

УДК 519.6

DOI: 10.53403/9785951504937_2020_25.1_56_67

Метод расчета движения абсолютно твердого тела в упругопластической среде на неподвижной счетной сетке

Предложен метод BODY-3D расчета движения абсолютно твердого тела в упругопластической среде с учетом силы трения на неподвижной эйлеровой счетной сетке, описана его реализация в методике ЭГАК, приведены результаты тестовых расчетов. Для тестирования использовались две задачи. Для первой задачи – о свободном падении вращающегося твердого тела на преграду – получено аналитическое решение. В качестве второй тестовой задачи рассматривалась задача о движении малодеформируемого ударника в мягком грунте при наклонном внедрении.

Краюхин А. А., Янилкин Ю. В.,
Стадник А. Л., Егузова М. Ю.

Введение

Вопросам, связанным с изучением особенностей движения малодеформируемых тел в упругопластических средах, посвящено значительное количество работ (их обзор сделан в [1]). В настоящее время активно ведутся экспериментальные и теоретические исследования, а также применяются методы численного моделирования. При численном моделировании в эйлеровых переменных движения малодеформируемых тел (ударников) в упругопластических средах (преградах) возникает ряд проблем, связанных с точностью описания контактных границ между различными веществами [2, 3]. Одним из способов их решения является использование приближения абсолютно твердого (недеформируемого) тела для описания ударника. В настоящей работе предлагается метод BODY-3D расчета на неподвижной счетной сетке совместного поступательного и вращательного движения твердого тела при обтекании упругопластической средой с учетом силы трения. Описана его реализация в методике ЭГАК [4], а также приведены результаты тестовых расчетов.

1. Общие положения и численная реализация метода BODY-3D

Рассмотрим твердое тело (ударник), которое характеризуется массой m , радиусом-вектором центра масс \vec{r}_C и тензором инерции в главных осях относительно центра масс J . В момент времени $t = 0$ твердое тело ударяется со скоростью \vec{V}_0 о преграду из упругопластического материала.

Требуется рассчитать движение твердого тела в преграде. Уравнения движения твердого тела записываются в виде [5]

$$m\vec{a} = \vec{F}; \quad J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}.$$

Здесь \vec{F} и \vec{M} – сила сопротивления внедрению и момент силы относительно центра масс твердого тела, действующие на твердое тело со стороны преграды; \vec{a} – ускорение центра масс твердого тела; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости вращения твердого тела относительно центра масс. Силу сопротивления внедрению можно найти по формуле [6]

$$\vec{F} = \int_S (\sigma_n \vec{n} + \sigma_\tau \vec{\tau}) dS,$$

где σ_n и σ_τ – нормальное и касательное напряжения, действующие на площадке dS поверхности твердого тела; S – площадь поверхности твердого тела; \vec{n} – единичный вектор нормали к поверхности твердого тела; $\vec{\tau}$ – единичный вектор тангенциальной компоненты массовой скорости среды на поверхности твердого тела. Последняя из указанных величин равна векторному произведению [6]

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{n}, \quad \vec{m} = \frac{1}{|\vec{V}|} (\vec{n} \times \vec{V}). \quad (1)$$

Здесь \vec{V} – вектор массовой скорости среды относительно неподвижного твердого тела на площадке dS . Касательное напряжение определяется из закона сухого трения Кулона с учетом ограничения прочностными характеристиками вещества преграды:

$$\sigma_\tau = \begin{cases} 0, & \sigma_n < 0; \\ \min \{ \mu \sigma_n Y \}, & \sigma_n \geq 0, \end{cases}$$

где $\mu = \text{const}$ – коэффициент трения; Y – предел текучести вещества окружающей среды. Полагается, что при сжатии среды $\sigma_n > 0$. Момент силы по определению равен

$$\vec{M} = \int_S \vec{r} \times (\sigma_n \vec{n} + \sigma_\tau \vec{\tau}) dS, \quad (2)$$

где \vec{r} – радиус-вектор элемента поверхности твердого тела dS , на который действует сила $d\vec{F} = (\sigma_n \vec{n} + \sigma_\tau \vec{\tau}) dS$ относительно центра масс.

На практике часто встречается ситуация, когда требуется рассчитать внедрение ударника в преграду при подходе под углом θ к ее поверхности с углом атаки α . Угол скольжения при этом задается нулевым $\beta = 0$. Предположим, что твердое тело является телом вращения или по крайней мере имеет плоскость симметрии, перпендикулярную поверхности преграды. Рассмотрим движение такого тела в системе координат (x, y, z) , связанной с неподвижной преградой.

