

ОПЕРАТИВНЫЙ АНАЛИЗ ФЛУКТУАЦИЙ МОЩНОСТИ В РЕАКТОРАХ СО СЛАБЫМ ИСТОЧНИКОМ

В. Ф. Колесов, А. Н. Ганичев

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Статья поступила в редакцию 21.08.2020, после доработки – 30.09.2020, принята к публикации – 20.11.2020

В статье сформулированы приближенные, простые в исполнении алгоритмы решения стохастической задачи в реакторах со слабым источником применительно к случаям ступенчатого или линейного, в зависимости от времени, ввода реактивности. В основе сформулированных алгоритмов лежит идея ограниченных и бесконечных (устойчивых) цепей делений, применявшаяся ранее к моделям реактора без запаздывающих нейтронов (ЗН). В статье этот подход распространен на модели с учетом ЗН. Получены аналитические решения для функций $P(m, t)$, $W(t)$ – распределений вероятностей для числа предшественников ЗН m в момент времени t и для времени инициирования первой устойчивой цепи делений соответственно, а также для среднего времени \bar{t} инициирования первой устойчивой цепи делений.

Радикального упрощения процедуры анализа стохастических явлений в реакторах удалось достичь в результате задания приближенной формы распределения $P(m, t)$ и трактовки переменной преобразования Лапласа « p » как свободного параметра, оптимальное значение которого определяется на основе сопоставления расчетного и экспериментального значений \bar{t} для импульсного реактора Godiva-II.

Ключевые слова: реактор со слабым источником, флуктуации мощности реактора, алгоритмы анализа флуктуаций, распределение вероятностей, ограниченные и бесконечные цепи делений, импульсный реактор Godiva-II.

ON-LINE ANALYSIS OF POWER FLUCTUATIONS IN REACTORS WITH A WEAK SOURCE / V. F. KOLESOV, A. N. GANICHEV // In the paper there are formulated approximate, simple in execution algorithms of solving a stochastic task for reactors with a weak source as applied to cases of step or linear reactivity insertion depending on time. The idea of limited or infinite (steady) fission chains applied before to reactor models with no delayed neutrons (DN) is taken as a basis of the algorithms formulated. In the given paper this approach is extended to reactor models considering DN. There are obtained analytical solutions for functions $P(m, t)$, $W(t)$ – probability distribution for a set of DN precursors « m » at time moment « t » and for the time of the first steady fission chain initiation, correspondingly, as well as for the average time of the first steady fission chain initiation \bar{t} .

Radical simplification of the procedure of analyzing stochastic phenomena in reactors was achieved as a result of giving the approximate distribution shape $P(m, t)$ and through interpretation of Laplace transformation variable « p » as a free parameter which optimal value was determined basing on the comparison of the calculated and experimental value of \bar{t} for pulsed reactor Godiva-II.

Key words: reactor with a weak source, reactor power fluctuations, algorithms of fluctuation analysis, limited or infinite fission chains, pulsed reactor Godiva-II.

Введение

Как известно, в реакторе со слабым источником нейтронов очень существенна роль стохастических флуктуаций. В надкритическом реакторе стохастические флуктуации могут приводить к значительным отклонениям роста мощности от зависимости, следующей из решений обычных, т. е. детерминированных, уравнений кинетики.

С особой четкостью влияние флуктуаций плотности нейтронов проявляется в быстрых реакторах с активной зоной (АЗ) из высокообогащенного металлического урана. В отсутствие иного, кроме спонтанных делений урана, источника нейтронов импульс в этих реакторах развивается через секунды, а не через миллисекунды, как это следует из уравнений детерминированной кинетики.

Сказанное убедительно подтверждают результаты хорошо известных опытов по измерению задержки развития импульса в реакторе Godiva-II [1]. Была проведена серия из 94 измерений, в которых определялось время, прошедшее от ступенчатого ввода начальной реактивности $\Delta \tilde{k} \approx 3,5 \cdot 10^{-4}$ до момента достижения высокой интенсивности делений в реакторе (т. е. до момента фиксации импульса делений). Измерения проводились в условиях наличия лишь слабого источника нейтронов, связанного со спонтанными делениями ядер урана (~ 90 нейтр./с) и с распадом предшественников запаздывающих нейтронов (~ 200 нейтр./с).

Результат эксперимента представлен на рис. 1 в виде гистограммы. Как видно из рисунка, при слабом источнике нейтронов импульс в Godiva-II развивался с запаздыванием от десятых долей секунды до одиннадцати секунд. Это запаздывание очень значительно, если сопоставлять его с равным $\sim 0,7$ мс временем развития импульса в рамках детерминированной кинетики.

Указанный эксперимент относится к импульсам на мгновенных нейтронах. На реакторе Godiva-II получены также опытные данные по флуктуациям времени развития импульса на запаздывающих нейтронах (ЗН) [2, 3].

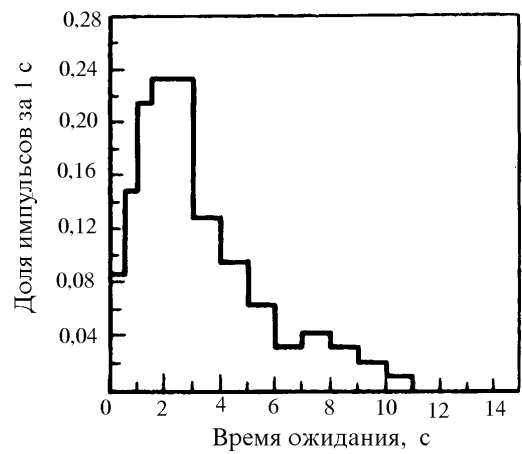


Рис. 1. Экспериментальное распределение времени ожидания импульса в реакторе Godiva-II [1]

О важной роли флуктуаций в реакторах свидетельствуют и результаты более поздних аналогичных измерений, выполненных на быстром импульсном реакторе APRFR [4]. Реактивность по мгновенным нейтронам, соответствующая номинальному импульсу делений и равная $7,5 \cdot 10^{-4}$, вводилась в этом случае не ступенчато, а за 0,325 секунды. Инициированию импульса предшествовал 20-минутный интервал выдержки реактора в глубоко подкритическом состоянии.

Результаты измерений приведены на рис. 2. Видно, что и в реакторе APRFR имеет место значительная, хотя и не столь большая, как в Godiva-II, флуктуационная задержка в развитии импульса. Уменьшение, в сравнении с Godiva-II, задержки связано, во-первых, с более высокой в APRFR реактивностью и, во-вторых, по-видимому, с более высокой интенсивностью источника нейтронов. В этом эксперименте два представленных на рис. 2 импульса из общего числа 65 были инициированы преждевременно, т. е. до окончания ввода реактивности.

Аналогичные эксперименты проводили также на ранней стадии эксплуатации импульсного реактора SPR-II [5], а также на растворных критических сборках CRAC [6]. В реакторе SPR-II, как и в реакторе APRFR, была получена меньшая, чем ожидалось, задержка в развитии импульса. Позднее это было объяснено влиянием более высокой в SPR-II, в сравнении с реактором Godiva-II, остаточной γ -активности.

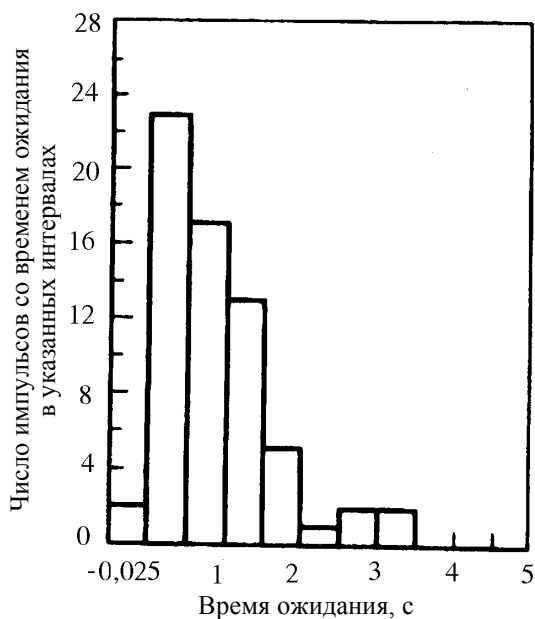


Рис. 2. Экспериментальное распределение времени ожидания импульса в реакторе APRFR (время ожидания отсчитывается от момента полного ввода реактивности, два импульса инициированы до окончания ввода реактивности) [4]

Стохастические задержки во времени возникновения цепной реакции в некоторых условиях могут быть очень опасными. Как показано, например, в статье [3] вследствие стохастической задержки аварийная вспышка делений при линейном вводе реактивности может в сотни раз превзойти уровень, предсказываемый обычной кинетикой.

1. Существующие методы анализа стохастических явлений в реакторах

Отмеченные особенности поведения мощности реактора при слабом источнике нейтронов требуют, вообще говоря, знания распределения вероятностей для плотности нейтронов и предшественников ЗН в зависимости от времени, реактивности и других характеристик реактора. Этого рода сведения необходимы при проведении оценок возможных аварийных энерговыделений в реакторах, в том числе и импульсных, а также при отработке способов генерирования импульсов делений.

Задаче описания стохастических явлений в реакторах, расчета распределений вероятно-

сти для нейтронов и предшественников ЗН посвящены теоретические работы [2, 3, 7–10] и многие другие. Весьма последовательно и полно указанная задача решена в статье [7] в рамках модели, не зависящей от пространственных координат и энергии нейтронов. Предполагалось, что реактивность и источник нейтронов могут зависеть от времени, значение времени жизни мгновенных нейтронов может быть любым. Решение полученных уравнений в общем случае находится численно. Для некоторых более простых вариантов задачи получены также аналитические решения.

Рассмотрение стохастических процессов в статье [7] проведено на основе дифференциального уравнения для функции $P(n, m_1, \dots, m_I, t)$, получаемого из условий баланса вероятностей. Функция $P(n, m_1, \dots, m_I, t)$ является распределением вероятности, означаящим, что в момент t в реакторе имеется точно n нейтронов и m_i источников запаздывающих нейтронов группы i ($i = 1, 2, \dots, I$).

Указанное стохастическое уравнение решается с помощью подобного $(I + 1)$ -кратному преобразованию Лапласа перехода к так называемой производящей (или генерирующей) функции G . В общем случае дифференциальное уравнение в частных производных для функции G решается численно с помощью метода характеристик. Искомое распределение вероятностей $P(n, \bar{m}, t)$ определяется по найденной функции G с помощью обратного $(I + 1)$ -кратного преобразования Лапласа. В общем случае это преобразование выполняется также численно.

В применении к задаче описания флуктуаций плотности нейтронов в статье [3] введены в рассмотрение два альтернативных понятия: ограниченные и бесконечные (устойчивые) цепи делений. Использование этих понятий особенно эффективно при исследовании флуктуаций в реакторах на быстрых нейтронах, в которых устойчивая цепь, если она возникла, растет чрезвычайно быстро.

