

УДК 533.9:519.6

DOI: 10.53403/9785951504937_2020_25.1_162_171

Результаты двумерного и трехмерного моделирования ускорения электронов в плазменной кильватерной волне

Н. А. Андреюк, А. И. Голубев,
Н. П. Пятаков, Б. П. Якутов

Представлен анализ результатов 3D и 2D численного моделирования ускорения электронов в плазменной кильватерной волне. Моделирование проводилось при помощи релятивистского параллельного кода PLASMA-3P. В качестве мишени была выбрана плазма гелия с плотностью электронов $2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и длиной 430 мкм. Расчеты проводились для трех значений интенсивности линейно поляризованного лазерного импульса ($5 \cdot 10^{18}$, $1 \cdot 10^{19}$ и $2 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$) в двумерной и трехмерной постановках с целью выяснить, существуют ли значимые отличия результатов моделирования. Установлено, что, несмотря на равенство амплитуд продольного ускоряющего поля, профили плотности электронов плазмы и спектры ускоренных частиц в 3D и 2D случаях заметно отличаются.

Введение

Пучки заряженных частиц с энергией порядка десятков ГэВ используются для различных научных и медицинских приложений. С целью их получения создаются ускорительные комплексы внушительных размеров. Причем для дальнейшего увеличения энергии ускоряемых частиц приходится использовать все более масштабные установки. Например, по проекту Международного линейного коллайдера (ILC) предполагается, что для получения ускоренных лептонов с энергией 500 ГэВ ускоритель должен иметь длину 40 км. Необходимость столь больших размеров вызвана тем, что существует ограничение сверху на поля, ускоряющие частицы в таких установках. Чтобы не допустить электрического пробоя среды, напряженность электрического поля в ускорителях обычно не превышает $10^4 - 10^5 \text{ В/см}$.

Однако существуют альтернативные методы ускорения частиц в лазерных полях и полях разделения зарядов в плазме, лишенные ограничений, связанных с пробоем среды [1]. Напряженность ускоряющего поля, создаваемого в плазменных ускорителях, достигает значений порядка $10^9 - 10^{10} \text{ В/см}$ при длине ускорения от нескольких миллиметров до нескольких сантиметров. Рекордной в настоящий момент является энергия 4,2 ГэВ электронов, ускоренных в плазме на длине 9 см лазерным излучением мощностью 300 ТВт [2]. При этом способе ускорения мощный короткий лазерный импульс, распространяясь в докритической плазме, возбуждает волну колебаний электронной плотности, идущую вслед за ним. В результате в плазме генерируются продольные электрические поля, ускоряющие электроны. Так как процесс возбуждения электронной плазменной волны лазерным импульсом в чем-то аналогичен возбуждению кораблем волн на поверхности воды, то их принято называть кильватерными.

В данной работе представлен анализ результатов двух- и трехмерного численного моделирования ускорения электронов в плазменной кильватерной волне. Расчеты были проведены при помощи разработанного во ВНИИЭФ трехмерного параллельного релятивистского кода PLASMA-3P (3D3V), основанного на методе «частиц-в-ячейке». Код PLASMA-3P является дальнейшим развитием двумерного кода PLASMA-2P [3]. Численное моделирование было проведено для различных режимов генерации плазменной кильватерной волны. В качестве мишени была выбрана плазма гелия с плотностью электронов $2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и длиной 430 мкм. Трехмерное моделирование ускорения электронов в такой плазме требует больших вычислительных ресурсов. Обход этой проблемы с помощью двумерного моделирования может привести к неверным результатам, поскольку возможно неправильное описание формирования кильватерной волны. Для поиска существенных отличий результатов моделирования расчеты проводились в двумерной и трехмерной постановках.

Возбуждение кильватерной волны лазерным импульсом.

