

УДК 519.6

DOI: 10.53403/9785951504937_2020_25.1_44_55

Пакет программ ЛОГОС. Модуль решения динамических задач прочности

**Д. Ю. Дьянов, В. Ф. Спиридонов,
К. В. Циберев, Е. И. Наумова,
В. В. Борляев, С. В. Стародубов,
Е. В. Шувалова, М. В. Медведкина,
Е. О. Артемова, А. А. Челаков,
А. В. Казанцев, А. А. Рябов,
В. И. Романов, С. С. Куканов**

Рассматривается конечно-элементный модуль, реализованный в пакете программ ЛОГОС для решения динамических задач прочности. Дается краткое описание методов и алгоритмов, входящих в состав модуля. В качестве иллюстраций применения разработанного модуля динамической прочности представлены результаты расчетов ряда практических задач.

Введение

В настоящее время разрабатывается отечественный многофункциональный пакет программ инженерного анализа ЛОГОС [1–3] для решения связанных и сопряженных задач тепломассопереноса и прочности на многопроцессорных вычислительных системах. Одним из основных компонентов пакета программ ЛОГОС является модуль решения динамических задач прочности, построенный на основе пакета программ ЛЭГАК-ДК [4–6]. Данный модуль ориентирован на моделирование быстропротекающих процессов деформирования и разрушения конструкций с учетом различных нелинейностей. Примером задач, решаемых с использованием модуля динамической прочности, может служить моделирование крэш-тестов, пробития различных преград, взрывных воздействий на различные конструкции и т. д. Большинство динамических задач прочности характеризуются долгим временем счета и требуют больших вычислительных ресурсов. Поэтому основным принципом, который лежит в основе разработки модуля для их решения, является высокая эффективность алгоритмов при выполнении на многопроцессорных вычислительных системах.

В работе приводится описание конечно-элементного модуля, реализованного в пакете программ ЛОГОС для расчета задач динамической прочности конструкций. Для демонстрации применимости и эффективности реализованных алгоритмов представлены результаты численного моделирования ряда сложных инженерных задач.

Описание модуля динамической прочности

Формулировка основных дифференциальных уравнений

Рассмотрим деформацию во времени произвольного фиксированного объема b_0 , ограниченного поверхностью $\partial b = \partial b_1 \cup \partial b_2 \cup \partial b_3$. Будем рассматривать движение тела в лагранжевой форме с массовыми координатами X_j :

$$\begin{aligned}x_i &= x_i(X_j, t), \\x_i(X_j, 0) &= X_j.\end{aligned}$$

Уравнение сохранения количества движения можно записать в виде

$$\rho \ddot{x}_i = \sigma_{ij,j} + \rho f_i. \quad (1)$$

Граничные условия по напряжениям на границе (условие Неймана):

$$\sigma_{ij} n_j \Big|_{\partial b_1} = \tau_i(t).$$

Граничные условия по смещениям на границе (условие Дирихле):

$$x_i(\mathbf{X}, t) \Big|_{\partial b_2} = D_i(t).$$

На поверхности разрыва ∂b_3 выполнено условие непрерывности нормальной составляющей тензора напряжений:

$$(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j = 0.$$

Начальные условия можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} \Big|_{t=0} &= \sigma_{ij}^0, \\e \Big|_{t=0} &= e^0, \\\rho \Big|_{t=0} &= \rho^0, \\\dot{x}_i \Big|_{t=0} &= v^0.\end{aligned}$$

Здесь и выше использованы следующие обозначения: σ_{ij} – тензор напряжений; $\sigma_{ij,j}$ – его производная по j -й компоненте; e – внутренняя энергия единицы объема; ρ – плотность; f_i – объемная сила; v – скорость; \ddot{x}_i – ускорение; n_j – внешняя нормаль к границе.

Закон сохранения массы для лагранжевого подхода записывается в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \rho_0.$$

Уравнение энергии:

$$\dot{e} = \eta s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - p \dot{\eta},$$

где s_{ij} , $\dot{\varepsilon}_{ij}$, p и η – соответственно компоненты девиаторов тензоров напряжений и скоростей деформации, давление и удельный объем.

Уравнение состояния и соотношение для определения компонент девиатора тензора напряжений, соответствующие используемому материалу, служат для замыкания приведенных уравнений.

