

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЕРИФИКАЦИИ ПАКЕТА ПРОГРАММ ЛОГОС ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВОЗДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗОК НА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

*Серякова Ирина Валерьевна (ivseryakova@vniief.ru), Дьянов Денис Юрьевич,
Медведкина Марина Валентиновна, Абакумов Анатолий Ильич,
Сафронов Игорь Иванович, Смирнов Андрей Сергеевич*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Цель данной работы – представить результаты верификации пакета программ ЛОГОС применительно к моделированию импульсных воздействий на железобетонные конструкции.

В докладе представлены возможности, имеющиеся на текущий момент в программном модуле ЛОГОС-ПРОЧНОСТЬ, необходимые для моделирования воздействия импульсных нагрузок на бетонные и железобетонные конструкции: модели бетона и технологии моделирования арматуры в железобетоне.

Приведены результаты расчетов напряженно-деформированного состояния бетонных и железобетонных конструкций из сформированного верификационного базиса.

Ключевые слова: пакет программ ЛОГОС, верификация, напряженно-деформированное состояние, железобетон.

LOGOS SOFTWARE PACKAGE VERIFICATION RESULTS FOR PROBLEMS OF IMPULSIVE LOADS IMPACT ON REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

*Seryakova Irina Valeryevna (ivseryakova@vniief.ru), Dyanov Denis Yuryevich,
Medvedkina Marina Valentinovna, Abakumov Anatolij Ilyich,
Safronov Igor Ivanovich, Smirnov Andrej Sergeevich*

FSUE «RFNC-VNIIEF», Sarov Nizhny Novgorod region

The work objective is to provide results of the LOGOS software package verification for the simulation of reinforced concrete structures under impact of impulsive loads.

The paper describes the current functionality of the LOGOS module for the simulation of impulsive loads impact on concrete and reinforced concrete structures: concrete models and modeling technology of rebar in reinforced concrete.

Calculated results for the stress-strain state of concrete and reinforced concrete structures from the verification basis are given.

Key words: the LOGOS software package, verification, stress-strain state, reinforced concrete.

Введение

В ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» разрабатывается многофункциональный пакет программ инженерного анализа и суперкомпьютерного моделирования ЛОГОС для высокотехнологичных отраслей промышленности. Одной из составных частей пакета программ (ПП) ЛОГОС является программный модуль для моделирования различных задач анализа

напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций при динамических, статических, вибрационных нагрузках (ЛОГОС-ПРОЧНОСТЬ) [1, 2].

Атомная энергетика – одна из областей человеческой деятельности, в которой выработка конструкторских и технологических решений, а также прогноз их последствий (обоснование безопасности) весьма значимы. Поэтому огромное значение в этом

вопросе уделяется средствам математического моделирования.

ПП ЛОГОС может применяться для обоснования прочности и поведения элементов конструкции реакторных установок в процессе их эксплуатации и в условиях аварийных режимов работы, а также для обоснования прочности транспортных упаковочных комплектов (ТУК) в условиях транспортировки и аварий. На текущий момент ПП ЛОГОС прошел внутреннюю верификацию для моделирования импульсных воздействий на строительные железобетонные конструкции и находится на этапе экспертизы данных возможностей в ФБУ «НТЦ-ЯРБ».

Для полномасштабного моделирования воздействия импульсных нагрузок на бетонные и железобетонные конструкции необходимо наличие множества функциональных возможностей, в частности, методов моделирования железобетона и моделей материалов для имитации поведения бетона.

В программном модуле ЛОГОС-ПРОЧНОСТЬ имеются следующие технологии моделирования железобетона:

- дискретный метод: узлы сетки для арматуры совпадают с узлами объемной конечно-элементной сетки для бетона, т. е. части конструкции имеют общие узлы;

- метод встроенной арматуры: узлы сетки для арматуры не совпадают с узлами объемной конечно-элементной сетки для бетона, но связаны кинематическими ограничениями;

- распределенный метод: предполагается, что арматура равномерно распределена по элементам сетки для бетона, т. е. нет явного моделирования арматуры.

Преимущество метода встроенной арматуры – применение ограничений между двумя разными наборами узлов. Таким образом, не появляется проблем с сеткой как в дискретном методе, где присутствуют общие узлы, а также не нужно создавать неоднородные модели материала (композиты) как в распределенном методе.

