

## АДАПТИВНАЯ ФАЗОВАЯ КОРРЕКЦИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ ПРИ НЕИДЕАЛЬНОМ ФАЗОВОМ СОПРЯЖЕНИИ

*Немецва Анна Викторовна (oefimova@otd13.vniief.ru), Богачев Владимир Александрович,  
Стариков Федор Алексеевич*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Проведено численное моделирование распространения лазерного пучка с недифракционной расходимостью через турбулентную атмосферу с использованием адаптивной оптической системы фазового сопряжения исходящего лазерного пучка с опорным пучком. Представлены результаты расчетов частичной фазовой коррекции как лазерного, так и опорного пучков. Проведены расчеты фокусировки лазерного излучения на приемник через турбулентную атмосферу в условиях частичной фазовой коррекции пучков. Найдено, что число Штреля лазерного излучения в конце трассы  $St = St_R \cdot St_L$ , где  $St_R$  – число Штреля, полученное при коррекции опорного пучка и  $St_L$  – число Штреля, полученное при коррекции исходящего лазерного пучка. Полученное соотношение выполняется при  $St > 0,03$ .

**Ключевые слова:** турбулентная атмосфера, адаптивная оптическая система, фазовое сопряжение.

## LASER BEAM ADAPTIVE PHASE CORRECTION IN TURBULENT ATMOSPHERE WITH IMPERFECT PHASE CONJUGATION

*Nemtseva Anna Viktorovna (oefimova@otd13.vniief.ru), Bogachev Vladimir Aleksandrovich,  
Starikov Fedor Alekseevich*

FSUE «RFNC-VNIIEF», Sarov Nizhny Novgorod region

The paper presents the results of numerical simulation of non-diffraction limited laser beam propagation through a turbulent atmosphere using an adaptive optics system of phase conjugation of an outgoing laser beam with a reference beam. The paper presents the results of partial phase correction of laser and reference beams. The numerical calculations of laser beam focusing to a receiver through the turbulent atmosphere under partial phase correction of beams have been carried out. It is found that the Strehl number for a laser beam at the end of the path  $St = St_R \cdot St_L$ , where  $St_R$  is the Strehl number obtained at reference beam correction and  $St_L$  is the Strehl number obtained at outgoing laser beam correction. The resultant relation is true for  $St > 0.03$ .

**Key words:** turbulent atmosphere, adaptive optics system, phase conjugation.

### Введение

На сегодняшний день вопросы, связанные с распространением лазерного излучения через турбулентную атмосферу, имеют большую актуальность в связи с активным применением лазерных систем в задачах оптической связи, локации удаленных объектов, в астрономических и других приложениях. Эффективность работы таких систем в условиях

земной атмосферы определяется как оптическим качеством выходного лазерного излучения, так и особенностями распространения лазерного пучка через турбулентную атмосферу. В большинстве случаев лазерный пучок на выходе лазерной системы имеет угловую расходимость, превышающую дифракционный предел, из-за наличия оптических неоднородностей в активной среде лазера и его оптическом тракте. Кроме того при распространении в турбулентной

атмосфере в лазерном пучке возникают дополнительные фазовые искажения, вызванные случайными флуктуациями показателя преломления среды. Это приводит к перераспределению энергии лазерного излучения в пространстве и к увеличению расходимости пучка, вследствие чего эффективность работы лазерных систем снижается.

Для повышения качества работы лазерных систем в условиях турбулентной атмосферы применяются адаптивные методы компенсации фазовых искажений оптического сигнала [1]. Адаптивная коррекция излучения может проводиться на основе принципа фазового сопряжения. В этом случае фазовые искажения в лазерном пучке компенсируются гибким адаптивным зеркалом. Для коррекции турбулентных искажений используется излучение опорного источника, которое содержит искажения, вызванные оптическими неоднородностями вдоль трассы распространения пучка. В качестве опорного источника может использоваться излучение, отраженное от приемника. Излучение опорного источника попадает на адаптивное зеркало, которое осуществляет коррекцию волнового фронта опорного пучка, а также вносит фазовые предискажения в исходящий лазерный пучок. В случае идеальной работы обеих адаптивных систем собственные фазовые искажения в лазерном пучке отсутствуют, а предискажения, вносимые в лазерный пучок вторым адаптивным зеркалом, полностью компенсируются при его прохождении через трассу распространения опорного пучка. В реальных условиях точность коррекции волнового фронта излучения адаптивными зеркалами ограничена. В связи с этим возникает вопрос: как неточность адаптивной коррекции опорного и исходящего лазерного пучков повлияет на эффективность фокусировки лазерного излучения через турбулентную атмосферу? В настоящей работе проводится расчетное исследование эффективности фокусировки лазерного пучка с недифракционной расходимостью в турбулентной атмосфере в условиях неидеального фазового сопряжения.