Построение конечно-элементной аппроксимации по пространству для уравнения импульса. Введем обозначение $x_{\alpha i}$ – координата узла с номером α в i -м направлении. Предположим, что значения перемещения, скорости и ускорения могут быть интерполированы узловыми значениями в любой точке среды. Для интерполяции будем использовать базисные функции $N_{\alpha}(\mathbf{x})$ (здесь индекс α означает привязку данной функции к узлу α), которые называются *функциями формы*. Перемещения, скорости и ускорения теперь можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_i(\mathbf{X}, t) &= N_{\alpha}(\mathbf{X})x_{\alpha i}, \\ \dot{x}_i(\mathbf{X}, t) &= N_{\alpha}(\mathbf{X})\dot{x}_{\alpha i}, \\ \ddot{x}_i(\mathbf{X}, t) &= N_{\alpha}(\mathbf{X})\ddot{x}_{\alpha i}. \end{aligned}$$

Конечно-элементная формулировка уравнения (1) может быть получена различными способами: методом взвешенных невязок [7], с использованием вариационных принципов [8] или методом перемещения [9]. Применяя любой из указанных подходов, получаем

$$\left(\int_b \rho N_{\beta} N_{\alpha} d\Omega \right) \ddot{x}_{\beta i} = - \int_b \sigma_{ij} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} d\Omega + \int_b \rho f_i N_{\alpha} d\Omega + \int_{\partial b_1} \tau_i N_{\alpha} ds, \quad i=1, \dots, 3, \quad \alpha=1, \dots, N_{\text{узл}}, \quad \beta=1, \dots, N_{\text{узл}}. \quad (2)$$

Рассмотрим подробнее полученную систему уравнений (2). Слева в квадратных скобках – матрица, которую называют *согласованной матрицей масс*:

$$M'_{\alpha\beta} = \int_b \rho N_{\beta} N_{\alpha} d\Omega.$$

Уравнения системы (2) согласованы благодаря тому, что матрица масс не является диагональной. Однако для упрощения решения системы вместо согласованной матрицы используют диагональную матрицу масс:

$$M'_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \int_b \rho N_{\alpha} d\Omega = \begin{cases} \int_b \rho N_{\alpha} d\Omega, & \alpha = \beta, \\ 0, & \alpha \neq \beta. \end{cases}$$

Соответственно (2) с применением диагональной матрицы масс запишется в виде

$$\left(\int_b \rho N_{\alpha} d\Omega \right) \ddot{x}_{\alpha i} = - \int_b \sigma_{ij} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} d\Omega + \int_b \rho f_i N_{\alpha} d\Omega + \int_{\partial b_1} \tau_i N_{\alpha} ds, \quad i=1, \dots, 3, \quad \alpha=1, \dots, N_{\text{узл}}. \quad (3)$$

Как указано в [10], диагонализация матрицы масс дает не только простое вычислительное упрощение, но и позволяет получить наилучший результат для импульсных нагрузок.

При интегрировании соотношений (3) в пакете программ ЛОГОС может использоваться как одноточечное, так и многоточечное интегрирование.

В вышеприведенных выражениях функции формы определены в глобальной системе координат. Данный подход не очень удобен при программной реализации, так как сильно затрудняет

разработку универсального конечно-элементного кода. Поэтому используются локальные координаты, «привязанные» к текущему элементу, например барицентрические координаты для треугольника, изопараметрические координаты и т. д.

В настоящее время в модуле решения динамических задач прочности пакета программ ЛОГОС реализована достаточно обширная библиотека конечных элементов, включающая в себя элементы сплошной среды (шестигранный элемент с однотоочечным интегрированием, шестигранные элементы с многотоочечным интегрированием (несколько модификаций), четырехузловой и десятиузловой тетраэдральные элементы), оболочечные элементы Бельчико – Лин – Цая [11] (четырёхузловой и трёхузловой), оболочечные элементы Хьюса – Лю [12, 13] (четырёхузловой и трёхузловой), балочные элементы Бельчико – Лин – Цая и Хьюса – Лю, стержневой элемент, дискретные элементы (пружина, точечная масса).

Интегрирование уравнения импульса по времени. Для решения уравнения (1) по времени в пакете программ ЛОГОС используются следующие явные конечно-разностные схемы интегрирования:

- центрально-временная конечно-разностная схема типа *крест* [14]: имеет второй порядок точности по времени и условно устойчива при выполнении условия Куранта;
- схема методики ЛЭГАК [15, 16]: обладает первым порядком аппроксимации по времени и условно устойчива при выполнении условия Куранта.

Алгоритмы сглаживания. При решении задач с использованием элементов с однотоочечным интегрированием могут возникать искажения счетной сетки (рис. 1), приводящие к снижению качества и точности расчета. Данные искажения могут быть вызваны свойствами схем интегрирования, погрешностью аппроксимации схемы, ошибками округления и т. п. Следуя зарубежной литературе [17–19], для обозначения данного вида деформаций будем использовать термин *режим песочных часов*, поскольку вид ячеек сетки при данных искажениях часто напоминает песочные часы.

В модуле решения динамических задач прочности пакета программ ЛОГОС реализованы следующие алгоритмы сглаживания возмущений, приводящих к режиму песочных часов: вязкостное сглаживание [17], вязкостное сглаживание Флагмана – Бельчико, жесткостное сглаживание Флагмана – Бельчико [18], жесткостное сглаживание для материалов, близких к несжимаемым [19].

