

## ОСОБЕННОСТИ РАДИОЛИТИЧЕСКОГО КИПЕНИЯ РАСТВОРНОГО ГОМОГЕННОГО РЕАКТОРА В СТАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

А. Н. Сизов, В. Б. Гречушкин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Статья поступила в редакцию 19.05.2021, после доработки – 07.09.2021, принята к публикации – 18.11.2021

Рассмотрен механизм радиолитического кипения в растворных гомогенных реакторах при работе в статическом режиме. Найден спектр распределения по размерам сливающихся пузырьков, первоначально рождающихся на треках осколков деления. Выведены уравнения, отражающие рост пузырьков за счет диффузии растворенного газа. В приближении размеров пузырьков, усредненных по полученному спектру, проведены расчеты как скорости роста пузырьков, так и динамики изменения концентрации растворенного радиолитического газа. Показано, что для адекватного описания выхода газа из раствора через свободную поверхность активной зоны необходимо учитывать слияние пузырьков при всплывании.

**Ключевые слова:** радиолитическое кипение, растворный реактор, статический режим.

**FEATURES OF RADIOLYTIC BOILING OF A SOLUTION HOMOGENEOUS REACTOR IN STATIC MODE OF OPERATION // A. N. Sizov, V. B. Grechushkin** // The mechanism of radiolytic boiling in solution homogeneous reactors when operating in static mode is considered. The spectrum of the size distribution of the merging bubbles, originally born on the tracks of fission fragments, was found. Equations are derived that reflect the growth of bubbles due to diffusion of dissolved gas. In the approximation of bubble sizes averaged over the obtained spectrum, we calculated both the bubble growth rate and the dynamics of concentration of dissolved radiolytic gas. It was shown that for an adequate description of the gas exit from the solution through the free surface of the core, it is necessary to take into account the merging of bubbles upon floating.

**Key words:** radiolytic boiling, solution reactor, static mode.

### Введение

В статье [1] исследован механизм радиолитического кипения в растворных гомогенных реакторах при работе в статическом режиме. Возникновение радиолитического кипения является следствием образования на треках осколков делящихся ядер урана микропузырьков, содержащих газообразные продукты радиолитического разложения воды (молекулярные водород и кислород) и водяной пар [2–5]. Если в начальной стадии работы реактора на мощности пузырьки растворяются за счет диффу-

зии газообразных продуктов радиолитического разложения через границы пузырьков в жидкость, то по достижении удельного энерговыделения в активной зоне (АЗ)  $J_0 \sim 40$  МДж/м<sup>3</sup> растворение пузырьков прекращается, так как концентрация уже растворенного газа в жидкости вдали от пузырьков и его концентрация на границах пузырьков становятся близки [3, 4]. Пузырьки начинают накапливаться. В этой ситуации возрастает вероятность рождения (на треках осколков деления) новых пузырьков в непосредственной близости от уже существующих.

Следуя работам [3, 4], ограничимся модельным представлением, согласно которому среднее число пузырьков, рождающихся на акт деления ядра урана, равно  $N = 1,5$ , и все пузырьки в момент рождения имеют одинаковый радиус  $R_0$ .

Составляющую объема пузырьковой фазы в единице объема раствора в ходе работы реактора (иными словами, составляющую относительной доли пузырьковой фазы) после прекращения растворения пузырьков можно оценить как

$$V(t) = \frac{4}{3} \pi R_0^3 N G \int_{t_0}^t w(\xi) d\xi, \quad (1)$$

где  $G$  – величина, обратная энергии деления ядра урана;  $w$  – мощность энерговыделения в единице объема;  $N$  – среднее число пузырьков, рождающихся на акт деления ядра урана;  $t_0$  – момент достижения равенства концентраций растворенного газа вдали от пузырька и на его границе (с этого момента пузырьки прекращают растворяться).

Два пузырька сливаются в один большего размера, если они соприкасаются. Это происходит, если центр одного из них попадает в пределы сферы радиуса  $2R_0$  в окрестности другого пузырька (рис. 1). Объем раствора вокруг одного центрального пузырька, в пределах которого рождаются соприкасающиеся пузырьки, равен  $(4\pi/3) [(2R_0)^3 - R_0^3]$ .

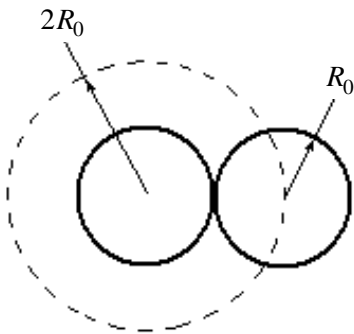


Рис. 1. Соприкосновение двух пузырьков в момент их слияния в один

Для относительной доли в рассматриваемой единице объема, в пределах которой в ре-

зультате деления ядер урана за время работы реактора, начиная с  $t_0$ , вероятно рождение новых пузырьков, способных слиться с рядом лежащими пузырьками, запишем (полагаем, естественно, что внутри самого пузырька новые пузырьки не рождаются):

$$Q_2(t) = \frac{4\pi}{3} [(R_0 + R_0)^3 - R_0^3] N G \int_{t_0}^t w(\xi) d\xi, \quad (2)$$

Фактически это есть характеристика вероятности двойного слияния пузырьков.

Поскольку  $Q_2$  – доля единицы объема раствора, соответствующая двойным слившимся пузырькам, а общее число центров пузырьков, возникших в единице объема после момента  $t_0$ , есть

$$n_N(t) = N G \int_{t_0}^t w(\xi) d\xi, \quad (3)$$

то количество дважды сливающихся пузырьков составляет

$$N_2(t) = Q_2 N G \int_{t_0}^t w(\xi) d\xi.$$

Отметим, что пузырьки, родившиеся раньше факта сдваивания, потенциально готовы к слиянию с возникающими позднее в непосредственной близости сдвоенными пузырьками. Они, как и пузырьки, родившиеся после сдваивания, могут оказаться в активном объеме вокруг сдвоенного пузырька. Тогда для составляющей в единице объема раствора относительной доли, в чьих пределах существуют или рождаются пузырьки, которые рано или поздно сольются со «сдваиваемыми» пузырьками (тройное слияние), по аналогии с (2) можем записать

$$Q_3(t) = \frac{4\pi}{3} [(R_2 + R_0)^3 - R_2^3] Q_2 N G \int_{t_0}^t w(\xi) d\xi, \quad (4)$$

где  $R_2$  – радиус сдвоенного пузырька.