Для моделирования поведения бетона в программном модуле ЛОГОС-ПРОЧНОСТЬ существует несколько моделей материалов:

- модель Джонсона-Холмквиста [3];
- модель Riedel-Hiermaier-Thoma (модель RHT) [4];

- «псевдотензор» [5];
- пластическая модель бетона с поврежденностью [6];

- модифицированная пластическая модель бетона с поврежденностью [5].

Преимущество модифицированной пластической модели бетона – возможность автогенерации параметров материала для различных марок бетона. Также она позволяет задавать армирование бетона как неявно – через равномерное распределение арматуры (распределенный метод), так и с использованием явного армирования (дискретный метод и метод встроенной арматуры). Данная модель может приме-

няться для расчета бетонных и железобетонных конструкций при квазистатических и импульсных нагрузках как с учетом предварительного НДС от натяжения арматуры и армоканатов, так и без него.

Для подтверждения работоспособности введенных функциональных возможностей и обоснования использования пакета программ ЛОГОС для решения задач импульсных нагрузок на железобетонные конструкции был сформирован верификационный базис из 11 задач, который включает в себя как тестовые примеры, так и задачи, имеющие эталонные или экспериментальные данные. Перечень задач, которые имеют экспериментальные данные:

- растяжение бетонной плиты [7];
- сжатие цилиндрического образца бетона [7];
- взрывное нагружение железобетонной плиты ERDC [8];

- ударное нагружение железобетонной плиты SUGANO [9, 10];

- четырехточечный изгиб железобетонной балки Леонарда [11];

- четырехточечный изгиб преднапряженной бетонной балки с натяжением арматуры на упоры [12];

- испытание падающим грузом преднапряженной бетонной балки с натяжением армоканата на бетон [13];

- преднапряженная защитная оболочка под внутренним давлением [14, 15].

Далее подробно рассмотрена часть задач из приведенного списка.

Примеры задач из верификационного базиса

Сжатие цилиндрического образца бетона

Рассматривается задача сжатия цилиндрического образца бетона. Схема нагружения и закрепления приведены на рис. 1. Описание экспериментов по сжатию цилиндрических бетонных образцов и соответствующих расчетных моделей приведено в работе [7].

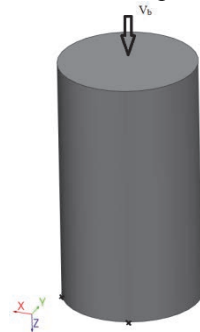


Рис. 1. Схема нагружения и закрепления цилиндрического образца бетона


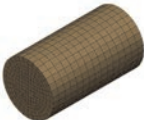

Размеры образца: диаметр 76 мм, высота 137 мм. Плотность $\rho = 0,0024$ г/мм³. Прочность бетона на сжатие $f_c = 30,7$ МПа. Нижний торец образца жестко закреплен: $U_i = 0$, $i = x, y, z$. Верхний торец – перемещается, сжимая образец до разрушения, с за-

данной скоростью, линейно зависящей от времени: $V_b = 2 \cdot 10^{-4} t$ мм/мс. Для материала взята модифицированная пластическая модель бетона с поврежденностью. Время окончания расчета 100 мс.

Используются три варианта пространственной дискретизации цилиндра, обозначенных далее через h , $0,5h$ и $0,25h$ в соответствии с уменьшением характерного размера сеточных элементов. Тип элемента – объемный 8-узловой конечный элемент (гексаэдр). Вид конечно-элементных сеток и количество элементов представлено в табл. 1.

Таблица 1

Параметры пространственной дискретизации цилиндра

Название сетки	h	$0,5h$	$0,25h$
Вид			
Количество элементов	384	2880	23040

В результате расчета получена зависимость среднего осевого напряжения (отношение предельной силы сжатия к площади основания цилиндра) в образце от его средней осевой деформации (отношение перемещения торца к исходной высоте цилиндра), которая сопоставляется с экспериментальной зависимостью на рис. 2.

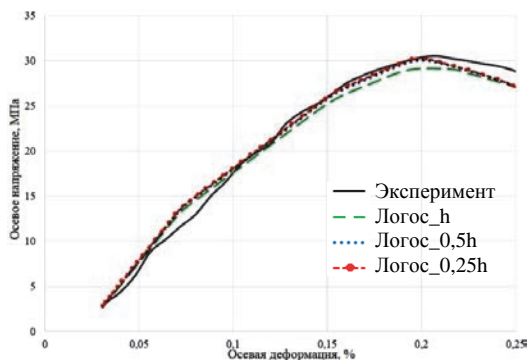


Рис. 2. Зависимость среднего напряжения осевой реакции от средней осевой деформации при сжатии цилиндрического образца бетона

Сопоставление экспериментальных и расчетных данных приведено в табл. 2. Наблюдается сходимость численного решения по предельному напряжению при уменьшении характерного размера элементов сеточного разбиения.