Тип сглаживания стоит выбирать с учетом характера происходящих процессов. Для высоких скоростей нагружения и при больших деформациях рекомендуется использовать вязкостные типы сглаживания, а для низких скоростей или при малых деформациях системы – жесткостные [18].

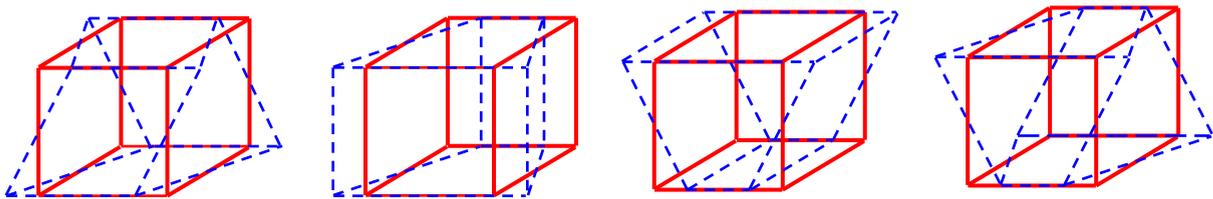


Рис. 1. Нефизические типы деформации ячейки сетки

Контактное взаимодействие. В настоящий момент в модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС выполнена программная реализация алгоритмов контактного взаимодействия элементов конструкции, представленных оболочечными элементами или элементами сплошной среды, с возможностью учета эффектов отскока, скольжения, разрушения и трения. Основной идеей всех реализованных алгоритмов является отслеживание проникания одного тела

в другое и выработка контактных сил, препятствующих данному прониканию. При этом расчет контактного взаимодействия разделяется на два основных этапа: определение зоны контакта и вычисление контактных сил. Определение зоны контакта реализовано на основе алгоритма глобального поиска LPOCA (Linear POsition Code Algorithm) и алгоритмов локального поиска методом *узел – грань* [20] или *грань – грань* [21]. Вычисление контактных сил проводится на основе метода штрафа [20] или метода множителей Лагранжа [22].

Модели упругопластического деформирования и разрушения. В модуле решения динамических задач прочности пакета программ ЛОГОС реализован ряд уравнений состояния, моделей упругопластического деформирования и разрушения, среди которых имеется набор широко известных, используемых в большинстве коммерческих пакетов программ, а также набор моделей материалов общего фонда [23].

Реализованы следующие уравнение состояния и модели упругопластического деформирования: уравнение состояния идеального газа; полиномиальное уравнение состояния; уравнение состояния Ми – Грюнайзена; модели упругого изотропного материала, упругопластического материала с изотропным и кинематическим упрочнением, упругого ортотропного материала, упругопластического материала с температурной зависимостью, анизотропного материала, упругого материала с учетом эффектов ползучести, упругопластического материала с разными пределами текучести на сжатие и растяжение, вязкоупругого материала, пористого материала с анизотропными свойствами, материала с кусочно-линейной диаграммой деформирования, недеформируемого материала, упругого композитного материала, грунтов и пеноматериалов; модель резины Блатц – Ко; модель Джонсона – Кука; модель керамики, стекла и других хрупких материалов.

Для моделирования разрушения в модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС доступны следующие критерии разрушения: по максимальному давлению; по минимальному давлению; по эквивалентному напряжению; по минимальной главной деформации; по максимальной главной деформации; по сдвиговой деформации; по главному напряжению; по выbranному шагу; критерии Тулера – Бутчера, Галилея – Лейбница, Кулона – Мора, Писаренко – Лебедева, Цая – Ву, Хоффмана, Мизеса – Хилла.

Принципы распараллеливания. В модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС реализовано гибридное MPI/OpenMP-распараллеливание. Взаимодействие распределенных вычислительных узлов осуществляется при помощи MPI, на каждом узле реализовано распараллеливание на модели общей памяти с помощью OpenMP.

В основу распараллеливания модуля динамической прочности пакета программ ЛОГОС положены следующие принципы:

- 1) возможность выполнения пространственной декомпозиции как с использованием открытого кода ParMETIS [24], так и с применением методов геометрической декомпозиции (например, алгоритмы рекурсивной координатной бисекции);
- 2) использование механизма перекрытия по данным на межпроцессорных границах с реализацией системы межпроцессорных обменов по стандарту MPI;
- 3) отсутствие программных ограничений на количество используемых процессоров (такое ограничение может быть обусловлено только размерами конкретной рассчитываемой задачи);
- 4) переносимость комплекса программ на другие вычислительные системы с распределенной памятью, поддерживающие стандарт передачи сообщений MPI.

Для OpenMP-распараллеливания предусмотрена дополнительная фрагментация счетной области внутри MPI-процесса. Это позволяет распараллелить некоторые вычислительные блоки простым распределением фрагментов по нитям.