Вводя в равенство (2) для удобства и компактности записи последующих выражений очевидное тождество  $R_1 \equiv R_0$ , получим

$$Q_3(t) = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 \left[ (R_2 + R_0)^3 - R_2^3 \right] \times \\ \times \left[ (R_1 + R_0)^2 - R_1^3 \right] N^2 G^2 \left( \int_{t_0}^t w(\xi) d\xi \right). \quad (5)$$

Продолжая далее до  $k$  слияний, получим

$$Q_k(t) \approx \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{k-1} N^{k-1} G^{k-1} \left\{ \int_{t_0}^t w(\xi) d\xi \right\}^{k-1} \times \\ \times \prod_{i=2}^k \left[ (R_{i-1} + R_0)^3 - R_{i-1}^3 \right]. \quad (6)$$

Из равенства (6) следует, что зависимость характерного удельного энерговклада

$$J = \int_{t_0}^t w(\xi) d\xi,$$

необходимого для формирования области  $k$  слияний, от числа слияний определяется соотношением

$$J \approx \frac{3}{4\pi} k^{-1} \sqrt{Q_k} \frac{1}{NG^{k-1} \prod_{i=2}^k \left[ (R_{i-1} + R_0)^3 - R_{i-1}^3 \right]}. \quad (7)$$

На рис. 2 для иллюстрации представлена расчетная зависимость характерного удельного энерговклада, необходимого для формирования области  $k$  слияний, от числа слияний для нескольких значений доли объема раствора  $Q_k$ . Разумеется, число «слияний» должно образовывать дискретный ряд чисел. Однако на этом рисунке и на рис. 3–6 для удобства восприятия зависимость числа слияний приводится в виде непрерывной кривой.

Зависимости от числа слияний энерговкладов, необходимых для формирования областей с  $k$  раз слившимися пузырьками, однозначно связаны с плотностью заполнения объема раствора АЗ этими областями. Согласно развитой выше модели, области, где может произойти слияние пузырьков, состоят из совокупности сферических слоев. Каждый такой слой окружает уже существующий пузырек, который может слиться с новым пузырьком,

рождающимся в рассматриваемом слое. Очевидно, что при заполнении пространства жидкости подобными слоями с рассмотренными в виде иллюстрации относительными значениями  $Q = 1$  и  $Q = 0,5$  должно происходить взаимное частичное перекрытие объемов рассматриваемых слоев, что неадекватно отражает ситуацию при учете числа возможных кандидатов на слияние из вновь рождающихся пузырьков. Предельное значение  $Q$ , при котором можно избежать отмеченного взаимного перекрытия объемов рассматриваемых слоев, достигается лишь при реализации «плотной упаковки». Ее нетрудно представить в виде жидкости, «составленной» из прилегающих вплотную друг к другу правильных тетраэдров, содержащих вписанные сферы. Коэффициент заполнения тетраэдра вписанной сферой (отношение объема шара, ограниченного данной сферической поверхностью, к объему тетраэдра) равен  $Q = \pi/6\sqrt{3} = 0,3023$ .

Радиус  $R_0$  только что образовавшегося на треках осколков деления газового пузырька определяется уравнением [3–5] (газ полагается идеальным)

$$\frac{3}{4\pi R_0^3} F m_0 T = \frac{2\alpha}{R_0} + P - \varphi, \quad (8)$$

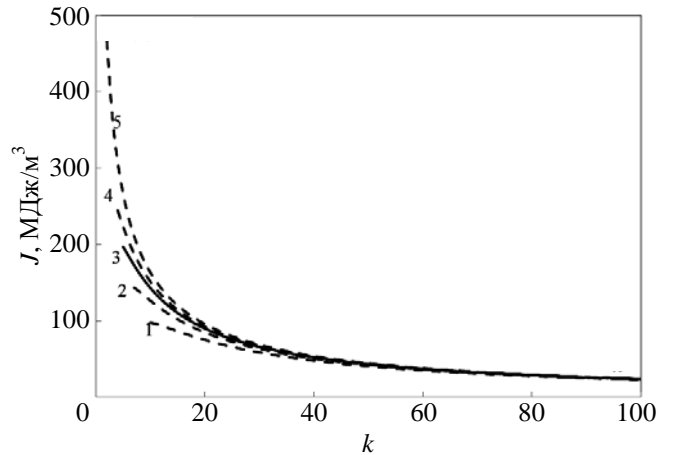


Рис. 2. Зависимости характерных удельных энерговкладов, необходимых для формирования областей  $k$  слияний, от числа слияний: 1 –  $Q = 0,01$ ; 2 –  $Q = 0,1$ ; 3 –  $Q = 0,3023$ ; 4 –  $Q = 0,5$ ; 5 –  $Q = 1$

где  $F$  – газовая постоянная для радиолитического газа;  $m_0$  – масса газа в пузырьке в момент его рождения;  $T$  – температура;  $P$  – давление в окружающей пузырек жидкости;  $\alpha$  – коэффициент поверхностного натяжения;  $\varphi$  – давление паров воды в пузырьке.

Соответственно, для радиуса суммарного пузырька, возникшего при слиянии  $k$  первоначальных пузырьков, имеем

$$\frac{3}{4\pi R_0^3} F k m_0 T = \frac{2\alpha}{R_k} + P - \varphi. \quad (9)$$

Последние два равенства позволяют для приближенных расчетов и нахождения качественных зависимостей применить упрощенный подход к определению радиусов  $R_k$ . Для пузырьков столь малого размера, как  $R \sim 10^{-7}$  м, первое слагаемое в правой части уравнений (8) и (9), отражающее действие сил поверхностного натяжения, составляет порядка или более  $10^6$  Па, в то время как в растворном гомогенном реакторе, работающем при обычных условиях в статическом режиме, разность  $(P - \varphi)$  меньше  $10^5$  Па. Если пренебречь в равенствах (8) и (9) разностью  $(P - \varphi)$ , то из названных равенств получим

$$R_k \approx \sqrt{k} R_0. \quad (10)$$

В качестве иллюстрации в таблице приведены зависимости от  $k$  точных значений  $R_k$ , рассчитанных по уравнению (9), и значений  $R_k$  – по соотношению (10).

