение плотности и скоростей выбрасываемого вещества зависят от соотношения  $\beta = \dot{\epsilon}/kV_m$ . Чем больше соотношение  $\beta$  (например, при увеличении градиента скорости за фронтом ударной волны), тем раньше прекращается втекание вещества в струю и, соответственно, меньшее количество вещества выбрасывается с поверхности. Представив параметр  $\beta = 1/a_0k^2\Delta x$ , мы получили взаимно однозначное соответствие между  $m_s k/\rho_0$  и соотношением  $a_0k^2\Delta x$ . Таким образом, по нашей модели получается, что выброшенная масса вещества не зависит от скорости свободной поверхности вещества, а значит, и от давления на фронте ударной волны. Этот вывод справедлив при малых  $a_0k \ll 1$  и небольших ударно-волновых сжатиях  $\delta \sim 1$ . По-видимому, этот вывод может быть справедлив и при  $a_0k > 1$ . Если воспользоваться выводами нелинейной теории развития неустойчивости Рихтмайера – Мешкова, приведенными в [19, 20], скорость  $V_m = \frac{a_0kU_{СП}}{1+a_0k/6}$  при  $\delta \sim 1$ .

В этом случае отношение  $m_s k/\rho_0$  будет взаимно однозначно сопоставлено с соотношением  $\frac{a_0k^2\Delta x}{1+a_0k/6}$ .

### ***Сравнение с результатами экспериментов***

В работах [5, 14] представлены результаты исследований влияния условий нагружения и параметров шероховатости на массу частиц, выброшенных со свободной поверхности олова. Результаты получены с использованием рентгенографической и пьезоэлектрической методик. Образцы обрабатывались с шероховатостями Ra16  $\mu\text{m}$  ( $2a_0 \approx 1,6$  мкм,  $\lambda \approx 30,5$  мкм) и Ra32  $\mu\text{m}$  ( $2a_0 \approx 2,9$  мкм,  $\lambda \approx 39,7$  мкм).

Эксперименты проводились в области давлений от 19 до 30 ГПа, что соответствует области фазового перехода из твердого состояния в жидкое для олова при изоэнтропической разгрузке. В опытах [5] исследовался процесс при выходе волны Тейлора на свободную поверхность металла. Волна Тейлора создавалась в оловянном образце с помощью контактного подрыва заряда из состава РВХ-9501 диаметром 12,7 мм и высотой 12,7 мм, который инициировался электродетонатором. Амплитуда и градиент давления за фронтом ударной волны варьировались за счет изменения толщины образцов.

В серии экспериментов на легкогазовой пушке образцы из олова нагружались толстыми ударниками, что позволяло создавать в образцах стационарную ударную волну [14]. В подобных экспериментах варьировалась скорость ударников в диапазоне от 1,4 до 1,9 км/с.

Мы сравнили результаты расчетов по (22) с результатами экспериментов. Моделирование экспериментов проводили в два этапа: первый этап – двумерное численное моделирование схемы нагружения, второй – применение численного моделирования для расчета по нашей модели.

В двумерных расчетах определяли амплитуду давления  $P$  на фронте ударной волны, спад давления  $dP/dx$  за фронтом ударной волны, градиент скорости  $\dot{\epsilon}$ , скорость свободной поверхности оловянных образцов  $U_{СП}$ . Для олова задавалось уравнение состояния Ми – Грюнайзена [22, 23], для РВХ-9501 – JWЛ [24]. В табл. 1 приведены результаты численных расчетов нагружения свободной поверхности оловянных образцов.

Таблица 1

Результаты двумерных численных расчетов нагружения свободной поверхности оловянных образцов волной Тейлора

$h$	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$P$ , ГПа	30,5	28,0	26,5	24,3	22,6	21,5
$dP/dx$ , ГПа/см	133,3	106,0	95,0	74,0	61,8	58,0
$U_{СП}$ , км/с	2,03	1,91	1,83	1,72	1,63	1,56
$\dot{\epsilon} \cdot 10^5$ , 1/с	5,41	4,57	4,15	3,49	3,2	2,8
$\Delta x$ , см	0,375	0,417	0,441	0,493	0,509	0,557

Примечание:  $h$  – толщина образца;  $P$  – давление на фронте ударной волны;  $dP/dx$  – градиент давления за фронтом ударной волны;  $U_{СП}$  – скорость свободной поверхности оловянного образца;  $\dot{\epsilon}$  – градиент скорости, определенный спадом давления за фронтом ударной волны;  $\Delta x$  – ширина действующего треугольного импульса.

На рис. 8 представлена зависимость амплитуды давления ударной волны от толщины образца  $h$ , оцененная экспериментально. Там же показаны расчетные значения этой величины и профиль волны Тейлора, реализующийся в образце толщиной  $h = 3$  мм, рассчитанный в данной работе и в [14].