Результаты расчетов

В качестве иллюстраций применения пакета программ ЛОГОС для численного решения задач динамической прочности в данном разделе представлены результаты расчетов практических задач.

Расчетные исследования жесткой посадки самолета с убранными шасси. Все разрабатываемые пассажирские самолеты должны удовлетворять современным правилам, включая требования безопасности и надежности конструкции в возможных аварийных ситуациях. В соответствии с международными и национальными правилами в числе возможных аварий необходимо рассмотреть различные варианты жесткой посадки самолета и оценить напряженно-деформированное состояние элементов конструкции планера, узлов подвески шасси и двигателя для анализа возможности разрушения элементов их крепления и нарушения герметичности топливных баков.

В задаче демонстрируется возможность применения пакета программ ЛОГОС для моделирования динамической реакции самолета при жесткой посадке [25–28]. Начальные и граничные условия задачи представлены на рис. 2.

Для расчетов приняты следующие кинематические начальные условия: продольная скорость 68,6 м/с, вертикальная скорость 5 м/с. Для моделирования взлетно-посадочной полосы используется граничное условие типа *жесткая стенка*.

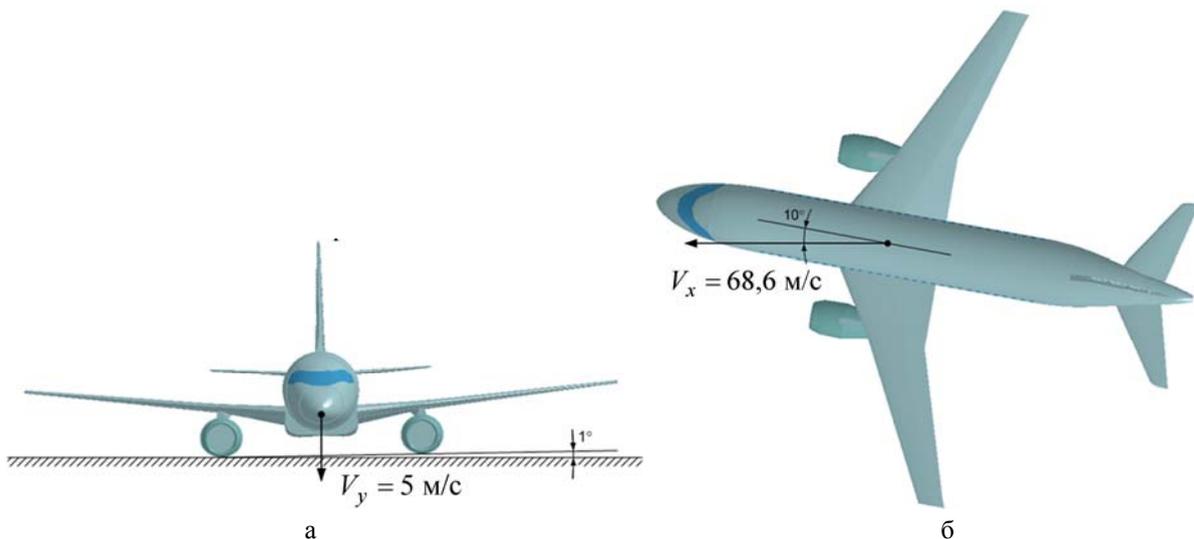


Рис. 2. Начальные и граничные условия для моделирования динамической реакции самолета при аварийной посадке: а – вид спереди; б – вид сверху

Пространственная дискретизация самолета выполнена с использованием различных типов конечных элементов: объемных, оболочечных, балочных и дискретных. Построенная детализированная конечно-элементная модель включает в себя 2050 подобластей, содержит 188416 узлов и 207354 элементов. Для демонстрации сложности модели на рис. 3 приведен балочный каркас самолета.