Пусть в начальный момент времени вектор скорости \vec{V}_0 лежит в плоскости xOy декартовой системы координат, которая является плоскостью симметрии ударника и преграды. В этом случае сила сопротивления внедрению имеет вид $\vec{F} = (F_x, F_y, 0)$, момент силы $\vec{M} = (0, 0, M_z)$, а угловая

скорость вращения $\vec{\omega} = (0, 0, \omega)$. Тогда количество уравнений, описывающих движение твердого тела, сокращается с шести до трех:

$$ma_x = F_x, \quad ma_y = F_y, \quad J_C \frac{d\omega}{dt} = M_z. \quad (3)$$

Здесь J_C – момент инерции твердого тела вокруг оси z относительно центра масс; угловую скорость вращения твердого тела вокруг оси z относительно центра масс ω можно рассчитать по формуле

$$\omega = \frac{1}{J_C} \int M_z dt. \quad (4)$$

Рассмотрим движение среды в системе отсчета (x', y', z') , в которой твердое тело покоится. Пусть ее начало координат находится в центре масс твердого тела. Из-за того что твердое тело при проникании может иметь вращательную составляющую движения наряду с поступательной, система отсчета (x', y', z') по отношению к системе отсчета (x, y, z) является неинерциальной. Следуя [5], будем называть движение среды относительно неподвижной инерциальной системы отсчета (x, y, z) абсолютным, движение среды во вращающейся неинерциальной системе отсчета (x', y', z') – относительным, а движение подвижной системы отсчета (x', y', z') относительно неподвижной (x, y, z) – переносным. Пусть система отсчета (x', y', z') вращается с угловой скоростью ω относительно неподвижной системы отсчета (x, y, z) . Выражение для связи скоростей в системах отсчета (x, y, z) и (x', y', z') имеет вид [5]

$$\vec{V}^{abc} = \vec{V}^{отн} + \vec{V}^{пер}. \quad (5)$$

Изменение относительной скорости записывается в виде

$$d\vec{V}^{отн} = (\vec{a}^{отн} + \vec{\omega} \times \vec{V}^{отн}) dt. \quad (6)$$

Переносная скорость равна

$$\vec{V}^{пер} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (7)$$

Здесь \vec{r} – радиус-вектор элемента среды относительно начала координат системы отсчета (x', y', z') . Приращение координат элемента среды в системе отсчета (x, y, z) определяется выражением

$$d\vec{r} = \vec{V}^{abc} dt. \quad (8)$$

Методом BODY-3D будем называть способ расчета пространственного движения твердого тела в упругопластической среде на неподвижной счетной сетке, который заключается в численном моделировании течения среды, окружающей твердое тело, в неинерциальной системе отсчета (x', y', z') , связанной с неподвижным твердым телом.

При численной реализации метода BODY-3D в методике ЭГАК использовался следующий подход. Для описания вещества твердого тела вводится специальный компонент (так называемый *несжжим*). Грани ячеек с этим компонентом являются жесткими стенками, на которых равны нулю нормальные компоненты скорости и разрешается свободное тангенциальное скольжение вещества. Этот компонент занимает ячейку полностью. Содержание других компонентов в такой ячейке не допускается, т. е. такая ячейка не может быть смешанной. В процессе счета потоки вещества из такой ячейки или в такую ячейку отсутствуют, и, таким образом, твердое тело неподвижно относительно счетной сетки. В методике ЭГАК счетная сетка, как правило, образована прямыми,

параллельными осям декартовой системы координат. Поскольку вещество *несжим* должно занимать ячейку полностью, его границы проходят по линиям сетки. Точность такого описания реальных границ твердого тела, несовпадающих с линиями счетной сетки, составляет до половины линейного размера ячейки. Это связано с тем, что после расчета начальных данных смешанные ячейки, содержащие вещество *несжим*, или освобождаются от него, или, наоборот, заполняются им полностью в зависимости от его объемной концентрации. На рис. 1 (см. также цв. вкл.) изображены поля веществ в области твердого тела до и после корректировки начальных данных. Сплошной линией нанесен реальный контур твердого тела.

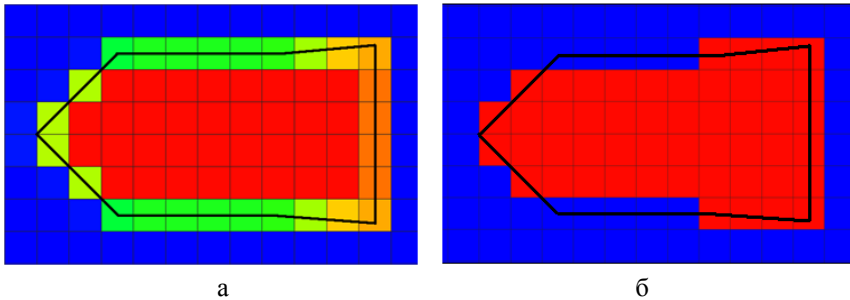


Рис. 1. Поле веществ на момент начала расчета в области твердого тела: а – до корректировки начальных данных, б – после корректировки

