

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОГО КОЭФФИЦИЕНТА РАЗМНОЖЕНИЯ И ПОСТОЯННОЙ РАЗМНОЖЕНИЯ МГНОВЕННЫХ НЕЙТРОНОВ В БЫСТРЫХ СИСТЕМАХ

Л. С. Ершова, А. В. Лукин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИТФ им. академика Е. И. Забабахина», г. Снежинск Челябинской обл.

Статья поступила в редакцию 17.05.2022, после доработки – 23.06.2022, принята к публикации – 20.09.2022

Рассмотрены простые аналитические зависимости от размеров, плотности и зазора между частями размножающей системы интегральных параметров – эффективного коэффициента размножения и постоянной размножения мгновенных нейтронов. Дано сравнение результатов расчетов по формулам и методом Монте-Карло для шаров и цилиндров из ^{235}U .

Ключевые слова: эффективный коэффициент размножения нейтронов, постоянная размножения мгновенных нейтронов, размножающая система.

Estimation of the effective multiplication factor and the prompt-neutron multiplication constant for fast-neutron systems. L. S. Ershova, A. V. Lukin (FSUE «RFNC-VNIITF», 456770, Snezhinsk, Chelyabinsk region, Vasilyev street, 13). The paper considers simple analytical dependences of the integral parameters, i.e., effective multiplication factor and prompt-neutron multiplication constant, on size, density and gap between the parts of multiplying system. Results of formula evaluation are compared with those of Monte-Carlo calculation for spheres and cylinders made of ^{235}U .

Key words: effective multiplication factor, prompt-neutron multiplication constant, multiplying system.

DOI 10.53403/02054671_2022_3_57

Введение

При планировании критических и нестационарных экспериментов с быстрыми размножающими системами (РС) оказываются полезными простые аналитические соотношения, устанавливающие зависимость от размеров РС, плотности делящегося материала (ДМ) и зазора между частями РС двух основных интегральных параметров – эффективного коэффициента размножения $K_{\text{эф}}$ и постоянной размножения мгновенных нейтронов α . Первая величина характеризует отличие состояния РС от критического состояния, вторая – определяет масштаб времени затухания мгновенного нейтронного импульса в РС.

Рассмотрение проводится для однородных РС произвольной формы. В качестве основы используется уравнение переноса нейтронов в общей постановке.

1. Эффективный коэффициент размножения нейтронов

Эффективный коэффициент размножения – универсальный численный показатель, применимый для систем любых составов и конфигураций, содержащих делящиеся материалы, который показывает, насколько состояние РС отличается от критического состояния. Эта величина зависит от физических измеряемых величин, ха-

рактически характеризующих систему, таких как размеры, плотность, наличие поглотителя и др.

1.1. Зависимость величины $K_{эф}$ от параметров РС

Наиболее просто рассмотреть однородную РС произвольной формы без отражателя, ограниченную выпуклой поверхностью. Интегрирование однородного уравнения переноса нейтронов, записанного в форме условно-критической задачи, по объему РС, энергетической и угловым переменным дает выражение закона сохранения нейтронов в следующем виде

$$K_{эф} = \frac{\nu n_f}{n_f + n_c + n_y}, \quad (1.1)$$

где ν – среднее число нейтронов деления; n_f , n_c и n_y – скорости делений ядер и поглощений (без деления ядер) нейтронов, а также вылетов нейтронов из РС, здесь для простоты реакции (n , $2n$) не учитываем.

Будем интересоваться зависимостью величины $K_{эф}$ от размеров РС, считая, что при изменении размеров геометрическая форма РС не изменяется. В этом случае размеры РС можно характеризовать одной универсальной величиной, например $b = 4V/S$, где V – объем РС, S – площадь ее поверхности. Например, для шара радиусом R величина $b = 4R/3$, для длинного цилиндра радиусом R $b = 2R$, для бесконечной в двух измерениях пластины толщиной a $b = 2a$, для куба со стороной a $b = 2a/3$, для цилиндра радиусом R и высотой H $b = 2RH/(R+H)$.