Основные особенности режима кильватерного ускорения электронов

Кильватерная волна возбуждается в плазме под воздействием ультракороткого мощного (порядка $10^{18} - 10^{20} \text{ Вт/см}^2$) лазерного излучения или пучка высокоэнергетичных электронов. Она представляет собой череду сгущений и разрежений электронной плотности, следующей за драйвером (лазерным импульсом или электронным сгустком). В данной работе моделируется первый способ генерации кильватерной волны, впервые предложенный в 1979 г. [4].

На рис. 1 схематично изображен первый период плазменной кильватерной волны. Как видно из рисунка, распространяясь в плазме докритической плотности, лазерный импульс вытесняет электроны из области взаимодействия излучения с плазмой за счет действия пондеромоторной силы $\vec{F}_p \sim -\nabla I$. Положительно заряженные ионы остаются при этом практически неподвижны.

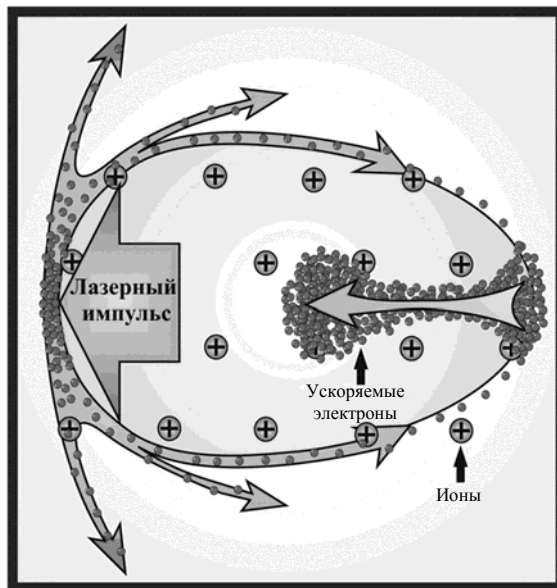


Рис. 1. Схема ускорения электронов в плазменной кильватерной волне

Таким образом, позади лазерного импульса образуется зона избыточного положительного заряда, которая, в свою очередь, начинает притягивать электроны обратно, вследствие чего в плазме возбуждаются колебания плотности электронов, следующие за лазерным импульсом. Эта плазменная волна, которую называют кильватерной, совершает колебания с плазменной частотой $\omega_{pl} = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$ (n_e – начальная плотность электронов плазмы, e – заряд, m_e – масса электрона) и распространяется с фазовой скоростью, равной групповой скорости лазерного импульса

$$v_{ph} = v_g \approx c \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega_0^2}. \quad (1)$$

Здесь c – скорость света, ω_0 – несущая частота лазерного импульса. Вследствие самоинжекции в область избыточного положительного заряда могут попасть фоновые электроны плазмы и под действием продольного ускоряющего поля набрать энергию от сотен до нескольких тысяч МэВ. При этом, находясь в ускоряющей фазе, электроны постоянно набирают скорость, стремясь к скорости света $v_e \rightarrow c$. Скорость плазменной волны остается постоянной. В результате электроны могут обогнать плазменную волну и перейти в область с тормозящим продольным электрическим полем. Длину участка плазмы, где происходит только ускорение электронов, принято называть длиной дефазировки l_d . Если считать, что электрон в плазменной волне движется со скоростью света, то длина дефазировки равна [5]

$$l_d = \frac{\lambda_{pl}}{2(c - v_{ph})} c \approx \frac{\omega_0^2}{\omega_{pl}^2} \lambda_{pl}, \quad (2)$$

где λ_{pl} – длина одного периода плазменной волны. Таким образом, максимальное приращение энергии, которое могут набрать электроны, ускоряясь в кильватерной волне, равно

$$\Delta E = qE_1 l_d \approx qE_1 \frac{\omega_0^2}{\omega_{pl}^2} \lambda_{pl}, \quad (3)$$

где q – заряд электрона, E_1 – среднее значение продольного ускоряющего поля. Выражение (3) подходит лишь для приблизительной оценки, поскольку в нем не учитываются нелинейные эффекты, возникающие при кильватерном ускорении, например самофокусировка лазерного импульса. Нелинейные эффекты приводят к изменению амплитуды ускоряющего поля и длины дефазировки.

