

УДК 629.124.791

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДАННЫХ НАТУРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ПОЛУЭМПИРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕДОКОЛА НАБЕГАМИ

Е. М. Грамузов, В. А. Зуев, Н. В. Калинина, А. А. Куркин
(НГТУ им. Р. Е. Алексеева, г. Нижний Новгород)

Внимание к арктическому судоходству постоянно растет. Наиболее универсальным средством борьбы с ледовыми затруднениями является ледокольный флот. При эксплуатации ледоколов часто встречаются тяжелые ледовые условия, в которых невозможно двигаться непрерывным ходом, и ледоколы вынуждены прибегать к работе *набегами*. Этот способ движения в настоящее время наименее изучен. В его развитии важную роль играют теоретические и экспериментальные исследования, обобщение опыта эксплуатации ледоколов. Работа ледокола набегами представляет собой циклическое движение, каждый цикл которого складывается из этапов. Приведены нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка, описывающие все этапы движения ледокола набегами, и их аналитические решения, полученные авторами ранее. Предложены методы использования данных, полученных в результате проведенных натурных экспериментов и накопленных ранее, для получения коэффициентов полуэмпирических моделей циклического движения набегами. Показана эффективность применения предложенных методов.

Ключевые слова: лед, движение ледокола набегами, математическое моделирование, полуэмпирическая модель, данные натурных экспериментов.

Введение

При эксплуатации ледоколов часто встречаются тяжелые ледовые условия, в которых невозможно двигаться непрерывным ходом. Поэтому ледоколы вынуждены прибегать к работе *набегами*. Работа набегами представляет собой циклическое движение, каждый цикл которого складывается из следующих этапов:

- 1) реверс пропульсивной установки ледокола с переднего хода на задний после остановки в сплошном льду;
- 2) ускоренный и замедленный отход в собственном канале битого льда от ненарушенного ледяного покрова;
- 3) реверс пропульсивной установки ледокола с заднего хода на передний;
- 4) ускоренное движение (разбег) ледокола в собственном канале битого льда для набора кинетической энергии при вхождении в ненарушенный ледяной покров;
- 5) замедленное продвижение (естественное торможение) в сплошном льду, которое продолжается до полной остановки.

Для дальнейшего продвижения необходимо осуществить реверс энергетической установки с переднего хода на задний, и циклический процесс повторяется.

Прежде были предприняты попытки изучения вопросов, связанных с движением ледоколов набегами [1–5], и настоящая работа является продолжением и развитием ранее проведенных исследований.

Ускоренное движение ледокола

Уравнение ускоренного движения задним или передним ходом имеет соответственно вид [5]

$$\ddot{x} + A_1 \dot{x}^2 = B_1 \quad \text{или} \quad \ddot{x} + A_3 \dot{x}^2 = B_3. \quad (1)$$

$$\text{Здесь} \quad A_1 = \frac{1,4P_{\text{шзх}} + k_{1\text{зх}}v_0^2}{(1 + k'_{11})Dv_0^2}; \quad B_1 = \frac{P_{\text{шзх}} - k_{2\text{зх}}}{(1 + k'_{11})D}; \quad A_3 = \frac{1,4P_{\text{шпх}} + k_{1\text{пх}}v_0^2}{(1 + k'_{11})Dv_0^2}; \quad B_3 = \frac{P_{\text{шпх}} - k_{2\text{пх}}}{(1 + k'_{11})D};$$

$$k_1 = k_{\text{ид}} \left[c_{\text{и}}\rho_{\text{л}}h\frac{B}{2}(\Phi_{\text{и}} + f\Phi_{\text{ит}}) + c_{\text{г}}\rho h\frac{B}{2}(\Phi'_{\text{г}} + f\Phi'_{\text{гт}}) \right]; \quad k_2 = k_{\text{п}}(\rho - \rho_{\text{л}})ghbB(\Phi'_{\text{п}} + f\Phi'_{\text{пт}}),$$