*Сравнение точного и упрощенного методов расчета радиуса пузырька, образованного в результате слияний (для  $P = 10^5$  Па и  $T = 20$  °C)*

Радиусы пузырька	$k$				
	2	3	4	5	6
$R_k, 10^{-5}$ м	1,67	2,25	2,83	3,41	3,99
$k^{1/2} R_0, 10^{-5}$ м	1,55	1,90	2,19	2,46	2,68

После подстановки (10) в (6) имеем

$$Q_k(t) \approx \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{k-1} R_0^{3(k-1)} N^{k-1} G^{k-1} \left\{ \int_{t_0}^t w(\xi) d\xi \right\}^{k-1} \times \prod_{i=2}^k (3i + 3\sqrt{i-1} - 2). \quad (11)$$

В соответствии с (10), равенство (7) приближенно можно представить

$$J \approx \frac{3}{4\pi} \frac{k^{-1} \sqrt{Q_k}}{R_0^3 N G} \frac{1}{k^{-1} \prod_{i=2}^k (3i + 3\sqrt{i-1} - 2)}. \quad (12)$$

Если принять, что, начиная, как минимум, с момента  $t_0$ , реактор работает на постоянной мощности  $w$ , то время формирования

$$\Delta t = t - t_0 \quad (13)$$

области раствора  $Q_k$  для  $k$  слияний (фактически это временной интервал, за который происходит  $k$  слияний) принимает вид

$$\Delta t \approx \frac{3}{4\pi} \frac{k^{-1} \sqrt{Q_k}}{R_0^3 N G w} \frac{1}{k^{-1} \prod_{i=2}^k (3i + 3\sqrt{i-1} - 2)}. \quad (14)$$

Пусть относительный объем (в единице объема раствора) области формирования  $k$  раз слившихся пузырьков  $Q$  задан. Энергия формирования такой области для дважды слившихся пузырьков уже после достижения в момент  $t_0$  удельным энергокладом значения  $J_0 = J(t_0) = 40$  МДж/м<sup>3</sup> составляет  $J_2$ . Таким образом, количество дважды слившихся пузырьков, образованных в этой области, равно

$$N_2 = \frac{1}{2} N G J_2, \quad (15)$$

где  $N_2$  – количество дважды слившихся пузырьков в единице объема раствора;  $J_2$  – энергия формирования области (в единице объема раствора) для дважды слившихся пузырьков. Она равна

$$J_2 = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t_2} w(\xi) d\xi, \quad (16)$$

где  $\Delta t_2$  – временной интервал формирования области сдвоенных пузырьков.

Цифра 2 в знаменателе равенства (15) отражает факт, что в результате двух слияний число пузырьков уменьшается вдвое.

Часть пузырьков из этого ансамбля испытывает еще одно слияние со вновь рождающимися пузырьками, образуя пузырьки тройного слияния. Их число равно

$$N_3 = \frac{1}{3} NGJ_3; \quad (17)$$

$$J_3 = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t_3} w(\xi) d\xi. \quad (18)$$

Число пузырьков двойного слияния, не претерпевших дальнейших слияний, равно

$$N_{02} = N_2 - N_3 = NG \left\{ \frac{1}{2} J_2 - \frac{1}{3} J_3 \right\}. \quad (19)$$

Продолжая данный ряд для пузырьков  $k$ -го слияния, не испытавших дальнейших слияний, имеем

$$N_{0k} = N_k - N_{k+1} = NG \left\{ \frac{1}{k} J_k - \frac{1}{k+1} J_{k+1} \right\}, \quad (20)$$

где  $N_{0k}$  – число пузырьков  $k$ -го слияния, не испытавших дальнейших слияний.

На рис. 3 для  $T = 300$  К,  $P = 10^5$  Па,  $Q = 0,3023$  («плотная упаковка») представлен спектр распределения по числу слияний доли пузырьков, претерпевших  $k$  слияний, рассчитанный как

$$f_k = \frac{N_{0k}}{\sum_{k=2}^{\infty} N_{0k}}. \quad (21)$$

Усредненный по спектру радиус образованного слияниями пузырька определяется очевидным соотношением

$$R_{sr} = \sum_{k=2}^{\infty} R_k f_k. \quad (22)$$

В частности, при  $Q = 0,3023$  («плотная упаковка»)  $R_{sr} = 5,15 \cdot 10^{-7}$  м.

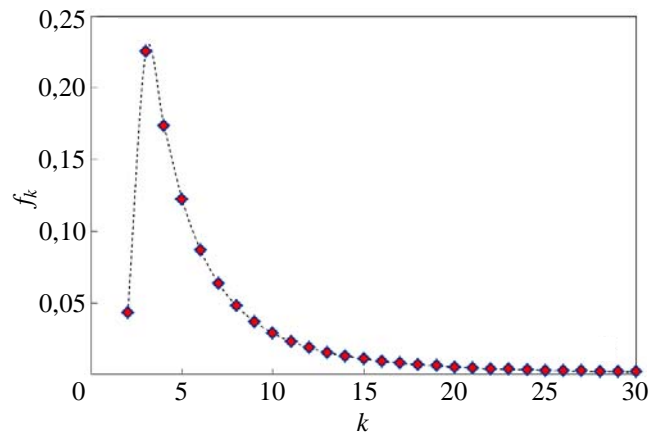


Рис. 3. Спектр распределения слившихся пузырьков по числу слияний

Отметим, что суммарное число пузырьков, претерпевших хотя бы одно слияние, в единице объема раствора равно

$$\begin{aligned} N_{\Sigma} &= \sum_{k=2}^{\infty} N_{0k} = \sum_{k=2}^{\infty} (N_k - N_{k+1}) = \\ &= N_2 - N_{\infty+1} \cong N_2 = \frac{1}{2} NGJ_2. \end{aligned} \quad (23)$$