Соотношение (1.1) можно переписать в виде

$$\frac{1}{K_{эф}} = \varepsilon + \frac{\mu(x)}{x}, \quad (1.2)$$

$$x = \frac{b}{b_k}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\nu} + \frac{1}{\nu} \frac{n_c}{n_f}, \quad \frac{n_y}{n_f} = \frac{\nu}{x} \mu(x).$$

Здесь b_k – критический размер РС. Ясно, что в выражении (1.2) величина ε изменяется слабо при изменении размеров системы (изменения обусловлены изменением энергетического спектра нейтронов), и основная зависимость $K_{эф}(x)$ содержится в функции $\mu(x)$, определяющей изменение соотношения скоростей делений и утечки нейтронов.

Рассмотрение предельных случаев дает следующее. Если размеры РС велики и много больше критических размеров, т. е. $x \gg 1$, доля утечки нейтронов мала и $\mu(x \rightarrow \infty) \rightarrow 0$, в этом случае $K_{эф}(x \rightarrow \infty) \rightarrow \varepsilon^{-1}$. Если размеры РС малы и много меньше критических размеров, то $K_{эф}(x \rightarrow 0) \rightarrow 0$. В этом случае можно показать, что величина $\mu(x=0)$ принимает значение несколько меньше единицы. Если РС находится в состоянии критичности, то $K_{эф}(x=1) = 1$, и из (1.2) следует, что $\mu(x=1) = 1 - \varepsilon$. Ясно, что значения $\mu(x)$ при $x=0$, $x=1$ и $x=\infty$ заметно различаются.

Если принять приближенно

$$\mu(x) = 1 - \varepsilon = \text{Const}, \quad (1.3)$$

то выражение (1.2) можно записать в виде

$$K_{эф}(x) = \frac{x}{1 + \varepsilon(x-1)}. \quad (1.4)$$

Это выражение простое и удовлетворяет предельным случаям, но, в силу приближения (1.3), может содержать некоторые погрешности. Стремясь улучшить это приближение и принимая во внимание, что (1.3) является нулевым членом разложения функции $\mu(x)$ в ряд Тейлора вблизи $x=1$, разумно принять в качестве следующего приближения

$$\mu(x) = (1 - \varepsilon) \exp(-\varepsilon(x-1)). \quad (1.5)$$

Подстановка (1.5) в (1.2) приводит к зависимости

$$K_{\text{эф}}(x) = \frac{x}{\varepsilon x + (1-\varepsilon)\exp(-\varepsilon(x-1))}. \quad (1.6)$$

Это выражение также простое и удовлетворяет предельным случаям. Сравнение производных зависимостей (1.4) и (1.6) при $x=0$ и $x=1$ показывает, что они находятся выше прямой линии $K_{\text{эф}}(x) = x$, не слишком сильно отличаясь от нее, но зависимость (1.6) находится ниже.

Для металлических высокообогащенных делящихся материалов отношение сечений поглощения и деления $\sigma_c/\sigma_f \leq 0,1$ [1], поэтому минимальное значение параметра ε для ^{235}U равно $\varepsilon_{\text{min}} \approx 0,44$, и предельное значение $K_{\text{эф}}(x = \infty) = \varepsilon^{-1} \approx 2,27$. Максимальное отличие зависимости (1.4) от линейной зависимости $K_{\text{эф}}(x) = x$ для ^{235}U достигается

$$\text{при } x_m = \frac{\sqrt{1-\varepsilon}}{\varepsilon} (1-\sqrt{1-\varepsilon}) = 0,43 \text{ и равно}$$

$$K_{\text{эф}}(x_m) - x_m = \frac{(1-\sqrt{1-\varepsilon})^2}{\varepsilon} = 0,14. \quad \text{Макси-}$$