Любой нейтрон, появившийся в реакторе, независимо от состояния последнего может вызвать цепочку делений. Эта цепочка может

быть короткой. Она может быть разветвленной, содержащей большое число делений, но тем не менее также обрывающейся. Во всех подобных случаях имеют дело с ограниченными цепями делений. Однако цепь делений может никогда не оборваться, т. е. быть неограниченной (устойчивой). При постоянной реактивности в подкритическом реакторе все цепочки, порождаемые отдельными нейтронами, могут быть только ограниченными. Это заключение справедливо также в отношении точно критического реактора (предполагается, что запаздывающие нейтроны отсутствуют). И в надкритическом реакторе лишь редкие нейтроны порождают устойчивые цепи делений (как показано в статье [3], вероятность нейтрону источника инициировать устойчивую цепь делений равна примерно $\Delta\tilde{k}$, где \tilde{k} – коэффициент размножения мгновенных нейтронов).

В реакторах на быстрых нейтронах флукуационные задержки в росте мощности на начальном участке почти полностью обусловлены временем установления первой устойчивой цепи. Эта особенность быстрых реакторов позволила автору статьи [3] получить эффективным способом компактные и удобные для оперативных применений аналитические формулы для вероятности возникновения первой устойчивой цепи. Рассмотрение проведено на основе модели реактора, не зависящей от пространственных координат и энергии. Все нейтроны в этой модели ведут себя одинаковым образом, имеют вероятность p_f произвести деление, в делении с вероятностью $P_{\tilde{\nu}}$ эмитируются $\tilde{\nu}$ мгновенных нейтронов. Вводятся величины: w_0 – вероятности нейтрону источника вызвать устойчивую цепь делений, w_f – вероятности делению вызвать устойчивую цепь ($w_0 = p_f w_f$). Эти основополагающие для работы [3] величины определяются из уравнения

$$1 - w_f = \sum_{\tilde{\nu}=0}^{\infty} P_{\tilde{\nu}} (1 - p_f w_f)^{\tilde{\nu}}, \quad (1)$$

являющегося констатацией факта, что вероятность $(1 - w_f)$ делению не вызвать устойчивую цепь делений равна вероятности, что ни один из возникших при делении нейтронов не вызовет такой цепи.

Были рассмотрены два наиболее интересных для практики случая.

1. Ситуация, когда $\Delta\tilde{k}$ не зависит от времени (ступенчатый ввод избыточной реактивности). Для этого случая получено:

– вероятность возбуждения нейтроном устойчивой цепи делений равна

$$w_0 = \begin{cases} 2\Delta\tilde{k}/(\tilde{\nu}\Gamma_2) & \text{при } 0 < \Delta\tilde{k} \ll 1 \\ 0 & \text{при } \Delta\tilde{k} \leq 0. \end{cases} \quad (2)$$

В частности, для урановых систем

$$w_0 \approx \Delta\tilde{k}.$$

(Здесь введено обозначение $\Gamma_2 = \overline{\tilde{\nu}(\tilde{\nu}-1)}/(\bar{\nu})^2$; у различных делящихся нуклидов константа Γ_2 близка к 0,8);

– распределение плотности вероятности для времени возникновения первой устойчивой цепи делений в условиях присутствия в реакторе источника нейтронов с постоянной интенсивностью S_0 н·с⁻¹ записывается как

$$W(t) = w_0 S_0 \exp(-w_0 S_0 t); \quad (3)$$

– среднее время возникновения первой устойчивой цепи делений равно

$$\bar{t} = 1/(S_0 w_0). \quad (4)$$

2. Случай ввода реактивности по закону $\Delta\tilde{k} = at$. В этой ситуации

$$w_0(t) = \frac{\sqrt{8a\tau/(\tilde{\nu}^2 \pi \Gamma_2^2)} \exp(-at^2/(2\tau))}{1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{a}{2\tau}} t\right)} \approx \frac{2}{\tilde{\nu}\Gamma_2} at.$$

Для быстрых реакторов из высокообогащенного урана

$$w_0(t) \approx at. \quad (5)$$

Распределение вероятности для времени возникновения первой устойчивой цепи делений

$$W(t) = \sqrt{\frac{2a\tau S_0^2}{\pi\tilde{\nu}^2\Gamma_2^2}} \left[\frac{1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{a}{2\tau}}t\right)}{2} \right]^{\frac{2S_0\tau}{\tilde{\nu}\Gamma_2} - 1} \exp\left(-\frac{at^2}{2\tau}\right)$$

или

$$W(t) = \begin{cases} \frac{2aS_0t}{\tilde{\nu}\Gamma_2} \exp\left(-\frac{aS_0t^2}{\tilde{\nu}\Gamma_2}\right) & \text{при } t \geq 0 \\ 0 & \text{при } t < 0; \end{cases}$$

и среднее время возникновения первой устойчивой цепи делений

$$\bar{t} \approx \sqrt{\frac{\pi\tilde{\nu}\Gamma_2}{4aS_0}}.$$

(Здесь τ – время жизни мгновенных нейтронов в реакторе, $\Phi(x)$ – интеграл вероятности).

Для быстрых реакторов из высокообогащенного урана

$$W(t) = \begin{cases} aS_0t \exp\left(-\frac{aS_0t^2}{2}\right) & \text{при } t \geq 0 \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases} \quad (6)$$

$$\bar{t} \approx \sqrt{\frac{\pi}{2aS_0}}. \quad (7)$$

В оценках уровня возможных в реакторах аварийных энерговыделений важную роль играет реактивность $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$, которая может быть введена до начала действия механизмов (внутренних или внешних), гасящих цепную реакцию. Значение $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$ непосредственно связано со средним временем запаздывания импульса. Эта связь выражается соотношением

$$(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}} \approx a\bar{t} = \sqrt{\frac{\pi\tilde{\nu}a\Gamma_2}{4S_0}}.$$

Для быстрых реакторов из высокообогащенного урана

$$(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}} \approx 1,28 \sqrt{\frac{a}{S_0}}. \quad (8)$$

В статье [3] получены также важные для дальнейшего изложения распределения вероятностей $w_f(N)$ для числа делений N (за исключением деления, вызванного нейтроном источника) в ограниченных цепях и моменты $\overline{N^n}$ этого распределения. В случае близких к единице значений \tilde{k} и пуассоновского распределения вероятности эмиссии в одном акте деления $\tilde{\nu}$ мгновенных нейтронов они имеют вид:

$$w_f(N) = e^{-\tilde{k}} \left(\tilde{k}e^{-\tilde{k}}\right)^N (N+1)^N / (N+1)!; \quad (9)$$

$$\overline{N^n} \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \frac{(2n-2)!}{(n-1)!} \left|\frac{1}{\Delta\tilde{k}}\right|^{2n-1}.$$

Как можно видеть из начального текста настоящего раздела, сравнительно точное теоретическое описание стохастических явлений в реакторе представляет собой сложную и трудоемкую задачу. В то же время известно, что без решений стохастических задач нельзя обойтись ни в оценке масштаба возможных ядерных инцидентов, ни в создании конструкций безопасных реакторов, ни, например, в отработке эффективных схем генерирования импульсов. В этой связи существует потребность в формулировании более простых, пусть и приближенных, алгоритмов решения указанной задачи. Настоящая статья является ответом на эту потребность. Она посвящена разработке простого в исполнении и полностью аналитического алгоритма решения стохастической задачи в реакторах со слабым источником.

В основу сформулированного в статье алгоритма положена обсуждаемая выше идея ограниченных и бесконечных (устойчивых) цепей делений. Эта идея, впервые рассмотренная в статье [3] применительно к реактору без ЗН, дала возможность автору указанной статьи простым и наглядным путем получить компактные и очень результативные в применениях формулы для распределения вероятностей и среднего времени инициирования первой устойчивой цепи делений. Естественно было стремление распространить идею ограниченных и бесконечных (устойчивых) цепей делений на более реалистичные реакторные

модели с учетом ЗН. Это и было выполнено в настоящей статье. В указанном представлении нейтронные процессы в реакторе заключаются в размножении предшественников ЗН в сильно флуктуирующих по числу делений ограниченных цепях, вкладе нейтронов от распада предшественников в эффективный источник, действующий в реакторе, и в генерировании нейтронами источника новых цепей делений.

Отметим, что еще в 1965-м году одним из авторов настоящей статьи была опубликована статья [11], по содержанию близкая к работе, излагаемой в 3-м разделе. Отличие последней от опубликованной ранее статьи [11] заключается в более последовательном и строгом выводе уравнений и более широкой постановке задачи.

2. Задачи статьи и использованные приближения

Распределения вероятностей (3), (6) для времени установления первой устойчивой цепи делений, выражения (4), (7) для среднего времени возникновения первой устойчивой цепи выведены в [3] без учета запаздывающих нейтронов. Разработанный в статье [3] метод отличается компактностью, наглядностью и результативностью в применениях. В этой связи представляется естественным стремление распространить его на более реалистичные реакторные модели. Настоящая статья как раз и посвящается задаче распространения указанного метода на более реалистичные реакторные модели, учитывающие ЗН. На первом этапе рассмотрен вариант задачи с не зависящим от времени \tilde{k} , хорошо применимый к быстрым импульсным реакторам. На этом этапе, в частности, получены решения $W(t)$ и \bar{t} , аналогичные решениям (3), (4) для реакторных моделей без учета ЗН. Рассмотрение более сложного варианта с линейно зависящим от времени \tilde{k} , наилучшим образом подходящего к оценкам масштаба возможных аварий как в импульсных, так и в стационарных реакторах, выполнено на втором этапе.

Рассмотрение стохастических явлений в статье проводится в условиях не зависящего от времени внешнего источника нейтронов S_0 , в рамках часто используемого приближения нулевого времени жизни мгновенных нейтронов и одной группы запаздывающих нейтронов. Кроме того, в целях замены операций суммирования интегрированием и тем самым упрощения расчетов, принято, что количество предшественников запаздывающих нейтронов m и число делений в ограниченных цепях N могут иметь любые, не обязательно целые значения.

Прослеживается размножение предшественников в ограниченных цепях и учитывается вклад нейтронов от распада предшественников в эффективный источник нейтронов, действующий в реакторе. Предшественники запаздывающих нейтронов рождаются в сильно флуктуирующих по числу делений (N) ограниченных цепях. При малой надкритичности стохастический разброс возможных значений m может быть очень большим.

Искомые величинами при этом являются функция $P(m, t)$ – распределение вероятностей присутствия в реакторе в момент t m предшественников запаздывающих нейтронов, функция $W(t)$ – распределение вероятностей для времени возникновения первой устойчивой цепи делений – и среднее время возникновения первой устойчивой цепи делений \bar{t} .