При реализации метода BODY-3D в описанный выше алгоритм был добавлен расчет дополнительных величин, связанных с движением твердого тела. Нормальное напряжение, действующее на грань счетной ячейки с ненулевой компонентой вектора нормали n_m (m означает x , y или z), запишем в виде

$$\sigma_{mm} = \max \{0, P - S_{mm}\},$$

где P – давление, S_{mm} – компонента дивергента тензора напряжений. Компоненты силы сопротивления внедрению, действующей на твердое тело со стороны преграды, вычисляются с помощью формул

$$F_x = \sum_i f_x^i = \sum_i s_i \left[-\sigma_{xx}^i n_{xi} + \frac{V_x^i}{|\vec{V}_i|} \left(\min \{ \mu \sigma_{yy}^i, Y_i \} n_{yi}^2 + \min \{ \mu \sigma_{zz}^i, Y_i \} n_{zi}^2 \right) \right], \quad (9)$$

$$F_y = \sum_i f_y^i = \sum_i s_i \left[-\sigma_{yy}^i n_{yi} + \frac{V_y^i}{|\vec{V}_i|} \left(\min \{ \mu \sigma_{xx}^i, Y_i \} n_{xi}^2 + \min \{ \mu \sigma_{zz}^i, Y_i \} n_{zi}^2 \right) \right]. \quad (10)$$

Суммирование здесь выполняется по всем граням счетных ячеек, находящихся на поверхности твердого тела; s_i – площадь i -й грани; n_{xi} , n_{yi} и n_{zi} – компоненты вектора нормали к i -й грани; Y_i – предел текучести вещества преграды. Момент силы относительно центра масс твердого тела вокруг оси z , действующий на него со стороны преграды, определяется с использованием формулы (2) и записывается в виде

$$M_z = \sum_i \left[f_y^i (x_i - x_C) - f_x^i (y_i - y_C) \right], \quad (11)$$

где x_i , y_i – координаты центров граней счетных ячеек; x_C , y_C – координаты центра масс твердого тела.

Процедура вычисления величин F_x , F_y и M_z по формулам (9)–(11) выполняется на каждом временном шаге. Для вычисления на n -м шаге по времени угловой скорости вращения твердого тела выражение (4) записывается в конечных разностях (Δt – временной шаг), откуда получается

$$\omega^n = \omega^{n-1} + \frac{M_z^n}{J_C} \Delta t.$$

Теперь рассмотрим изменение аппроксимации уравнения движения среды при реализации метода BODY-3D по сравнению со стандартным подходом, используемым в методике ЭГАК [4]. Как было отмечено, при использовании метода BODY-3D расчет проводится в неинерциальной системе отсчета (x', y', z') , связанной с неподвижным твердым телом. В этом случае массовая скорость среды в расчете является относительной скоростью в неинерциальной система отсчета (x', y', z') . Для ее расчета используется уравнение (6).

Первый член в правой части (6) $\vec{a}^{\text{отн}}$ является суммой трех слагаемых:

$$\vec{a}^{\text{отн}} = \vec{a}^{gd} + \vec{a}^{up} + \vec{a}^F.$$

Здесь, согласно [4], первые два слагаемых \vec{a}^{gd} и \vec{a}^{up} – это стандартные компоненты ускорения в узлах счетных ячеек за счет действия шаровой части и дивергента тензора напряжений. Третье слагаемое \vec{a}^F является компонентом ускорения в узлах счетных ячеек, возникающим из-за наличия силы сопротивления внедрению, действующей на центр масс твердого тела со стороны преграды. При переходе в систему отсчета, в которой твердое тело покоится, величина \vec{a}^F с учетом (3) записывается в виде

$$\vec{a}^F = -\vec{i} \frac{F_x}{m} - \vec{j} \frac{F_y}{m}.$$

Второй член в правой части (6) с точностью до множителя 2 совпадает с кориолисовым ускорением [5]. Обозначим его как

$$\vec{a}^C = -\vec{\omega} \times \vec{V}^{\text{отн}} = -\vec{i} (-\omega) V_y^{\text{отн}} + \vec{j} (-\omega) V_x^{\text{отн}}. \quad (12)$$

Массовая скорость вещества на n -м шаге по времени записывается в виде

$$\vec{V}_n^{\text{отн}} = \vec{V}_{n-1}^{\text{отн}} + (\vec{a}^{gd} + \vec{a}^{up} + \vec{a}^F + \vec{a}^C) \Delta t. \quad (13)$$