мальное отличие зависимости (1.6) от линейной зависимости $K_{\text{эф}}(x) = x$ для ^{235}U

$$\text{достигается при } x_m = -\frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{3-4\varepsilon+2\varepsilon^2} +$$

$$+ \sqrt{\frac{\varepsilon^2(1-\varepsilon)^2}{(3-4\varepsilon+2\varepsilon^2)^2} - \frac{\varepsilon^2-1}{3-4\varepsilon+2\varepsilon^2}} \approx 0,57 \text{ и рав-}$$

но $K_{\text{эф}}(x_m) - x_m \approx 0,045$.

Если материал РС кроме ДМ содержит вещество, поглощающее нейтроны, то параметр ε принимает значения, превышающие ε_{min} . Однако в любом случае (т. е. при любом разбавлении топлива поглотителем нейтронов) параметр $\varepsilon < 1$. При большем значении ε состояние критичности не достигается. При стремлении параметра ε к единице для зависимости (1.4) имеют место оценки

$$x_m = \frac{x}{\varepsilon \rightarrow 1} \rightarrow \sqrt{1-\varepsilon} \rightarrow 0,$$

$$K_{\text{эф}}(x_m) - x_m = \frac{(1-\sqrt{1-\varepsilon})^2}{\varepsilon} \Big|_{\varepsilon \rightarrow 1} \rightarrow 1.$$

Для таких систем зависимость $K_{\text{эф}}(x)$ максимально отличается от линейной и в пределе $\varepsilon \rightarrow 1$ стремится к ступеньке $K_{\text{эф}}(x) = 1$ при $x > 0$. Аналогичные выводы можно сделать и для зависимости (1.6).

Формулы (1.4) и (1.6) дают зависимость величины $K_{\text{эф}}$ от размеров РС при известных ее критических размерах. Они имеют довольно общий характер, в них входят всего две величины. Параметр ε характеризует материал РС. В относительный размер $x = b/b_k$ входит истинный размер и размер в критическом состоянии. Последний зависит интегральным образом от всех параметров, характеризующих РС, и его можно измерять в эксперименте. Поэтому формулы (1.4) и (1.6) можно использовать для оценки зависимости величины $K_{\text{эф}}$ не только от размеров, но и от других параметров РС, а также использовать для оценки коэффициентов реактивности, т. е. производной $K_{\text{эф}}$ по параметру в критическом состоянии РС.

1.2. Коэффициенты реактивности

Производные зависимостей (1.4) и (1.6) в состоянии критичности РС соответственно равны

$$\left. \frac{dK_{\text{эф}}(x)}{dx} \right|_{x=1} = (1-\varepsilon),$$

$$\left. \frac{dK_{\text{эф}}(x)}{dx} \right|_{x=1} = 1-\varepsilon^2.$$

Видно, что максимальные значения производной $dK_{\text{эф}}(x)/dx$ при $x=1$ заметно различаются и, соответственно, равны $(1-\varepsilon)_{\text{max}} \approx 0,56$ и $(1-\varepsilon^2)_{\text{max}} \approx 0,81$.

Если в РС изменяется только размер без изменения формы, то эта производная в размерных единицах равна

$$\left. \frac{dK_{\text{эф}}(b)}{db} \right|_{b=b_k} = \frac{1}{b_k} \left. \frac{dK_{\text{эф}}(x)}{dx} \right|_{x=1}. \quad (1.7)$$

Формула (1.7) дает оценку чувствительности критической (условно-критической) РС к добавлению (изъятию) топливного материала на ее поверхности. Согласно (1.7) при больших размерах производная мала, при малых размерах (как, например, для металлического плутония) она может быть значительной.