Различные типы плазменной кильватерной волны. Bubble-режим ускорения

В зависимости от длительности, пространственного профиля и интенсивности лазерного импульса, а также плотности плазмы кильватерная волна может иметь различную форму. Обычно при интенсивности порядка $10^{17} - 10^{18}$ Вт/см² и плотности электронов меньше 10^{19} см⁻³ в плазме возбуждается линейная кильватерная волна: продольное ускоряющее электрическое поле имеет синусоидальную форму, и позади лазерного импульса образуется много периодов плазменной волны с одинаковой амплитудой. При увеличении интенсивности до 10^{19} Вт/см² и выше наблюдает-

ся переход в режим генерации нелинейной кильватерной волны. В этом случае амплитуда ускоряющего поля возрастает по сравнению с линейным режимом, приобретает пилообразный характер, но начинает быстро затухать от периода к периоду. В пределе при достаточной интенсивности импульса наблюдается так называемый bubble-режим (или режим «пузыря»), когда в плазменной волне остаются всего одна-две области, практически полностью лишенные фоновых электронов. На рис. 2 показаны полученные при трехмерном численном моделировании картины плотности электронов в нелинейном и bubble-режимах. Лазерное излучение и кильватерная волна распространяются справа налево. Черным цветом обозначены области сгущения электронной плотности, белым – разрежения. На рис. 2,а показан нелинейный профиль кильватерной волны, полученный при интенсивности лазерного импульса $1 \cdot 10^{19}$ Вт/см², на рис. 2,б – профиль волны, характерный для bubble-режима ускорения, при интенсивности лазерного излучения $2 \cdot 10^{19}$ Вт/см². Начальная плотность электронов плазмы во всех расчетах составляла $2 \cdot 10^{19}$ см⁻³.

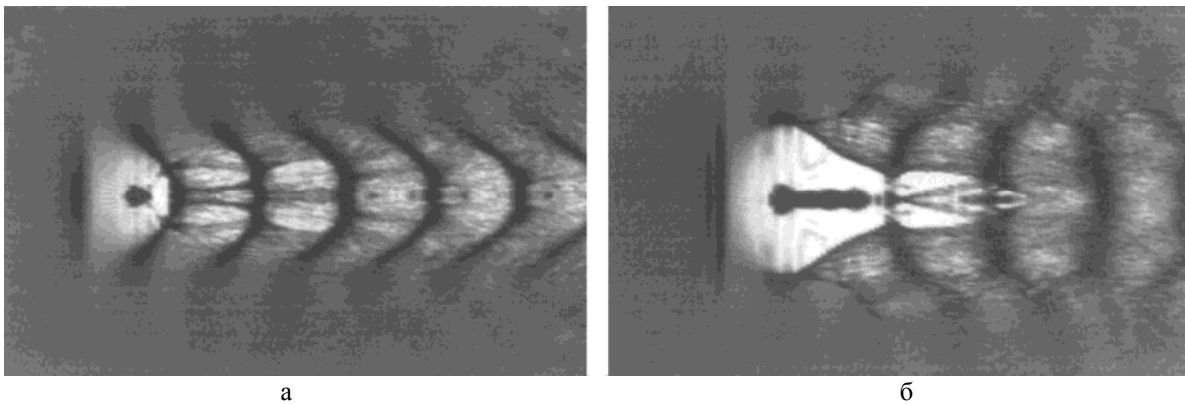


Рис. 2. Распределение плотности электронов в плазменной кильватерной волне, полученное в трехмерных расчетах при различной интенсивности лазерного импульса

На рисунке отчетливо видно, как в область избыточного положительного заряда у ее основания втягиваются фоновые электроны плазмы. Хорошо заметны сгустки ускоряемых электронов. Численное моделирование bubble-режима ускорения впервые было выполнено в 2002 г. [6]. Вскоре тремя группами ученых данный режим был экспериментально независимо подтвержден [7–9]. Одной из главных особенностей данного типа генерации кильватерной волны является возможность получения моноэнергетических пучков ускоренных электронов, так как все электроны ускоряются в одном периоде плазменной волны.