Переносная скорость на n -м шаге по времени определяется по формуле (7):

$$\vec{V}_n^{\text{пер}} = -\vec{\omega}^n \times \vec{r}^{n-1} = -\vec{i} (-\omega^n) (y^{n-1} - y_C) + \vec{j} (-\omega^n) (x^{n-1} - x_C). \quad (14)$$

Далее вычисляются новые координаты узлов счетных ячеек

$$x^n = x^{n-1} + (V_{x,n}^{\text{отн}} + V_{x,n}^{\text{пер}}) \Delta t, \quad y^n = y^{n-1} + (V_{y,n}^{\text{отн}} + V_{y,n}^{\text{пер}}) \Delta t. \quad (15)$$

Расчет компоненты массовой скорости относительно оси z и координат узлов вдоль этой оси производится стандартным образом [4].

При использовании метода BODY-3D в расчете в качестве параметров дополнительно задаются коэффициент трения между твердым телом и веществом преграды μ , а также значения

характеристик твердого тела: m – масса твердого тела; J_C – момент инерции вокруг оси z относительно центра масс твердого тела; x_C, y_C – координаты центра масс твердого тела ($z_C = 0$ по умолчанию). Поскольку плоскость xOy является плоскостью симметрии ударника и преграды, то в расчете моделируется половина реальной геометрии (на плоскости xOy ставится граничное условие *жесткая стенка*). В связи с этим величины m и J_C рассчитываются для половины реального твердого тела.

2. Тестовые расчеты

Задача 1. Свободное падение вращающегося твердого тела на преграду. Рассмотрим компактное твердое тело произвольной формы, расположенное в вакууме на расстоянии L от преграды из упругопластического материала, которая имеет плоскую лицевую поверхность. L является минимальной длиной отрезка, соединяющего точку A на поверхности твердого тела с точкой B на лицевой поверхности преграды и расположенного по нормали к лицевой поверхности преграды. Положим, что ось x параллельна этому отрезку. Пусть преграда расположена в полупространстве $x < 0$, а ударник в полупространстве $x \geq 0$. Твердое тело характеризуется массой m , координатами центра масс (x_C, y_C, z_C) и моментом инерции J_C вокруг оси z относительно этого центра. В момент времени $t = 0$ твердое тело начинает двигаться к преграде по нормали с постоянной поступательной скоростью $V_x = V_0$, а также на него начинает действовать постоянный момент силы M_z вокруг оси z относительно центра масс. На рис. 2 схематично изображена геометрия задачи.

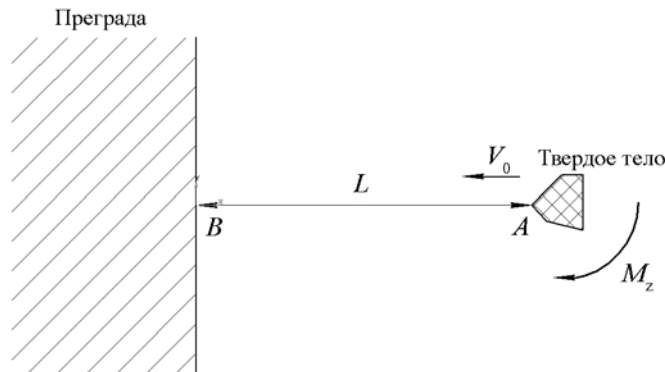


Рис. 2. Геометрия задачи 1

В задаче требуется определить:

- значение M_z , при котором твердое тело совершит один полный оборот вокруг оси z к моменту его удара о преграду (касания точкой A точки B);
- траекторию движения точки B в системе координат, в которой твердое тело покоится.

Момент времени удара твердого тела о преграду определяется по формуле

$$T_1 = \frac{L}{V_0}. \quad (16)$$

Так как величины J_C и M_z не зависят от времени, частоту вращения твердого тела относительно центра масс вокруг оси z можно записать в виде

$$\omega = \frac{M_z}{J_C} t.$$

Рассчитаем, каким должен быть момент силы M_z для того, чтобы ударник совершил один оборот вокруг оси к моменту удара его о преграду, с помощью выражения

$$\int_0^{T_1} \omega dt = 2\pi. \quad (17)$$

Вычислим интеграл (17) и с учетом формулы (16) запишем выражение для M_z :

$$M_z = \frac{4\pi J_C V_0^2}{L^2}.$$

Зная M_z , можно найти момент времени поворота ударника на промежуточный угол γ ($0 \leq \gamma \leq 2\pi$):

$$t_\gamma = \sqrt{\frac{2\gamma J_C}{M_z}}. \quad (18)$$

При $J_C = 1$, $V_0 = -0,1$, $L = 10$ получаем значение $M_z = 0,001256637$. Для углов поворота твердого тела $\gamma = \pi/4$, $\pi/2$, π , $3\pi/2$ значения соответствующих моментов времени составляют $t_\gamma = 35,4$; 50 ; $70,7$; $86,6$.