Формулу (1.7) можно использовать для оценки коэффициентов реактивности в случае изменения формы РС. Проиллюстрируем это на примере малого изменения радиуса R близкого к критическому цилиндра высотой H . В этом случае

$$\begin{aligned} \left. \frac{dK_{\text{эф}}}{dR} \right|_{b=b_k} &= \left. \frac{dK_{\text{эф}}(x)}{dx} \right|_{x=1} \frac{dx}{dR} = \\ &= \frac{1}{b_k} \left. \frac{dK_{\text{эф}}(x)}{dx} \right|_{x=1} \frac{db}{dR} = \left. \frac{dK_{\text{эф}}(x)}{dx} \right|_{x=1} \frac{H}{R} \frac{1}{R+H}. \end{aligned}$$

Аналогичное выражение можно получить для производной по высоте.

Если в РС с неизменной формой изменяется только плотность ρ_m , то произведение плотности и критического размера от плотности не зависит, т. е.

$$\rho_m b_k(\rho_m) = \rho_{m0} b_{k0}(\rho_{m0}),$$

и соответствующий коэффициент реактивности равен

$$\begin{aligned} \left. \frac{dK_{\text{эф}}(\rho_m)}{d\rho_m} \right|_{b=b_k} &= \left(\frac{dK_{\text{эф}}(x)}{dx} \frac{dx}{d\rho_m} \right)_{x=1} = \\ &= \frac{1}{\rho_m} \left. \frac{dK_{\text{эф}}(x)}{dx} \right|_{x=1}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Формула (1.8) дает оценку чувствительности критической РС к изменению плотности вещества.

1.3. Зависимость величины $K_{\text{эф}}$ от плотности вещества при неизменной массе

Пусть однородная система из топливного материала подвергается всестороннему сжатию (или расширению), так что его масса M не изменяется при неизменности формы. В этом случае

$$M = M_0 \sim \rho_{m0} b_0^3 = \rho_m b^3, \quad (1.9)$$

$$b = b_0 \sqrt[3]{\frac{\rho_{m0}}{\rho_m}}, \quad b_k = b_{k0} \frac{\rho_{m0}}{\rho_m},$$

$$x = \frac{b}{b_k} = x_0 \left(\frac{\rho_m}{\rho_{m0}} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Подстановка формул (1.9) в соотношение (1.4) или (1.6) приводит к зависимости величины $K_{\text{эф}}$ от плотности при неизменной массе,

$$K_{\text{эф}}(\rho_m) = K_{\text{эф}} \left(x = x_0 \left(\frac{\rho_m}{\rho_{m0}} \right)^{\frac{2}{3}} \right). \quad (1.10)$$

Нужно отметить, что согласно (1.10) даже при бесконечном увеличении плотности вещества в РС ($\rho_m/\rho_{m0} \rightarrow \infty$) эффективный коэффициент размножения стремится к конечному пределу, $K_{\text{эф}}(\rho_m \rightarrow \infty) \rightarrow \varepsilon^{-1}$.

1.4. Зависимость величины $K_{\text{эф}}$ от зазора между частями РС

В критических экспериментах на установках типа ФКБН исследуемая РС разбивается на две, как правило, приблизительно одинаковые части, которые при дистанционном сближении доводятся до почти критического состояния. В качестве оценки рассмотрим шар из ДМ радиусом R , объемом $V = 4\pi R^3/3$, находящийся в критическом состоянии. Раздвижение двух половин шара на небольшой зазор δH можно представить как исключение объема веще-

ства $\delta V = \delta H \pi R^2$ из срединного сечения РС и добавление такого же объема вещества $\delta V = \delta R \cdot 4\pi R^2$ на ее поверхность.