### Численное моделирование

Численное моделирование адаптивной фазовой коррекции лазерного пучка проводилось в рамках задачи о фокусировке лазерного излучения на приемник, находящийся на заданном расстоянии  $L$  от приемно-передающей апертуры адаптивной системы ( $z = 0$ ). Опорный источник света находился в плоскости приемника  $z = L$ . Длина волны опорного излучения  $\lambda \approx 1$  мкм. Опорное излучение проходило через турбулентную атмосферу до приемно-передающей апертуры.

Расчет распространения квазимонохроматического излучения в турбулентной атмосфере проводился в рамках модели интегрирования параболического уравнения для амплитуды поля излучения:

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} + \Delta_{\perp} E + k^2 \varepsilon E = 0, \quad (1)$$

где  $E(x, y, z)$  – комплексная амплитуда напряженности электрического поля лазерного излучения, распространяющегося по  $z$ ;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $\lambda$  – длина волны лазерного излучения;  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – оператор Лапласа по поперечным координатам  $(x, y)$ ;  $\varepsilon$  – функция, описывающая флуктуации диэлектрической проницаемости среды.

Уравнение (1) решалось с использованием численной схемы Ладагина [2], при этом непрерывная оптически неоднородная среда моделировалась дискретным набором фазовых экранов [3].

В промежутках между экранами излучение распространялось в вакууме, то есть решалось уравнение:

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} + \Delta_{\perp} E = 0. \quad (2)$$

На этом этапе решения учитывалась дифракция излучения. После интегрирования уравнения (2) на расстояние между экранами  $\Delta z$  учитывалось влияние слоя турбулентной атмосферы. Предполагалось, что изменения фазы, вызванные слоем турбулентной атмосферы  $\Delta z$ , малы. Тогда новое значение поля  $E_1(x, y)$  получалось умножением старого значения  $E_0(x, y)$  на дополнительный фазовый множитель  $\Phi_{\Delta z}(x, y)$  – фазовый экран:

$$E_1(x, y) = E_0(x, y) \cdot \exp(i \cdot \Phi_{\Delta z}(x, y)). \quad (3)$$

На следующем промежутке между экранами процедура повторялась. Полученное после прохождения трассы распределение поля излучения рассматривалось как единичная реализация статистического ансамбля. Среднее значение поля получалось усреднением результатов по ансамблю случайных реализаций фазовых экранов (статистических испытаний).

После прохождения турбулентной трассы опорное излучение перехватывалось приемно-передающей апертурой и направлялось в адаптивную систему. В качестве функций отклика адаптивного зеркала был выбран базис полиномов Цернике [4]. Волновой фронт опорного пучка  $W(\rho, \phi)$  раскладывался по базису первых  $n$  полиномов Цернике:

$$W(\rho, \phi) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot Z_i(\rho, \phi), \quad (4)$$

где  $i$  – номер полинома;  $C_i$  – коэффициент, определяющий вклад полинома  $Z_i(\rho, \phi)$  в разложение;  $(\rho, \phi)$  – полярные координаты.

Полученная при разложении фаза вычиталась из искомой фазы пучка. Остаточные фазовые искажения принимались за фазовую ошибку коррекции волнового фронта пучка адаптивным зеркалом. Коррекция собственных фазовых искажений лазерного

пучка моделировалась аналогичным образом, уровень коррекции лазерного пучка также был ограничен числом полиномов Цернике, используемых при разложении.

Для оценки качества коррекции пучков анализировалось распределение средней интенсивности пучков в плоскости фокусировки (в дальней зоне). В случае идеальной коррекции лазерный (или опорный) пучок имел плоский волновой фронт, при этом осевая интенсивность излучения в дальней зоне была максимальной.