Постановка задачи и метод расчета

Наиболее распространенным инструментом моделирования процесса ускорения электронов в плазменной кильватерной волне служат PIC-коды (Particle-In-Cell) – математические программы, моделирующие взаимодействие лазерного излучения с бесстолкновительной плазмой путем решения системы уравнений Максвелла – Власова методом «частиц-в-ячейке». Подробное описание основных положений этого метода содержится в [10]. В настоящей работе для численного моделирования лазерно-плазменного ускорения электронов использовался разработанный во ВНИИЭФ релятивистский параллельный трехмерный PIC-код PLASMA-3P. Расчетная область, плазменная мишень и система координат, принятая при моделировании, схематически показаны на рис. 3.

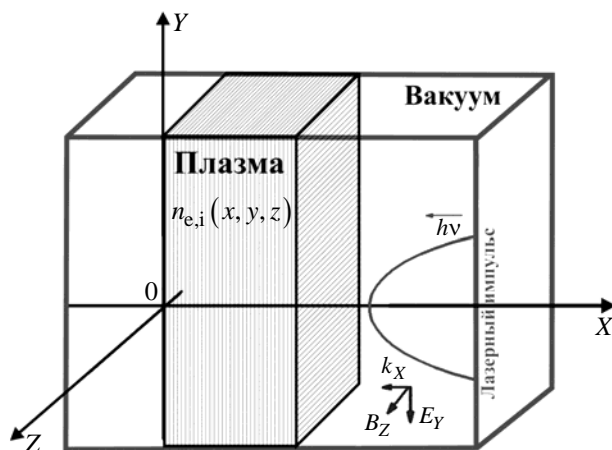


Рис. 3. Расчетная область для численного моделирования лазерно-плазменного ускорения электронов

В качестве мишени была выбрана плазма гелия с плотностью электронов $2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и длиной 0,43 мм. По ширине (вдоль осей Y и Z) размеры мишени были равны размерам расчетной области – 0,035 мм. Расчеты проводились для трех значений интенсивности линейно поляризованного лазерного импульса: $5 \cdot 10^{18}$, $1 \cdot 10^{19}$ и $2 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$ длительностью 12 фс и длиной волны 0,8 мкм. В зависимости от интенсивности лазерного излучения в расчетах были реализованы нелинейный режим LWFA (Laser WakeField Acceleration) и bubble-режим (при интенсивности $2 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$). Расчетная область имела размеры: 0,47 мм вдоль оси X и 0,035 мм по осям Y и Z . Мишень и расчетная область в двумерном случае имели те же размеры по осям X и Y , что и в трехмерном. Мишень моделировалась как двукратно ионизованная плазма гелия. Расчетная сетка в трехмерном расчете состояла из $\approx 1,069$ млрд ячеек, для моделирования плазмы использовалось $\approx 974,7$ млн квазичастиц. В двумерном расчете та же задача моделировалась на сетке из 3,6 млн ячеек с использованием 55,2 млн квазичастиц. Число точек расчетной сетки, приходящееся на плазменную длину волны, что является критерием точности расчета, в обоих случаях было одинаковым – 27 точек. Таким образом, трехмерный расчет требовал большего числа ячеек только за счет геометрии. Время одного расчета в трехмерном случае составляло 5,3 ч, в двумерном – 0,6 ч.