Результаты расчета сжатия цилиндрического образца бетона

Сравниваемая характеристика	Полученный результат		Отличие, %
	Эксперимент	Расчет	
Предельное среднее осевое напряжение, МПа	30,53	29,17 (h) 30,04 ($0,5h$) 30,20 ($0,25h$)	4,5 (h) 1,6 ($0,5h$) 1,1 ($0,25h$)
Максимальная средняя осевая деформация, %	0,208	0,2025	2,6

Ударное нагружение железобетонной плиты SUGANO

Рассматривается полномасштабный опыт из работ [9, 10]. Испытываемая железобетонная плита устанавливалась вертикально на ролики и закреплялась в углах к опорной конструкции. Двигатель самолета разогнался до 215 м/с, с помощью специальной установки, и в свободном полете наносил удар по центру плиты, как показано на рис. 3.

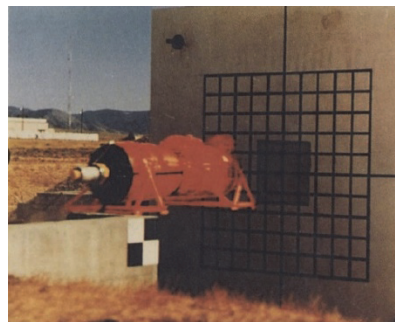


Рис. 3. Фотография двигателя самолета на пути к испытываемой плите [9]

Испытываемая плита армирована двумя слоями взаимно-перпендикулярных стальных стержней. Число стержней продольного армирования (в плане) $(35+35) \cdot 2 = 140$ шт., диаметр $\varnothing 32,3$ мм, длина – 6800 мм. Число стержней поперечного армирования (по периметру плиты) $35 \cdot 4 = 140$ шт., диаметр $\varnothing 35,8$ мм. Расстояние между центрами соседних стержней арматуры 200 мм. Отступ от краев плиты – 100 мм. Прочность бетона на сжатие $f_c = 23,5$ МПа.

Для упрощения расчетного анализа реакции плиты на удар в работе [9] вместо ударного воздействия двигателем самолета используется эквивалентная сила, показанная на рис. 4. Методика оценки такой силы основана на экспериментальных данных по замедлению двигателя во время удара и на распределении масс компонентов и узлов вдоль оси двигателя.

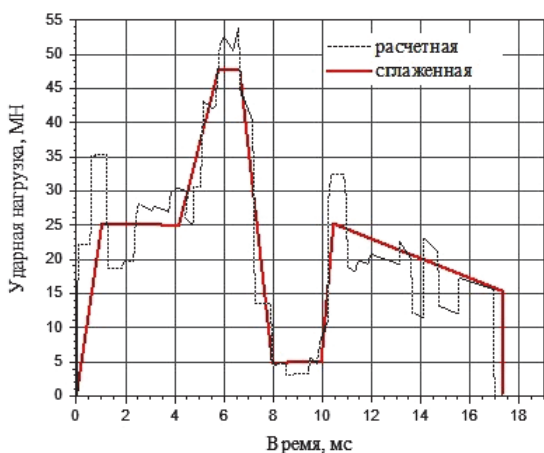


Рис. 4. Ударная нагрузка, эквивалентная удару двигателем в опыте

Конечно-элементная модель плиты представлена на рис. 5–6. Типы элементов – объемный 8-узловой конечный элемент (гексаэдр) с размером ячейки сетки 125–150 мм и балочные элементы (арматура). Всего – 38712 элементов, из них 6120 балочных. Для связи арматуры с бетоном использовался метод встроенной арматуры.