После коррекции в волновой фронт лазерного пучка вносились фазовые предсказания, полученные при коррекции опорного пучка. Далее скорректированный лазерный пучок фокусировался на приемник через турбулентную атмосферу, проходя те же атмосферные неоднородности, что и опорный пучок. При этом предсказания в лазерном пучке частично или полностью компенсировались согласно принципу взаимности [5]. Общий уровень фазовой коррекции оценивался по распределениям средней интенсивности лазерного излучения в конце трассы.

### Фазовая коррекция лазерного пучка

В данном разделе представлены результаты расчетного моделирования частичной фазовой коррекции собственных искажений лазерного пучка. В работе рассматривались пучки с супергауссовым профилем интенсивности  $I = I_0 \exp\left(-2\left(r^2/a^2\right)^4\right)$  с различным уровнем угловой расходимости, длина волны лазерного излучения  $\lambda \approx 1$  мкм.

Фаза пучков разыгрывалась случайным образом:

$$\varphi(x, y) = \varphi_0 f(x, y), \quad (5)$$

причем  $\varphi_0$  – амплитуда фазы,  $f(x, y) = f(r)$  – случайная реализация фазы с корреляционной функцией гауссова вида:

$$\langle f(r_1), f^*(r_2) \rangle = \exp\left(-\frac{(r_1 - r_2)^2}{l_c^2} - \frac{1}{2a^2}\right), \quad (6)$$

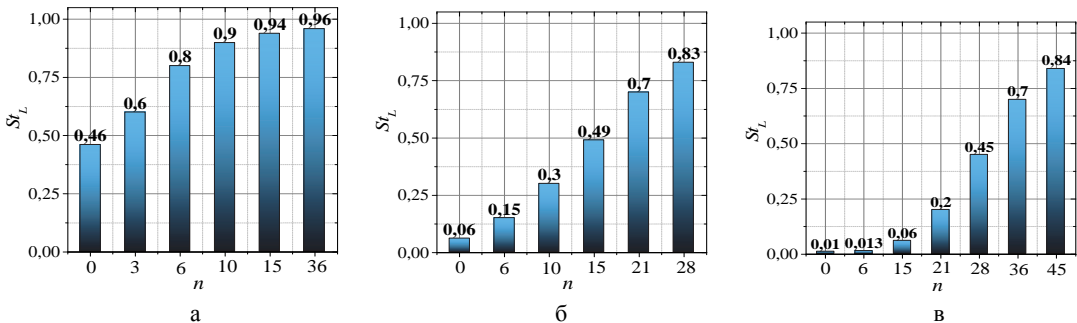


Рис. 1. Числа Штреля  $St_L$  при различном уровне коррекции лазерных пучков с начальным уровнем расходимости  $\theta_0$ : а –  $2 \cdot \theta_{\text{дифр}}$ , б –  $5 \cdot \theta_{\text{дифр}}$ , в –  $10 \cdot \theta_{\text{дифр}}$

где  $a$  – радиус пучка;  $l_c$  – радиус корреляции фазы.

Среднее число фазовых неоднородностей на поперечном сечении пучка характеризовалось параметром  $\xi = \sqrt{2} a/l_c$ . Таким образом, фаза пучков с различным уровнем угловой расходимости моделировалась за счет изменения значений параметров  $\varphi_0$  и  $\xi$ .

В работе рассматривались пучки с начальной расходимостью  $\theta_0$ , превышающей дифракционный предел ( $\theta_{\text{дифр}} = 1,5 \cdot 10^{-6}$  рад) в 2, 5 и 10 раз по уровню мощности в дальней зоне 84 %. При различном уровне фазовой коррекции таких пучков рассчитывались распределения средней интенсивности излучения в дальней зоне. Усреднение проводилось по 500–1000 случайным реализациям фазы.

Качество фазовой коррекции характеризовалось значением угловой расходимости пучков и числом Штреля  $St_L$ . Число Штреля представляет собой отношение интенсивности излучения на оптической оси в дальней зоне к ее значению в отсутствие неоднородностей фазы [6]. В случае идеальной фазовой коррекции лазерного пучка  $\varphi = \text{const}$  и  $St_L = 1$ . На рис. 1 представлены значения  $St_L$  при коррекции пучков с первыми  $n$  полиномами Цернике ( $Z_1 \div Z_n$ ).