Пузырьки, образованные слияниями с другими пузырьками, рождающимися на треках осколков деления ядер урана, могут расти за счет диффузии газа из жидкости. При этом, параллельно во времени, вновь рождающиеся на треках осколков деления пузырьки, не претерпевшие слияния с другими пузырьками и имеющие в момент рождения начальный радиус  $R_0$ , должны растворяться, отдавая за счет диффузии свой радиолитический газ жидкости. Подобное поведение объясняется тем, что концентрация растворенного газа у границы только что родившихся на треках пузырьков, согласно закону растворимости Генри, пропорциональна парциальному давлению газа в самом пузырьке,

$$c_0 = c_1 = BP_{0g} = B \left\{ \frac{2\alpha}{R_0} + P - \phi \right\}, \quad (24)$$

где  $c_0$  – концентрация растворенного газа у поверхности одиночного пузырька;  $c_1$  – концентрация растворенного газа у поверхности пузырька в момент его возникновения;  $B$  – коэффициент растворимости (постоянная

Генри);  $P_{0g}$  – парциальное давление газа в пузырьке в момент его рождения. Данная концентрация больше (или, по крайней мере, не меньше) концентрации газа в жидкости  $c_\infty$ , накопившейся к моменту насыщения жидкости газом за счет растворения первоначально родившихся на треках осколков пузырьков на начальном этапе работы реактора. После этого момента «насыщения» растворение вновь рождающихся пузырьков должно было бы прекратиться. Указанный момент соответствует удельному энерговкладу [4]

$$J_0 = \int_0^{t_0} w(\xi) d\xi.$$

Но ввиду присутствия слившихся пузырьков реализуется иная картина. Та же рассматриваемая концентрация  $c_0$  больше концентрации газа в жидкости на границе  $k$  раз слившихся пузырьков,

$$c_k = B \left\{ \frac{2\alpha}{R_k} + P - \varphi \right\},$$

где  $R_k$  – радиус  $k$  раз слившихся пузырьков.

Очевидно, что  $R_k > R_0$ , следовательно,  $c_0 > c_k$ . Когда слившиеся пузырьки за счет диффузии растут, уменьшая концентрацию растворенного газа, вновь рожденные пузырьки растворяются, компенсируя это уменьшение. То есть, в отличие от  $k$  раз слившихся пузырьков, только что родившиеся неслившиеся пузырьки (как раз из-за присутствия слившихся пузырьков) должны растворяться за счет диффузии, являясь, по сути, источниками растворенного газа. Зависимость подобных источников от времени можно представить как

$$\mu(t) = \delta \int_0^t w(\xi) d\xi, \quad (25)$$

где  $\delta$  – выход радиолитического газа на единицу выделенной энергии.

В работе [4] представлено решение задачи о диффузии растворенного в жидкости газа через сферическую поверхность маленького растущего (или гибнущего) пузырька. Задача рассмотрена в квазистатическом приближении, что соответствует малости скорости из-

менения радиуса пузырька по сравнению со скоростью изменения эффективной протяженности диффузионного слоя у его границы,

$$\left| \frac{dR}{dt} \right| \ll \sqrt{D/t},$$

где  $D$  – коэффициент диффузии радиолитического газа в растворе. В результате решения данной задачи получено выражение для градиента концентрации растворенного газа на текущий момент времени  $t$  на границе пузырька, родившегося в момент  $\xi$ ,

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial c}{\partial r} \right)_R &= \frac{\theta}{\sqrt{\pi D(t-\xi)}} + \frac{c_\infty(t) - c_0(t, \xi)}{R(\xi, t)} - \\ &- \frac{1}{R(\xi, t)} \int_\xi^t \left[ 2B \frac{d\alpha}{dT} - BR(\xi, \tau) \frac{d\varphi(\tau)}{dT} \right] \frac{d\tau}{d\tau} + \\ &+ BR(\xi, t) \frac{dP(\tau)}{d\tau} - R(\xi, t) \frac{d\mu(\xi, t)}{d\tau} + \\ &+ [B[P(\tau) - \varphi(\tau)] - c_1(\xi) - \mu(\xi, \tau)] \times \\ &\times \frac{dR(\xi, \tau)}{d\tau} \left\} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi D(t-\tau)}}, \quad (26) \end{aligned}$$

где  $c_\infty$  – концентрация растворенного газа вдали от пузырька;  $\mu$  – источники растворенного газа;  $\theta$  – перепад концентраций растворенного газа вдали от пузырька и у его поверхности в момент его рождения.

При стабилизированных условиях работы реактора  $dT/dt = 0$ ,  $dP/dt = 0$ ,  $\mu(t) = \delta(t - t_0)$  из равенства (26) имеем

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial c}{\partial r} \right)_R &= \frac{\theta}{\sqrt{\pi D(t-\xi)}} + \frac{c_\infty(t) - c_0(t, \xi)}{R(\xi, t)} - \frac{1}{R(\xi, t)} \times \\ &\times \int_\xi^t \left\{ [B[P - \varphi] - c_1(\xi) - \delta w(\tau - t_0)] \frac{dR(\xi, \tau)}{d\tau} - \right. \\ &\left. - \delta w R(\xi, \tau) \right\} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi D(t-\tau)}}. \quad (27) \end{aligned}$$

Радиус растущего пузырька определяется уравнением

$$\frac{3F}{4\pi} \{m + m_0\} \frac{T}{R^3} = \frac{2\alpha}{R} + P - \varphi, \quad (28)$$

где  $m$  – масса газа, прибывшего в пузырек в результате диффузии (газ полагается идеальным) [3, 4]. Из (28) следует

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi}{3FT} \left\{ 4\alpha R + 3(P - \varphi)R^2 \right\} \frac{dR}{dt}. \quad (29)$$