Теперь перейдем в систему отсчета, в которой твердое тело покоится. Траекторию точки B можно рассчитать с помощью решения системы уравнений (4)–(8). Для этого необходимо перейти к конечным разностям аналогично (12)–(16) при условии $\bar{a}^{\text{отн}} = 0$, так как твердое тело движется в вакууме. Начальные условия для точки B при $t = 0$ записываются в виде $V_{x,0}^{\text{отн}} = -V_0$, $V_{y,0}^{\text{отн}} = 0$, $x^0 = -L$, $y^0 = 0$. На рис. 3 изображены траектории движения точки B при начальных условиях: $x_C = 0,5$, $y_C = 0$, $V_0 = -0,1$.

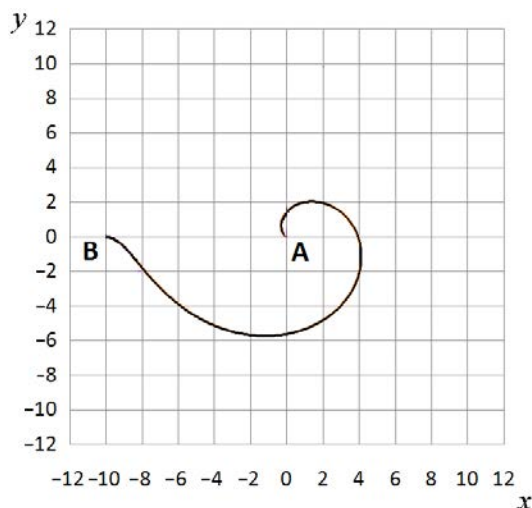


Рис. 3. Траектории движения точки B

Для сокращения времени счета рассматривалась трехмерная задача в плоской постановке (относительно оси z). Использовалась неподвижная кубическая счетная сетка с размером ячейки $h = 0,05$ см. Преграда в плоскости $z = \text{const}$ представляла собой квадрат со стороной 2 см. Твердое тело в плоскости $z = \text{const}$ представляло собой квадрат со стороной 0,7 см. Ось x проходила через центр квадрата и пересекала два противоположенных угла. Точка B на момент времени $t = 0$ имела координаты $(-10, 0)$. Точка A на момент времени $t = 0$ имела координаты $(0, 0)$. Скорость преграды на момент времени $t = 0$ составляла $V_x = V_0 = 0,1$ км/с. Координаты центра масс брались равными $x_c = 0,5$ см, $y_c = 0$. К твердому телу прикладывался постоянный момент силы $M_z = 0,001256637 \text{ г} \cdot \text{см}^2 / (10 \text{ мкс})^2$ относительно оси z . Момент инерции твердого тела брался равным $J_C = 1 \text{ г} \cdot \text{см}^2$, масса – $m = 1$ г. Коэффициент трения полагался нулевым ($\mu = 0$).

На рис. 4 показаны положения преграды, полученные в расчете, на моменты времени: а) $t = 0$ ($\gamma = 0$), б) $t = 35,4$ ($\gamma = \pi/4$), в) $t = 50$ ($\gamma = \pi/2$), г) $t = 70,7$ ($\gamma = \pi$), д) $t = 86,6$ ($\gamma = 3\pi/2$), е) $t = 100$ ($\gamma = 2\pi$)*. Сплошной линией нанесена траектория движения точки B , полученная аналитически (см. рис. 3). Моменты времени определены по формуле (18) для заданных углов поворота γ твердого тела вокруг центра масс (отмечен точкой). Получено практическое совпадение результатов расчета с аналитическим решением.

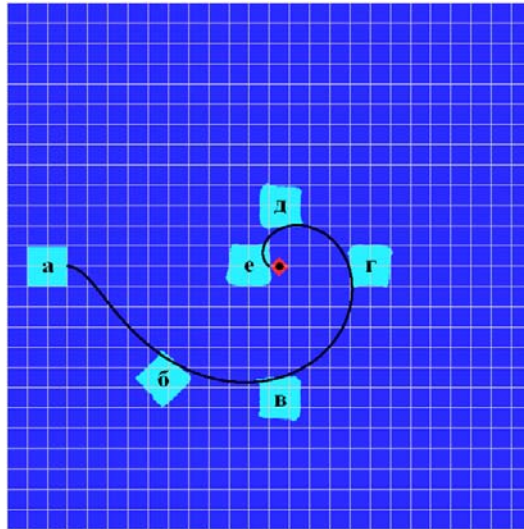


Рис. 4. Результаты расчета и аналитическое решение

Задача 2. Движение твердого тела в грунтовой преграде. В качестве второй тестовой задачи рассматривалась задача о движении малодеформируемого ударника в грунтовой среде при наклонном внедрении. При численном моделировании использовались два подхода. Один расчет был проведен в стандартной постановке, при которой ударник и преграда описывались в приближении сплошной деформируемой среды. В качестве материала ударника в этом случае использовалась прочная сталь. В двух других расчетах для описания ударника применялось приближение твердого тела (использовался метод BODY-3D). Далее результаты соответствующих расчетов сравнивались между собой.