3. Задача с не зависящим от времени коэффициентом размножения нейтронов \tilde{k}

Для распределения вероятностей $P(m, t)$ в задаче с не зависящим от времени коэффициентом размножения нейтронов \tilde{k} записано следующее интегро-дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{dP(m, t)}{dt} = & \\ = \lambda_{\text{эф}} \int_0^{\infty} P(m - \gamma N + 1, t) (m - \gamma N + 1) w_n^*(N) dN + & \\ + S_0 \int_0^{\infty} P(m - \gamma N, t) w_n^*(N) dN - P(m, t) (S_0 + \lambda_{\text{эф}} m), & \\ P(m, t) = 0 \text{ при } m < 0. & \quad (10) \end{aligned}$$

Уравнение (10) сформулировано на основе баланса вероятностей, полученного в результате перечисления вероятностей всех событий, которые могут происходить в течение временного интервала dt :

$$P(m, t + dt) - P(m, t) = -P(m, t)(S_0 + \lambda_{\text{эф}} m) dt + \lambda_{\text{эф}} \int_0^{\infty} P(m - \gamma N + 1, t)(m - \gamma N + 1) w_n^*(N) dN dt + S_0 \int_0^{\infty} P(m - \gamma N, t) w_n^*(N) dN dt. \quad (11)$$

В уравнениях (10), (11) учтено, что в ограниченной цепи из N делений образуется $\tilde{\nu}N$ мгновенных нейтронов и $\beta_{\text{эф}} \tilde{\nu}N/(1-\beta)$ предшественников запаздывающих нейтронов. В них введены обозначения: $\tilde{\nu}$ – число мгновенных нейтронов на акт деления, β – физическая доля запаздывающих нейтронов, $w_n^*(N)$ – перенормированное $w_n(N)$ – распределение плотности вероятности N делений в ограниченной цепи, вызванной одним нейтроном источника; $\gamma = \beta_{\text{эф}} \tilde{\nu}/(1-\beta)$; S_0 – интенсивность внешнего источника нейтронов. Интенсивность полного источника нейтронов S , действующего в реакторе, равна $S_0 + \lambda_{\text{эф}} m$.

Распределение плотности вероятности $w_n(N)$ определено с помощью $w_f(N)$ – распределения плотности вероятности N делений в ограниченной цепи, вызванной нейтронами одного деления (см. формулу (9)).

Вероятность нейтрону источника вызвать деление равна $\tilde{k}/\tilde{\nu}$, поэтому можно записать

$$w_n(N) = \left(1 - \frac{\tilde{k}}{\tilde{\nu}}\right) \delta(N) + \frac{\tilde{k}}{\tilde{\nu}} w_f(N). \quad (12)$$

Выражение (9) для $w_f(N)$ может быть записано в более простом виде, если использовать формулу Стирлинга [12] для факториала $N!$, достаточно точную при больших значениях N ,

$$N! \approx \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N},$$

и преобразовать сомножители в правой части (9), содержащие \tilde{k} . При этом выражения (9), а следовательно и (12), принимают вид:

$$w_f \approx \frac{e^{-\alpha(N+1)}}{\sqrt{2\pi\tilde{k}}(N+1)^{\frac{3}{2}}}, \quad \alpha \approx \tilde{k} - \ln \tilde{k} - 1 \approx \frac{(\Delta\tilde{k})^2}{2}, \quad (13)$$

$$w_n(N) = \left(1 - \frac{\tilde{k}}{\tilde{\nu}}\right) \delta(N) + \frac{\tilde{k}}{\tilde{\nu}} \frac{e^{-\alpha(N+1)}}{\sqrt{2\pi\tilde{k}}(N+1)^{\frac{3}{2}}}. \quad (14)$$

Физически величины N в формуле (9) имеют целочисленные значения. Начальное деление в реакторе может не произвести новое деление, а может генерировать ограниченную или устойчивую цепь делений. Вероятность последнего события очень мала. Если ею пренебречь, то полная вероятность событий, определяемая в этом случае суммированием всех членов распределения $w_f(N)$, будет равняться единице,

$$\sum_{N=0}^{\infty} w_f(N) \approx 1. \quad (15)$$

Вследствие применения формулы Стирлинга и введения в рассмотрение нецелочисленных значений N измененное распределение (13) уже не будет удовлетворять соотношению, аналогичному (15). Это несоответствие устраняется перенормировкой распределения w_f . Перенормированное распределение w_f записывается как

$$w_f^*(N) = \frac{e^{-\alpha(N+1)}}{2\tilde{k}(N+1)^{\frac{3}{2}}}. \quad (16)$$

Следовательно, перенормированное распределение $w_n^*(N)$ равняется

$$w_n^*(N) = \left(1 - \frac{\tilde{k}}{\tilde{\nu}}\right) \delta(N) + \frac{\tilde{k}}{\tilde{\nu}} \frac{e^{-\alpha(N+1)}}{2\tilde{k}(N+1)^{\frac{3}{2}}}. \quad (17)$$

Распределения (16), (17) удовлетворяют требованиям

$$\int_0^{\infty} w_f^*(N) = 1, \quad \int_0^{\infty} w_n^*(N) = 1.$$

Распределение $w_n^*(N)$ было включено выше в уравнения (10), (11).

3.1. Решение уравнения для распределения вероятностей $P(m, t)$

Уравнение (10) решалось с использованием интегрального преобразования Лапласа. Умножив обе стороны уравнения (10) на e^{-mp} и интегрируя их по m от нуля до бесконечности, изменив последовательность интегрирования и дифференцирования в левой части и интегрирований – в правой, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_0^{\infty} P(m, t) e^{-mp} dm = \\ & = \lambda_{\text{эф}} \int_0^{\infty} w_n^*(N) \int_0^{\infty} P(m - \gamma N + 1, t) (m - \gamma N + 1) e^{-mp} dm dN + \\ & + S_0 \int_0^{\infty} w_n^*(N) \int_0^{\infty} P(m - \gamma N, t) e^{-mp} dm dN - \\ & - S_0 \int_0^{\infty} P(m, t) e^{-mp} dm - \lambda_{\text{эф}} \int_0^{\infty} P(m, t) m e^{-mp} dm. \end{aligned} \quad (18)$$

Отдельные слагаемые уравнения (18) представляются как

$$\frac{d}{dt} \int_0^{\infty} P(m, t) e^{-mp} dm = \frac{\partial G}{\partial t},$$

где $G(p, t)$ является образом Лапласа распределения вероятностей $P(m, t)$,

$$G(p, t) = \int_0^{\infty} P(m, t) e^{-mp} dm. \quad (19)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (18) представляется как

$$\begin{aligned} & \lambda_{\text{эф}} \int_0^{\infty} w_n^*(N) \int_0^{\infty} P(m - \gamma N + 1, t) (m - \gamma N + 1) e^{-mp} dm dN = \\ & = \lambda_{\text{эф}} e^p \int_0^{\infty} w_n^*(N) e^{-\gamma N p} \int_{(1-\gamma N)}^{\infty} P(x, t) x e^{-xp} dx dN = \\ & = \lambda_{\text{эф}} e^p \int_0^{\infty} w_n^*(N) e^{-\gamma N p} \int_0^{\infty} P(x, t) x e^{-xp} dx dN = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\lambda_{\text{эф}} e^p \int_0^{\infty} w_n^*(N) e^{-\gamma N p} \left[\frac{\partial}{\partial p} \int_0^{\infty} P(x, t) e^{-xp} dx \right] dN = \\ & -\lambda_{\text{эф}} e^p \frac{\partial G}{\partial p} \int_0^{\infty} w_n^*(N) e^{-\gamma N p} dN = -\lambda_{\text{эф}} e^p I_0(\gamma p) \frac{\partial G}{\partial p}, \\ & I_0(\gamma p) = \int_0^{\infty} w_n^*(N) e^{-\gamma N p} dN. \end{aligned}$$

Здесь учтены сравнительная незначительность величины $(1 - \gamma N)$: $0 < (1 - \gamma N) < 1$ и соотношение

$$\int_0^{\infty} P(m, t) m e^{-mp} dm = -\frac{\partial G}{\partial p}.$$

Второе слагаемое правой части уравнения (18) –

$$\begin{aligned} & S_0 \int_0^{\infty} w_n^*(N) \int_0^{\infty} P(m - \gamma N, t) e^{-mp} dm dN = \\ & = S_0 G(p, t) I_0(\gamma p); \end{aligned}$$

третье слагаемое правой части уравнения (18) –

$$-S_0 \int_0^{\infty} P(m, t) e^{-mp} dm = -S_0 G(p, t);$$

четвертое слагаемое правой части уравнения (18) –

$$-\lambda_{\text{эф}} \int_0^{\infty} P(m, t) m e^{-mp} dm = \lambda_{\text{эф}} \frac{\partial G}{\partial p}.$$

В итоге получаем, что аналог уравнения (10) в пространстве образов Лапласа имеет вид

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \varphi_1(p) \frac{\partial G}{\partial p} + \varphi_2(p) G(p, t), \quad (20)$$

где $\varphi_1(p) = \lambda_{\text{эф}} (1 - e^p I_0)$; $\varphi_2(p) = S_0 (I_0 - 1)$.

Далее необходимо определить интеграл $I_0(\gamma p)$. При использовании функции $w_n^*(N)$ в форме (17) интеграл $I_0(p)$ записывается как

$$I_0(\xi) = I_0(\gamma p) = \left(1 - \frac{\tilde{k}}{\tilde{v}} \right) + \frac{\tilde{k}}{2\tilde{v}} e^{\gamma p} \int_1^{\infty} \frac{e^{-\xi x}}{x^{3/2}} dx, \quad (21)$$

где $\xi = \left(\frac{(\Delta \tilde{k})^2}{2} + \gamma p \right)$.

Согласно справочнику [13] (с. 331, 956)

$$\int_u^{\infty} x^{\nu-1} e^{-\mu x} dx = \mu^{-\nu} \Gamma(\nu, \mu u),$$

$$\Gamma(\alpha+1, x) = \alpha \Gamma(\alpha, x) + x^{\alpha} e^{-x}, \quad (22)$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}, x\right) = \sqrt{\pi} \left[1 - \Phi(\sqrt{x})\right],$$

где $\Gamma(\nu, \mu u)$ является неполной гамма-функцией, $\Phi(\sqrt{x})$ – интегралом вероятности.