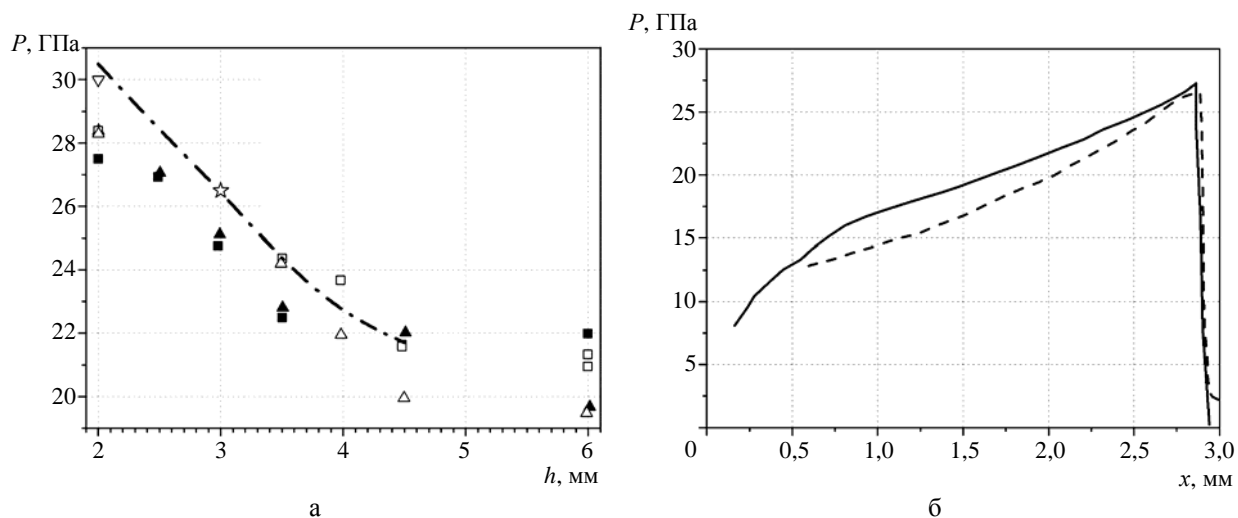


Рис. 8. Зависимость амплитуды давления от толщины образца: а – амплитуда ударной волны; б – расчетный профиль ударной волны в образце толщиной 3 мм. Расчет: - · - - данная работа, ☆ – [14], ▽ – [25]. Оценка давления [5]: ■ – Ra32 μm, □ – Ra16 μm (по методике PDV после выхода ударной волны на свободную поверхность); ▲ – Ra32 μm, △ – Ra16 μm

Расчетные значения давления на фронте ударной волны несколько выше значений, приведенных в статьях. Авторы работы [5] определяли амплитуду ударной волны по ударной адиабате олова, т. е. через связь скорости свободной поверхности и амплитуды давления на фронте ударной волны. При этом скорость свободной поверхности определялась по резкому увеличению импульса

на поверхности пьезодатчиков, а также измерением зависимости скорости от времени оптогетеродинным датчиком (PDV). Из рис. 8 видно, что расчетные значения амплитуды ударной волны, полученные как в данной работе, так в работе [14], несколько выше, чем оценки давления, сделанные по измерению скорости свободной поверхности образцов. Затухание волны в расчетах несколько слабее, чем по экспериментальным данным. Следовательно, градиент скорости  $\dot{\epsilon}$  в расчетах может быть завышен. Однако из рис. 8 видно, что между экспериментальными методиками также существует неопределенность в отношении амплитуды ударной волны, связанная с шероховатостью. В настоящее время оценка амплитуды ударной волны в Лос-Аламосской национальной лаборатории (США) [25] проводится с помощью измерений скорости свободной поверхности полированного участка образца, что гарантирует более точное измерение скорости, не связанное с развитием неустойчивости Рихтмайера – Мешкова и последующего пыления. Неопределенность в измерении скорости свободной поверхности образца также может повлиять на точность оценки выброшенной массы в эксперименте, так как вблизи границы *пыль – образец* плотность довольно быстро меняется (рис. 9).

В табл. 2 приведены результаты расчетов выброшенной массы частиц, рассчитанной по нашей модели двумя способами: 1) при относительной скорости вершины пузыря  $V_m = a_0 k U_{СП}$ :

2) при относительной скорости вершины пузыря  $V_m = \left(1 - \frac{U_{СП}}{2D}\right) \left(\frac{a_0 k U_{СП}}{1 + a_0 k / 6}\right)$ .