где $k_1 = k_{1\text{зх}}$ или $k_{1\text{пх}}$, $k_2 = k_{2\text{зх}}$ или $k_{2\text{пх}}$ в зависимости от направления движения (задний или передний ход); x , \dot{x} , \ddot{x} — соответственно перемещение, скорость и ускорение судна; $P_{\text{шзх}}$, $P_{\text{шпх}}$ — тяга ледокола на швартовых на заднем и переднем ходу соответственно; v_0 — скорость движения на чистой воде при заданной мощности; k'_{11} — коэффициент присоединенных масс воды и льда; D — водоизмещение; $c_{\text{и}}$ — безразмерный коэффициент, учитывающий присоединенные массы воды в составе импульсного сопротивления льдин; $\rho_{\text{л}}$ — плотность льда; h — толщина льда; B — ширина ледокола; f — коэффициент трения льда об обшивку ледокола; $c_{\text{г}}$ — коэффициент гидродинамического сопротивления при раздвигании льдин; ρ — плотность воды; g — ускорение свободного падения. Средняя протяженность обломков льда b , зависящая от его толщины, как показывают наблюдения, определяется изгибом пластин на упругом основании и приближенно может быть получена из соотношения $b\alpha = 0,312$. Здесь $\alpha = \sqrt[4]{(\rho g)/d}$ — параметр изгиба пластины на упругом основании; $d = Eh^3/[12(1 - \mu^2)]$ — цилиндрическая жесткость ледяной пластины; E , μ — модуль упругости и коэффициент Пуассона льда. Функции $\Phi_{\text{и}}$, $\Phi_{\text{ит}}$, $\Phi'_{\text{г}}$, $\Phi'_{\text{гт}}$, $\Phi'_{\text{п}}$, $\Phi'_{\text{пт}}$, характеризующие форму корпуса, различны для переднего и заднего хода [1]. Эмпирические коэффициенты $k_{\text{п}}$, $k_{\text{ид}}$ компенсируют неточности теоретической модели сопротивления битого льда, которые определяются с учетом данных натуральных экспериментов по работе ледоколов набегам: $k_{\text{п}}$ компенсирует неточность определения составляющей сопротивления битого льда, вызванного притапливанием и поворачиваем льдин, а $k_{\text{ид}}$ — составляющих импульсного и диссипативного сопротивления битого льда.

Торможение ледокола в сплошном льду

В результате разбега ледокол приобретает некоторую скорость $v_{\text{р}}$, с которой он внедряется в сплошной лед, продвигаясь до полной остановки. На этом этапе уравнение поступательного движения имеет вид

$$\ddot{x} + A_4 \dot{x}^2 = -B_4, \quad (2)$$

$$A_4 = \frac{1,4P_{\text{шпх}} + k_3v_0^2}{(1 + k'_{11})Dv_0^2}, \quad B_4 = -\frac{P_{\text{шпх}} - k_4}{(1 + k'_{11})D},$$

$$k_3 = k_{\text{ов}}\rho_{\text{л}}hB \left[c_{\text{и}}(\Phi_{\text{и}} + f\Phi_{\text{ит}}) + \frac{c_{\text{г}}\rho\Omega_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}Bh}(\Phi'_{\text{г}} + f\Phi'_{\text{гт}}) \right],$$

$$k_4 = k_{\text{р}}\frac{h^4}{d\alpha} \left[(1 + f\gamma_{\text{лтф}}) + k_{\text{сф}}\gamma_{\text{сф}}\frac{d\alpha^2}{h} \sqrt{\frac{\text{tg}\varphi_{2\text{ф}}}{1 + \text{tg}^2\varphi_{2\text{ф}}}} + 0,66(1 + f\Phi_{\text{лт}})B\alpha + \frac{k_{\text{сб}}\Phi_{\text{с}}d\alpha^3B}{h} \right] +$$

$$+ k_{\text{ост}}(\rho - \rho_{\text{л}})gh\Omega_{\text{л}}(\Phi_{\text{п}} + f\Phi_{\text{пт}}) + k_{\text{с}}ghc_{\text{с}}\Omega_{\text{л}}(\Phi_{\text{п}} + f\Phi_{\text{пт}}),$$