С помощью формул (22) получено:

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-\xi x}}{x^{1/2}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\xi}} \left[1 - \Phi(\sqrt{\xi})\right],$$

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-\xi x}}{x^{3/2}} dx = 2e^{-\xi} - 2\sqrt{\xi\pi} \left[1 - \Phi(\sqrt{\xi})\right] \quad (23)$$

$$\text{и } I_0(\xi) = 1 - \frac{\tilde{k}}{\tilde{v}} \left\{1 - e^{\gamma p} \left[e^{-\xi} - \sqrt{\pi\xi} \left(1 - \Phi(\sqrt{\xi})\right)\right]\right\}.$$

Как уже отмечалось, уравнения типа (20) обычно решают численно с помощью метода характеристик. Мы, однако, поступим иначе. Чтобы решить задачу аналитически, представим распределение вероятности $P(m, t)$ приближенно в виде функции

$$P(m, t) = q(t) e^{-q(t)m}. \quad (24)$$

В этом случае $G(p, t) = \frac{q}{p+q}$; $\frac{\partial G}{\partial p} = -\frac{q}{(p+q)^2}$;

$\frac{\partial G}{\partial t} = -\frac{p}{(p+q)^2} q'$ и уравнение (20) превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка (уравнение Бернулли) для условной функции $q(p, t)$ в пространстве образов Лапласа

$$\frac{dq}{dt} = f_1(p)q(t) + f_2(p)q^2(t), \quad (25)$$

$$f_1 = \varphi_2 - \frac{\varphi_1}{p}; \quad f_2 = \frac{\varphi_2}{p}; \quad q(0) = q_0.$$

Уравнение (25) решается с использованием замены $q(t) = \frac{1}{y(t)}$, при которой оно приводится к линейному уравнению

$$\frac{dy}{dt} + f_1 y(t) + f_2 = 0, \quad y(0) = 1/q_0. \quad (26)$$

Решение уравнения (26) записывается как

$$y(p, t) = \left[\frac{1}{q_0} + \frac{f_2(p)}{f_1(p)} \right] e^{-f_1(p)t} - \frac{f_2(p)}{f_1(p)},$$

следовательно

$$q(p, t) = \left\{ \left[\frac{1}{q_0} + \frac{f_2(p)}{f_1(p)} \right] e^{-f_1(p)t} - \frac{f_2(p)}{f_1(p)} \right\}^{-1}.$$

При $q_0 \rightarrow \infty$ (это условие соответствует нулевому начальному значению m)

$$q(p, t) = \frac{f_1(p)}{f_2(p)} \frac{1}{\left(e^{-f_1(p)t} - 1\right)}. \quad (27)$$

В нашем приближении, согласно представлению (24), решение (27) полностью определяет распределение вероятности присутствия в реакторе в момент времени t предшественников запаздывающих нейтронов. В итоге распределение $P(m, t)$ принимает вид

$$P(p, m, t) = \frac{f_1(p)}{f_2(p)} \frac{1}{\left(e^{-f_1(p)t} - 1\right)} \times \exp\left[-\frac{f_1(p)}{f_2(p)} \frac{m}{\left(e^{-f_1(p)t} - 1\right)}\right]. \quad (28)$$

Заметим, что мы здесь не применяем и не будем применять слишком сложное обратное преобразование Лапласа. Переменную « p » преобразования Лапласа будем в дальнейшем трактовать как свободный параметр. Порядок выбора оптимального значения этого параметра, наилучшим образом соответствующего решению (обозначим его как p_0), основывается на сопоставлении расчетных и экспериментальных данных для реактора Godiva-11 (см. раздел 3.2). При подстановке p_0 в выражения (27) и (28) условные решения $q(p, t)$, $P(p, m, t)$ превращаются в реальные $q(t)$, $P(m, t)$:

$$q(t) = q(p_0, t) = \frac{f_1(p_0)}{f_2(p_0)} \left[e^{-f_1(p_0)t} - 1 \right]^{-1}, \quad (29)$$

$$P(m, t) = P(p_0, m, t) = q(t)e^{-q(t)m}. \quad (30)$$

На рис. 3 представлены графики распределения вероятностей $P(m, t)$ в различные моменты времени в реакторе с параметрами, характерными для слегка надкритичных быстрых импульсных реакторов с активными зонами из высокообогащенного урана. Значения параметров этого типичного импульсного реактора таковы:

$$\begin{aligned} \tilde{k} &= 1,0004, \quad \tilde{\nu} = 2,63, \quad w_0 = 4 \cdot 10^{-4}, \quad \lambda_{эф} = 1 \text{ с}^{-1}, \\ \beta_{эф} &= 3 \cdot 10^{-3}, \quad \gamma = 0,794562 \cdot 10^{-2}, \\ S_0 &= 300 \text{ нс}^{-1}, \quad \beta = 7 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (31)$$

Значение оптимального параметра p_0 для этого реактора равно $6 \cdot 10^{-3}$.

3.2. Решение для распределения вероятностей $W(t)$

Конечной целью решаемой в настоящей статье задачи является определение не только $P(m, t)$, но и не менее важной функции $W(t)$ – распределения вероятностей возникновения первой устойчивой цепи делений. Если обозначить параметром ρ вероятность одной из

возможных реализаций хода зависимости m от времени, то, очевидно, можно записать:

$$\begin{aligned} S(\rho, t) &= S_0 + \lambda_{эф} m(\rho, t), \\ W(\rho, t) &= w_0 S(\rho, t) \exp \left[-w_0 \int_0^t S(\rho, t) dt \right], \end{aligned} \quad (32)$$

где S_0 , S – интенсивность внешнего и полного источника нейтронов соответственно, w_0 – вероятность нейтрону источника инициировать устойчивую цепь делений, $W(\rho, t)$ – плотность вероятности возникновения первой устойчивой цепи делений в момент t в случае, когда $m(t)$ имеет вид $m(\rho, t)$. Средняя плотность вероятности $W(t)$ будет определяться интегралом

$$W(t) = \int_0^1 W(\rho, t) d\rho. \quad (33)$$

Как видим, для определения $W(\rho, t)$, а затем и $W(t)$ необходимо знать без пропусков и наложений все возможные реализации $m(\rho, t)$ и вероятности реализаций. Эти сведения можно получить с помощью найденного выше приближенного распределения вероятности $P(m, t)$.

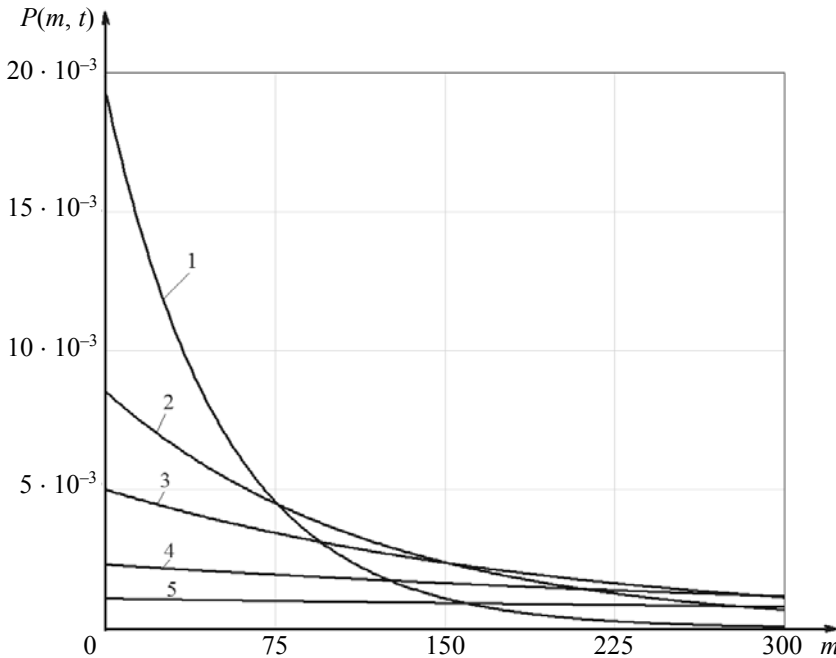


Рис. 3. Распределение вероятностей числа предшественников запаздывающих нейтронов $P(m, t)$ в слегка надкритичном типичном импульсном реакторе с параметрами (31) в различные моменты времени t : 1 – 0,2 с; 2 – 0,4 с; 3 – 0,6 с; 4 – 1 с; 5 – 1,5 с

Известно, что в надкритическом реакторе отношение $m(t)/\bar{m}(t)$ с течением времени становится не зависящим от времени, а $P(m, t)$ – зависящим только от отношения $m(t)/\bar{m}(t)$ [7]. После того как распределение $P(m, t)$ установится, каждое $m(\rho, t)$ растет в соответствии с обычными уравнениями кинетики. Допустимо принять, что такого рода зависимость приближенно выполняется и при еще не установившемся распределении $P(m, t)$. В этом приближении $m(\rho, t)$ удовлетворяет соотношению

$$\int_0^{m(\rho, t)} P(m, t) dm = \rho, \quad 0 \leq \rho \leq 1, \quad (34)$$

являющемуся уравнением относительно $m(\rho, t)$ – верхнего предела интегрирования.

В принятом представлении $P(m, t)$ в виде (24) $m(\rho, t)$ определяется из (34) как решение уравнения

$$q(t) \int_0^{m(\rho, t)} e^{-q(t)m} dm = \rho,$$

имеющее вид

$$m(\rho, t) = -\ln(1-\rho)/q(t). \quad (35)$$

С учетом решения (27) выражение (35) переписывается как

$$m(\rho, t) = \ln(1-\rho) \frac{f_2(p_0)}{f_1(p_0)} \left(1 - e^{-f_1(p_0)t}\right). \quad (36)$$

Соответственно выражению (35) переписутся и формулы (32) для $S(\rho, t)$ и $W(\rho, t)$:

$$S(\rho, t) = S_0 + \lambda_{\text{эф}} \ln(1-\rho) \frac{f_2(p_0)}{f_1(p_0)} \left(1 - e^{-f_1(p_0)t}\right);$$

$$W(\rho, t) =$$

$$= w_0 \left[S_0 + \lambda_{\text{эф}} \ln(1-\rho) \frac{f_2(p_0)}{f_1(p_0)} \left(1 - e^{-f_1(p_0)t}\right) \right] \times \\ \times e^{-w_0 \left\{ S_0 t + \lambda_{\text{эф}} \ln(1-\rho) \frac{f_2}{f_1} \left[t + \frac{1}{f_1} (e^{-f_1 t} - 1) \right] \right\}}.$$

С помощью последнего выражения и соотношения (33) получено окончательно:

$$W(t) = \int_0^1 W(\rho, t) d\rho = \frac{e^{-w_0 S_0 t}}{1 - A_2(t)} \left(W_0 S_0 - \frac{A_1(t)}{1 - A_2(t)} \right), \quad (37)$$

$$A_1(t) = w_0 \lambda_{\text{эф}} \frac{f_2(p_0)}{f_1(p_0)} \left(1 - e^{-f_1(p_0)t}\right),$$

$$A_2(t) = w_0 \lambda_{\text{эф}} \frac{f_2(p_0)}{f_1(p_0)} \left[t + \frac{1}{f_1(p_0)} \left(e^{-f_1(p_0)t} - 1 \right) \right].$$

Здесь использованы интегралы:

$$\int_0^1 e^{-A_2 \ln(1-\rho)} d\rho = \frac{1}{1 - A_2},$$

$$\int_0^1 \ln(1-\rho) e^{-A_2 \ln(1-\rho)} d\rho = -\frac{1}{(1 - A_2)^2}.$$

Полученное распределение $W(t)$ легко сравнивать с результатами имеющихся экспериментов и расчетов, выполненных с использованием иных алгоритмов. Но более удобно проводить такое сравнение с помощью скалярной величины \bar{t} – среднего времени инициирования первой устойчивой цепи делений, равного

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\infty} t W(t) dt}{\int_0^{\infty} W(t) dt} = \int_0^{\infty} t W(t) dt.$$

Важно отметить, что в случае отсутствия запаздывающих нейтронов решение (37) совпадает с точным теоретическим решением (3). В этом легко убедиться, если в решении (37) положить равным нулю параметр реактора $\lambda_{\text{эф}}$ или γ (параметр γ содержит $\beta_{\text{эф}}$ в качестве множителя).