Результаты расчетов. Сравнение энергетических спектров ускоренных электронов

По итогам численного моделирования было проведено сравнение результатов. В качестве основных характеристик рассматривались энергетические спектры электронов, значение продольного ускоряющего поля E_x , пространственные картины распределения электронов. Было установлено, что профили продольного ускоряющего поля E_x в кильватерной волне, формирующейся при вхождении излучения в плазму, в трехмерном и двумерном случаях совпадают. На рис. 4 приведен график зависимости ускоряющего поля E_x от координаты X для интенсивности лазерного импульса $5 \cdot 10^{18} \text{ Вт/см}^2$. Лазерный импульс успел пройти в плазме ≈ 40 мкм, амплитуда поля $3 \cdot 10^9 \text{ В/см}$.

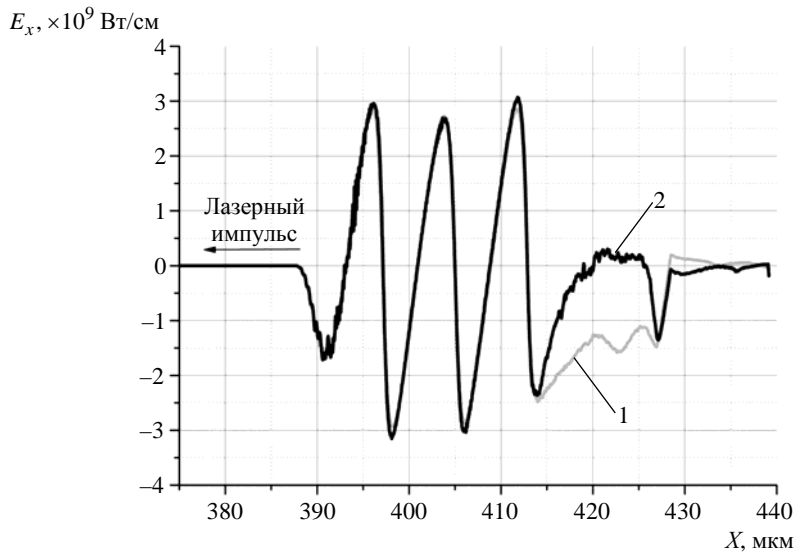


Рис. 4. Зависимость продольного ускоряющего поля от координаты X , полученная в двумерном (1) и трехмерном (2) расчетах на момент времени 174 фс от начала расчета

Из рис. 4 видно, что ускоряющее поле кильватерной волны в начале расчета для двумерного и трехмерного случаев полностью совпадает. Согласно формуле (3) поле E_x является определяющей характеристикой, влияющей на процесс ускорения электронов при неизменной плотности плазмы и интенсивности лазерного импульса. Следовательно, можно ожидать, что максимальная энергия электронов и их энергетические спектры в двумерных и трехмерных расчетах также будут совпадать, однако этого не происходит, причем различия весьма существенны. Несмотря на то, что вначале в плазме в двумерном и трехмерном случаях формируются идентичные профили кильватерной волны, они эволюционируют по-разному, поэтому через 430 мкм сгустки ускоренных электронов имеют различную энергию. Это происходит из-за того, что области разрежения и сгущения плазмы, из которых состоит кильватерная волна, являются существенно трехмерными структурами и двумерного описания ускорения электронов становится недостаточно. Наиболее хорошо это заметно в случае с максимальной интенсивностью $2 \cdot 10^{19}$ Вт/см², когда реализуется bubble-режим ускорения. На рис. 5 показаны картины плотности электронов данного режима для двумерного и трехмерного расчетов в моменты времени, когда лазерный импульс прошел в плазме 60 и 380 мкм.

Из рис. 5 хорошо видно, что в обоих случаях в плазме формируется одинаковая волна, но к концу двумерного расчета пузырь имеет длину в 1,5 раза меньше, чем в трехмерном расчете, и его структура начинает распадаться. В трехмерном случае пучок электронов имеет форму стержня, характерную для bubble-режима: при достаточной длине ускорения электроны группируются, формируя моноэнергетический пучок. В двумерном расчете хорошо видны два пучка электронов: один – ускорявшийся с начала инжекции электронов в пузырь и теперь находящийся в области дефазировки, второй – в основании пузыря, только вступающий в процесс ускорения.