где $\Omega_{\text{л}}$ — площадь подводной части корпуса, облегаемая льдом; $k_{\text{сф}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{кПа}^{-1}$; $k_{\text{сб}} = 0,5 \times 10^{-3} \text{кПа}^{-1}$; $k_{\text{с}} = 0,3 \text{Т/м}^3$; $h_{\text{с}}$ — толщина снега; $\varphi_{2\text{ф}}$ — угол притыкания конструктивной ватерлинии к диаметральной плоскости на форштевне; $\gamma_{\text{лтф}}$, $\gamma_{\text{сф}}$, $\Phi_{\text{и}}$, $\Phi_{\text{ит}}$, $\Phi'_{\text{г}}$, $\Phi'_{\text{гт}}$, $\Phi_{\text{лт}}$, $\Phi_{\text{с}}$, $\Phi_{\text{п}}$, $\Phi_{\text{пт}}$ —

функции, характеризующие форму корпуса [1]. Эмпирические коэффициенты k_p , $k_{ост}$, k_{ov} компенсируют неточности теоретической модели сопротивления сплошного льда, а именно составляющей сопротивления разрушению, а также статической и зависящей от скорости составляющих сопротивления обломков льда. Коэффициенты k_p , $k_{ост}$, k_{ov} определяются с учетом данных натуральных экспериментов по ледопроеходимости речных ледоколов набегами.

В выражении (2) $P_{шпх} < k_4$ и B_4 принимают положительные значения. Это соответствует торможению ледокола вплоть до полной остановки во льду толщиной, больше предельной.

При работе набегами возможен случай, когда толщина льда окажется меньше предельной. В этом случае скорость ледокола уменьшается не до нуля, а до установившейся скорости в сплошном ледяном поле. Для этого случая дифференциальное уравнение имеет вид

$$\ddot{x} + A_4 \dot{x}^2 = B_5, \quad B_5 = \frac{P_{шпх} - k_4}{(1 + k'_{11})D}. \quad (3)$$

Решения уравнений (1)—(3) приведены в работах [2, 3] с учетом начальных условий для каждого этапа циклического движения.

Вычисление коэффициентов полуэмпирических моделей по экспериментальным данным

Теоретические модели движения ледокола на различных этапах работы построены таким образом, что нуждаются в уточнении в соответствии с имеющимися данными натуральных экспериментов. Это связано с тем, что во-первых, физические модели взаимодействия ледокола со льдом неизбежно упрощают реальность, а, во-вторых, математические модели получены для идеализированных условий. Поэтому перед составляющими сопротивления введены эмпирические коэффициенты $k_{ид}$, $k_{п}$, k_{ov} , k_p , $k_{ост}$.

Коэффициенты, позволяющие приводить в соответствие теоретическую модель с данными натуральных экспериментов, в представленной модели являются неизвестными величинами. Они могут быть определены на базе экспериментальных исследований по работе ледокола набегами [5—11].

Построение математических моделей производилось по экспериментальным данным [3, 4]. Несмотря на различные формы представления экспериментальных данных, все они являются уникальными и поэтому использованы для построения методик расчета движения ледоколов набегами, а именно для определения неизвестных коэффициентов $k_{ид}$, $k_{п}$, k_{ov} , k_p , $k_{ост}$ полуэмпирической модели (1)—(3).

Расчет эмпирических коэффициентов $k_{ид}$, $k_{п}$, k_{ov} , k_p , $k_{ост}$ следует производить, используя коэффициенты A_1 , A_3 , A_4 , B_1 , B_3 , B_4 , B_5 полуэмпирической модели (1)—(3) отдельно для каждого этапа движения ледокола набегами.

Рассмотрим процесс разгона ледокола в собственном канале и приведем системы уравнений для определения эмпирических коэффициентов битого льда $k_{ид}$, $k_{п}$, которые получены на основе решений уравнений (1)—(3) относительно коэффициентов A_1 , A_3 , A_4 , B_1 , B_3 , B_4 , B_5 .

В качестве исходных экспериментальных данных для нахождения эмпирических коэффициентов $k_{ид}$, $k_{п}$ могут быть использованы время разбега t_p и путь l_p , пройденный при разбеге. В этом случае система уравнений для нахождения эмпирических коэффициентов $k_{ид}$, $k_{п}$ принимает вид

$$l_{pi} + \frac{1}{2A_{1i}} \ln \left(1 - \text{th}^2 \left(t_{pi} \sqrt{A_{1i} B_{1i}} \right) \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_1, \quad (4)$$

где i — номер текущего уравнения в системе; n_1 — число уравнений в системе, равное числу экспериментов с полученными данными t_{pi} , l_{pi} .