На рис. 9 сравниваются экспериментальные данные [5, 26] и расчетные значения общей выброшенной массы частиц со свободной поверхности образцов, обработанных с шероховатостью Ra32  $\mu\text{m}$  (рис. 9,а) и Ra16  $\mu\text{m}$  (рис. 9,б).

Расчетные значения выброшенной массы вещества довольно близки к экспериментальным. Причем лучшее согласие достигается при использовании в модели простого приближения  $V_m = a_0 k U_{СП}$ . Авторы не оценивали массу вещества, выброшенную с поверхности после воздействия волны Тейлора амплитудой  $P < 21$  ГПа, т. е. в области твердой фазы и вблизи границы между твердой и твердожидкой фазой. В этой области давлений влияние на развитие неустойчивости Рихтмайера – Мешкова могут оказывать прочностные свойства вещества.

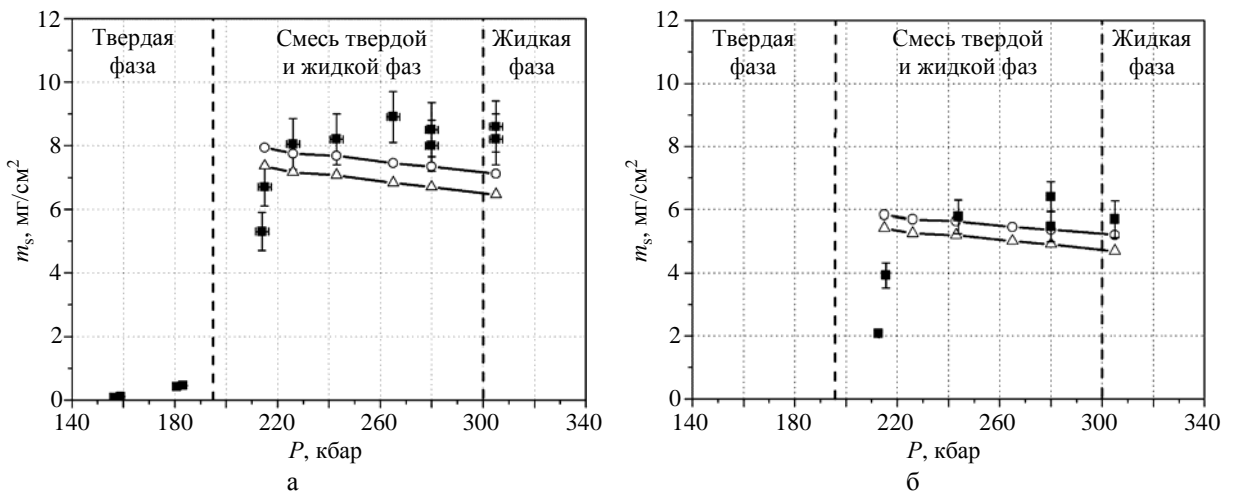


Рис. 9. Сравнение расчетного количества выброшенной массы частиц с экспериментальными значениями, полученными при воздействии волны Тейлора [5, 26]: ■ – эксперимент, ○ – расчет (вариант 1), Δ – расчет (вариант 2)