3.3. Сравнение результатов расчета и эксперимента. Выбор оптимального значения параметра « ρ »

Приближенное представление $P(m, t)$ в виде (24) и дальнейшее оперирование уравнениями, не прошедшими стадию обратного преобразования Лапласа, радикально упростило процедуру решения рассматриваемой в статье задачи. Эти приближения избавили нас от численного решения уравнения (20) для генерирующей функции $G(p, t)$ и от весьма сложного обратного преобразования Лапласа для функции $q(p, t)$ (выражение (27)). Однако, как и следовало ожидать, это упрощение достигнуто ценой существенного закругления решения и

утраты решением свойства однозначности. Здесь имеется в виду четко проявляемая зависимость решения (как $P(m,t)$, так и $W(t)$, \bar{t}) от выбора конкретного значения параметра « φ ».

Указанная особенность полученного решения ярко продемонстрирована на рис. 4, 5 и в табл. 1 на примере типичного импульсного реактора с параметрами (31). На рис. 4 проиллюстрирована зависимость распределения $W(t)$ от принятого в расчете конкретного значения « φ ». На рис. 5 показаны графики зависимости от « φ » расчетного \bar{t} – среднего времени инициирования первой устойчивой цепи делений. В табл. 1 приведены относящиеся к графикам рис. 5 расчетные значения \bar{t} и p_0 .

Таблица 1

Расчетные значения \bar{t} и оптимального параметра p_0 для вариантов типичного импульсного реактора (рис. 5)

Параметры реактора	\bar{t} , с	Оптимальный параметр p_0
(31)	2,2 (8,33)	$6 \cdot 10^{-3}$
(31) при $S_0 = 100$	6,53 (25,0)	$2 \cdot 10^{-2}$
(31) при $S_0 = 500$	1,44 (5,00)	$4 \cdot 10^{-3}$
(31) при $\tilde{k} = 1,0002$, $w_0 = 2 \cdot 10^{-4}$	2,82 (16,7)	$6 \cdot 10^{-3}$
(31) при $\tilde{k} = 1,0008$, $w_0 = 8 \cdot 10^{-4}$	1,63 (4,00)	$8 \cdot 10^{-3}$

Примечание. В скобках указаны значения \bar{t} , рассчитанные по формуле (4), не учитывающей ЗН.

Как видим, графики рис. 4, 5 четко подтверждают зависимость (и притом значительную!) $W(t)$ и \bar{t} от принимаемых в расчете значения параметра « φ ». Графики зависимости \bar{t} от « φ » имеют довольно регулярный ход с максимумом в области очень малых значений параметра « φ ». По общему виду графики рис. 5 практически повторяют друг друга, имея не только одинаковый общий вид и форму в окрестности максимума \bar{t} , но и лишь малое отличие в значениях « φ » в точках максимумов.

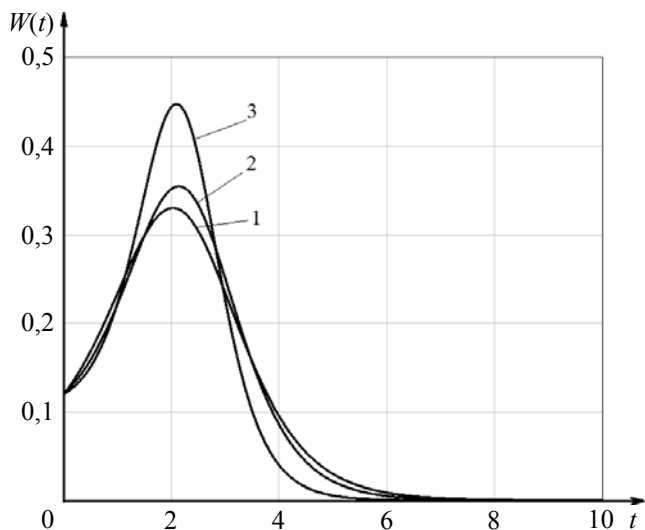


Рис. 4. Распределения $W(t)$ для типичного импульсного реактора с параметрами (31), рассчитанные при нескольких значениях параметра « φ »: 1 – $6 \cdot 10^{-3}$; 2 – $1 \cdot 10^{-2}$; 3 – $2 \cdot 10^{-2}$

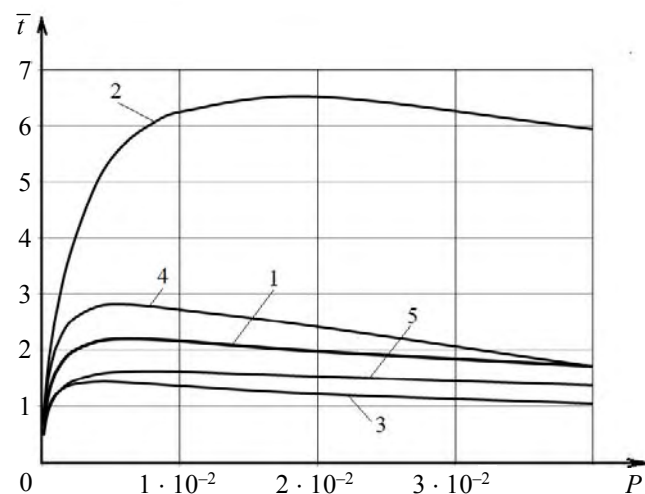


Рис. 5. Графики зависимости \bar{t} от параметра « φ » для типичного импульсного реактора с параметрами : 1 – (31); 2 – (31) при $S_0 = 100$; 3 – (31) при $S_0 = 500$; 4 – (31) при $\tilde{k} = 1,0002$, $w_0 = 2 \cdot 10^{-4}$; 5 – (31) при $\tilde{k} = 1,0008$, $w_0 = 8 \cdot 10^{-4}$

Продемонстрированная на рис. 4, 5 зависимость $W(t)$ и \bar{t} от параметра « φ » – это и есть та утрата решением свойства однозначности, о которой сказано выше. В сложившейся ситуации вернуть нашему решению однозначность можно лишь с помощью опоры на эксперимент или на решение, полученное более

точным, нежели здесь представленным, способом. Мы в этих целях воспользуемся результатами цитированного выше эксперимента по исследованию флуктуационной задержки в развитии импульса делений, выполненного на импульсном реакторе Godiva-II с параметрами:

$$\begin{aligned} \tilde{k} &= 1,00035, \quad \tilde{\nu} = 2,63, \quad w_0 = 3,5 \cdot 10^{-4}, \\ \lambda_{\text{эф}} &= 0,313 \text{ с}^{-1}, \quad \beta_{\text{эф}} = 5,43 \cdot 10^{-3}, \\ \gamma &= 1,43816 \cdot 10^{-2}, \quad S_0 = 290 \text{ нс}^{-1}, \\ \beta &= 7 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (38)$$

Измеренное на реакторе Godiva-II распределение $W(t)$ представлено на рис. 1 в виде гистограммы. Экспериментальное значение \bar{t} для реактора Godiva-II определялось по этой гистограмме. Оно получено равным значению 3,4 с. Расчетный график зависимости \bar{t} от параметра « p » для реактора Godiva-II показан на рис. 6.

Предположим, что гистограмма рис. 1 и определенное по ней значение \bar{t} достаточно точны, а объявленные на момент проведения измерений реакторные параметры, в особенности \tilde{k} и S_0 , близки к их действительным значениям. На этом основании будем трактовать приведенное выше экспериментальное значение \bar{t} для реактора Godiva-II как реальное \bar{t} и использовать его в качестве «референс» при оценке результатов расчета, а если говорить конкретнее, – при нахождении оптимального значения параметра « p », делающего решение поставленной в статье задачи однозначным.

Согласно рис. 6, расчетное \bar{t} для реактора Godiva-II, наиболее близкое указанному «референс», приходится на точку максимума графика и равно 2,40. Это значение \bar{t} (значение \bar{t} в максимуме графика) и будем принимать за итоговое расчетное \bar{t} для реактора Godiva-II, а соответствующее ему значение « p » – за оптимальное значение параметра « p », т. е. за p_0 . Приведенные здесь данные для реактора Godiva-II сведены в табл. 2. В табл. 2 присутствует и значение \bar{t} , полученное по формуле (4), предполагающей отсутствие ЗН.

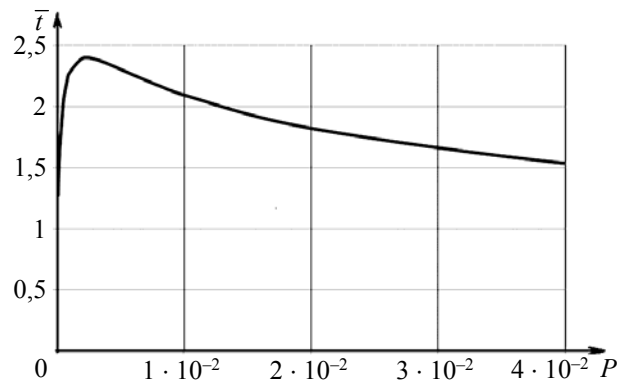


Рис. 6. Расчетный график зависимости среднего времени генерирования импульса делений \bar{t} для реактора Godiva-II от параметра « p »

Таблица 2

Экспериментальное и расчетные значения \bar{t} и оптимальное значение параметра « p » для реактора Godiva-II

Параметр	Эксперимент	Расчет с помощью алгоритма статьи	Расчет по формуле (4), не учитывающей ЗН
p_0	–	$2 \cdot 10^{-3}$	–
\bar{t} , с	3,4	2,40	9,85

Сравнение экспериментального и расчетных распределений $W(t)$ в реакторе Godiva-II с параметрами (38) проводится на рис. 7. Расчетное $W(t)$ на рис. 7 соответствует оптимальному значению параметра « p ».

Как следует из рис. 7 и табл. 2, отличие расчетных и экспериментальных распределений $W(t)$, а также значений \bar{t} для реактора Godiva-II довольно значительно. Расчетное значение \bar{t} примерно в 1,4 раза меньше экспериментального. Это отличие, тем не менее, не следует считать неприемлемо большим. Указанное несходство $W(t)$ и значений \bar{t} , вообще говоря, не следует приписывать лишь ошибке расчета, поскольку на самом деле оно может быть связано, по крайней мере, частично, и с погрешностями оценки объявленных реакторных параметров \tilde{k} и S_0 для реактора Godiva-II. Сказанное означает, что применительно к реактору Godiva-II расчет с использованием оптимального « p » предоставил возможность получения вполне приемлемого

результата. А вот результаты расчета по формулам (3), (4), предполагающим отсутствие ЗН, существенно отличаются и от экспериментальных, и от полученных в статье расчетных данных.

Указанная непротиворечивость экспериментальных и рассчитанных в статье распределений $W(t)$ и значений \bar{t} для реактора Godiva-II, а также отмеченное выше подобие графиков зависимости \bar{t} от « p » для разных реакторов (см. рис. 5 и табл. 1) позволили авторам статьи сделать важное для дальнейшего заключение. Было принято, что по аналогии со случаем реактора Godiva-II, значения параметра « p », соответствующие максимумам кривых зависимостей \bar{t} от « p », следует считать оптимальными во всех случаях расчета, к какому бы реактору расчет ни относился.