Наибольшие различия в спектрах ускоренных электронов наблюдаются при интенсивностях $5 \cdot 10^{18}$ и $2 \cdot 10^{19}$ Вт/см². Сравнение этих спектров для двумерного и трехмерного расчетов приведены на рис. 6 и 7.

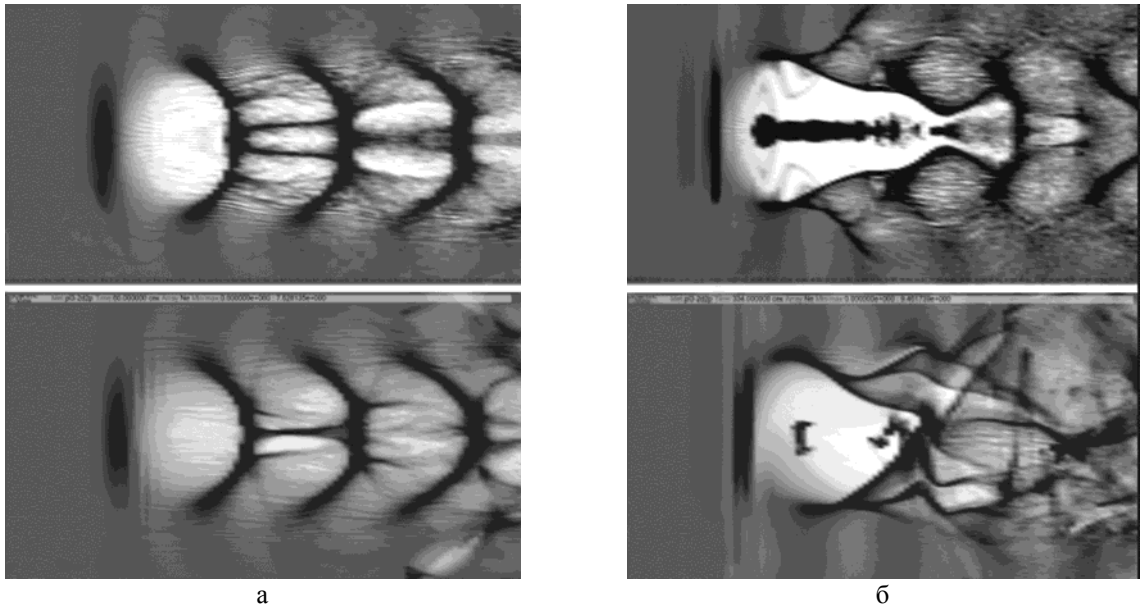


Рис. 5. Распределение плотности электронов в плазменной кильватерной волне, полученное в двумерном (внизу) и трехмерном (вверху) расчетах в bubble-режиме: а – начало расчета (≈ 60 мкм), б – конец расчета (380 мкм)