Таблица 2

Результаты расчетов выброшенной массы частиц после воздействия волны Тейлора

$h$	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$P$ , ГПа	30,5	28,0	26,5	24,3	22,6	21,5
$dP/dx$ , ГПа/см	133,3	106,0	95,0	74,0	61,8	58,0
$U_{СП}$ , км/с	2,03	1,91	1,83	1,72	1,63	1,56
$\dot{\epsilon} \cdot 10^5$ , 1/с	5,41	4,57	4,15	3,49	3,2	2,8
$t$ , мкс	9,8	10,5	10,9	11,6	12,3	12,8
$\Delta x$ , см	0,375	0,417	0,441	0,493	0,509	0,557
Ra32 $\mu\text{m}$ ( $2a_0 \approx 2,9-3,2$ мкм, $\lambda \approx 39,7$ мкм)						
$P^*$ , ГПа	27,5	27,0	24,8	23,6	22,5	21,7–22,0
$a_0 k \Delta x$	150,3	167,1	176,7	197,6	204,0	223,2
$V_m^{(1)}$ , км/с	0,51	0,48	0,46	0,43	0,41	0,39
$m_s^{(1)}$ , мг/см <sup>2</sup>	7,12	7,34	7,45	7,68	7,75	7,94
$\tau^{(1)}$	795,2	795,5	795,6	791,3	796,1	791,3
$\beta^{(1)} \cdot 10^{-3}$	6,7	6,0	5,7	5,1	4,9	4,5
$\frac{a_0 k^2 \Delta x}{1 + a_0 k / 6}$	144,2	160,3	169,6	189,6	195,7	214,2
$V_m^{(2)}$ , км/с	0,37	0,35	0,34	0,32	0,31	0,30
$m_s^{(2)}$ , мг/см <sup>2</sup>	6,46	6,70	6,83	7,07	7,16	7,36
$\tau^{(2)}$	576,9	580,0	588,1	588,9	602,0	608,7
$\beta^{(2)} \cdot 10^{-3}$	9,2	8,2	7,7	6,9	6,5	5,9
Ra16 $\mu\text{m}$ ( $2a_0 \approx 1,6-1,85$ мкм, $\lambda \approx 30,5$ мкм)						
$P^*$ , ГПа	28,4	26,3	–	24,4	–	21,3–21,6
$a_0 k^2 \Delta x$	127,3	141,6	149,7	167,4	172,8	189,1
$V_m^{(1)}$ , км/с	0,33	0,31	0,30	0,28	0,27	0,26
$\tau^{(1)}$	669,8	668,7	675,4	670,7	682,4	686,7
$\beta^{(1)} \cdot 10^{-3}$	7,9	7,1	6,7	6,0	5,8	5,2
$m_s^{(1)}$ , мг/см <sup>2</sup>	5,21	5,38	5,46	5,64	5,69	5,83
$\frac{a_0 k^2 \Delta x}{1 + a_0 k / 6}$	123,9	137,8	145,7	162,9	168,2	184,0
$V_m^{(2)}$ , км/с	0,24	0,23	0,22	0,21	0,20	0,20
$\tau^{(2)}$	487,1	496,1	495,3	503,0	505,5	528,2
$\beta^{(2)} \cdot 10^{-3}$	10,9	9,6	9,1	8,0	7,8	6,8
$m_s^{(2)}$ , мг/см <sup>2</sup>	4,69	4,91	5,01	5,20	5,26	5,42

\*Давление на фронте ударной волны, оцененное Battler W. T. и др. по зарегистрированной скорости свободной поверхности образцов в экспериментах [5, 26].



На рис. 10 представлено сравнение расчетной выброшенной массы частиц в зависимости от соотношения скоростей  $V_p + V_{СП}$  и  $V_{СП}$  с экспериментальными данными, полученными в опыте с образцом толщиной 2 мм [5].

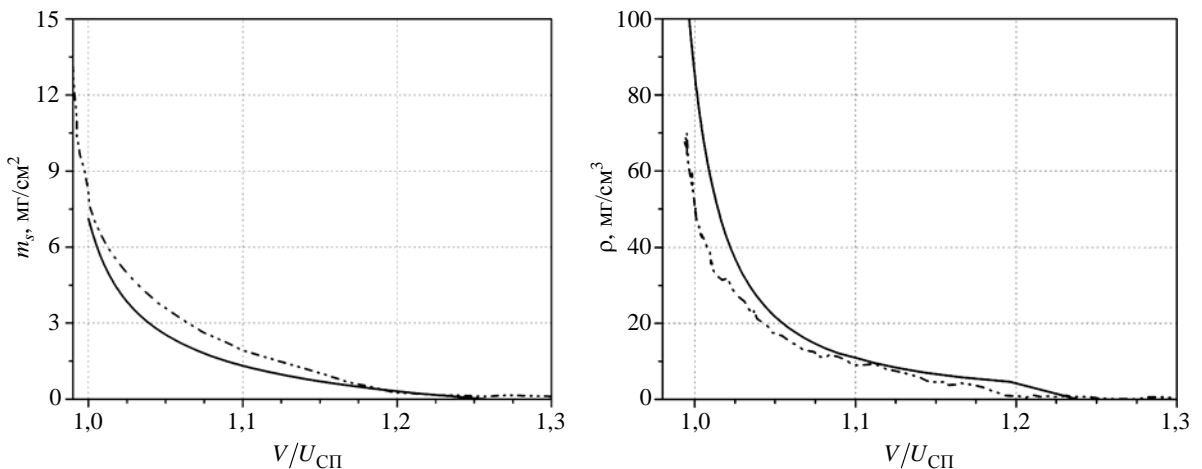


Рис. 10. Сравнение расчетного количества выброшенной массы частиц с экспериментальными значениями, полученными при воздействии волны Тейлора на образец толщиной 2 мм с шероховатостью Ra32  $\mu\text{m}$  [5]: — — расчет, - - - - эксперимент