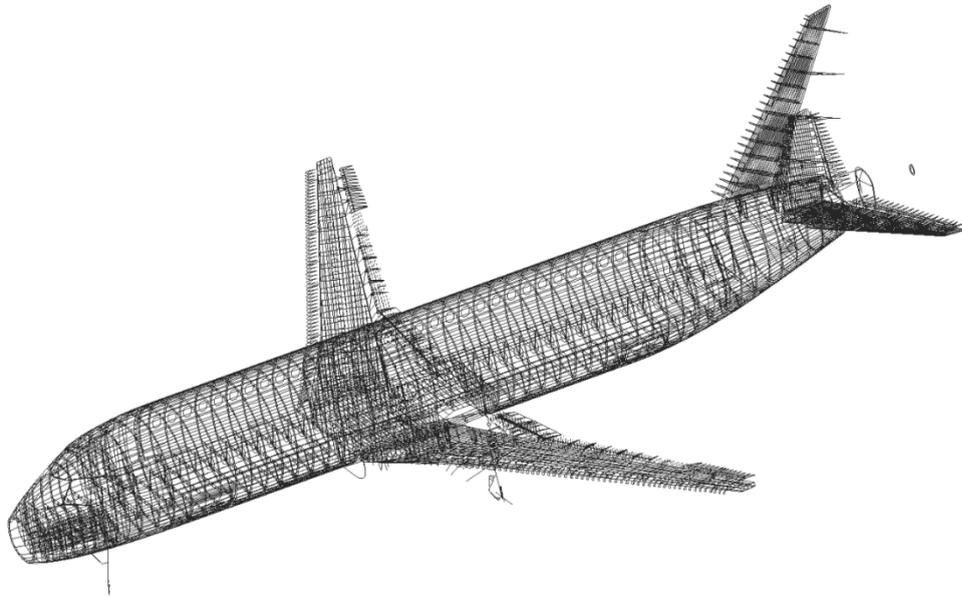


Рис. 3. Балочный каркас самолета

Расчет проводился в параллельном режиме (MPI) на 16 процессорах. Задача считалась приблизительно 3 часа. Эффективность распараллеливания ~75 %.

На рис. 4 (см. также цв. вкл.) представлено поле интенсивности напряжений в корпусе самолета на момент времени $t = 377$ мс. На рис. 5 приведены временные зависимости перемещений и скоростей центра масс самолета.

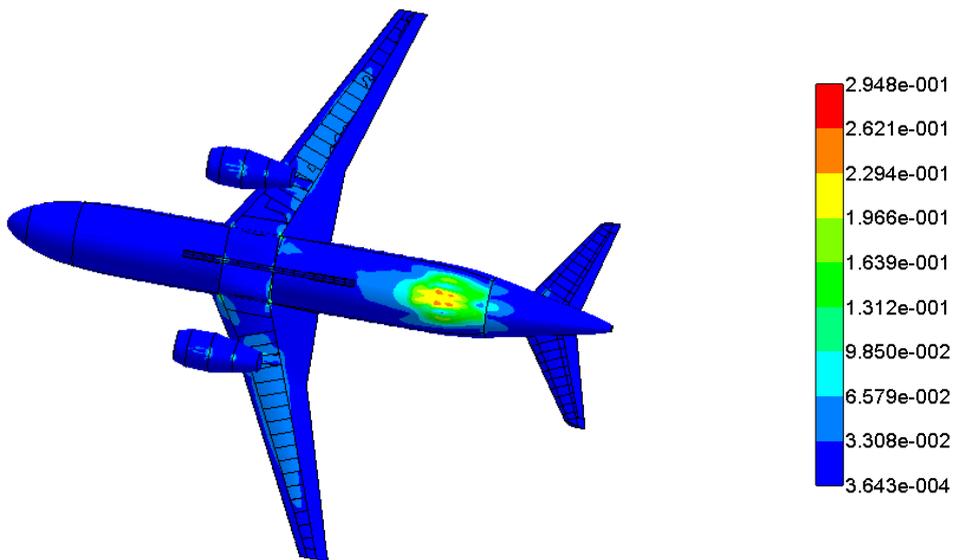


Рис. 4. Интенсивность напряжений в корпусе самолета на момент времени 377 мс

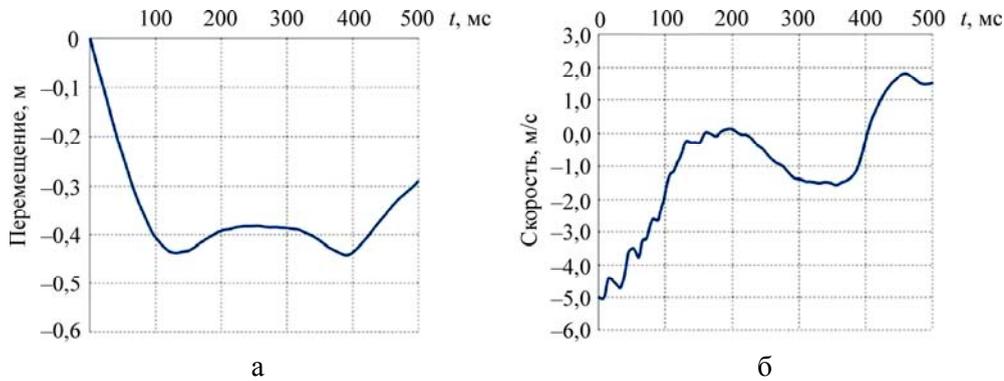


Рис. 5. Временные зависимости для центра масс самолета:
а – вертикальное перемещение; б – вертикальная скорость

Численное моделирование динамического деформирования активной зоны реакторной установки при разрыве технологического канала. В задаче демонстрируется возможность моделирования в пакете программ ЛОГОС напряженно-деформированного состояния элементов конструкции активной зоны реакторной установки под давлением пароводяной смеси при разрыве одного из технологических каналов (ТК) [29, 30].