Таким образом, можно констатировать, что сравнение экспериментальных и полученных здесь расчетных данных для реактора Godiva-II позволило установить порядок выбора оптимального для расчета Godiva-II значения параметра « p », а затем на основе анализа расчетных данных для Godiva-II и ряда других реакторов – обосновать допустимость распространения этого правила на другие реакторы.

Сценарий расчета флуктуационных явлений для любого реактора с применением ре-

комендуемого алгоритма должен начинаться с расчета зависимости \bar{t} от « p » в узкой области изменения « p » ($4 \cdot 10^{-3} < p < 2 \cdot 10^{-2}$), определения максимального значения \bar{t} и соответствующего ему оптимального значения « p ». Найденное оптимальное значение параметра « p » (p_0) следует использовать в дальнейшем расчете не только $P(m, t)$, $W(t)$, но и других зависимостей в рассматриваемой задаче.

Операция определения p_0 , а также расчет распределений $P(m, t)$, $W(t)$ по формулам (30), (37) не составляют труда. Они легко выполняются на компьютере.

В качестве примера на рис. 8 показаны распределения $W(t)$, рассчитанные для некоторых из представленных на рис. 5 вариантов типичного импульсного реактора.

Возвращаясь к табл. 1, отметим, что для представленных в ней вариантов типичного импульсного реактора длительность задержки в установлении первой устойчивой цепи делений \bar{t} составляет от 1,44 до 6,53 секунд. Длительность \bar{t} значительно возрастает с уменьшением S_0 и $\Delta \tilde{k}$. Учет ЗН для представленных в табл. 1 вариантов реактора укорачивает длительность \bar{t} в 2,5–5,9 раз.

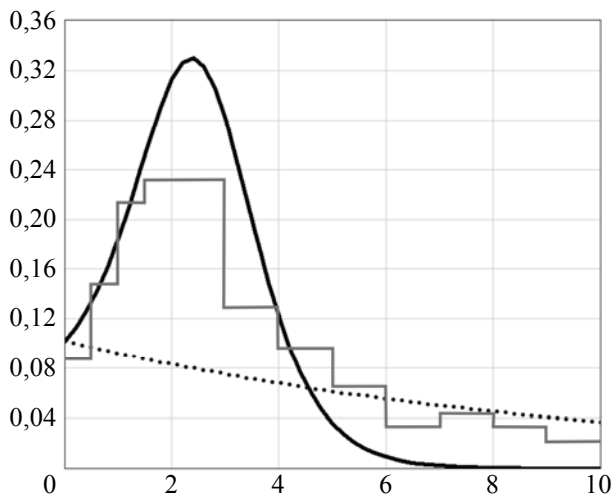


Рис. 7. Экспериментальное и расчетные распределения $W(t)$ в реакторе Godiva-II с параметрами (38): гистограмма – эксперимент; сплошная кривая – расчет с помощью алгоритма настоящей статьи; пунктир – расчет по формуле (4), не учитывающей ЗН

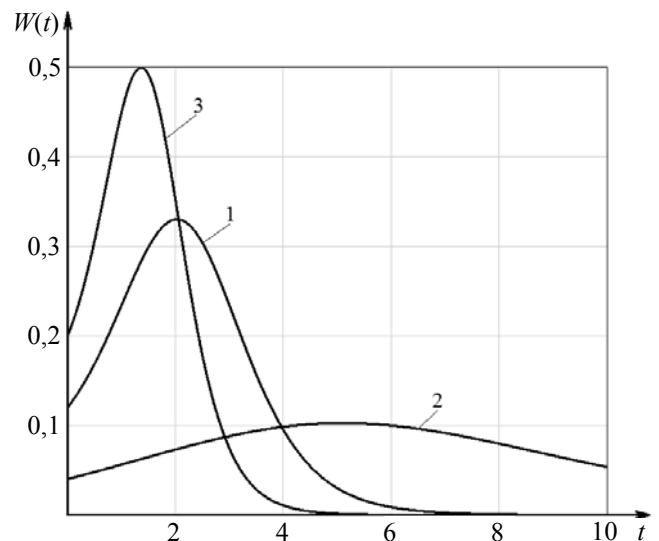


Рис. 8. Расчетные распределения $W(t)$ для типичного импульсного реактора с параметрами: 1 – (31); 2 – (31) при $S_0 = 100$; 3 – (31) при $S_0 = 500$

4. Задача с коэффициентом размножения нейтронов \tilde{k} , линейно зависящим от времени

В предыдущем разделе рассмотрен вариант задачи с постоянным, т. е. не зависящим от времени коэффициентом размножения нейтронов \tilde{k} , хорошо применимый к быстрым импульсным реакторам. В настоящем разделе статьи рассмотрен более сложный вариант с линейной зависимостью \tilde{k} от времени: $\tilde{k} = 1 + at$, где a – постоянный коэффициент. Этот вариант наилучшим образом подходит к оценкам масштаба возможных аварий как в импульсных, так и в стационарных реакторах.

Решение рассматриваемой в настоящем разделе задачи строится, в основном, по той же схеме, что и в разделе 3. Главное отличие исходных уравнений в задаче настоящего раздела заключается в появлении временной зависимости у функций $w_n(N)$ – распределения плотности вероятностей N делений в ограниченной цепи, вызванной одним нейтроном источника. Эта функция выглядит теперь как

$$w_n^*(N, t) = \left(1 - \frac{\tilde{k}(t)}{\tilde{v}}\right) \delta(N) + \frac{\tilde{k}(t)}{\tilde{v}} \frac{e^{-\alpha(t)(N+1)}}{2\tilde{k}(t)(N+1)^2},$$

$$k(t) = 1 + at, \quad \alpha(t) = \tilde{k}(t) - \ln \tilde{k}(t) - 1 = \frac{(at)^2}{2}.$$

Интегродифференциальное уравнение (10) для распределения вероятностей $P(m, t)$ и уравнение (20) для генерирующей функции (19) принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{dP(m, t)}{dt} = & \lambda_{\text{эф}} \int_0^{\infty} P(m - \gamma N + 1, t) (m - \gamma N + 1) w_n^*(N, t) dN + \\ & + S_0 \int_0^{\infty} P(m - \gamma N, t) w_n^*(N, t) dN - P(m, t) (S_0 + \lambda_{\text{эф}} m), \end{aligned} \quad (39)$$

$$P(m, t) = 0 \quad \text{при } m < 0;$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \Phi_1(p, t) \frac{\partial G}{\partial p} + \Phi_2(p, t) G(p, t), \quad (40)$$

$$\text{где } \Phi_1(p, t) = \lambda_{\text{эф}} (1 - e^p I_0(p, t)), \quad \Phi_2(p, t) = S_0 (I_0(p, t) - 1).$$

Функция $I_0(p)$ превращается в $I_0(p, t)$:

$$\begin{aligned} I_0(p, t) &= 1 - \frac{\tilde{k}}{\tilde{v}} + \frac{\tilde{k}}{\tilde{v}} e^{\gamma p} \left[e^{-\xi} - \sqrt{\pi \xi} (1 - \Phi(\sqrt{\xi})) \right] \approx \\ &\approx 1 - \frac{\tilde{k}}{\tilde{v}} + \frac{\tilde{k}}{\tilde{v}} e^{\gamma p} \left(1 - \sqrt{\pi \xi} + \xi - \frac{1}{6} \xi^2 \right), \end{aligned}$$

$$\text{где } k(t) = 1 + at, \quad \xi = \left(\frac{(at)^2}{2} + \gamma p \right).$$

И здесь, чтобы решить задачу аналитически, распределение вероятности $P(m, t)$ в уравнении (39) представляется приближенно в виде функции

$$P(m, t) = q(t) e^{-q(t)m}. \quad (41)$$

Уравнение (40) для генерирующей функции $G(p, t)$ превращается при этом в обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка (уравнение Бернулли с зависящими от времени коэффициентами) для условной функции $q(p, t)$,

$$\frac{dq}{dt} = f_1(p, t) q(t) + f_2(p, t) q^2(t), \quad (42)$$

$$\begin{aligned} f_1(p, t) &= \Phi_2(p, t) - \frac{\Phi_1(p, t)}{p} = \\ &= \left(S_0 + \frac{\lambda_{\text{эф}}}{p} e^p \right) I_0(p, t) - \left(S_0 + \frac{\lambda_{\text{эф}}}{p} \right), \end{aligned}$$

$$f_2 = \frac{\Phi_2}{p} = \frac{S_0}{p} [I_0(p, t) - 1].$$

Согласно справочнику [14], решение уравнения (42) имеет вид

$$q(p, t) = - \frac{1}{Q(p, t) \int_0^t B(p, t) dt}, \quad (43)$$

$$Q(p, t) = e^{-\int_0^t f_1(p, t) dt}, \quad B(p, t) = \frac{f_2(p, t)}{Q(p, t)}.$$

Для входящих в решение (43) интегралов

$$\int_0^t f_1(p, t) dt \quad \text{и} \quad \int_0^t I_0(p, t) dt$$

получены следующие выражения:

$$\begin{aligned}
& \int_0^t f_1(p, t) dt = \\
& = \left(S_0 + \frac{\lambda_{\text{эф}}}{p} e^p \right) \int_0^t I_0(p, t) dt - \left(S_0 + \frac{\lambda_{\text{эф}}}{p} \right) t, \\
& \int_0^t I_0(p, t) dt = \\
& = t - \frac{1}{\tilde{\nu}} \left(t + \frac{a}{2} t^2 \right) + \frac{e^{\gamma p}}{\tilde{\nu}} [i_1(p, t) + i_2(p, t)], \\
& i_1(p, t) = t - a \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\
& \times \left[\frac{t}{2} \sqrt{t^2 + \frac{2\gamma p}{a^2}} + \frac{\gamma p}{a^2} \ln \left(t + \sqrt{t^2 + \frac{2\gamma p}{a^2}} \right) - \frac{\gamma p}{a^2} \ln \frac{\sqrt{2\gamma p}}{a} \right] + \\
& + \frac{a^2}{6} t^3 + \gamma p t - \frac{a^4}{120} t^5 - \frac{\gamma p a^2}{18} t^3 - \frac{(\gamma p)^2}{6} t, \\
& i_2(p, t) = \frac{a}{2} t^2 - \frac{a^2}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\sqrt{\left(t^2 + \frac{2\gamma p}{a^2} \right)^3} - \left(\frac{\sqrt{2\gamma p}}{a} \right)^3 \right] + \\
& + \frac{a^3}{8} t^4 + \frac{a\gamma p}{2} t^2 - \frac{a^5}{144} t^6 - \frac{a^3\gamma p}{24} t^4 - \frac{a(\gamma p)^2}{12} t^2.
\end{aligned}$$

При записи решений $i_1(p, t)$ и $i_2(p, t)$ использованы интегралы [15]:

$$\begin{aligned}
& \int \sqrt{x^2 + A^2} dx = \\
& = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + A^2} + \frac{A^2}{2} \ln \left(x + \sqrt{x^2 + A^2} \right) + C, \\
& \int x \sqrt{x^2 + A^2} dx = \frac{\sqrt{(x^2 + A^2)^3}}{3} + C.
\end{aligned}$$

Интеграл $\int_0^t B(p, t) dt$ в решении (43) рассчитывается численно. При $t \rightarrow 0$ решение $q(p, t) \rightarrow \infty$. Это условие соответствует нулевому начальному значению m .