Аналогично рассчитаны значения общей выброшенной массы частиц  $m_s$  для случая выхода стационарной ударной волны на образец с шероховатостью Ra32  $\mu\text{m}$ . Согласно модели авторов при выходе стационарной ударной волны на поверхность неустойчивость Рихтмайера – Мешкова развивается неограниченно во времени, а масса выброшенных частиц стремится со временем к бесконечности. В данном случае под расчетной общей массой частиц понимается масса «пыли» до момента удара свободной поверхности образца (или плотной части облака), имеющей скорость  $U_{СП}^3$ , по пьезодатчику, находящемуся на расстоянии  $L$  от начального положения поверхности. В табл. 3 приведены значения этих величин, рассчитанные по модели авторов двумя способами: 1) при относительной скорости вершины пузыря  $V_m = a_0 k U_{СП}$ ; 2) при относительной скорости вершины пузыря  $V_m = \left(1 - \frac{U_{СП}}{2D}\right) \frac{a_0 k U_{СП}}{1 + a_0 k / 6}$ . В таблице также приведены экспериментальные данные по скорости свободной поверхности  $U_{СП}^3$  и амплитуде давления на фронте ударной волны, оцененной по скорости свободной поверхности  $P^3$ .

На рис. 11 приведены расчетные и экспериментальные данные по общей выброшенной массе частиц со свободной поверхности оловянных образцов с Ra32  $\mu\text{m}$  под действием стационарной ударной волны [14, 26].

Как и ожидалось, при амплитудах давления ударной волны вблизи состояния полного плавления металла в волне разгрузки расчетные значения общей выброшенной массы частиц хорошо согласуются с экспериментальными. Однако при давлениях на фронте ударной волны  $P < 24$  ГПа расчетные значения лежат выше экспериментальных, что, скорее всего, связано с влиянием реологических свойств металла в области твердожидкого состояния, в частности вязкости. Также это

может быть связано с неопределенностью границы между пылью и образцом, поскольку в данных экспериментах скорость полированного участка поверхности не измерялась.

Таблица 3

Результаты расчетов выброшенной массы частиц после воздействия стационарной волны

$P^3$ , ГПа	20,5	21,5	23,5	26	26,8
$U_{СП}^3$ , км/с	1,538	1,585	1,676	1,87	1,905
$V_m^{(1)}$ , км/с	0,39	0,40	0,42	0,47	0,48
$V_m^{(2)}$ , км/с	0,30	0,30	0,32	0,35	0,35
$m_A$ , мг/см <sup>2</sup>					
$L = 13$ мм	14,2 <sup>(1)</sup> /13,6 <sup>(2)</sup>				
$L = 17$ мм	14,9 <sup>(1)</sup> /14,2 <sup>(2)</sup>				
$L = 19$ мм	15,1 <sup>(1)</sup> /14,5 <sup>(2)</sup>				

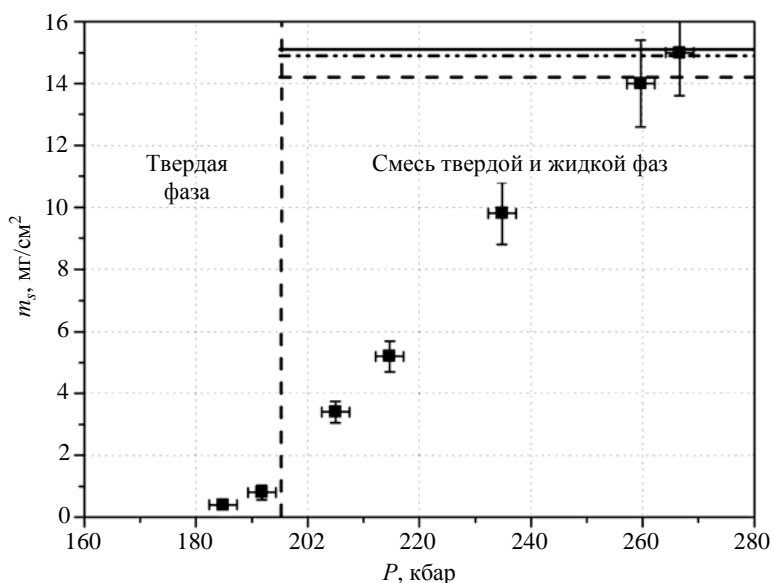


Рис. 11. Сравнение расчетных значений общей выброшенной массы частиц с экспериментальными данными, полученными при воздействии стационарной ударной волны [14]: ■ – эксперимент, - - - -  $L = 13$  мм, - · - · -  $L = 17$  мм, — — —  $L = 19$  мм

### О спектре размеров частиц

В данной работе приведено решение задачи о влиянии профиля ударной волны на пространственно-временное распределение скорости, плотности и массы выброшенных частиц с поверхности вещества. Модель авторов, построенная на основе механизма развития неустойчивости

Рихтмайера – Мешкова, указывает на то, что в жидком состоянии амплитуда ударной волны не оказывает влияния на выброшенную массу вещества, а определяется соотношением начальной амплитуды  $a_0$ , волнового числа  $k$  и градиента скорости за фронтом ударной волны. Модель построена для веществ, находящихся в жидком фазовом состоянии.