Если в качестве исходных экспериментальных параметров задаются длина разгонного участка l_p и скорость v_p , с которой судно входит в лед, то система уравнений имеет вид

$$l_{pi} + \frac{1}{2A_{1i}} \ln \left(1 - \frac{v_{pi}^2 A_{1i}}{B_{1i}} \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_2, \quad (5)$$

где n_2 — число уравнений в системе, равное числу экспериментов с полученными данными l_{pi} , v_{pi} .

В качестве исходных экспериментальных данных могут быть использованы такие данные, у которых запись параметров движения зафиксирована не полностью на всем этапе, а на определенном интервале времени. Система уравнений для определения $k_{ид}$, $k_{п}$ в каждом случае принимает свой вид в зависимости от того, какие параметры приняты в качестве исходных:

– время разгона t и путь x , пройденный за это время:

$$x_i + \frac{1}{2A_{1i}} \ln \left(1 - \text{th}^2 \left(t_i \sqrt{A_{1i} B_{1i}} \right) \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_3; \quad (6)$$

– время разгона t и скорость \dot{x} , которую ледокол развил за это время:

$$\dot{x}_i - \sqrt{\frac{B_{1i}}{A_{1i}}} \text{th} \left(t_i \sqrt{A_{1i} B_{1i}} \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_4; \quad (7)$$

– путь x и скорость \dot{x} , которую ледокол развил за этот пройденный путь:

$$x_i + \frac{1}{2A_{1i}} \ln \left(1 - \frac{\dot{x}_i^2 A_{1i}}{B_{1i}} \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_5. \quad (8)$$

В (6)–(8) n_3 – n_5 — число уравнений в системах, равное числу экспериментов с полученными данными: t_i и x_i , t_i и \dot{x}_i , x_i и \dot{x}_i соответственно.

Для завершеного процесса $t = t_p$, $x = l_p$, $\dot{x} = v_p$ и уравнения (6), (8) принимают соответственно вид (4), (5).

При подборе исходных данных с непрерывной записью процесса в первую очередь следует ориентироваться на те параметры, которые непосредственно измерялись в эксперименте.

Составляя систему уравнений для нахождения коэффициентов $k_{ид}$, $k_{п}$, можно использовать экспериментальные данные всех перечисленных категорий. При этом система уравнений будет состоять из уравнений вида (4)–(8); полное число уравнений в системе: $n = n_1 + n_2 + \dots + n_5$.

Рассмотрим теперь процесс движения ледокола в сплошном ледяном покрове и приведем системы уравнений для определения эмпирических коэффициентов сплошного льда $k_{ов}$, k_p , $k_{ост}$.

1. *Продвижение ледокола во льду до полной остановки.* В этом случае в качестве исходных экспериментальных данных завершеного процесса могут быть использованы скорость входа в лед v_p , которую ледокол развил на этапе разбега, и путь продвижения во льду $l_{п}$. Тогда с учетом того, что время определяется из выражения $\dot{x} = f(t) = 0$, система уравнений принимает вид

$$l_{пj} + \frac{1}{2A_{4j}} \ln \left(\frac{B_{4j}}{B_{4j} + v_{pj}^2 A_{4j}} \right) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m_1, \quad (9)$$

где j — номер текущего уравнения в системе; m_1 — число уравнений в системе, равное числу экспериментов с полученными данными v_{pj} , $l_{пj}$.

Если вместо скорости v_p исходным считается время разбега t_p перед входом ледокола в лед, то система уравнений принимает вид

$$l_{пj} + \frac{1}{2A_{4j}} \ln \left(\frac{A_{1j} B_{4j}}{A_{1j} B_{4j} + A_{4j} B_{1j} \text{th}^2 \left(t_{pj} \sqrt{A_{1j} B_{1j}} \right)} \right) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m_2, \quad (10)$$

где m_2 — число уравнений в системе с полученными данными $l_{пj}$, t_{pj} ; A_{1j} и B_{1j} определяются с учетом уже определенных эмпирических коэффициентов $k_{ид}$, $k_{п}$ для битого льда.