Начальная геометрия задачи приведена на рис. 6, 7.

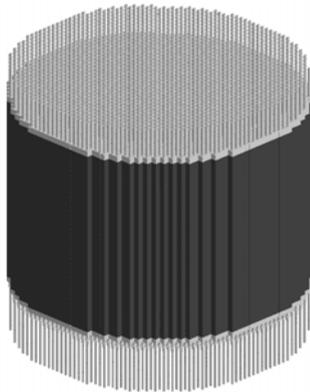


Рис. 6. Активная зона реакторной установки.
Общий вид

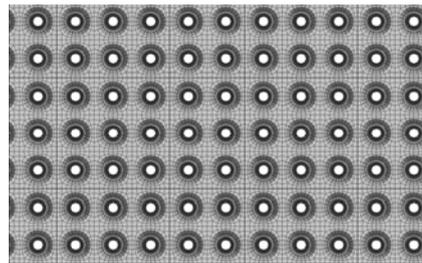


Рис. 7. Фрагмент конечно-элементной сетки.
Вид сверху

В модели учитывается 1914 графитовых колонн. Конечно-элементная сетка состоит из объемных восьмиузловых элементов и оболочных четырех узловых элементов. Число конечных элементов сетки, покрывающей расчетную область, равно 160757760.

В расчетах учитывается напряженно-деформированное состояние конструкции от действия силы тяжести и внутреннего стационарного давления в ТК. Жидкость в трубах ТК учитывается в виде присоединенной массы. Для моделирования ТК использовалась упругопластическая модель, а для моделирования графитовых блоков – модель упругого материала.

Для расчета взаимодействия друг с другом различных элементов конструкции в процессе деформирования используются алгоритмы контактного взаимодействия с автоматическим определением зон контакта.

Расчет проводился в параллельном режиме (MPI) на 1250 вычислительных ядрах. Задача считалась около 20 дней. Эффективность распараллеливания составила ~70 %.

На рис. 8 (см. также цв. вкл.) показано деформирование графитовой кладки в центральном поперечном сечении на момент времени $t = 1,6$ с.

На рис. 9 представлен график максимального прогиба ТК. Анализ полученных результатов показывает, что при разрыве одного ТК в четырех колоннах нижней границы реакторной установки максимальный прогиб можно оценить значением ~350 мм.

На рис. 10 (см. также цв. вкл.) представлен общий вид ТК при $t = 1,6$ с. Видно, что ближние колонны от разбухания кладки и разрыва канала деформировались достаточно сильно.

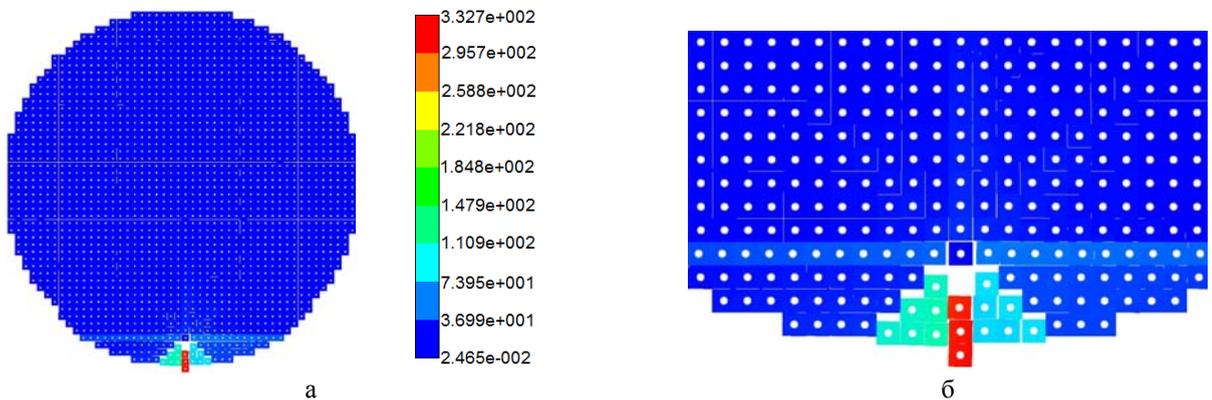


Рис. 8. Поле полных смещений графитовой кладки в центральном поперечном сечении, $t = 1,6$ с:
а – общий вид, б – приближенный вид места разрыва