Авторы полагают, что профиль ударной волны также влияет на распределение средних размеров частиц вдоль направления движения облака частиц. В частности, в работе [13] авторы предложили для оценки характерного размера частиц при фрагментации среды использовать энергетический критерий по аналогии с работами Grady D. E. и Kipp M. E. [27]. При таком подходе основной реологической характеристикой жидкости считается поверхностное натяжение. При дроблении жидкости с поверхностным натяжением характерный (средний) размер частиц  $\bar{d}$  определяется из равенства внутренней кинетической энергии фрагмента и работы, затрачиваемой на образование новых поверхностей:

$$\bar{d} = \alpha \sqrt[3]{\frac{32\sigma}{\rho_0 \dot{\epsilon}_i^2}}, \quad (23)$$

где  $\rho_0$  – плотность вещества;  $\sigma$  – поверхностное натяжение жидкости;  $\dot{\epsilon}_i$  – скорость деформации, реализуемая во фрагменте при дроблении;  $\alpha$  – безразмерная константа.

При нагружении стационарной ударной волной скорость деформации  $\dot{\epsilon}_i$  однородна вдоль струи и изменяется обратно пропорционально времени, так как скорость вещества вдоль струи  $V_p(x, t)$  линейно зависит от  $x$  по уравнению (9):

$$\dot{\epsilon}_i = \frac{\partial V_p(x, t)}{\partial x} = \frac{V_m k}{1 + kV_m t}. \quad (24)$$

В модели [13] авторы предполагали, что начало разрушения происходит в момент  $t = 0$ , приводя к образованию минимального среднего размера частиц  $\bar{d}_m = \alpha \sqrt[3]{\frac{32\sigma}{\rho_0 (kV_m)^2}}$ . В дальнейшем за счет уменьшения скорости деформации вдоль струи со временем (24) средний размер частиц  $\bar{d}$  будет увеличиваться. Автомодельность течения приведет к распределению среднего размера частиц вдоль облака  $\bar{d}(x, t)$  – средний размер частиц будет увеличиваться от фронта частиц к свободной поверхности вещества. Видимо, данный подход оправдан, так как в работе Durand O. и Soulard L. [10] недавно на основании молекулярно-динамических расчетов показано, что начало разрушения струи происходит несколько позже, приводя к тому, что минимальный размер  $\bar{d}_m$  оказывается больше, чем предполагает модель авторов данной статьи. Однако в дальнейшем средний размер частиц  $\bar{d}$  будет увеличиваться именно за счет уменьшения скорости деформации вдоль струи со временем.

Представленная в данной статье модель указывает на то, что распределение среднего размера частиц вдоль направления движения облака частиц будет зависеть от параметра  $\beta$ . Это связано с тем, что скорость вдоль струи  $V_p(x, t)$  будет определяться системой уравнений (22), следовательно, и скорость деформации  $\dot{\epsilon}_i = \frac{\partial V_p(x, t)}{\partial x}$  будет определяться этими уравнениями. Кроме того, в значениях средних размеров частиц существует разброс, связанный со случайным характером разрушения. Таким образом, для описания спектра размеров частиц требуется совместный учет влияния, оказываемого неустойчивостью Рихтмайера – Мешкова, и случайного характера

дробления. Это авторы попытались учесть в работе [18], дополнив систему уравнений (22) уравнениями для расчета распределения среднего размера частиц  $\bar{d}(x,t)$  и функциями, отвечающими за разброс размеров частиц относительно средних. В дальнейшем авторы планируют сравнить эту модель [18] с экспериментальными результатами, полученными Sorenson D. S. и др. [25] по распределению частиц по размерам в облаке и изменению среднего размера частиц вдоль направления движения облака. В частности, на рис. 12 представлено сравнение экспериментальных данных по среднему размеру частиц как функции скорости, полученных Sorenson D. S. и др. [25], с результатами расчетов, проведенных по формуле (23), учитывая, что скорость деформации  $\dot{\epsilon}_i$  и скорость  $V_p(x,t)$  изменяются в соответствии с системой уравнений (22). Расчетные и экспериментальные данные соответствуют нагружению ударной волной амплитудой 30 ГПа, скорости свободной поверхности образца 2 км/с, градиенту скорости за фронтом ударной волны  $5,41 \cdot 10^5$  1/с, начальной амплитуде возмущений  $a_0 = 20$  мкм, длине волны возмущений  $\lambda = 140$  мкм. Хорошее согласие между расчетными и экспериментальными результатами достигается, если использовать константу  $\alpha = 3,5$ . Такое совпадение данных экспериментов и расчетов дает надежду на то, что наше предположение (22), (23), касающееся связи между средними размерами частиц  $\bar{d}$  и их скоростями  $V_p$ , верно.