* Время указано в 10 мкс.

Ударник представлял собой однородное поликоническое тело с кавитатором в виде конуса, цилиндрической средней частью и конусообразной стабилизирующей «юбкой». Геометрия ударника (сечение вдоль плоскости симметрии xOy) с номерами угловых точек (их координаты приведены в табл. 1) изображена на рис. 5. Ударник и преграда располагались в вакууме.

Таблица 1

Координаты угловых точек проникателя в задаче 2

| № точки | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------|---|----|----|----|-----|-----|-----|
| x , см | 5 | 15 | 35 | 49 | 49 | 35 | 15 |
| y , см | 0 | 10 | 10 | 12 | -12 | -10 | -10 |

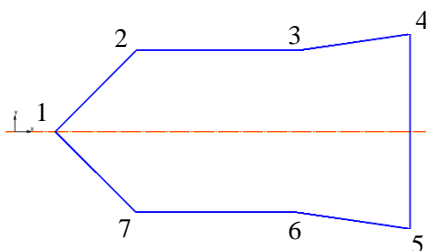


Рис. 5. Геометрия ударника в задаче 2

Скорость соударения составляла $V_0 = V_x = 2$ км/с. Ось x являлась осью стрельбы. Угол подхода к поверхности преграды составлял $\theta = 35^\circ$, угол атаки полагался нулевым ($\alpha = 0$).

Расчеты проводились на кубической неподвижной счетной сетке с размером счетной ячейки $h = 1$ см. В табл. 2 приведены их характеристики. При численном моделировании рассчитывалась половина реальной геометрии задачи: плоскость $z = 0$ являлась плоскостью симметрии. Значение коэффициента трения $\mu = 0,3$ между материалом ударника (сталью) и мягким грунтом в расчете 3 взято из [7]. Для описания мягкого грунта и стали во всех расчетах использовались уравнения состояния в форме Ми – Грюнайзена и приближение идеального упругопластического тела с параметрами из табл. 3.

Таблица 2

Характеристики расчетов задачи 2

| Номер расчета | Приближение для описания ударника | J_C , г·см ² /(10 мкс) ² | m , г | x_C , см | y_C , см | μ |
|---------------|-----------------------------------|---|---------|------------|------------|-------|
| 1 | Сплошная среда | – | – | – | – | – |
| 2 | Твердое тело | 7663810 | 50667 | 31,3 | 0 | 0 |
| 3 | Твердое тело | 7663810 | 50667 | 31,3 | 0 | 0,3 |

Таблица 3

Параметры для описания грунта и стали в задаче 2

| Материал | ρ_0 , г/см ³ | c_0 , км/с | n | Γ | $P_{отк}$, ГПа | Y , ГПа | ν |
|----------|------------------------------|--------------|------|----------|-----------------|-----------|-------|
| Грунт | 1,72 | 0,5 | 9 | 0 | 0 | 0,005 | 0,3 |
| Сталь | 8 | 4,4 | 4,65 | 2 | -2,1 | 2 | 0,29 |

В расчете 1 в стандартной постановке в процессе счета накапливались зависимости продольной и поперечной компонент импульса ударника от времени: $P_x(t)$ и $P_y(t)$. С помощью дифференцирования этих зависимостей по времени определялись значения компонент продольного и поперечного ускорения торможения центра масс ударника по формулам

$$a_x = \frac{1}{m} \frac{\Delta P_x}{\Delta t}, \quad a_y = \frac{1}{m} \frac{\Delta P_y}{\Delta t},$$

где m – масса ударника. В этом расчете с помощью визуальной обработки полей плотности определялся угол между осью симметрии ударника и осью стрельбы в зависимости от времени: $\gamma(t)$.