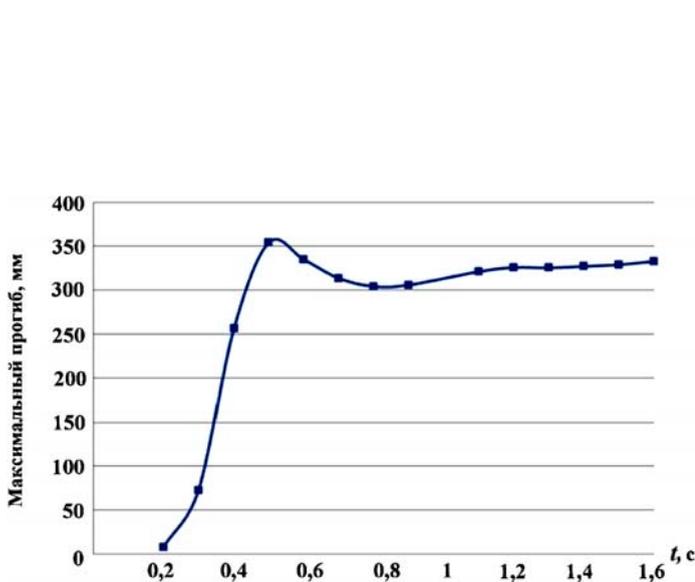


Рис. 9. Максимальный прогиб ТК

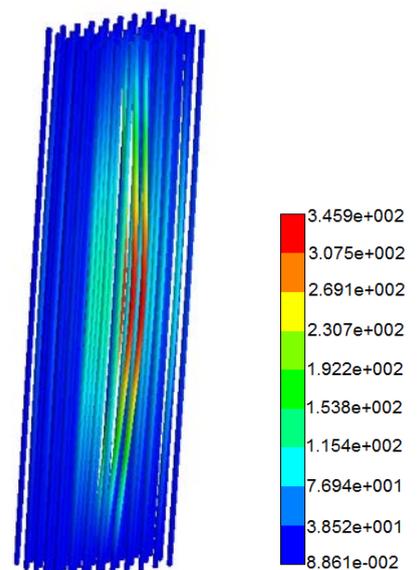


Рис. 10. Поле полных смещений ТК. Общий вид при $t = 1,6$ с

Заключение

В работе представлены основные методы и алгоритмы, используемые в модуле решения динамических задач прочности пакета программ ЛОГОС. Кратко описаны реализованные типы элементов, алгоритмы контактного взаимодействия, типы сглаживания, принципы распараллеливания и реализованные на текущий момент модели упругопластического деформирования и разрушения. Применимость приведенных подходов показана на примере численного решения двух инженерных задач.

Список литературы

1. Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С., Спиридонов В. Ф. и др. Многофункциональный высокопараллельный пакет программ ЛОГОС для решения задач тепломассопереноса и прочности // Сб. тез. докл. С.-Петербургского науч. форума «Наука и общество». – С.-Пб.: Изд-во Политех. ун-та, 2012.
2. Александрова О. Л., Барабанов Р. А., Дьянов Д. Ю. и др. Пакет программ ЛОГОС. Конечно-элементная методика расчета задач статической прочности конструкций с учетом эффектов физической и геометрической нелинейности // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Матем. моделирование физ. процессов. 2014. Т. 3. С. 3–17.
3. Казанцев А. В., Дьянов Д. Ю., Циберев К. В. и др. Комплекс программ ЛОГОС. Реализация алгоритмов моделирования прочности конструкций методом конечных элементов и методом сглаженных частиц // Теоретические основы конструирования численных алгоритмов и решение задач математической физики: тез. докл. XXI Всерос. конф. и Молодежной школы-конф., посвященной памяти К. И. Бабенко. – М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2016. С. 86–87.
4. Циберев К.В, Артамонов М. М., Авдеев П. А. и др. Основные принципы реализации пакета программ ЛЭГАК-ДК для расчета задач прочности и газодинамики на неструктурированных сетках // Сб. докл. 8-й науч.-техн. конф. «Молодежь в науке». – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2009. С. 153–160.
5. Корсакова Е. И., Дьянов Д. Ю., Симонов Г. П. и др. Результаты верификации моделей упругопластического деформирования и разрушения, реализованных в пакете программ ЛЭГАК-ДК // Тр. XII Межд. семинара «Супервычисления и математическое моделирование». – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2010. С. 163–173.
6. Дьянов Д. Ю., Борляев В. В., Корсакова Е. И. и др. Методы расчета газодинамических и упругопластических течений в лагранжевых переменных на неструктурированной сетке // Тез. докл. X Междунар. конф. «Забабахинские науч. чтения». – Снежинск: РФЯЦ-ВНИИТФ, 2010. С. 260.
7. Benson D. J. Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes // Com. Meth. App. Mech. and Eng. 1992. Vol. 99. P. 235–394.
8. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986.
9. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979.
10. Rank E., Katz C., Werner H. On the importance of the discrete maximum principle in transient analysis using finite element methods // Int. J. Num. Meth. Eng. 1983. Vol. 19. P. 1771–1782.