С другой стороны, для скорости прироста массы газа в пузырек за счет диффузии можем записать

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi R^2 D \left( \frac{\partial c}{\partial r} \right)_R. \quad (30)$$

Приравнявая (29) и (30), с учетом (27), находим

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dt} = & \frac{3FT}{\left\{ 4\alpha R + 3(P - \varphi)R^2 \right\}} R^2 D \left\{ \frac{\theta}{\sqrt{\pi D(t - \xi)}} + \right. \\ & \left. + \frac{c_\infty(t) - c_0(\xi, t)}{R(\xi, t)} + \frac{1}{R(\xi, t)} \times \right. \\ & \left. \times \int_{\xi}^t \left\{ \left[ c_1(\xi) - B(P - \varphi) + \delta w(\tau - t_0) \right] \frac{dR(\xi, \tau)}{d\tau} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \delta w R(\xi, \tau) \right\} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi D(t - \tau)}} \right\}. \quad (31) \end{aligned}$$

Проведем сравнительную оценку вклада в общую сумму в фигурных скобках первых двух слагаемых и третьего слагаемого, содержащего интеграл. Прежде всего, отметим, что  $c_1(\xi)$  – это концентрация растворенного газа у поверхности пузырька в момент его возникновения. Следовательно, как и в равенстве (24), для только что возникшего в результате  $k$ -го слияния пузырька имеем

$$c_1 - B(P - \varphi) = B \frac{2\alpha}{R_{k0}},$$

где  $R_{k0}$  – начальный радиус  $k$  раз слившихся пузырьков.

Оценим по порядку величины следующий интеграл

$$I_1 = \int_{\xi}^t \left[ \frac{2B\alpha}{R} + \delta w(\tau - \xi) \right] \frac{dR}{d\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi D(t - \tau)}},$$

положив в нем  $dR/d\tau \sim \langle R \rangle / \Delta t$ , где  $\Delta t = t - \xi$ ;  $\langle R \rangle$  – среднее на рассматриваемом временном отрезке значение радиуса пузырька.

Тогда

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi D}} \left\{ \frac{4B\alpha}{\sqrt{\Delta t}} + \frac{4}{3} \delta w \langle R \rangle \sqrt{\Delta t} \right\}.$$

Аналогичная оценка интеграла

$$I_2 = \int_{\xi}^t \delta w R(\xi, t) \frac{d\tau}{\sqrt{\pi D(t - \tau)}}$$

приводит к

$$I_2 = \frac{2\delta w}{\sqrt{\pi D}} \langle R \rangle \sqrt{\Delta t}.$$

Момент  $t_0$  насыщения жидкости газом, приводящего к прекращению растворения первоначально родившихся на треках осколков пузырьков на начальном этапе работы реактора, можно считать моментом рождения  $\xi$  последующих пузырьков, возникающих в результате слияний (по крайней мере, для дважды слившихся пузырьков). Следовательно, ниже, при проведении оценок можно положить  $\xi = t_0$  и, соответственно,  $\Delta t = t - t_0$ .

Разность  $c_\infty(t) - c_0(\xi, t) = \delta w \Delta t$  определяется приращением источников (25). Второе слагаемое в фигурных скобках выражения (31) заметно превосходит третье, содержащее интеграл  $I = I_1 + I_2$ , если выполняется неравенство

$$\delta w \Delta t \gg \frac{1}{\sqrt{\pi D}} \left\{ \frac{4B\alpha}{\sqrt{\Delta t}} + \frac{10}{3} \delta w \langle R \rangle \sqrt{\Delta t} \right\}.$$

Отсюда следуют два условия:

$$\frac{4B\alpha}{\sqrt{\pi D} \delta w \Delta t^{3/2}} \ll 1 \text{ и } \frac{10 \langle R \rangle}{3\sqrt{\pi D} \Delta t} \ll 1, \text{ или}$$

$$\Delta t \gg \left( \frac{4B\alpha}{\sqrt{\pi D} \delta w} \right)^{2/3}; \quad \Delta t \gg \left( \frac{10 \langle R \rangle}{3\sqrt{\pi D}} \right)^2. \quad (32)$$

В качестве примера приведем оценку для работы реактора ВИР-2М в статическом режиме [6]. Для радиолитического газа коэффициент диффузии в воде  $D \approx 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с, постоянная Генри  $B \approx 1,4 \cdot 10^{-8}$  кг/м<sup>3</sup>·Па, массовый выход радиолитического газа на единицу выделенной энергии равен  $\delta = 3,45 \cdot 10^{-9}$  кг/Дж. При температуре раствора  $T = 300$  К коэффициент поверхностного натяжения (для воды) составляет  $\alpha \approx 0,074$  Дж/м<sup>2</sup>. Для работы реактора ВИР-2М в статическом режиме на мощности 20 кВт [6] оценка по первой из формул (32)

дает  $\Delta t \gg 0,2$  с, а по второй –  $\Delta t \gg 3,5 \cdot 10^{-5}$  с. Таким образом, для  $\Delta t \gg 0,2$  с уравнение (15) можно заметно упростить,

$$\frac{dR}{dt} = \frac{3FT}{\{4\alpha R + 3(P - \varphi)R^2\}} R^2 D \times \left\{ \frac{\theta}{\sqrt{\pi D(t - \xi)}} + \frac{c_\infty(t) - c_0(\xi, t)}{R(\xi, t)} \right\}. \quad (33)$$

Содержание газа в растворе при  $t > t_0$  формируется из двух составляющих: прибыли газа за счет растворения вновь рождающихся пузырьков после момента  $t_0$ , как об этом указано выше, и убыли из-за диффузии газа из раствора в существующий ансамбль слившихся пузырьков.

Скорость прибыли растворенного газа, согласно равенству (25), составляет

$$\frac{dc_+}{dt} = \frac{d\mu}{dt} = \delta w. \quad (34)$$

Убыль концентрации за счет диффузии газа в слившиеся пузырьки, не испытывающие дальнейших слияний, равна

$$\frac{dc_-}{dt} = \sum_{k=2}^{\infty} N_{0k} \frac{dm_k}{dt}, \quad (35)$$

где  $m_k$  – масса газа, прибывшего за счет диффузии в пузырек, возникший в результате  $k$  слияний.