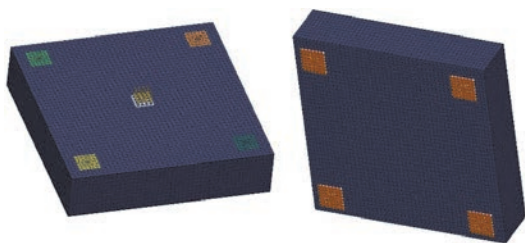


Рис. 5. Конечно-элементная модель плиты с нагрузкой и граничными условиями

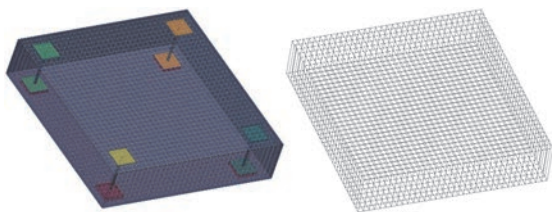


Рис. 6. Модель стального армирования плиты: общий вид и отдельно арматура

Опоры по своим нижним плоскостям закреплены со стороны, обратной воздействию удара. Между стержнями и плитой задано контактное взаимодействие с учетом кулоновского трения с коэффициентом 0,1. Ударное воздействие задано давлением, показанным на рис. 4, которое приложено в центр плиты. Пятно приложения давления 600×600 мм. Отличия в результатах расчетов по кривым «расчетная/сглаженная» практически не наблюдается.

Прочность бетона на сжатие $f_c = 23,5$ МПа, плотность $\rho = 0,0024$ г/мм³. Параметры стальной ар-

матуры: плотность $\rho = 0,0078$ г/мм³, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Для описания поведения бетона использована модифицированная пластическая модель бетона с поврежденностью и значениями параметров модели по умолчанию для заданной прочности бетона на сжатие с учетом зависимости характеристик от скорости деформирования. Для описания поведения стальных частей конструкции – арматуры, угловых стержней и опор использовалась модель с билинейной диаграммой деформирования.

По результатам опыта глубина кратера со стороны удара составила 70 мм, с обратной стороны – радиальные трещины. Расчетные поля поврежденности плиты, показанные на рис. 7, качественно согласуются с «портретом» трещин, наблюдаемым в эксперименте.

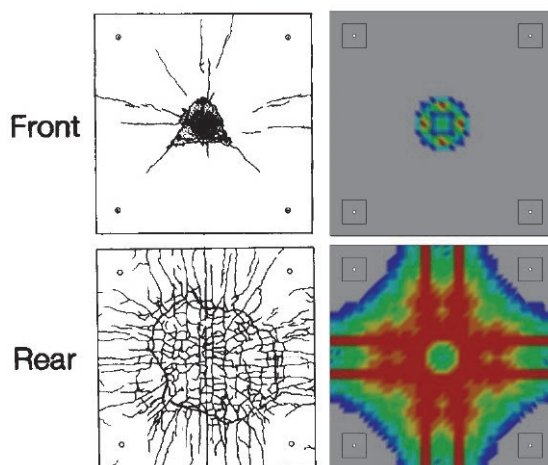


Рис. 7. Сопоставление экспериментальных данных и результатов расчета

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных общей силы реакции системы в зависимости от времени показано на рис. 8. Пунктирной линией на всех графиках показаны результаты расчета из работы [10].

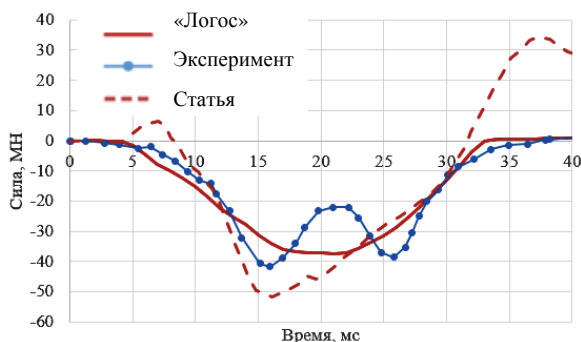


Рис. 8. Общая сила реакции опор плиты на удар

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных изменения во времени максимального прогиба плиты показано на рис. 9.

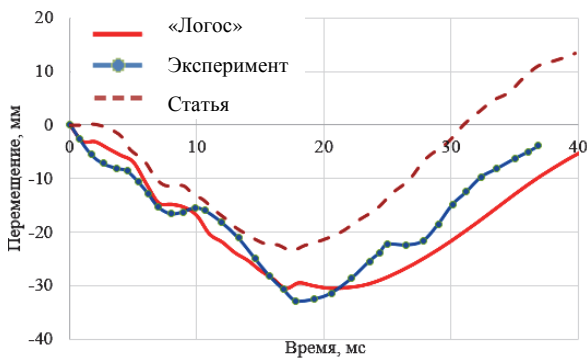


Рис. 9. Зависимость прогиба плиты в центре от времени

По данным расчетов арматура плиты при ударе испытывает лишь упругие деформации. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных изменения во времени осевой деформации арматуры в центре плиты показано на рис. 10.