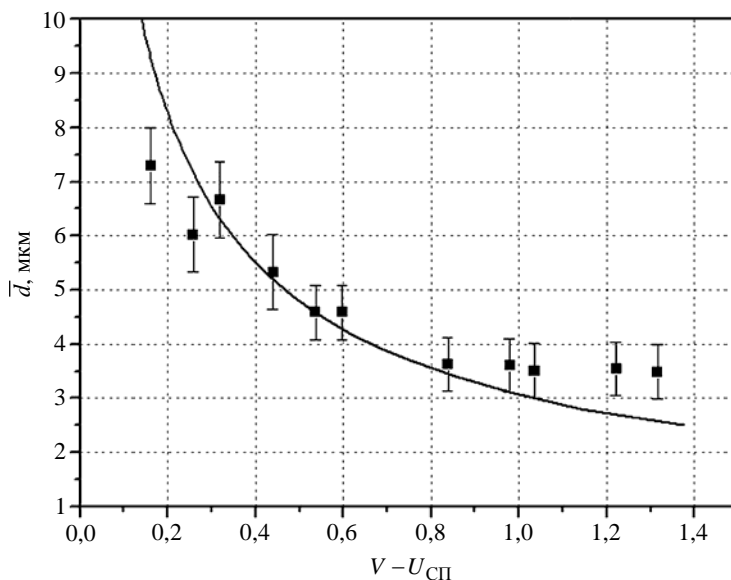


Рис. 12. Средний размер частиц как функция скорости частиц (эксперимент [25] (■) и расчет, полученный с использованием формулы (23) и системы уравнений (22))

## Заключение

В данной работе приведено решение задачи о влиянии профиля ударной волны на пространственно-временное распределение скорости, плотности и массы выброшенных частиц со свободной поверхности вещества. Модель, построенная на основе механизма развития неустой-

чивости Рихтмайера – Мешкова, указывает на то, что в жидком состоянии амплитуда ударной волны не оказывает влияния на выброшенную массу вещества, а определяется соотношением начальной амплитуды  $a_0$ , волнового числа  $k$  и градиента скорости за фронтом ударной волны. Модель построена для веществ, находящихся в жидком фазовом состоянии.

Сравнение расчетов с экспериментальными данными показало качественное согласие. Основное расхождение количественных данных наблюдается при нагружении поверхности образцов ударной волной, приводящей металл в состояние твердой фазы, либо вблизи границы твердой и твердожидкой фазы. Еще одной причиной отличия результатов, по-видимому, является неопределенность положения границы между пылью и образцом.

### ***Благодарности***

Авторы работы благодарят Панова К. Н. за полезные замечания; Мешкова Е. Е. за проявленный интерес к работе и обсуждение вопросов, касающихся развития неустойчивости Рихтмайера – Мешкова; Лебедеву М. О. за помощь в оформлении статьи.

### ***Список литературы***

1. Ogorodnikov V. A., Ivanov A. G., Mikhaylov A. L. et al. On ejection of particles from free surfaces of metals at shock wave arrival to it, and methods of their diagnostics // *Phys. Comb. Expl.* 1998. Vol. 34, N 6. P. 103–107.
2. Asay J. R., Mix L. P., Perry F. C. Ejection of material from shocked surfaces // *Appl. Phys. Lett.* 1976. Vol. 29, N 5.
3. Asay J. R. Thick-plate technique for measuring ejecta from shock surfaces // *J. Appl. Phys.* 1978. Vol. 49 (12).
4. Vogan W. S., Anderson W. W., Grover M. et al. Piezoelectric characterization of ejecta from shocked tin surfaces // *J. Appl. Phys.* 2005. Vol. 98. P. 113508.
5. Zellner M. B., Grover M., Hammerberg J. E. et al. Effects of shock-breakout pressure on ejection of micron-scale material from shocked tin surfaces // *J. Appl. Phys.* 2007. Vol. 102. P. 013522 [Erratum: Effects of shock-breakout pressure on ejection of material from shocked tin surfaces // *J. Appl. Phys.* 2008. Vol. 103. P. 109901].
6. Yongtao Chen, Haibo Hu, Tiegang Tang et al. Experimental study of ejecta from shock melted lead // *J. Appl. Phys.* 2012. Vol. 111. P. 053509.
7. Огородников В. А., Михайлов А. Л., Бурцев В. В. и др. Регистрация выброса частиц со свободной поверхности ударно-нагруженных образцов теневым способом // *ЖЭТФ.* 2009. Т. 109. С. 530–535.
8. Михайлов А. Л., Огородников В. А., Сасик В. С. и др. Экспериментально-расчетное моделирование процесса выброса частиц с ударно-нагруженной поверхности // *ЖЭТФ.* 2014. Т. 118. С. 785–797.