В качестве исходных экспериментальных данных незавершенного процесса (неполная запись) могут быть использованы несколько вариантов параметров движения, в зависимости от которых будет меняться вид системы уравнений для определения $k_{ов}$, $k_{р}$, $k_{ост}$:

– скорость входа в лед v_p , время движения во льду t и пройденный путь x :

$$x_j + \frac{1}{2A_{4j}} \ln \left(\frac{B_{4j}}{B_{4j} + v_{pj}^2 A_{4j}} \left(1 + \operatorname{tg}^2 \left(\left(\frac{1}{\sqrt{A_{4j} B_{4j}}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{v_{pj}^2 A_{4j}}{B_{4j}}} - t_j \right) \sqrt{A_{4j} B_{4j}} \right) \right) \right) = 0, \\ j = 1, 2, \dots, m_3; \quad (11)$$

– скорость входа в лед v_p , время движения в сплошном льду t и скорость \dot{x} в момент окончания записи экспериментальных данных t :

$$\dot{x}_j - \sqrt{\frac{B_{4j}}{A_{4j}}} \operatorname{tg} \left(\left(\frac{1}{\sqrt{A_{4j} B_{4j}}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{v_{pj}^2 A_{4j}}{B_{4j}}} - t_j \right) \sqrt{A_{4j} B_{4j}} \right) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m_4, \quad (12)$$

где m_3 , m_4 — число уравнений в системах (11) и (12), равное числу экспериментов с полученными данными v_{pj} , t_j , x_j и v_{pj} , t_j , \dot{x}_j соответственно.

2. *Продвижение ледокола в сплошном льду до некоторой установившейся скорости движения.*

В этом случае система уравнений формируется в зависимости от исходных параметров торможения ледокола:

– скорость входа в лед v_p , время торможения t и пройденный за это время путь x :

$$x_j + \frac{1}{2A_{4j}} \ln \left(\frac{B_{5j}}{B_{5j} - v_{pj}^2 A_{4j}} \left(1 - \operatorname{cth}^2 \left(\left(t_j + \frac{1}{\sqrt{A_{4j} B_{5j}}} \operatorname{Arcth} \sqrt{\frac{v_{pj}^2 A_{4j}}{B_{5j}}} \right) \sqrt{A_{4j} B_{5j}} \right) \right) \right) = 0, \\ j = 1, 2, \dots, m_5; \quad (13)$$

– скорость входа в лед v_p , время торможения t и установившаяся скорость движения \dot{x} :

$$\dot{x}_j - \sqrt{\frac{B_{5j}}{A_{4j}}} \operatorname{cth} \left(\left(t_j + \frac{1}{\sqrt{A_{4j} B_{5j}}} \operatorname{Arcth} \sqrt{\frac{v_{pj}^2 A_{4j}}{B_{5j}}} \right) \sqrt{A_{4j} B_{5j}} \right) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m_6, \quad (14)$$

где m_5 , m_6 — число уравнений в системах (13) и (14), равное числу экспериментов с полученными данными v_{pj} , t_j , x_j и v_{pj} , t_j , \dot{x}_j соответственно.

При составлении системы уравнений для нахождения коэффициентов $k_{ов}$, $k_{р}$, $k_{ост}$ можно использовать полный набор экспериментальных данных, перечисленных выше. В этом случае система уравнений будет состоять из уравнений типов (9)–(14). При этом полное число уравнений в системе: $m = m_1 + m_2 + \dots + m_6$.

Эмпирические коэффициенты рассчитывались с использованием экспериментальных данных по речным ледоколам проектов Р-47, 1191, 1105 и диаграмм ледопроеходимости по специально разработанным программам. Экспериментальные данные сразу по трем проектам использовались не случайно, а для максимального варьирования основных определяющих факторов, в частности толщины льда и коэффициентов формы корпуса ледоколов.

В описанных данных натуральных экспериментов содержится менее полная информация по характеристикам льда, чем та, которая заложена в теоретических моделях. К недостающим характеристикам ледяного покрова относятся константы упругости E и μ , плотность льда $\rho_{\text{л}}$ и коэффициент трения f . В расчетах эмпирических коэффициентов они принимались равными среднестатистическим для речного льда: $E = 5 \cdot 10^6$ кПа; $\mu = 0,33$; $\rho_{\text{л}} = 0,9$ т/м³; $f = 0,15$. Коэффициенты формы корпуса принимались для условной посадки ледокола до конструктивной ватерлинии; хотя в процессе эксплуатации посадка несколько изменяется, это не было зафиксировано в опытах. Невозможность прямого измерения сопротивления и тяги винтов в значительной степени ухудшает качество данных натуральных экспериментов.