Согласно критерию Маршала [6], качество фазовой коррекции пучка находится на высоком уровне при  $St_L > 0,8$ . Видно, что для пучка с начальной расходимостью  $\theta_0 = 2 \theta_{\text{дифр}}$   $St_L > 0,8$  при компенсации аберраций полиномами Цернике низших порядков  $Z_1 \div Z_6$ . В расчетах получено, что расходимость пучка при этом практически равна дифракционной.

При коррекции пучка с  $\theta_0 = 5 \cdot \theta_{\text{дифр}}$  первыми 10 полиномами Цернике значение числа Штреля увеличивается в 5 раз – с 0,06 до 0,3, при этом расходимость пучка уменьшается лишь на 20 %. Однако при коррекции пучка первыми 28 полиномами Цернике и выше  $St_L > 0,8$ . Качество фазовой коррекции пучка с  $\theta_0 = 10 \cdot \theta_{\text{дифр}}$  остается на низком уровне даже при компенсации аберраций первыми 21 полиномами Цернике:  $St_L = 0,2$ , при этом расходимость пучка превышает дифракционный предел более чем в 5 раз. Высокий уровень коррекции такого пучка достигается при компенсации аберраций полиномами Цернике  $Z_1 \div Z_{45}$  и выше.

## Фазовая коррекция опорного пучка

Рассмотрим результаты расчетов частичной фазовой коррекции опорного пучка. На рис. 2 показано мгновенное распределение интенсивности излучения опорного источника на приемной апертуре адаптивной системы при случайной реализации турбулентных фазовых экранов. В расчетах использовалась модель турбулентности, предложенная в [7]. Радиус когерентности атмосферы был на порядок величины меньше, чем размер апертуры пучка. Видно, что пучок на приемной апертуре имеет развитую спекл-структуру.

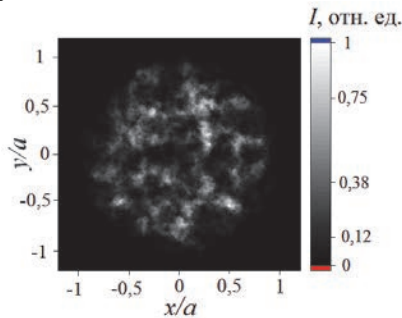
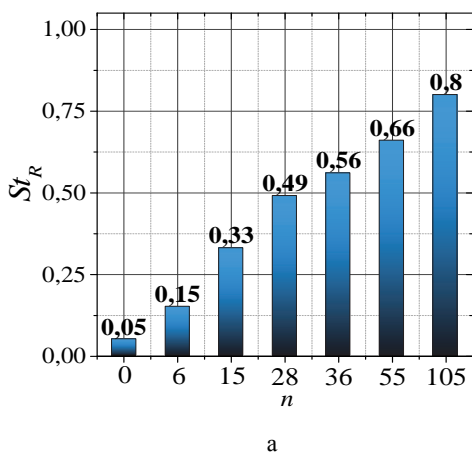


Рис. 2. Мгновенное распределение интенсивности опорного пучка на приемной апертуре

На рис. 3,а представлены числа Штреля  $St_R$  при различном уровне коррекции опорного пучка полиномами Цернике. За идеал ( $St_R = 1$ ) взят случай полной фазовой коррекции, когда все aberrации волнового фронта опорного пучка скомпенсированы. На рис. 3,б также показаны зависимости доли мощности опорного излучения от угла  $\theta$  в дальней зоне, причем  $\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$ , где  $(\theta_x, \theta_y)$  – угловые координаты в плоскости фокусировки пучка.



Согласно рис. 3, в отсутствие коррекции  $St_R = 0,05$ , при этом расходимость пучка по уровню 84 % мощности в 9 раз превышает дифракционный предел. При компенсации aberrаций опорного пучка полиномами Цернике низших порядков ( $Z_1 \div Z_6$ ) доля мощности излучения вблизи оптической оси заметно не увеличивается и  $St_R = 0,15$ . Существенный рост доли мощности вблизи оси наблюдается при коррекции фазовых искажений первыми 36 полиномами Цернике, при этом  $St_R > 0,5$ . Важно отметить, что с увеличением уровня коррекции, доля мощности в пучке увеличивается неравномерно, то есть сужение распределения интенсивности излучения в дальней зоне сопровождается образованием центрального яркого ядра и низкоинтенсивного длинного крыла. Такая тенденция сохраняется даже при высоком уровне коррекции пучка – первыми 105 полиномами Цернике, когда  $St_R = 0,8$ .