9. Cherne F. J., Hammerberg J. E., Andrews M. J. et al. On shock driven jetting of liquid from non-sinusoidal surfaces into a vacuum // *J. Appl. Phys.* 2015. Vol. 118. P. 185901.
10. Durand O., Soulard L. Mass-velocity and size-velocity distributions of ejecta cloud from shockloaded tin surface using atomistic simulations // *J. Appl. Phys.* 2015. P. 165903.
11. Richtmyer R. D. Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids // *Comm. Pure Appl. Math.* 1960. Vol. 13. P. 297–319.
12. Мешков Е. Е. Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной // *Изв. АН СССР. Сер. МЖГ.* 1969. № 5. С. 151–158.
13. Georgievskaya A. B., Raevsky V. A. Estimation of spectral characteristics of particles ejected from the free-surface of metals and liquids under a shock wave effect // *AIP Conf. Proc.* 2012. Vol. 1426. P. 1007–1010.
14. Zellner M. B., Dimonte G., Germann T. C. et al. Influence of shockwave profile on ejecta // *Proc. of SCCM-2009.* P. 1047–1050.
15. Антипов М. В., Георгиевская А. Б., Игонин В. В. и др. Расчетное моделирование процесса выброса частиц с ударно-нагруженной поверхности // *Тр. XVII Международ. конф. «Харитоновские тематические научные чтения. Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны».* – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2013. С. 666–674.
16. Antipov M. V., Arinin V. A., Georgievskaya A. B. et al. Results of experimental and calculation researches of ejection and fragmentation of lead loaded with Taylor wave of amplitudes  $P \sim 32-40$  GPa // *J. Dyn. Behav. Mater.* 2017. Vol. [DOI: 10.1007/s40870-017-0113-7].
17. Jian-Li Shao, Pei Wang, An-Min He. Microjetting from a grooved Al surface under supported and unsupported shocks // *J. Appl. Phys.* 2014. Vol. 116. P. 073501.
18. Георгиевская А. Б., Раевский В. А. Влияние профиля ударной волны на распределение размеров частиц, выброшенных со свободной поверхности металлов под действием ударной волны (расчетно-теоретические исследования) // *Тр. XVII Международ. конф. «Харитоновские тематические научные чтения. Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны».* – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2015. С. 709–716.
19. Mikaelian K. O. Analytical approach to nonlinear Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80. P. 508–511.
20. Buttler W. T., Oro D. M., Preston D. L. et al. Unstable Richtmyer-Meshkov growth of solid and liquid metals in vacuum // *J. Fluid Mech.* 2012. Vol. 703. P. 60–84.
21. Кедринский В. К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
22. Mie G. Zur kinetischen theorie der einatomigen korper // *Ann. Phys. (Berlin, Ger.)* 1903. Vol. 316. P. 657–697.
23. Gruneisen G. Theorie des festen zustandes einatomiger elemente // *Ann. Phys. (Berlin, Ger.)* 1912. Vol. 344. P. 257–306.

24. LLNL Explosives Handbook. Dobratz B.M & Crawford P.C. UCRL-52997 Rev. 2. January 1985.
25. Sorenson D. S., Pazuchanics P., Johnson R. P. et al. Ejecta particle-size measurements in vacuum and helium gas using ultraviolet in-line fraunhofer holography. Los Alamos National Laboratory Tech. Rep. No. LA-UR-14-24722, 2014.
26. Schwarzkopf J. D., Balachandar S., Buttler W. T. Compressible multiphase flow // Multiphase Flow Handbook. 2<sup>nd</sup> ed. – Boca Raton, FL: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2017.
27. Grady D. E., Kipp M. E. Mechanisms of dynamic fragmentation: factors governing fragment size // Mech. of Mater. Vol. 4, N 3–4. P. 311–320.

## **A Model of a Source of Shock Wave Metal Ejection Based on Richtmyer-Meshkov Instability Theory**

A. B. Georgievskaya, V. A. Raevsky

*This paper provides a solution for the problem about effect of a shock wave profile on space-time distribution of velocity, density and mass of particles ejected from material free surface. It is shown that in liquid phase state of material a shock wave amplitude does not affect the ejected material mass, but is determined by the ratio  $\beta = k^2 a_0 \Delta x$  ( $a_0$  is an initial amplitude of perturbation,  $k = 2\pi/\lambda$  is a wave number,  $\lambda$  is perturbation wave length,  $\Delta x$  is a triangular shock wave pulse width).*