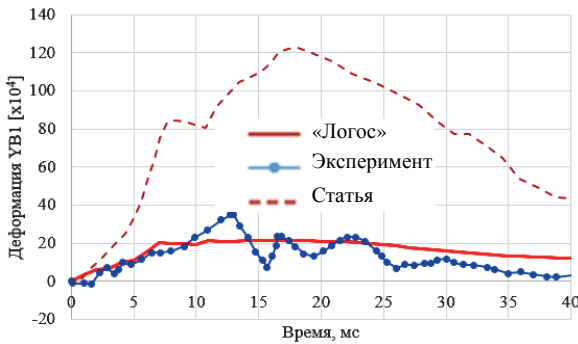


Рис. 10. Деформация арматуры со стороны, обратной удару, в центре плиты

На графиках видно, что результаты, полученные по ПП ЛОГОС, согласуются с экспериментальными данными лучше расчетов из работы [10]. Сравнение экспериментальных и расчетных данных приведено в табл. 3.

Таблица 3

Сравнение экспериментальных и численных значений величин

Величина	Эксперимент	Расчет	Отличие, %
Максимальная сила реакции (время), МН	41,7 (15,9)	37,6 (21,0)	9,8
Максимальный прогиб (время), мм	32,8 (17,8)	30,4 (17,0)	7,3

Преднапряженная защитная оболочка под внутренним давлением

Рассматривается задача нагружения внутренним давлением (аварийная ситуация) физической модели преднапряженной защитной оболочки (ЗО) реакторного здания АЭС. Эксперименты с данной моделью проводились в США на территории Сандийской Национальной лаборатории (СНЛ). Модель, представленная на рис. 11, построена в масштабе 1:4 по

отношению к прототипу – реакторного здания АЭС в Охи (Япония).



Рис. 11. Модель ЗО реакторного здания АЭС

По итогам экспериментов представлено множество результатов расчетного анализа испытаний этой модели [14, 15]. В данной работе рассмотрена модель поведения пучка армоканатов, представленная на рис. 12: два горизонтальных кольцевых пучка армоканатов в кольцевой области сооружения – цилиндрической части ЗО. При этом взаимодействие расчетной области с окружением определено граничными условиями.

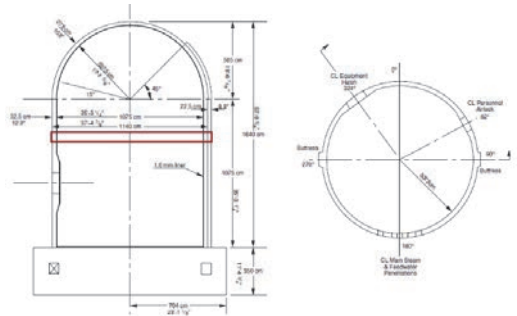


Рис. 12. Схема модели с выделенной областью расчетного моделирования

Расчетная модель ЗО представляет собой железобетонное кольцо высотой 225 мм. Предварительное напряжение железобетона обеспечивается с помощью двух горизонтальных кольцевых пучков армоканатов (АП). Усилие натяжения каждого АП составляет 44 кН. На момент натяжения и анкеровки АП внутреннее давление на кольцо отсутствует. Внутреннее давление на кольцо задается формулой $P(t) = k(t)P_d$, где $P_d = 0,39$ МПа – внутреннее давление проектной аварийной ситуации, $k(t)$ – коэффициент, монотонно возрастающий по времени от 0 до 4. Прочность бетона на сжатие $f_c = 45,0$ МПа.

Для решения задачи разработана трехмерная расчетная схема задачи, представленная на рис. 13. Она включает в себя бетонное полукольцо 1, две половины бетонных «башмаков» 2 и 3, два горизонтальных кольцевых пучка армоканатов 4 и 5, расположенных в каналообразователях, и элементы армирования ЗО 6.