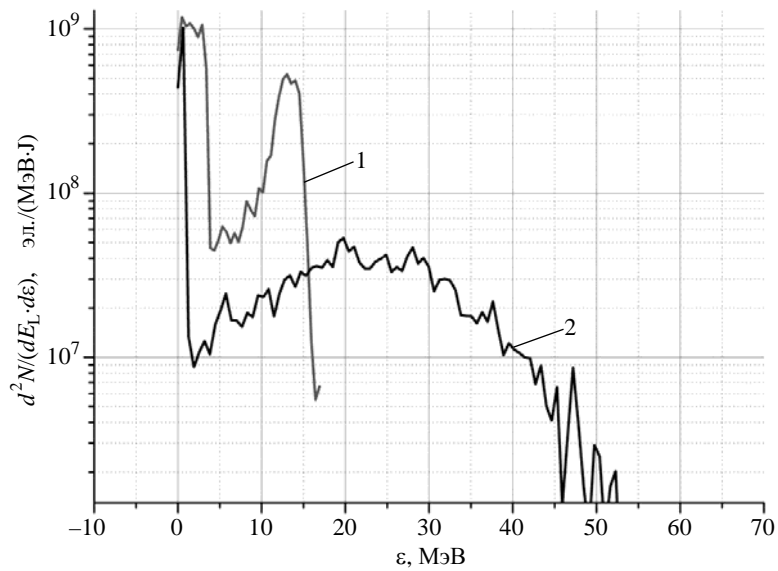


Рис. 6. Спектр электронов, ускоренных в расчете с интенсивностью лазерного импульса $5 \cdot 10^{18}$ Вт/см² и вылетевших в угол 10° : 1 – двумерный расчет, 2 – трехмерный расчет

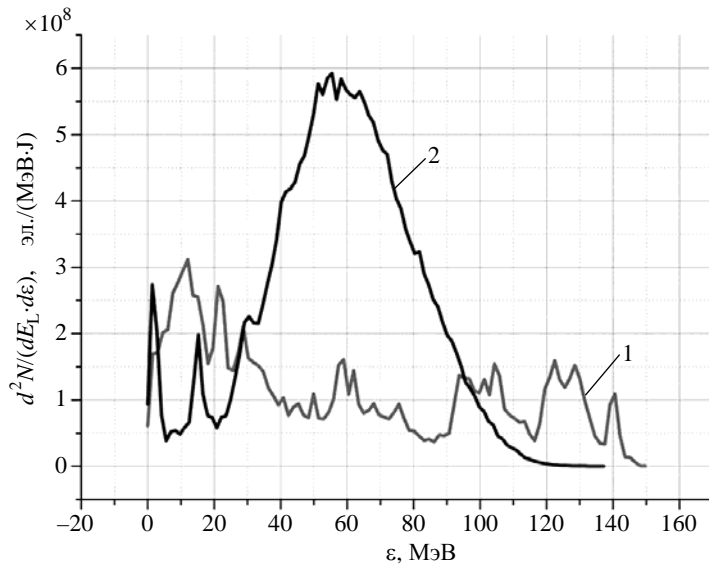


Рис. 7. Спектр электронов, ускоренных в расчете с интенсивностью лазерного импульса $2 \cdot 10^{19}$ Вт/см² (bubble-режим) и вылетевших в угол 10° : 1 – двумерный расчет, 2 – трехмерный расчет

Из рисунков видно, что при интенсивности $5 \cdot 10^{18}$ Вт/см² в трехмерном расчете спектр электронов вытянут имеет отсечку на энергии 50 МэВ и много пиков. Это соответствует последовательности ускоренных пучков электронов, так как в этом случае кильватерная волна имеет много периодов, ускоряющих электроны. При интенсивности $2 \cdot 10^{19}$ Вт/см² в bubble-режиме спектр трехмерного расчета хорошо демонстрирует особенности данного типа кильватерной волны: он имеет максимум при энергии 60 МэВ и ширину около 80 МэВ по основанию, что соответствует пучку электронов в форме стержня, ускоряющемуся в одном периоде.

Двумерные спектры в обоих случаях полностью отличаются от трехмерного расчета, что доказывает недостаточность двумерного описания.

Заключение

При помощи разработанного во ВНИИЭФ параллельного полностью релятивистского кода PLASMA-3P (3D3V), основанного на методе «частиц-в-ячейке», проведено двумерное и трехмерное численное моделирование ускорения электронов в нелинейном и bubble-режимах возбуждения плазменной кильватерной волны с целью обнаружить значимые отличия результатов моделирования. Расчеты проводились для интенсивностей лазерного излучения $5 \cdot 10^{18}$, $1 \cdot 10^{19}$ и $2 \cdot 10^{19}$ Вт/см² и начальной плотности электронов плазмы $2 \cdot 10^{19}$ см⁻³, длина плазмы составляла 430 мкм.