В расчетах 2 из 3 с твердым телом зависимость $\gamma(t)$ определялась по формуле

$$\gamma = \int \omega dt,$$

где ω – частота вращения твердого тела относительно центра масс – рассчитывалась по формуле (4) в процессе счета. Компоненты продольного и поперечного ускорений торможения центра масс твердого тела $a'_x(t)$ и $a'_y(t)$ в системе отсчета (x', y', z') , в которой ударник неподвижен, определялись в процессе счета по формулам (3). Для сравнения с результатами расчета в стандартной постановке эти величины пересчитывались в систему отсчета (x, y, z) , в которой ударник движется, по формулам

$$a_x = a'_x \cos \gamma + a'_y \sin \gamma, \quad a_y = a'_y \cos \gamma - a'_x \sin \gamma.$$

На рис. 6 (см. также цв. вкл.) изображены результаты расчетов на момент времени $t = 1300$ мкс. Рис. 6,б получен с помощью поворота первоначальной расчетной картины на угол $\gamma = 24^\circ$ по часовой стрелке. Из рисунка видно, что результаты расчетов визуально хорошо совпадают друг с другом: получены каверны с близкими обводами, формы ударных волн в преграде согласуются друг с другом, оба ударника развернулись по часовой стрелке относительно оси стрельбы.

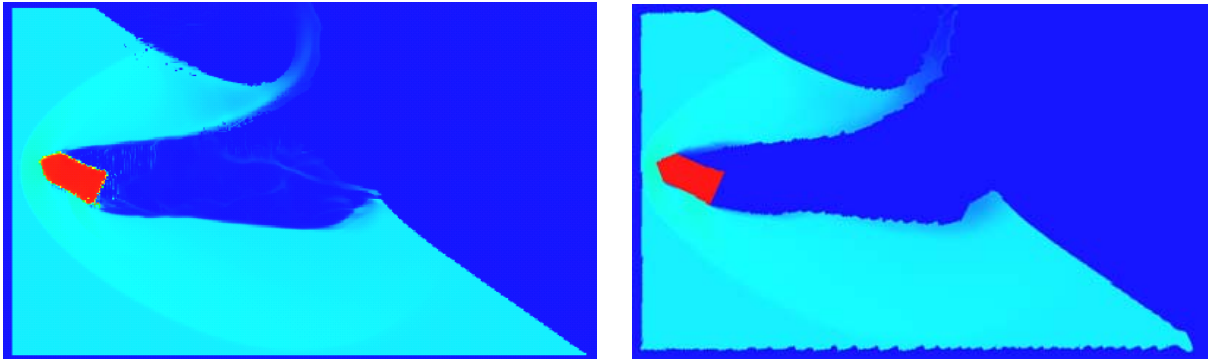


Рис. 6. Поля плотности на момент времени $t = 1300$ мкс: а – расчет 1 (стандартный), б – расчет 2 (твердое тело, $\mu = 0$)

На рис. 7 и 8 (см. также цв. вкл.) приведены полученные в расчетах зависимости от времени продольного и поперечного ускорений центра масс ударника, а также угла между осью симметрии ударника и осью стрельбы. Видно, что во всех расчетах получены достаточно близкие результаты.

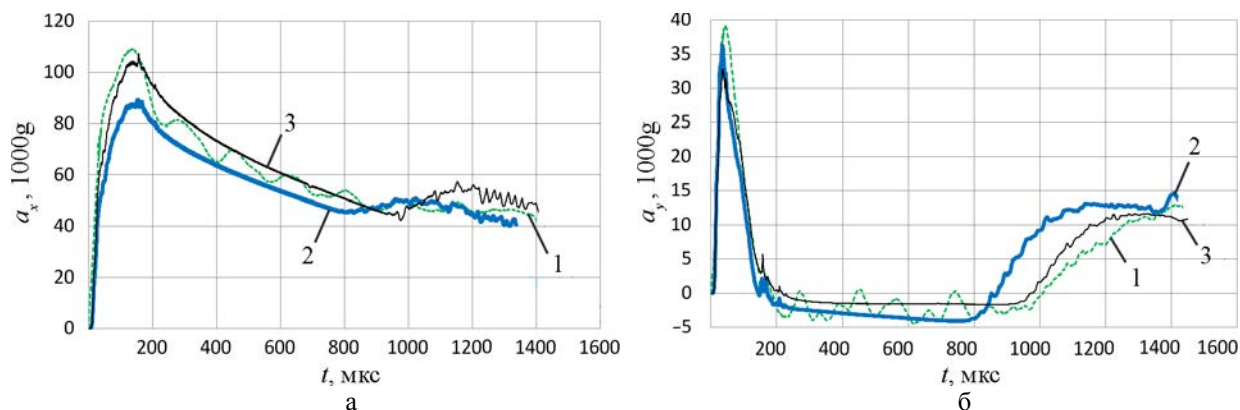


Рис. 7. Зависимости от времени продольного (а) и поперечного (б) ускорения торможения центра масс ударника в расчетах в стандартной постановке и с твердым телом: 1 – расчет 1 (стандартный), 2 – расчет 2 (твердое тело, $\mu = 0$), 3 – расчет 3 (твердое тело, $\mu = 0,3$)