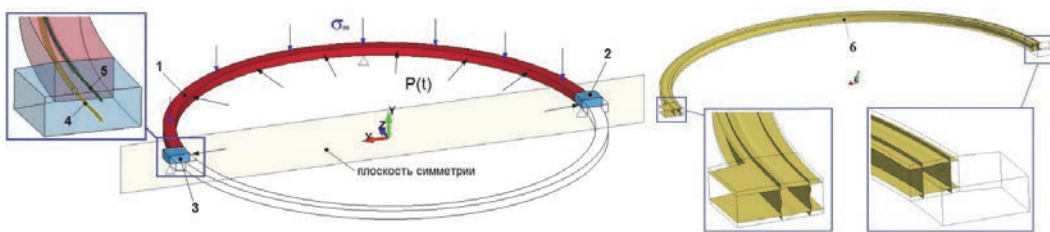


Рис. 13. Расчетная модель кольца ЗО: 1 – бетонное полукольцо; 2, 3 – половины бетонного «башмака»; 4, 5 – пучки армоканатов; 6 – элементы армирования ЗО

Граничные условия, показанные на рис. 13, задают взаимодействие с окружением:

- симметрия относительно плоскости XY : $U_z = 0$;
- на нижней поверхности: нулевые перемещения по вертикали: $U_y = 0$;
- на верхней поверхности: заданное меридиональное давление $\sigma_m(t) = 7,02-8,27P(t)$ МПа и совместное перемещение по вертикали;
- аварийная нагрузка на внутренней поверхности кольца $P(t)$, представлена на рис. 14.

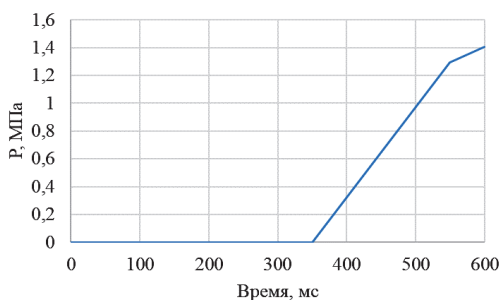


Рис. 14. График аварийной нагрузки на внутренней поверхности кольца

Конечно-элементная модель включает 17152 конечных элементов. Из них 236 элементов приходится на АП. Размер ребра конечного элемента составляет 140 мм по длине кольца (азимуту), и 30 мм – в поперечном сечении. При построении модели бетонного полукольца и бетонных «башмаков» используются объемные 8 узловые конечные элементы (гексаэдр). АП моделируется одним стержнем с площадью поперечного сечения 339 мм². Поведение АП описывается балочными элементами.

Арматура ЗО (горизонтальные стержни, вертикальные АП, вертикальная арматура, соединительная арматура, лайнер ЗО и т. д.) представлена в виде горизонтальных и вертикальных пластин, при построении которых используются оболочечные элементы. Толщина армирующих пластин 0,6 мм. Узлы оболочечных элементов арматуры совпадают с узлами объемных элементов бетона ЗО.

Между поверхностью каналобразователя и АП задано контактное взаимодействие типа «контактные пары» с коэффициентом трения Кулона 0,18. Концевые узлы каждого из АП в расчетной модели совпадают с ближайшим узлом элемента сплошной среды «башмака» на плоскости симметрии. Один из примыкающих к этому узлу стержневой элемент исполь-

зуется для растяжения всего АП путем задания в этом элементе температурной деформации сжатия. АП (4) и (5) натягиваются с противоположных сторон. В результате натяжения АП происходит обжатие железобетонного кольца.

Для описания деформирования бетона полукольца и бетона «башмаков» используется модифицированная пластическая модель бетона с поврежденностью с автоматической генерацией параметров модели по заданной прочности бетона. Плотность $\rho = 0,0024$ г/мм³.

Поведение стальных АП и элементов армирования ЗО описывается упруго-пластической моделью с билинейной диаграммой деформирования: плотность $\rho = 0,00785$ г/мм³, модуль Юнга $E = 1,9 \cdot 10^5$ МПа.

Решение задачи осуществляется в три этапа. На первом этапе в течение 250 мс рассчитывается предварительное напряжение в системе, вызванное натяжением АП с линейно-возрастающей силой от 0 до $44 \cdot 10^3$ Н. На следующем этапе в течение 100 мс имитируется процесс анкеровки АП. На первых 2-х этапах внутреннее давление ЗО нулевое.

Результаты расчета преднапряжения кольца ЗО представлены на рис. 15.