В приближении (41) решение (42) полностью определяет $P(p, m, t)$ – условное распределение вероятности присутствия в реакторе в момент времени t m предшественников

запаздывающих нейтронов. В итоге распределение $P(p, m, t)$ принимает вид

$$P(p, m, t) = - \frac{1}{Q(p, t) \int_0^t B(p, t) dt} e^{-\frac{m}{Q(p, t) \int_0^t B(p, t) dt}}. \quad (44)$$

Мы и здесь не будем применять слишком сложное обратное преобразование Лапласа. По аналогии с разделом 3, переменная « p » преобразования Лапласа будет и здесь трактоваться как свободный параметр, а значение p_0 этого параметра, наилучшим образом соответствующее решению задачи, будет именоваться оптимальным. При подстановке p_0 в выражения (43) и (44) условные решения $q(p, t)$, $P(p, m, t)$ превращаются в реальные $q(t)$, $P(m, t)$:

$$q(t) = q(p_0, t) = - \frac{1}{Q(p_0, t) \int_0^t B(p_0, t) dt}, \quad (45)$$

$$\begin{aligned}
P(m, t) &= P(p_0, m, t) = \\
&= - \frac{1}{Q(p, t) \int_0^t B(p, t) dt} e^{-\frac{m}{Q(p, t) \int_0^t B(p, t) dt}}. \quad (46)
\end{aligned}$$

На рис. 9 представлены графики распределения вероятностей $P(m, t)$ в различные моменты времени в типичном быстром импульсном реакторе с линейно вводимой реактивностью. Слегка измененные, в сравнении с (31), параметры этого реактора имеют значения:

$$a = 0,01, \quad \tilde{\nu} = 2,63, \quad \lambda_{\text{эф}} = 1 \text{ с}^{-1}, \quad \beta_{\text{эф}} = 3 \cdot 10^{-3}, \quad (47)$$

$$\gamma = 0,794562 \cdot 10^{-2}, \quad S_0 = 300 \text{ нс}^{-1}, \quad \beta = 7 \cdot 10^{-3}.$$

Значение оптимального параметра p_0 для этого реактора принято равным $6 \cdot 10^{-3}$.

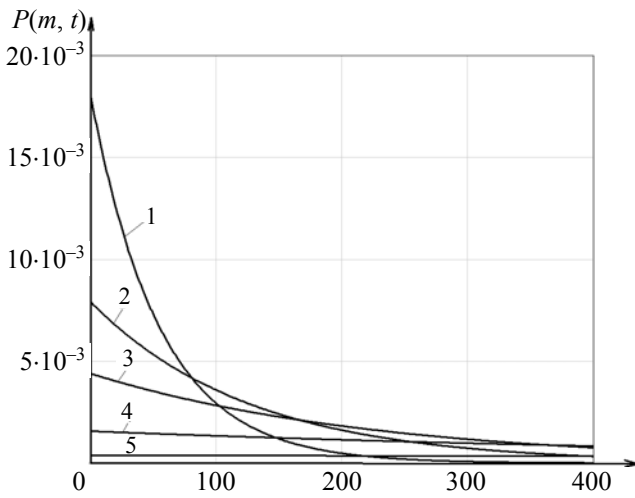


Рис. 9. Распределение вероятностей числа предшественников запаздывающих нейтронов $P(m, t)$ в типичном импульсном реакторе с линейным вводом реактивности, с параметрами (47) в различные моменты времени t : 1 – 0,2 с; 2 – 0,4 с; 3 – 0,6 с; 4 – 1 с; 5 – 1,5 с

Как уже говорилось, конечной целью решаемых в настоящей статье задач является определение не только $P(m, t)$, но и не менее важной функции $W(t)$ – распределения вероятностей возникновения первой устойчивой цепи делений. Если обозначить параметром ρ вероятность одной из возможных реализаций хода зависимости m от времени, то, очевидно, для реактора с линейно вводимой реактивностью можно записать:

$$S(\rho, t) = S_0 + \lambda_{эф} m(\rho, t), \quad (48)$$

$$W(\rho, t) = atS(\rho, t) \exp \left[- \int_0^t atS(\rho, t) dt \right],$$

где S_0 , S – интенсивность внешнего и полного источника нейтронов соответственно, at – вероятность нейтрону источника инициировать устойчивую цепь делений, равная надкритичности по мгновенным нейтронам $\Delta \tilde{k}(t)$ в момент времени t , $W(\rho, t)$ – плотность вероятности возникновения первой устойчивой цепи делений в момент t в случае, когда $m(t)$ имеет вид $m(\rho, t)$. Средняя плотность вероятности $W(t)$ будет определяться интегралом

$$W(t) = \int_0^1 W(\rho, t) d\rho. \quad (49)$$

Для определения $W(t)$ необходимо знать без пропусков и наложений все возможные реализации $m(\rho, t)$ и вероятности реализаций. Этим условиям можно удовлетворить с помощью найденного выше распределения вероятности $P(m, t)$ (46) и предположения, по аналогии с разделом 3.2, независимости от времени отношения $m(t)/\bar{m}(t)$. В этом приближении $m(\rho, t)$ удовлетворяет соотношению

$$\int_0^{m(\rho, t)} P(m, t) dm = \rho, \quad 0 \leq \rho \leq 1,$$

являющемуся уравнением относительно верхнего предела интегрирования.

В нашем случае $m(\rho, t)$ определяется как решение уравнения

$$\frac{1}{Q(\rho, t) \int_0^t B(p, t) dt} \int_0^{m(\rho, t)} e^{-\frac{m}{Q(\rho, t) \int_0^t B(p, t) dt}} Q(\rho, t) \int_0^t B(p, t) dt dm = \rho,$$

имеющего вид

$$m(\rho, t) = \ln(1 - \rho) Q(\rho, t) \int_0^t B(p, t) dt. \quad (50)$$

Соответственно выражению (50) переписутся и формулы (48) для функций $S(\rho, t)$ и $W(\rho, t)$:

$$S(\rho, t) = S_0 + \lambda_{эф} \ln(1 - \rho) Q(\rho, t) \int_0^t B(p, t) dt,$$

$$W(\rho, t) = at \left(S_0 + \lambda_{эф} \ln(1 - \rho) Q(\rho, t) \int_0^t B(p, t) dt \right) \times \exp \left[- \int_0^t at \left(S_0 + \lambda_{эф} \ln(1 - \rho) Q(\rho, t) \int_0^t B(p, t) dt \right) dt \right].$$

С помощью последнего выражения и соотношения (49) получено окончательно:

$$W(t) = \int_0^1 W(\rho, t) d\rho = e^{-\frac{aS_0 t^2}{2}} \frac{aS_0 t [1 - D(t)] - R(t)}{[1 - D(t)]^2}, \quad (51)$$

$$R(t) = \lambda_{эф} at Q(\rho_0, t) \int_0^t B(p_0, t) dt,$$

$$D(t) = \int_0^t R(t) dt.$$

При записи (51) использованы интегралы:

$$\int_0^1 e^{-D(t)\ln(1-\rho)} d\rho = \frac{1}{1-D(t)},$$

$$\int_0^1 \ln(1-\rho) e^{-D(t)\ln(1-\rho)} d\rho = -\frac{1}{(1-D(t))^2}.$$

Интегралы $R(t)$ и $D(t)$ в решении (51) определяются численно.

Как и ранее, результаты проводимых здесь расчетов можно сравнивать один с другим или с результатами экспериментов и расчетов, выполненных с использованием иных алгоритмов, непосредственно по распределениям $W(t)$. Но, как и ранее, более удобно проводить такое сравнение с помощью скалярной величины \bar{t} – среднего времени инициирования первой устойчивой цепи делений, равного

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\infty} tW(t) dt}{\int_0^{\infty} W(t) dt} = \int_0^{\infty} tW(t) dt. \quad (52)$$

В случае отсутствия запаздывающих нейтронов, решения (51), (52) совпадают с теоретическими решениями (6), (7):

$$W(t) \approx aS_0 t \exp\left(-\frac{aS_0 t^2}{2}\right),$$

$$\bar{t} \approx \sqrt{\frac{\pi}{2aS_0}}.$$

Результаты проведенных с помощью решения (51) расчетов представлены на рис. 10–12 и в табл. 3. Эти результаты демонстрируют свойства как указанного решения, так и стохастической кинетики реакторов с линейным вводом избыточной реактивности. На рис. 10 показаны графики зависимости \bar{t} от « p » для нескольких представительных наборов реак-

торных параметров. Как видим, в случае линейного ввода реактивности графики зависимости \bar{t} от « p », как и ранее, регулярны и однотипны по виду, но, в отличие от прежних графиков, не имеют выделенного максимума в области малых значений « p ». Из-за отсутствия указанного максимума, а также ввиду сравнительно слабой зависимости \bar{t} от « p », в качестве оптимального значения « p » во всех вариантах реактора с линейным вводом реактивности принято значение p_0 , равное $6 \cdot 10^{-3}$. Это значение p_0 наиболее типично для реакторов с постоянным $\Delta\tilde{k}$.

На рис. 11 продемонстрирована зависимость вида распределений $W(t)$ от выбора конкретных значений параметра « p ». На рис. 12 показаны распределения $W(t)$ при трех наборах реакторных параметров и при оптимальных значениях параметра « p » (p_0), равных $6 \cdot 10^{-3}$. В табл. 3 приведены значения \bar{t} при оптимальном параметре « p », равном $6 \cdot 10^{-3}$, для вариантов реактора, представленных на рис. 10. Там же (в скобках) указаны значения \bar{t} , рассчитанные по формуле (7), не учитывающей ЗН.