Для пузырька, возникшего в результате  $k$  слияний, в полной аналогии с равенством (29) можем записать

$$\frac{dm_k}{dt} = \frac{4\pi}{3FT} \{4\alpha R_k + 3(P - \varphi)R_k^2\} \frac{dR_k}{dt}. \quad (36)$$

В итоге для средней концентрации газа в растворе вдали от пузырька получаем

$$\frac{dc_\infty}{dt} = \delta w - \frac{4\pi}{3FT} \sum_{k=2}^{\infty} N_{0k} \{4\alpha R_k + 3(P - \varphi)R_k^2\} \frac{dR_k}{dt}. \quad (37)$$

Уравнение (37) в совокупности с уравнениями (33), записанными для каждого из возникших в результате  $k$  слияний пузырьков,

$$\frac{dR_k}{dt} = \frac{3FT}{\{4\alpha R_k + 3(P - \varphi)R_k^2\}} R_k^2 D \times \left\{ \frac{\theta_k}{\sqrt{\pi D(t - \xi)}} + \frac{c_\infty(t) - c_k(\xi, t)}{R_k(\xi, t)} \right\}, \quad (38)$$

описывают динамику как концентрации радиолитического газа в растворе, так и ансамбля пузырьков.

Естественно, что проведение численных решений возможно лишь при разумном ограничении числа уравнений, скоррелированных с числом учитываемых слияний. Такое ограничение может быть найдено, например, последовательным сопоставлением расчетов по данной системе уравнений посредством увеличения  $k$  до тех пор, пока результаты расчетов системы с  $k + 1$  будут мало отличаться от результатов расчетов с  $k$ . Однако основные закономерности режима радиолитического кипения (включая и временные масштабные характеристики) при заданных параметрах работы реактора могут быть исследованы посредством перехода к уравнениям с усредненными по спектру размерами пузырьков. В этом случае система расчетных уравнений сводится к системе из двух уравнений с заменой в первом из них суммирования по  $k$  от 2 до  $\infty$  на суммарное количество пузырьков от всех слияний,

$$\frac{dc_\infty}{dt} = \delta w - \frac{4\pi}{3FT} N_\Sigma \{4\alpha R_{sr} + 3(P - \varphi)R_{sr}^2\} \frac{dR_{sr}}{dt}; \quad (39)$$

$$\frac{dR_{sr}}{dt} = \frac{3FT}{\{4\alpha R_{sr} + 3(P - \varphi)R_{sr}^2\}} R_{sr}^2 D \times \left\{ \frac{\theta_{sr}}{\sqrt{\pi D(t - \xi)}} + \frac{c_\infty(t) - c_{0sr}(\xi, t)}{R_{sr}(\xi, t)} \right\}, \quad (40)$$

где  $N_\Sigma$  – суммарное число претерпевших слияния пузырьков в единице объема раствора;  $R_{sr}$  – радиус среднего пузырька;  $\theta_{sr}$  – перепад концентраций растворенного газа вдали от пузырька и у его поверхности в условный момент формирования пузырька среднего



размера;  $c_{0sr}$  – концентрация растворенного газа у поверхности пузырька среднего размера.

На рис. 4 представлены расчетные зависимости от времени усредненных по спектру размеров пузырьков для различных относительных объемов формирования областей слияния пузырьков. Рис. 5 отражает зависимости от времени концентраций растворенного радиолитического газа для тех же относительных объемов формирования областей слияния пузырьков. Во всех расчетах для каждого относительного объема формирования за начало отсчета времени принят момент рождения среднего пузырька.

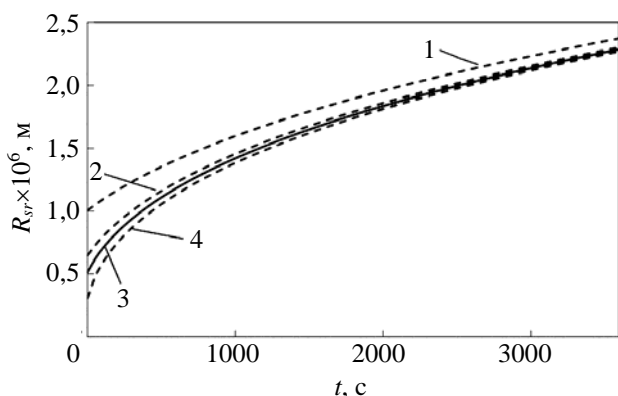


Рис. 4. Зависимости от времени усредненных по спектру размеров пузырьков для различных относительных объемов формирования областей слияний пузырьков: 1 –  $Q = 0,1$ ; 2 –  $Q = 0,2$ ; 3 –  $Q = 0,3023$ ; 4 –  $Q = 1$

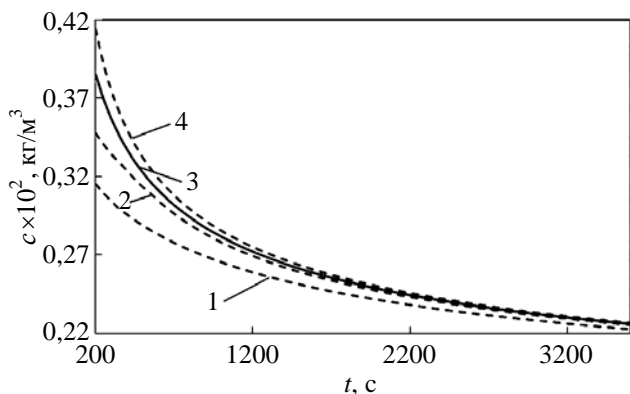


Рис. 5. Зависимости от времени концентраций растворенного радиолитического газа для различных относительных объемов формирования областей слияний пузырьков: 1 –  $Q = 0,1$ ; 2 –  $Q = 0,2$ ; 3 –  $Q = 0,3023$ ; 4 –  $Q = 1$

Результаты расчетов свидетельствуют, что независимо от величины относительных объемов формирования областей слияния, как концентрации растворенного газа, так и средние размеры пузырьков со временем стремятся к единым значениям.