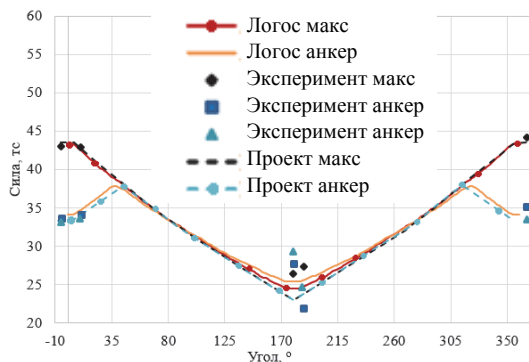


Рис. 15. Распределение по углу осевой силы в АП при преднапряжении бетона

На третьем этапе расчетного процесса моделировалась аварийная ситуация: задавалось давление на внутреннюю поверхность кольца ЗО. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по угловому распределению осевой силы в пучке АП с ростом внутреннего давления приведено на рис. 16. Экспериментальные точки условно соединены пунктирной линией. Горизонтальная сплошная линия на рисунке соответствует началу пластического течения АП.

Результаты решения задачи

Сравниваемая характеристика	Полученный результат		Отличие, %
	Расчет	Эксперимент	
Сила натяжения АП после анкеровки, тс	34,12 (угол 0°)	33,84 (угол 0°)	0,8
	25,41(угол 180°)	24,77(угол 180°)	2,6
	34,12(угол 360°)	35,17(угол 360°)	3,0
Сила натяжения АП при внутреннем давлении 0,4 МПа	35,39 (угол 0°)	34,43 (угол 0°)	2,8
	26,55 (угол 180°)	27,31 (угол 180°)	2,8
	35,39 (угол 360°)	35,49 (угол 360°)	0,3
Сила натяжения АП при внутреннем давлении 0,8 МПа	39,10 (угол 0°)	38,69 (угол 0°)	1,0
	30,27 (угол 180°)	32,25 (угол 180°)	6,2
	39,10 (угол 360°)	40,40 (угол 360°)	3,2
Сила натяжения АП при внутреннем давлении 1,0 МПа	44,63 (угол 0°)	41,86 (угол 0°)	6,6
	35,73 (угол 180°)	37,69 (угол 180°)	5,2
	44,63 (угол 360°)	43,89 (угол 360°)	1,7
Внутреннее давление, соответствующее ненапряженному состоянию ЗО, МПа	0,57	0,55	3,6
Предельное внутреннее давление, МПа	1,375	1,42	3,2

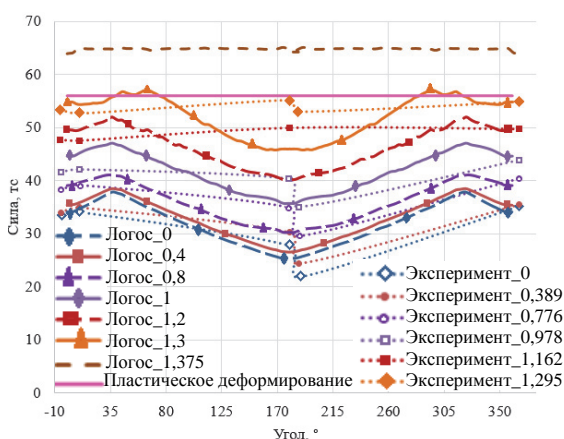


Рис. 16. Распределение по углу осевой силы в АП с ростом внутреннего давления

На рис. 17 сопоставляются расчетные и измеренные радиальные перемещения кольца в зависимости от внутреннего давления. Расчетная оценка по радиальному перемещению, когда оно равно нулю, дает 0,57 МПа. В эксперименте – 0,5–0,6 МПа. Прократная величина $P_d = 0,39$ МПа.

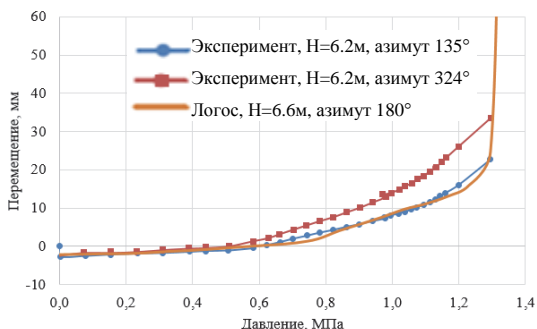


Рис. 17. Радиальное перемещение кольца ЗО с ростом внутреннего давления

Сравнение экспериментальных и расчетных данных приведено в табл. 4.

Заключение

В работе кратко представлено описание возможностей пакета программ ЛОГОС для проведения полномасштабного моделирования воздействия импульсных нагрузок на бетонные и железобетонные конструкции.