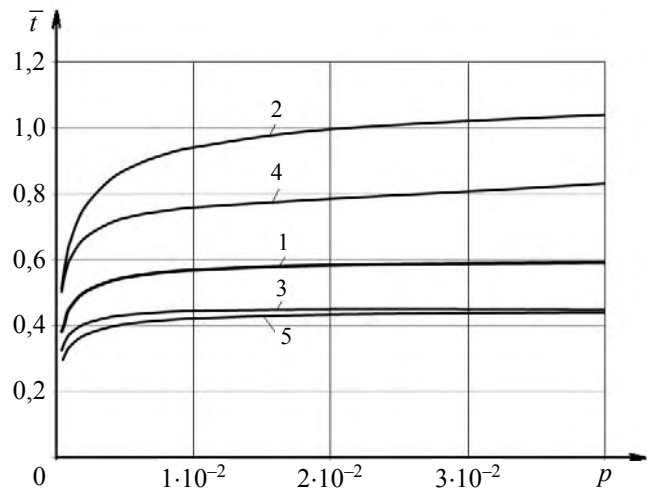


Рис. 10. Графики зависимости \bar{t} от « p » для типичного импульсного реактора с параметрами: 1 – (47); 2 – (47) при $S_0 = 100$; 3 – (47) при $S_0 = 500$; 4 – (47) при $a = 0,005$; 5 – (47) при $a = 0,02$

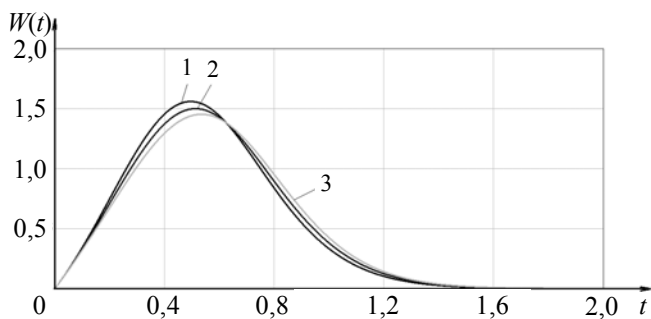


Рис. 11. Распределения $W(t)$ для типичного импульсного реактора с параметрами (47), рассчитанные при нескольких значениях параметра « p »:
1 – $6 \cdot 10^{-3}$; 2 – $1 \cdot 10^{-2}$; 3 – $2 \cdot 10^{-2}$

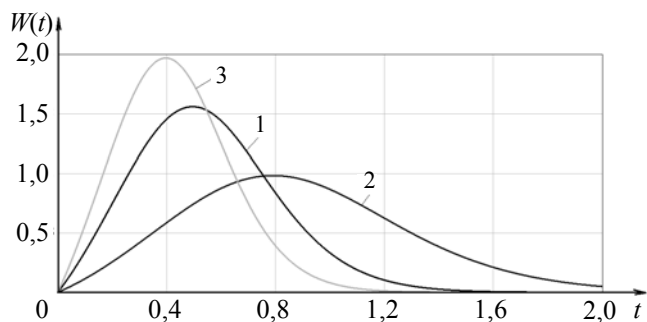


Рис. 12. Распределения $W(t)$ для типичного импульсного реактора с параметрами: 1 – (47); 2 – (47) при $a = 0,005$; 3 – (47) при $a = 0,02$

Таблица 3

Значения \bar{t} при оптимальном параметре « p », равном $6 \cdot 10^{-3}$, для вариантов реактора на рис. 10.

Параметры реактора	\bar{t} , с
(47)	0,554 (0,724)
(47) при $S_0 = 100$	0,892 (1,25)
(47) при $S_0 = 500$	0,437 (0,560)
(47) при $a = 0,005$	0,737 (1,023)
(47) при $a = 0,02$	0,411 (0,512)

Примечание. В скобках указаны значения \bar{t} , рассчитанные по формуле (7), не учитывающей ЗН.

При линейном вводе реактивности длительность задержки \bar{t} во времени установления устойчивой цепи делений значительно короче, чем в случае постоянного $\Delta\tilde{k}$. И учет ЗН приводит здесь к существенно меньшему

эффекту. В случае линейного ввода реактивности учет ЗН может приводить к укорочению длительности \bar{t} в 1,4 раза.

Как указывалось выше, в оценках масштаба возможных в реакторах аварийных энерговыделений решающую роль играет реактивность $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$, которая может быть введена до начала действия механизмов (внутренних или внешних), гасящих цепную реакцию. Значение $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$ непосредственно связано со средним временем запаздывания импульса. Эта связь выражается соотношением

$$(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}} \approx a\bar{t}.$$

В табл. 4 приведены значения $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$ для вариантов типичного импульсного реактора, представленных на рис. 10 и в табл. 3. Там же (в скобках) указаны значения $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$, рассчитанные по формуле (8), не учитывающей ЗН. Для представленных в табл. 4 вариантов реактора реактивность $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$ может достигать уровня 0,9 %. Реактивность $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$ значительно возрастает с уменьшением S_0 и ростом параметра « a ».

Таблица 4

Реактивность $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$, вводимая до начала действия механизмов глушения вариантов реактора, представленных на рис. 10 и в табл. 3.

Параметры реактора	$(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$
(47)	$5,54 \cdot 10^{-3}$ ($7,24 \cdot 10^{-3}$)
(47) при $S_0 = 100$	$8,92 \cdot 10^{-3}$ ($12,5 \cdot 10^{-3}$)
(47) при $S_0 = 500$	$4,37 \cdot 10^{-3}$ ($5,60 \cdot 10^{-3}$)
(47) при $a = 0,005$	$3,69 \cdot 10^{-3}$ ($5,12 \cdot 10^{-3}$)
(47) при $a = 0,02$	$8,22 \cdot 10^{-3}$ ($10,2 \cdot 10^{-3}$)

Примечание. В скобках указаны значения $(\Delta\tilde{k})_{\text{макс}}$, рассчитанные по формуле (8), не учитывающей ЗН.

Заключение

В надкритическом реакторе со слабым источником нейтронов рост мощности на первом этапе ее разгона подвержен сильному влиянию стохастических флуктуаций. Задаче теоретического описания стохастических явлений в реакторах посвящены работы многих зарубежных и отечественных авторов. Из них следует, что сравнительно точное описание стохастических явлений в реакторах представляет собой сложную и трудную задачу. В то же время известно, что анализ стохастических явлений часто сопутствует решению проблем пуска и безопасности реакторных установок.

Ввиду сказанного существует потребность в формулировании более простых, пусть и приближенных, алгоритмов решения указанной задачи. Настоящая статья является ответом на эту потребность. Она посвящена разработке простых в исполнении и полностью аналитических алгоритмов решения стохастических задач в реакторах со слабым источником.

В основу сформулированных в статье алгоритмов положена идея ограниченных и бесконечных (устойчивых) цепей делений. Эта идея, впервые рассмотренная в работе [3] применительно к моделям реактора без ЗН, позволила автору указанной статьи простым и наглядным способом получить компактные и очень результативные в применениях формулы для распределения вероятностей и среднего времени инициирования первой устойчивой цепи делений.

В настоящей статье указанный подход распространен на более реалистичные модели с учетом ЗН. В этом представлении нейтронные процессы в реакторе заключаются в размножении предшественников ЗН в сильно флуктуирующих по числу делений ограниченных цепях, вкладе нейтронов от распада предшественников в эффективный источник, действующий в реакторе, и в генерировании нейтронами источника новых цепей делений.

Рассмотрение этих явлений проводится в рамках часто используемого приближения нулевого времени жизни нейтронов и одной группы ЗН. Кроме того, в целях замены опе-

раций суммирования интегрированием и тем самым упрощения расчетов принято, что число предшественников ЗН m и число делений в ограниченных цепях N могут иметь любые, не обязательно целые значения.

В рамках перечисленных допущений в статье:

- сформулированы интегродифференциальные уравнения для $P(m, t)$ – распределения вероятностей присутствия в реакторе в момент времени t m предшественников ЗН – и уравнения для генерирующей функции;

- с помощью приближенного представления

$$P(m, t) = q(t)e^{-q(t)m}$$

уравнения для генерирующей функции преобразованы в обыкновенные дифференциальные уравнения. В результате получены условные решения (в пространстве образов Лапласа) $P(p, m, t)$, а также $W(p, t)$, $\bar{t}(p)$ – распределения вероятностей и среднего времени инициирования первой устойчивой цепи делений соответственно;

- на основе сопоставления расчетного и экспериментального значений \bar{t} для реактора Godiva-II выполнен переход от условных решений к реальным решениям $P(m, t)$, $W(t)$ и \bar{t} .

Результаты выполненных расчетов свидетельствуют о важной роли ЗН в процессе установления устойчивой цепи делений. В случае постоянной надкритичности $\Delta\tilde{k}$ учет ЗН может приводить к двух–семикратному укорочению длительности \bar{t} . При линейном вводе реактивности учет ЗН приводит к существенно меньшему эффекту, но, тем не менее, и в этом случае может достигаться укорочение длительности \bar{t} в 1,4 раза.

Расчеты по выведенным в статье формулам не составляют труда. Они легко выполняются на компьютере. Что касается точности расчетов, то, логически, есть основания предполагать, что результаты расчетов для разных реакторов соотносятся с реальностью так же, как в случае реактора Godiva-II. Для большей уверенности в результатах желательно было бы иметь для сравнения дополнительные

примеры образцовых измерений или расчетов. Однако возможностей к этому пока не представлялось.

Полученные в статье аналитические решения предоставляют возможность быстрого определения вероятностных характеристик разгона реактора при наличии лишь слабого источника нейтронов. Эти решения будут полезны при отработке методов генерирования импульсов делений в импульсных реакторах, при оценке масштаба аварий в реакторах вообще и при поиске мер к предупреждению этих аварий.

Список литературы

1. Wimett T. F., White R. H., Stratton W. R., Wood D. P. «Godiva-II» – an unmoderated pulse-irradiation reactor // Nucl. Sci. Engng., 1960, vol. 8, N 6, p. 691–708.
2. Williams M. M. R. Random Processes in Nuclear Reactors. – Pergamon Press. Oxford. New York. Toronto. Sydney. 1974.
3. Hansen G. E. Assembly of fissionable material in the presence of a weak neutron source // Nucl. Sci. Engng., 1960, vol. 8, N 6, p. 709–719.
4. Kazi H. Preinitiation measurements with a fast pulse reactor // Trans. Amer. Nucl. Soc., 1971, vol. 14, N 2, p. 763–764.
5. O'Brien P. D. Design problems // Fast Burst Reactors. Proc. of the National Topical Meeting on fast burst reactors held at the University of New Mexico, Albuquerque, January 28–30, 1969. USAEC CONF-690102, 1969.
6. Seal R. L. A review of the CRAC experiments // Trans. Amer. Nucl. Soc., 1971, vol. 14, N 1, p. 34–35.
7. Bell G. I. Probability distribution of neutrons and precursors in a multiplying assembly // Annals of Physics, 1963, vol. 21, N 2, p. 243–283.
8. Hurwitz H., Jr., McMillan D. B., Smith J. H., Storm M. R. Kinetics of low source reactor startups. Parts I and II // Ibid., 1963, vol. 15, N 2, p. 166–186.
9. Волков Ю. В. Стохастическая кинетика реактора со слабым источником и ядерная безопасность // Атомная энергия, 1992, т. 72, вып. 1, с. 13–18.
10. Нестеренко Р. Ю. Стохастическая теория переноса нейтронов в реакторе. Линейные стохастические уравнения распределенной модели // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 104–124.
11. Колесов В. Ф. Влияние запаздывающих нейтронов на время установления устойчивой цепи делений // Атомная энергия, 1965, т. 18, вып. 6, с. 578–583.
12. Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия. 1985. Т. 5. С. 1246.
13. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1963. С. 1100.
14. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Физматгиз, 1961. С. 704.
15. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. – М.: Физматгиз, 1961. С. 784.

Контактная информация –

Колесов Владимир Федорович,
главный научный сотрудник ИЯРФ,
РФЯЦ-ВНИИЭФ,
e-mail: otd4@expd.vniief.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 4, с. 17–37.