На всем протяжении от условного момента рождения пузырька среднего размера зависимость его радиуса от времени с хорошей точностью передается приближением

$$R_{sr} = 0,515 \cdot 10^{-6} + 2,48 \cdot 10^{-8} \sqrt{t} + 7,85 \cdot 10^{-11} t, \text{ м} \quad (41)$$

Выход первых пузырьков из прилегающих к свободной поверхности областей раствора возникает практически сразу после начала работы реактора на мощности. Однако полномасштабное бурное «радиолитическое кипение» начинается позднее.

Рассмотрим выход газа из раствора в приближении усредненных по спектру (претерпевших слияния) растущих под влиянием диффузии газа пузырьков радиуса  $R_{sr}$ , предполагая, что на своем пути они не объединяются с вышележащими пузырьками, т. е. все всплывающие пузырьки не зависят друг от друга. Преследуя цель получить оценку характерных скоростных масштабов выхода газа из раствора АЗ, будем полагать, что распределение энерговыделения в поперечном сечении АЗ однородно и пузырьки всплывают строго вертикально.

Практически повторяя ход рассуждений и формулировок статьи [1], плотность потока массы газа (всплывающей в растущих под влиянием диффузии газа пузырьках радиуса  $R_{sr}$ ) через свободную горизонтальную поверхность АЗ, расположенную на расстоянии  $x$  от дна, запишем в виде

$$\Phi(x) = u_{sr} m_{sr} N_{\Sigma}, \quad (42)$$

где  $u_{sr}$  – скорость всплытия среднего пузырька;  $m_{sr}$  – масса радиолитического газа в среднем пузырьке.

Скорость всплытия пузырька определяется формулой [1]

$$u_{sr} = R_{sr}^2 \frac{\rho}{3\eta} g, \quad (43)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $\eta$  – динамическая вязкость раствора АЗ;  $g$  – ускорение силы тяжести.

В установившемся статическом режиме количество газа, выходящего в единицу времени посредством всплывания пузырьков через единицу площади поверхности раствора АЗ на высоте  $x$ , должно быть равно скорости генерации газа в вертикальном столбе раствора единичной площади с высотой, равной этой высоте  $x$ ,

$$\Phi(x) = \delta \int_0^x w(\xi) d\xi. \quad (44)$$

Масса газа в «среднем» пузырьке равна (см. равенство (28))

$$m_{sr} = \frac{4\pi R_{sr}^3}{3FT} \left\{ \frac{2\alpha}{R_{sr}} + P - \varphi \right\}. \quad (45)$$

Приравнявая (42) и (44) и подставляя (43), (45), получаем уравнение пятой степени для пузырьков, выходящих из раствора,

$$\frac{4\pi\rho g N_{\Sigma}}{9\eta FT} \left\{ 2\alpha R_{sr}^4 + (P - \varphi) R_{sr}^5 \right\} = \delta \int_0^x w(\xi) d\xi. \quad (46)$$

Оно имеет два комплексно сопряженных, два отрицательных действительных корня и один положительный действительный корень. Последний и является искомым значением среднего радиуса пузырьков, поднимающихся от дна АЗ до высоты  $x$ . Для ВИР-2М [6] (при объеме АЗ  $V \approx 105$  л и высоте  $H \approx 0,7$  м), работающего в статическом режиме на мощности 20 кВт при  $P = 10^5$  Па,  $T = 300$  К, указанное значение при  $x = H$  равно  $R_{sr}(H) = 2,35 \cdot 10^{-6}$  м.

Зависимость размера пузырька от времени приближенно определяется уравнением (41). Решение этого уравнения относительно  $x = t^{1/2}$  имеет два корня, один из которых отрицателен. Физический смысл отражает положительный корень. Результирующее значение для  $t$  при  $R_{sr}(H) = 2,35 \cdot 10^{-6}$  м равно  $t(H) \approx 3800$  с или  $t(H) \approx 1$  ч. Это можно было бы в первом

приближении принять за характерный масштаб времени от момента рождения пузырька до момента его выхода на поверхность (как сказано ранее, в предположении, что на своем пути пузырьки не объединяются с лежащими выше пузырьками), отражающего момент начала «бурного радиолитического кипения». Однако при плотности пузырьков в растворе  $N_{\Sigma} = 3,7 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ , оцененной по формуле (23), среднее расстояние между их центрами составляет  $\sim 1,54 \cdot 10^{-6}$  м, что в три раза меньше диаметра пузырька  $\sim 5 \cdot 10^{-6}$  м. При этом суммарный объем пузырьков в  $1 \text{ м}^3$  при указанных плотности  $N_{\Sigma}$  и радиусе  $R_{sr}(H) = 2,35 \cdot 10^{-6}$  м должен был бы составить  $V(H) \sim 200 \text{ м}^3$ .

Приведенные простые оценки свидетельствуют, что модель всплывания независимых невзаимодействующих пузырьков не пригодна для объяснения выхода газа из раствора АЗ. Отдельные пузырьки или группы пузырьков при всплытии должны объединяться, сливаясь в более крупные пузырьки. В работе [1] отмечено: «Всплывающие пузырьки увеличиваются за время своего движения вверх под влиянием диффузии в них газа. Чем на более низком уровне возникли пузырьки, тем больше становится их размер по достижении при подъеме некоторого рассматриваемого поперечного сечения АЗ. Соответственно, и скорость всплытия этих пузырьков выше, чем скорость родившихся в данном сечении пузырьков, так как она пропорциональна квадрату их радиуса. Очевидно, что возникшие в более низких слоях АЗ пузырьки догоняют при всплытии своих «собратьев», появившихся в более высоких слоях. В этом случае может проявиться эффект объединения «догоняющих» пузырьков с находящимися выше».