11. Belytschko T., Liu W. K., Moran B. Nonlinear finite elements for continua and structures. – John Wiley & Sons, LTD, 2000.
12. Belytschko T., Tsay C. S., Liu W. K. Explicit algorithms for the nonlinear dynamics of shell // *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 1981. Vol. 29, N 3. P. 313–327.
13. Hughes T. J. R., Liu W. K. Nonlinear finite element analysis of shells. Part I: Three-dimension shells / *Ibid.* 1981. Vol. 26. P. 331–362.
14. Hughes T. J. R., Liu W. K. Nonlinear finite element analysis of shells. Part II: Two-dimension shells // *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 1981. Vol. 27. P. 167–182.
15. Бахрах С. М., Величко С. В., Спиридонов В. Ф. и др. Методика ЛЭГАК-3D расчета трехмерных нестационарных течений многокомпонентной сплошной среды и принципы ее реализации на многопроцессорных ЭВМ с распределенной памятью // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Матем. моделирование физ. процессов.* 2004. Вып. 4. С. 41–50.
16. Бахрах С. М., Величко С. В., Косарим С. С. и др. Явно-неявный алгоритм расчета газодинамических течений в методике ЛЭГАК-3D // *Там же.* 2006. Вып. 1. С. 14–22.
17. Hallquist J. O. LS-DYNA Theoretical manual. – Livermore Software Technology Corporation, 2006.
18. Flanagan D. P., Belytschko T. A uniform strain hexahedron and quadrilateral and orthogonal hourglass control // *Int. J. Numer. Meths. Eng.* 1981. Vol. 17. P. 679–706.
19. Belytschko T., Bindeman L. Assumed strain stabilization of the 4-node quadrilateral with 1-point quadrature for nonlinear problems // *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* 1991. Vol. 88. P. 311–340.
20. Oldenburg M., Nilsson L. The position code algorithm for contact searching // *Int. J. Num. Meth. Eng.* 1994. Vol. 37. P. 359–386.
21. Borrvall T. Mortar contact algorithm for implicit stamping analyses in LS-DYNA // *LS-DYNA forum. DYNAmore, Ulm, Germany, 2004.* P. 7.19–7.28.
22. Zong Zhi-Hua. Finite element procedures for contact-impact problems // *Explicit solution procedures with the Lagrange multiplier method.* 1993. Vol. 28. P. 233–261
23. Гордеев Д. Г., Голубкова Е. Ф., Гударенко Л. Ф. и др. Современное состояние пакета программ УРС-ОФ для расчета термодинамических и механических свойств веществ // *Тр. XII Международ. семинара «Супервычисления и математическое моделирование».* – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2010. С. 115–118.
24. Karypis G., Schloegel K., Kumar V. ParMeTiS – Parralel Graph Partitioning and Sparse Matrix Ordering Library Version 3.1. – University of Minnesota, Department of Computer Science and Engineering, 2003.
25. Рябов А. А., Литвинов М. С., Попов В. П. Суперкомпьютер для «Суперджета» // *Суперкомпьютеры.* 2011. Вып. 2. С. 28–30.
26. Рябов А. А., Литвинов М. С., Попов В. П. Проблемы безопасности Superjet-100 // *Суперкомпьютерные технологии в науке, образовании и промышленности.* – М.: МГУ, 2012. С. 15–21.
27. Погосян М. А., Савельевских Е. П., Шагалиев Р. М. и др. Применение отечественных суперкомпьютерных технологий для создания перспективных образцов авиационной техники // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Матем. моделирование физ. процессов.* 2013. Вып. 2. С. 3–18.

28. Погосян М. А., Рябов А. А., Романов В. И. и др. Компьютерный анализ безопасности пассажирского самолета Superjet-100 при аварийной посадке // Авиационная промышленность. 2017. Вып. 2. С. 4–10.
29. Рябов А. А., Романов В. И., Куканов С. С. и др. Численное исследование динамической прочности кладки РУ РБМК-1000 при разрыве технологического канала // Атомная энергия. 2017. Т. 123. Вып. 5. С. 288–293.
30. Рябов А. А., Романов В. И., Куканов С. С. и др. Компьютерный анализ динамической прочности исходной и восстановленной кладки РУ РБМК-1000 при сейсмических воздействиях // Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ. 2017. Вып. 22, ч. 1. С. 160–168.

Logos Program Package. A Module for Solving the Dynamic Strength Problems

D. Yu. D'yanov, V. F. Spiridonov, K. V. Tsiberev, E. I. Naumova, V. V. Borlyayev,
S. V. Starodubov, E. V. Shuvalova, M. V. Medvedkina, E. O. Artemova, A. A. Chelakov,
A. V. Kazantsev, A. A. Ryabov, V. I. Romanov, S. S. Kukanov

The paper describes a finite-element module implemented in the LOGOS program package for solving the dynamic strength problems. The methods and algorithms implemented in the module are briefly described. The application of the dynamic strength module is illustrated by the example of simulation results for a number of real-world problems.