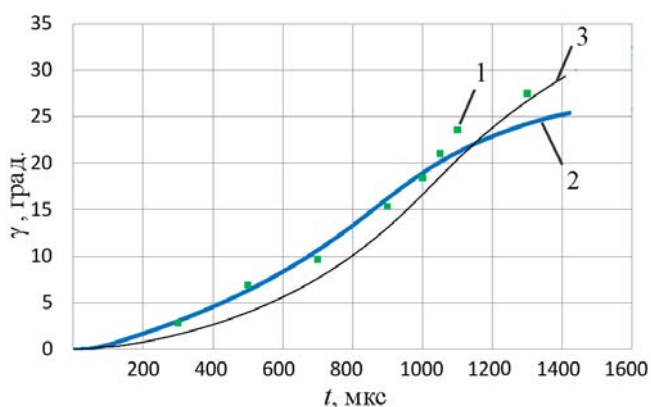


Рис. 8. Зависимости от времени угла между осью симметрии ударника и осью стрельбы в расчетах в стандартной (1) постановке и с твердым телом (2, 3)

Учет силы трения в расчете с твердым телом привел, главным образом, к росту продольной компоненты ускорения торможения центра масс ударника на $\sim 10\text{--}15\%$. Это естественный результат, поскольку при численном моделировании учитывается дополнительная сила, тормозящая ударник, а значение роста согласуется с аналитическими оценками [8].

Выводы

В методике ЭГАК реализован метод BODY-3D расчета движения твердого тела (ударника) в упругопластической среде (преграде) с учетом силы трения на неподвижной счетной сетке. Данный метод позволяет рассчитывать внедрение в преграду малодеформируемых ударников, используя для их описания приближение абсолютно твердого тела, при подходе под углом θ к поверхности преграды с углом атаки α и нулевым углом скольжения ($\beta = 0$). При этом полагается, что ударник имеет плоскость симметрии, перпендикулярную поверхности преграды. Численное моделирование проводится в неинерциальной системе отсчета, связанной с неподвижным ударником.

Для тестирования метода BODY-3D рассмотрены две задачи. Для первой задачи о свободном падении вращающегося твердого тела на преграду получено аналитическое решение. Получено практическое совпадение результатов численного моделирования этой задачи. Во втором тесте рассматривалась задача о движении твердого тела в мягком грунте при наклонном внедрении. При численном моделировании использовались два подхода. В одном случае применялся стандартный подход, при котором ударник описывался в рамках механики деформируемой сплошной среды, в другом – метод BODY-3D. Сравнение результатов расчетов показало их хорошее совпадение друг с другом по всем основным параметрам.

Список литературы

1. Бивин Ю. К., Симонов И. В. Механика динамического проникания в грунтовую среду // Механика твердого тела. 2010. № 6. С. 157–191.
2. Silling S. A. CTH Reference Manual: Boundary Layer Algorithm For Sliding Interfaces In Two Dimensions; Report No SAND92–2487. Albuquerque, 1994.
3. Scheffler D. R. Modeling non-eroding perforation of an oblique aluminum target using the Eulerian CTH code // Int. J. Impact Eng. 2005. Vol. 32, N 1–4. P. 461–472.
4. Янилкин Ю. В., Беляев С. П., Городничев А. В. и др. Комплекс программ ЭГАК++ для моделирования на адаптивно-встраиваемой дробной счетной сетке // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Матем. моделирование физ. процессов. 2003. Вып. 1. С. 20–28.
5. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 1. Механика. – М.: Наука, 1979.
6. Li Q. M., Flores-Johnson E. A. Hard projectile penetration and trajectory stability // Int. J. Impact Eng. 2011. Vol. 38. P. 815–823.
7. Гердюков Н. Н., Иоилев А. Г., Новиков С. А. Определение динамического коэффициента трения песчаного грунта о жесткую стенку // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 4. С. 185–187.
8. Сагомоян А. Я. Проникание. – М.: МГУ, 1974.

A Method for the Simulation of a Perfectly Rigid Body Moving in Elastoplastic Medium Using a Fixed Computational Grid

A. A. Krayukhin, Yu. V. Yanilkin, A. L. Stadnik, M. Yu. Eguzhova

The paper suggests the BODY-3D method to simulate the motion of a perfectly rigid body in an elastoplastic medium with regard to friction using an Eulerian computational grid, its implementation in the EGAK code is described and results of test simulations are presented. Two problems were used to test the method. An exact solution was obtained for the first one, the problem of a freely falling rotating rigid body impacting a barrier. The second was the problem of a moving rigid body penetrating into a soft ground at an angle.