## Расчеты фокусировки лазерного пучка через турбулентную атмосферу

Рассмотрим результаты расчетов фокусировки лазерного излучения через турбулентную атмосферу на приемник. На рис. 4а–в представлены средние распределения интенсивности лазерного излучения при  $z = L$  в отсутствие коррекции, как собственных фазовых искажений лазерных пучков с начальным уровнем расходимости  $\theta_0$ , так и турбулентных искажений в опорном пучке. Для сравнения на рис. 4,г также представлен случай при полной фазовой коррекции как лазерного, так и опорного пучков, который принят за идеал ( $St = 1$ ). Как видно из рис. 4, при отсутствии фазовой коррекции лазерные пучки в конце трассы сильно уширяются, причем максимальная интенсивность излучения значительно снижается по сравнению со случаем идеальной коррекции.

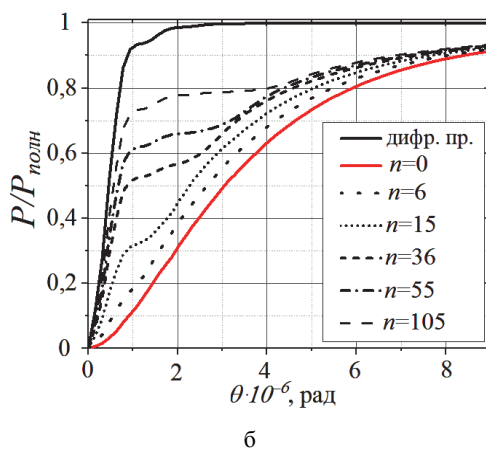


Рис. 3. Параметры опорного пучка в дальней зоне при коррекции фазовых искажений первыми  $n$  полиномами Цернике: а – числа Штреля, б – доля мощности

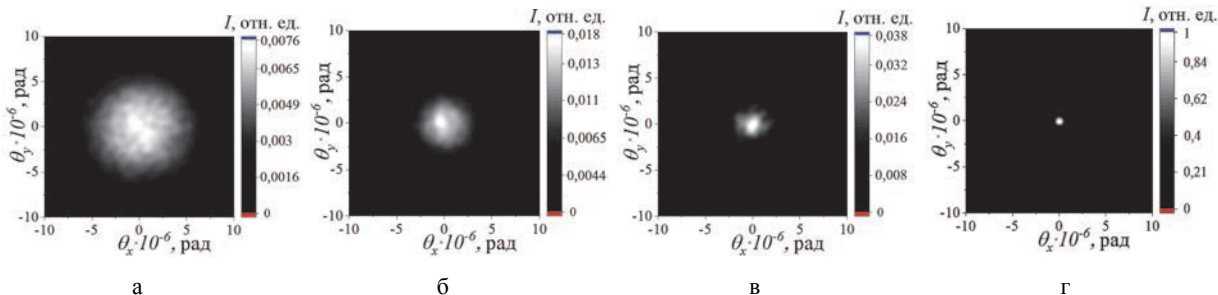


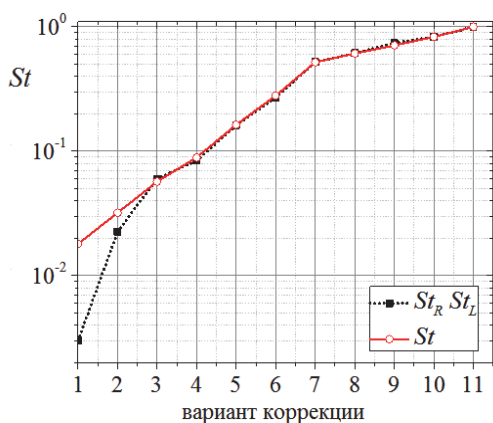
Рис. 4. Средняя интенсивность лазерного излучения в относительных единицах в конце трассы при отсутствии фазовой коррекции опорного и лазерных пучков с начальным уровнем расходимости  $\theta_0$ : а –  $10 \cdot \theta_{\text{дифр}}$ , б –  $5 \cdot \theta_{\text{дифр}}$ , в –  $2 \cdot \theta_{\text{дифр}}$ ; г – при идеальной коррекции