Для определения эмпирических коэффициентов было произведено обследование генеральной совокупности и путем выбраковки экспериментальных данных с наибольшими относительными расхождениями по длинам разбега и продвижения получены выборочные совокупности для определения эмпирических коэффициентов битого и сплошного льда, отобранные хотя и направленно, но, в конечном итоге, случайным образом.

Результаты расчетов эмпирических коэффициентов приведены в таблице.

На рис. 1, 2 приведено сравнение выборочных результатов натуральных испытаний ледоколов на примере проектов 1105 и 1191, на основе которых были определены эмпирические коэффициенты $k_{\text{ид}}$ и $k_{\text{п}}$, с теоретическими зависимостями. Сравнение выборочных результатов натуральных испытаний, на основе которых были определены $k_{\text{ов}}$, $k_{\text{р}}$, $k_{\text{ост}}$, с теоретическими зависимостями показано на примере проекта 1105 на рис. 3, где h и $h_{\text{с}}$ — соответственно толщина льда и снега в метрах.

Из рис. 1—3 видно, что, хотя имеются некоторые расхождения результатов расчетов и экспериментов, расчеты по предложенным теоретико-экспериментальным моделям обеспечивают достаточную точность.

Значения эмпирических коэффициентов

Коэффициент	$k_{\text{ов}}$	$k_{\text{р}}, \text{кПа}^2$	$k_{\text{ост}}$	$k_{\text{ид}}$	$k_{\text{п}}$
Значение	3,71	$2,45 \cdot 10^6$	1,77	1,38	0,70

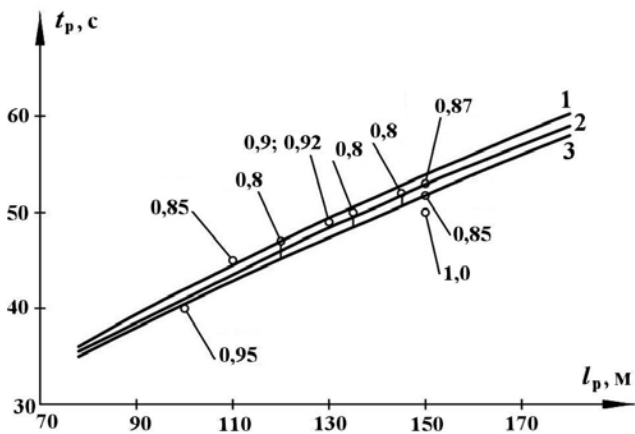


Рис. 1. Результаты теоретического расчета в сравнении с экспериментальными данными при движении ледокола в канале битого льда, проект 1105: — — теоретические кривые: 1 — $h = 1$ м; 2 — $h = 0,9$ м; 3 — $h = 0,8$ м; \circ — экспериментальные данные с указанием толщины льда в метрах

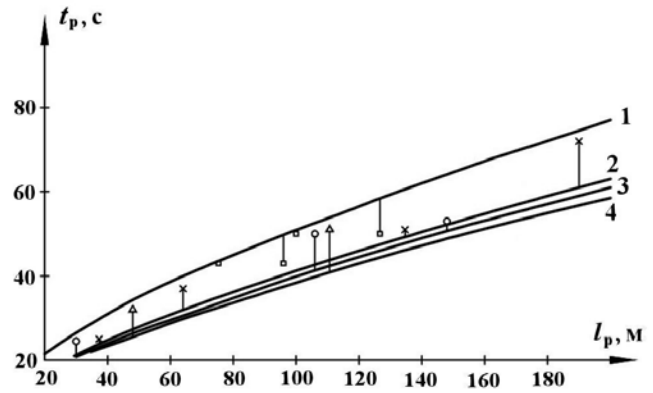


Рис. 2. Результаты теоретического расчета в сравнении с экспериментальными данными при движении ледокола в канале битого льда, проект 1191: — — теоретические кривые: 1 — $h = 1,8$ м; 2 — $h = 0,85 \div 0,91$ м; 3 — $h = 0,74 \div 0,76$ м; 4 — $h = 0,56 \div 0,57$ м; \square — эксперимент, $h = 1,8$ м; \times — эксперимент, $h = 0,85 \div 0,91$ м; \circ — эксперимент, $h = 0,74 \div 0,76$ м; \triangle — эксперимент, $h = 0,56 \div 0,57$ м