Показано, что несмотря на начальное формирование идентичных профилей кильватерной волны в плазме в двумерном и трехмерном случаях, их эволюция протекает по-разному и через 430 мкм сгустки ускоренных электронов имеют различную энергию. Это объясняется тем, что области разрежения и сгущения плазмы, из которых состоит кильватерная волна, являются существенно трехмерными структурами, поэтому двумерного описания ускорения электронов стано-

вится недостаточно. Наиболее хорошо это заметно в случае с максимальной интенсивностью $2 \cdot 10^{19}$ Вт/см², когда реализуется bubble-режим ускорения. В этом случае в трехмерном расчете спектр электронов имеет максимум при энергии 60 МэВ и ширину около 80 МэВ по основанию, что соответствует пучку электронов, имеющему форму стержня, ускоряющемуся в одном периоде. В двумерном расчете плазменная структура пузыря разрушается к концу расчета и спектр вылетевших частиц полностью отличаются от трехмерного случая. В целом спектры, полученные в двумерных расчетах, плохо отражают особенности соответствующих режимов генерации плазменной волны, поэтому можно сделать вывод, что двумерное описание процесса ускорения электронов в кильватерной волне является недостаточным.

Список литературы

1. Костюков И. Ю., Пухов А. М. Плазменные методы ускорения электронов: современное состояние и перспективы // УФН. 2015. Т. 185, № 1. С. 89–96.
2. Leemans W. P., Gonsalves A. J., Mao H. S. et al. Multi-GeV electron beams from capillary-guided subpetawatt laser pulses in the self-trapping regime // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 113. P. 245002.
3. Голубев А. И., Сысоева Т. Г., Якутов Б. П. Генерация ионов в тонких мишенях лазерными импульсами круговой поляризации // Труды XII Международ. конф. «Харитоновские тематические научные чтения. Проблемы физики высоких плотностей энергии». – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2010. С. 369–374.
4. Tajima T., Dawson J. M. Laser Electron Accelerator // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43, N 4. P. 267–270.
5. Андреев Н. Е., Горбунов Л. М. Лазерно-плазменное ускорение электронов // УФН. 1999. Т. 169, № 1. С. 53–58.
6. Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. Laser wake field acceleration: the highly non-linear broken-wave regime // Appl. Phys. 2002. Vol. 74. P. 355.
7. Faure J., Glinec Y., Pukhov A. et al. A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams // Nature. 2004. Vol. 431. P. 541.
8. Geddes C. G. R., Toth Cs., van Tilborg J. et al. High quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding // Ibid. P. 538.
9. Mangles S. P. D., Murphy C. D. Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser plasma interactions // Ibid. P. 535.
10. Березин Ю. А., Вшивков В. А. Метод частиц в динамике разреженной плазмы. – Новосибирск: Наука, 1980.

The Results of 2D and 3D Particle-in-Cell Simulations of Electron Acceleration in Plasma Wakefield

N. A. Andreyuk, A. I. Golubev, N. P. Pyatakov, B. P. Yakutov

The analysis of 3D and 2D particle-in-cell simulations of laser plasma wakefield accelerations is present. Simulations were carried out in the relativistic parallel PIC-code PLASMA-3P. The target consisted of helium plasma with density $2 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ and length $430 \text{ }\mu\text{m}$. Two- and three-dimensional simulations were carried out for three intensity $5 \cdot 10^{18}$, $1 \cdot 10^{19}$ and $2 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$ of the linearly polarized laser pulse in order to find out whether there are any differences in the results between 2D and 3D cases. It was found out that despite the equality of longitudinal acceleration field's peak values, electron density profiles and spectra of accelerated particles in 3D and 2D simulations distinguish from each other.