### Числа Штреля $St$ при различном уровне фазовой коррекции пучков

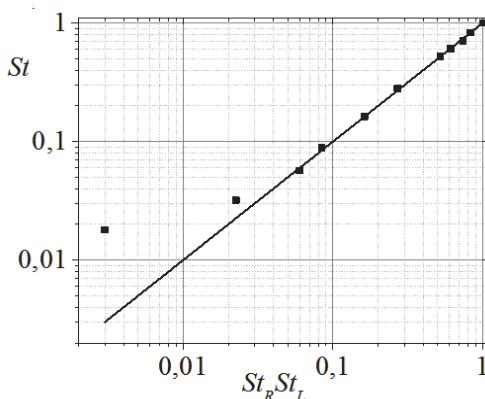
№ варианта	Уровень коррекции опорного пучка	$St_R$	Уровень коррекции лазерного пучка	$St_L$	$St_R \cdot St_L$	$St$
1	без коррекции	0,05	без коррекции	0,06	0,003	0,018
2	$Z_1 \div Z_6$	0,15	$Z_1 \div Z_6$	0,15	0,0225	0,032
3	идеальная коррекция	1	без коррекции	0,06	0,06	0,057
4	$Z_1 \div Z_{36}$	0,56	$Z_1 \div Z_6$	0,15	0,084	0,089
5	$Z_1 \div Z_{15}$	0,33	$Z_1 \div Z_{15}$	0,49	0,162	0,163
6	$Z_1 \div Z_{36}$	0,56	$Z_1 \div Z_{15}$	0,49	0,27	0,28
7	$Z_1 \div Z_{36}$	0,56	$Z_1 \div Z_{36}$	0,93	0,521	0,51
8	$Z_1 \div Z_{55}$	0,66	$Z_1 \div Z_{36}$	0,93	0,613	0,61
9	$Z_1 \div Z_{105}$	0,8	$Z_1 \div Z_{36}$	0,93	0,74	0,71
10	идеальная коррекция	1	$Z_1 \div Z_{28}$	0,83	0,83	0,83
11	идеальная коррекция	1	идеальная коррекция	1	1	1

Рассмотрим условия, при которых эффективность фокусировки лазерного излучения в турбулентной атмосфере можно повысить при одновременной коррекции фазовых искажений как лазерного, так и опорного пучков. В таблице представлены числа Штреля  $St$  в конце трассы при различных вариантах коррекции, как собственных искажений лазерного пучка с начальным уровнем расходимости  $\theta_0 = 5 \cdot \theta_{\text{дифр}}$ , так и турбулентных искажений в опорном пучке. В таблице также представлены значения чисел Штреля  $St_R$  и  $St_L$ , полученные при коррекции опорного и лазерного пучков первыми  $n$  полиномами Цернике.

Из таблицы следует, что в отсутствие коррекции собственных искажений лазерного пучка с расходимостью  $5\theta_{\text{дифр}}$  качество пучка в конце трассы находится на низком уровне даже в случае идеальной коррекции опорного пучка: число Штреля в конце трассы  $St = 0,057$ . Видно также, что при коррекции как опорного, так и лазерного пучков первыми 36 полиномами Цернике,  $St$  возрастает до 0,51. Из таблицы также видно, что  $St > 0,8$  при идеальной коррекции опорного пучка и коррекции лазерного пучка первыми 28 полиномами Цернике и выше.



а



б

Рис. 5. Числа  $St$  в конце трассы и произведения  $St_R \cdot St_L$  при различных вариантах фазовой коррекции опорного пучка и исходящего пучка с  $\theta_0 = 5 \cdot \theta_{\text{дифр}}$

По данным таблицы также можно заметить, что начиная с определенного уровня коррекции  $St = St_R \cdot St_L$ . Так при коррекции опорного пучка первыми 36 полиномами ( $St_R = 0,56$ ) и лазерного пучка первыми 15 полиномами ( $St_L = 0,5$ ) число Штреля равно  $St = 0,28$ . На рис. 5,а представлены значения числа  $St$  в конце трассы и произведения  $St_R \cdot St_L$  в соответствии с данными, приведенными в таблице (номер варианта коррекции соответствует номеру строки в таблице). На рис. 5,б те же результаты представлены в логарифмическом масштабе. Как видно из рис. 5,  $St = St_R \cdot St_L$ , причем различие между  $St$  и произведением  $St_R \cdot St_L$  увеличивается в области низких значений, т. е. когда  $St \sim 0,01$ .