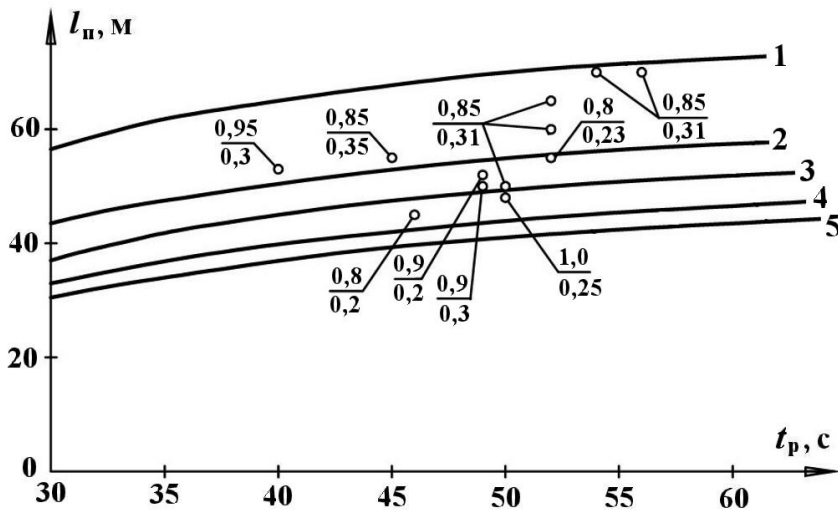


Рис. 3. Результаты теоретического расчета в сравнении с экспериментальными данными при движении ледокола в сплошном льду, проект 1105: — теоретические кривые: 1 — $h/h_c = 0,8/0,23$; 2 — $h/h_c = 0,85/0,31$; 3 — $h/h_c = 0,9/0,3$; 4 — $h/h_c = 0,95/0,3$; 5 — $h/h_c = 1,0/0,25$; о — экспериментальные данные с указанием h/h_c

Заключение

Показана эффективность применения предложенных методов использования проведенных и накопленных натуральных данных для получения коэффициентов полуэмпирических моделей циклического движения набегам.

Расхождение результатов данных натуральных экспериментов с теоретическими расчетами можно объяснить следующим образом. Натурные испытания проводились по схеме пассивного эксперимента, отсюда неточные измерения длин отходов, разбегов, продвижений ледокола, толщин льда и снега. При выводе расчетных формул значения толщины льда и снега были приняты постоянными, хотя в реальном процессе они колеблются. Не были учтены и зафиксированы изгибы реки, наличие течения, снос льда.

Следует отметить, что при накоплении данных натуральных исследований эмпирические коэффициенты могут уточняться. Увеличение количества и повышение качества данных натуральных экспериментов приводят к повышению точности $k_{ид}$, $k_{п}$, $k_{ов}$, $k_{р}$, $k_{ост}$, а следовательно, и методики расчета движения ледокола набегам.

Представленные результаты получены при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-2485.2020.5.

Список литературы

1. Грамузов Е. М., Калинина Н. В. Исследования параметров движения ледоколов набегам. Оптимизация работы ледокола набегам // Проектирование, теория и прочность судов, плавающих во льдах: Межвуз. сб. трудов. Н. Новгород: НГТУ, 1995. С. 43–58.
Gramuzov E. M., Kalinina N. V. Issledovaniya parametrov dvizheniya ledokolov nabegami. Optimizatsiya raboty ledokola nabegami // Proektirovanie, teoriya i prochnost sudov, plavayushchikh vo ldakh: Mezhvuz. sb. trudov. N. Novgorod: NGTU, 1995. S. 43–58.
2. Зуев В. А., Грамузов Е. М., Калинина Н. В. Ходкость речных ледоколов в тяжелых льдах // Вторая межд. конф. по судостроению — ISC'98. 24–26 ноября 1998 г. С.-Пб., 1998. С. 65–74.
Zuev V. A., Gramuzov E. M., Kalinina N. V. Khodkost rechnykh ledokolov v tyazhelykh ldakh // Vtoraya mezhd. konf. po sudostroeniyu — ISC'98. 24–26 noyabrya 1998 g. S.-Pb., 1998. S. 65–74.