Приведен сформированный верификационный базис для моделирования импульсных воздействий на различные бетонные и железобетонные конструкции. Представленный верификационный базис является основой для проведения экспертизы в ФБУ «НТЦ-ЯРБ» в целях обоснования использования ПП ЛОГОС в данном направлении.

Список литературы

1. Цибереv К. В., Авдеев П. А., Артамонов М. В., Борляев В. В., Величко С. В., Волков А. Ю., Володина Н. А., Дьянов Д. Ю., Корсакова Е. И., Косарим С. С., Кулыгина О. Н., Мышкина И. Ю., Наумов А. О., Присташ М. М., Резвова Т. В., Резяпов А. А., Родионов А. В., Симонов Г. П., Спиридонов В. Ф., Стародубов С. В., Тарадай И. Ю., Филимонкин Е. А., Челаков А. А., Шувалова Е. В., и др. Обзор текущих возможностей для решения задач прочности // XIV международный семинар «Супервычисления и математическое моделирование»: Сборник научных трудов. 2013. С. 599–609.
2. Дьянов Д. Ю., Спиридонов В. Ф., Цибереv К. В., Наумова Е. И., Борляев В. В., Стародубов С. В., Шувалова Е. В., Медведкина М. В., Артемова Е. О., Челаков А. А., Казанцев А. В., Рябов А. А., Романов В. И., Куканов С. С. Пакет программ ЛОГОС. Модуль решения динамических задач прочности // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. 2018. Вып. 1. С. 3–13.

3. Holmquist T. J., Johnson G. R., Cook W. H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures I Proc. 14th Int. Symp. Ballistics. Quebec City. Canada. 1993. P. 591–600.
4. Ding Y., Tang W., Zhang R., Ran X. Determination and Validation of Parameters for Riedel-Hiermaier-Thoma concrete model // Defence Science Journal. Vol. 63. 2013. P. 524–530.
5. Hallquist J. O. LS-DYNA Theory Manual. Livermore Software Technology Corporation. 2015. <http://www.lstc.com/download/manuals>.
6. Malvar L. J., Crawford J. E., Wesevich J. W., Simons D. A. Plasticity Concrete Material Model for Dyna3D. // Int. J. Impact Engineering Vol. 19. Nos. 9–10. 1997. P. 847–873.
7. Winkelbauer B. J. Phase I Evaluation of Selected Concrete Material Models in LS-DYNA, University of Nebraska – Lincoln, Civil Engineering Theses, Dissertations and Student Research, 2015.
8. Olmati P., Trasborg P., Naito C., Sgambi L., Bontempi F. Modeling the Response of Concrete Slabs under Blast Loading. // Journal of the American Concrete Institute. 2016.
9. Sugano T., Tsubota H., Kasai Y., Koshika N., Ohnuma H., von Rieseemann W. A., Bickel D. C., Parks M. B. Local damage to reinforced concrete structures caused by impact of aircraft engine missiles. Part 1. Test program, method and results. Nuclear Engineering and Design. 1993. P. 387–405.
10. Sugano T., Tsubota H., Kasai Y., Koshika N., Itoh C., Shirai K., von Rieseemann W. A., Bickel D. C., Parks M. B. Local damage to reinforced concrete structures caused by impact of aircraft engine missiles. Part 2. Evaluation of test results. Nuclear Engineering and Design. 1993. P. 407–423.
11. Kabele P., Červenka V., Červenka J. ATENA Program Documentation Part 3–1. Example Manual ATENA Engineering. Červenka Consulting s.r.o. Prague. Czech Republic. 2010.
12. Gunnarsson A. Bearing capacity, relaxation and finite element simulation for prestressed concrete beams reinforced with BFRP tendons. // School of science and engineering. Reykjavik University. Iceland. 2013.
13. Mingxin Wua, Chuhan Zhang, Zhenfu Chen. Drop-weight tests of concrete beams prestressed with unbonded tendons and meso-scale simulation. // International Journal of Impact Engineering 93. 2016. P. 166–183.
14. Pretest Round Robin Analysis of a Prestressed Concrete Containment Vessel Model. USNRC/NUPEC/Sandia. // Sandia National Laboratories. NUREG/CR-6678. SAND00-1535. 2000.
15. Heitman L., Jones C., Dameron R., Graves H., Sircar M. Standard Problem Exercise to Determine Containment Vessel Performance under Severe Accident Conditions. Sandia National Laboratories Report. SAND2012-3503. P. 2014.