Аналогичные результаты были получены для лазерных пучков с начальным уровнем расходимости  $2 \cdot \theta_{\text{дифр}}$  и  $10 \cdot \theta_{\text{дифр}}$  в условиях частичной фазовой коррекции. Числа Штреля  $St$  в конце трассы и соответствующие им произведения  $St_R \cdot St_L$  при различном уровне коррекции всех трех пучков приведены на рис. 6. Значения чисел Штреля  $St$  и произведения  $St_R \cdot St_L$  представлены в логарифмическом масштабе.

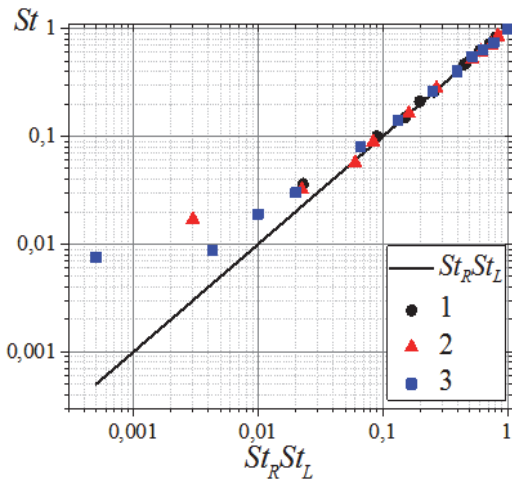


Рис. 6. Числа  $St$  в конце трассы (маркеры) и произведения  $St_R \cdot St_L$  (прямая) для лазерных пучков с начальным уровнем расходимости  $\theta_0$ : 1 –  $2 \cdot \theta_{\text{дифр}}$ , 2 –  $5 \cdot \theta_{\text{дифр}}$ , 3 –  $10 \cdot \theta_{\text{дифр}}$

Как следует из рис. 6,  $St = St_R \cdot St_L$ , причем, полученное соотношение выполняется при  $St > 0,03$ . Таким образом, качество излучения в конце трассы ( $St$ ) определяется уровнем коррекции как лазерного ( $St_L$ ), так и опорного ( $St_R$ ) пучков адаптивными зеркалами. При этом полученное соотношение выполняется для практически значимых чисел Штреля  $St > 0,03$ .

Проведено численное моделирование распространения лазерного пучка с недифракционной расходимостью через турбулентную атмосферу с использованием адаптивной оптической системы фазового сопряжения исходящего лазерного пучка с опорным пучком. Фазовая коррекция как лазерного, так и опорного пучков была неидеальной. Качество коррекции пучков характеризовалось числом Штреля. Целью работы была численная оценка того, как неточность коррекции собственных фазовых искажений исходящего лазерного пучка и коррекции турбулентных искажений в опорном пучке повлияет на эффективность фокусировки лазерного пучка через турбулентную атмосферу.

В работе было получено, что число Штреля  $St$  лазерного излучения в конце турбулентной трассы равно произведению числа Штреля  $St_R$ , полученного при коррекции опорного пучка, и числа Штреля  $St_L$ , полученного при коррекции исходящего лазерного пучка, то есть  $St = St_R \cdot St_L$ . Найденное соотношение выполняется при  $St > 0,03$ .

### Список литературы

1. Лукин В. П. Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики // УФН. 2014. Т. 184, № 6. С. 599–640.
2. Ладагин В. К. О численном интегрировании квазиоптического уравнения. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программа численного решения задач математической физики. 1985. Т. 19, № 1. С. 19–25.
3. Кандидов В. П. Метод Монте-Карло в нелинейной статистической оптике // УФН. 1996. Т. 166, № 12. С. 1309–1338.
4. Noll R. L. Zernike polynomials and atmospheric turbulence // J. Opt. Soc. Am. 1976. Vol. 66, N 3. P. 207–211.
5. Лукин В. П., Черноцкий М. И. Принцип взаимности и адаптивное управление параметрами оптического излучения // Квантовая электроника. 1982. Т. 9, № 5. С. 952–958.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1972. С. 720.
7. Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976.