Нетрудно показать, что при таких слияниях суммарный объем газа в каждом поперечном сечении АЗ должен быть меньше, чем при отсутствии слияний. Будем оценивать время нахождения (при всплытии) пузырька некоторого радиуса  $R$  в горизонтальном слое толщиной  $l$  как

$$\tau = \frac{l}{u}, \quad (47)$$

где  $l$  – размер по высоте рассматриваемого слоя жидкости;  $u$  – скорость подъема пузырька.

Для усредненного по спектру  $f_k$  пузырька, возникшего в результате рассмотренного ранее слияния первоначально родившихся на треках осколков деления пузырьков, время нахождения в рассматриваемом слое, согласно соотношениям (43) и (47), равно

$$\tau_{sr} = \frac{l}{u_{sr}} \sim \frac{l}{R_{sr}^2}. \quad (48)$$

При проведении демонстрационных качественных оценок для простоты будем полагать, что объем пузырька, образованного в результате слияния  $n$  усредненных по спектру  $f_k$  пузырьков, возникших ранее на треках осколков деления, равен сумме объемов последних,

$$v_n = n \frac{4}{3} \pi R_{sr}^3. \quad (49)$$

При используемом упрощенном подходе не учитываются некоторые незначительные несовпадения в суммарных объемах, связанные с влиянием сил поверхностного натяжения. Однако для качественной (а не количественной) демонстрации это неважно.

Естественно, результирующий радиус пузырька, образованного объединениями при всплытии, равен

$$R_n = n^{2/3} R_{sr}, \quad (50)$$

а время его нахождения в слое толщины  $l$  пропорционально

$$\tau_n = \frac{l}{u_n} \sim \frac{l}{R_n^2} \sim \frac{l}{n^{2/3} R_{sr}^2}. \quad (51)$$

Из (48) и (51) следует

$$\tau \sim n^{-2/3} \tau_{sr}, \quad (52)$$

т. е. время нахождения в растворе АЗ одиночных пузырьков, возникших на первом этапе в результате первоначальных слияний вблизи треков осколков деления, в  $n^{2/3}$  раз больше времени присутствия пузырьков, объединив-

шихся позже, на втором этапе, в ходе всплытия. Таким образом, за счет слияний второго этапа суммарный объем газовой фракции в каждом горизонтальном сечении АЗ меньше, чем он был бы при росте индивидуальных пузырьков первого этапа. Именно этот фактор объединения всплывающих пузырьков и способствует стабильной работе реактора на постоянной мощности.

Обозначим  $v_l$  объем раствора. Отношение количества пузырьков в единице массы раствора, возникших в результате слияний на первом этапе,  $N_{\Sigma} v_l$ , к количеству пузырьков в единице массы раствора, образовавшихся позже, на втором этапе,  $N_m$ , характеризует интенсивность процесса бурного радиолитического кипения и может быть определено параметром полного конечного числа слияний

$$N_{сл} = \frac{N_{\Sigma} v_l}{N_m}.$$

На рис. 6 представлена зависимость числа окончательных слияний пузырьков от расстояния от дна АЗ для статических режимов работы реактора ВИР-2М на мощностях  $W = 20$  кВт и  $W = 200$  Вт (расчет  $N_m$  выполнен с использованием результатов работы [1]). Число конечных слияний в реакторе, работающем на большей мощности, выше, что отражает естественное возрастание интенсивности радиолитического кипения с ростом мощности.

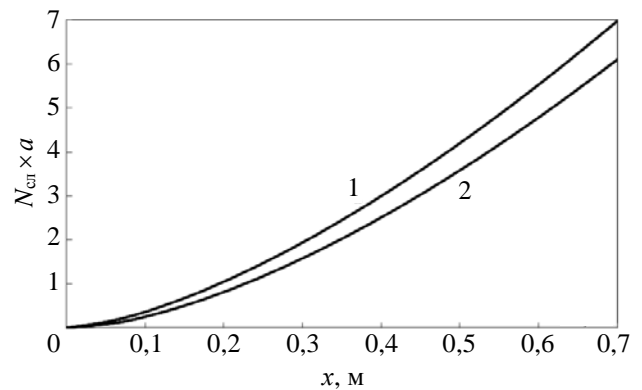


Рис. 6. Зависимость числа окончательных слияний пузырьков от расстояния до дна АЗ: 1 –  $W = 20$  кВт;  $a = 10^{-8}$ ; 2 –  $W = 200$  Вт;  $a = 10^{-5}$

## Список литературы

1. Сизов А. Н., Гречушкин В. Б., Хоружий В. Х. Радиолитическое кипение растворного гомогенного реактора в статическом режиме работы // ВАНТ, сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 4, с. 38–43.

2. Bumpus C. F., Spiegler P., Norman A. Measurement and interpretation of dynamic void growth in homogeneous fissile solutions // *Trans. Amer. Nucl. Soc.*, 1961, vol. 4, p. 71.

3. Сизов А. Н., Колесов В. Ф., Соловьев Г. Г. Расчет динамических характеристик гомогенных водных импульсных реакторов // ВАНТ, сер. Импульсные реакторы и простые критические сборки, 1978, вып. 2(2), с. 3–13.

4. Сизов А. Н., Колесов В. Ф., Соловьев Г. Г. Динамика гомогенных водных импульсных реакторов // ВАНТ, сер. Импульсные реакторы и простые критические сборки. 1985. Вып. 1. С. 22–31.

5. Kolesov V. F., Sizov A. N. A VNIIEF experience on transient calculations of solution pulsed reactors // *Proceedings of topical meeting on physics, safety, and applications of pulse reactors.* – Washington, D.C., 1994, p. 95–96.

6. Воинов А. М., Глухов Л. Ю., Котков С. П., Мельников С. Ф., Пикулев А. А. Растворные реакторы серии ВИР // Труды межотраслевой научной конференции «Импульсные реакторы: история создания и перспективы использования». – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2015. Т. 1. С. 29–39.

Контактная информация –

Сизов Александр Николаевич,  
главный научный сотрудник ИЯРФ,  
РФЯЦ-ВНИИЭФ,  
e-mail: otd4@exped.vniief.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2021, вып. 4, с. 65–76.