3. *Грамузов Е. М., Калинина Н. В., Солдаткин О. Б.* Отработка математической модели динамики движения речного ледокола в тяжелых ледовых условиях на базе натуральных испытаний НГТУ. Деп. в ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова, 18.05.98 г., № ДР-3662.
Gramuzov E. M., Kalinina N. V., Soldatkin O. B. Otrabotka matematicheskoy modeli dinamiki dvizheniya rechnogo ledokola v tyazhelykh ledovykh usloviyakh na baze naturnykh ispytaniy NGTU. Dep. v TsNII im. akad. A. N. Krylova, 18.05.98 g., № DR-3662.
4. *Грамузов Е. М., Калинина Н. В., Солдаткин О. Б.* Экспериментальное изучение движения речных ледоколов набегами // Межд. конф. "Проблемы прочности и эксплуатационной надежности судов". 9—12 сентября 1999 г. Владивосток, 1999. С. 188—196.
Gramuzov E. M., Kalinina N. V., Soldatkin O. B. Eksperimentalnoe izuchenie dvizheniya rechnykh ledokolov nabegami // Mezhd. konf. "Problemy prochnosti i ekspluatatsionnoy nadezhnosti sudov". 9—12 sentyabrya 1999 g. Vladivostok, 1999. S. 188—196.
5. *Ионов В. П., Грамузов Е. М.* Ледовая ходкость судов. 2 изд., исправленное. С.-Пб.: Судостроение, 2013.
Ionov V. P., Gramuzov E. M. Ledovaya khodkost sudov. 2 izd., ispravlennoe. S.-Pb.: Sudostroenie, 2013.
6. *Каштелян В. И., Позняк И. И., Рывлин А. Я.* Сопротивление льда движению судна. Л.: Судостроение, 1968.
Kashtelyan V. I., Poznyak I. I., Ryvlin A. Ya. Soprotivlenie lda dvizheniyu sudna. L.: Sudostroenie, 1968.
7. *Зуев В. А.* Средства продления навигации на внутренних водных путях. Л.: Судостроение, 1986.
Zuev V. A. Sredstva prodleniya navigatsii na vnutrennikh vodnykh putyakh. L.: Sudostroenie, 1986.
8. *Тихонова Н. Е.* Оптимизация основных элементов и формы корпуса ледокола в зависимости от ледовых условий // Труды НГТУ им. Р. Е. Алексеева. 2014. № 5 (107). С. 302—308.
Tikhonova N. E. Optimizatsiya osnovnykh elementov i formy korpusa ledokola v zavisimosti ot ledovykh usloviy // Trudy NGTU im. R. E. Alekseeva. 2014. № 5 (107). S. 302—308.
9. *Козин В. М., Жесткая В. Д., Погорелова А. В., Чижумов С. Д., Джабраилов М. Р., Морозов В. С., Кустов А. Н.* Прикладные задачи динамики ледяного покрова. М.: Академия естествознания, 2008.
Kozin V. M., Zhestkaya V. D., Pogorelova A. V., Chizhumov S. D., Dzhabrailov M. R., Morozov V. S., Kustov A. N. Prikladnye zadachi dinamiki ledyanogo pokrova. M.: Akademiya estestvoznaniya, 2008.
10. *Хейсин Д. Е.* Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеорологическое изд-во, 1967.
Kheysin D. E. Dinamika ledyanogo pokrova. L.: Gidrometeorologicheskoe izd-vo, 1967.
11. *Сазонов К. Е.* Оценка предельной толщины льда, преодолеваемой ледоколом при работе набегами // Судостроение. 2017. № 4 (833). С. 9—10.
Sazonov K. E. Otsenka predelnoy tolshchiny lda, preodolovаемoy ledokolom pri rabote nabegami // Sudostroenie. 2017. № 4 (833). S. 9—10.