Изменение величины $K_{эф}$ при исключении слоя вещества из РС отрицательно, и его можно представить как изменение средней плотности

$$\begin{aligned} \delta K_{эф1} &= \left. \frac{dK_{эф}(\rho_m)}{d\rho_m} \right|_{b=b_k} \delta \rho_m = \\ &= - \left. \frac{dK_{эф}(\rho_m)}{d\rho_m} \right|_{b=b_k} \rho_m \frac{\delta V}{V}. \end{aligned}$$

Изменение величины $K_{эф}$ при добавлении слоя вещества по поверхности шара положительно, его можно представить в виде

$$\delta K_{эф2} = \left. \frac{dK_{эф}(R)}{dR} \right|_{b=b_k} \delta R = \left. \frac{dK_{эф}(x)}{dx} \right|_{x=1} \frac{\delta R}{R}.$$

С учетом соотношений

$$\begin{aligned} \left. \frac{dK_{эф}(\rho_m)}{d\rho_m} \right|_{b=b_k} &= \left. \frac{dK_{эф}(x)}{dx} \right|_{x=1} \frac{dx}{d\rho_m} = \\ &= \left. \frac{dK_{эф}(x)}{dx} \right|_{x=1} \frac{1}{\rho_m}, \\ \frac{\delta V}{V} &= \frac{3}{4} \frac{\delta H}{R} = 3 \frac{\delta R}{R}, \quad \delta R = \frac{1}{4} \delta H \end{aligned}$$

выражение для возмущения $K_{эф}$ при раздвижении двух половин шара на небольшой зазор δH можно представить в виде

$$\begin{aligned} \delta K_{эф} &= \delta K_{эф1} + \delta K_{эф2} = \\ &= - \left. \frac{dK_{эф}(x)}{dx} \right|_{x=1} \cdot \frac{1}{2} \frac{\delta H}{R}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

2. Постоянная размножения мгновенных нейтронов

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ в РС действует мгновенный источник

нейтронов. После затухания высших гармоник в РС устанавливается асимптотическое во времени распределение плотности потока мгновенных нейтронов, которое, по крайней мере, вблизи критического состояния описывается зависимостью [2]

$$\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \exp(-\alpha t) \varphi_\alpha(\vec{r}, E, \vec{\Omega}). \quad (2.1)$$

Здесь $\varphi_\alpha(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ – собственная функция соответствующего однородного уравнения переноса мгновенных нейтронов, которое после интегрирования по пространственной, энергетической и угловой переменным имеет вид

$$\alpha N = \nu n_f - n_f - n_c - n_y. \quad (2.2)$$

Здесь α – постоянная размножения мгновенных нейтронов в РС; N и n_f , n_c , n_y – число нейтронов и скорости генерации мгновенных нейтронов при делении ядер, их поглощений (без деления ядер), а также скорость вылетов мгновенных нейтронов из РС. Величины N , n_f , n_c , n_y соответствуют собственной функции из (2.1), которая, вообще говоря, отличается от собственной функции из задачи (1.1).

Из соотношения (2.2) можно выразить постоянную размножения мгновенных нейтронов в виде

$$\alpha = \frac{\nu n_f}{N} \left(1 - \frac{n_f + n_c + n_y}{\nu n_f} \right).$$

Если считать, что собственные функции из задач (1.1) и (2.1) отличаются не слишком сильно, то можно записать известные соотношения одноточечной кинетики реактора,

$$\alpha = \frac{\rho - \beta}{\Lambda}, \quad \Lambda = \frac{N}{\nu n_f},$$

в которых $\rho = (K_{эф} - 1)/K_{эф}$ – реактивность реактора; Λ – время генерации мгновенных

нейтронов; β – эффективная доля запаздывающих нейтронов.

Используя определение постоянной Росси $\alpha_R = \beta/\Lambda$ и формулу (1.11), можно выразить постоянную спада через зазор между частями РС (конечно, отсчитывая его от критического состояния РС) в виде

$$\alpha = \alpha_R \left[\frac{\delta K_{\text{эф}}}{\beta} - 1 \right] = -\alpha_R \left[\frac{1}{\beta} \frac{dK_{\text{эф}}(x)}{dx} \Big|_{x=1} \cdot \frac{1}{2} \frac{\delta H}{R} + 1 \right]. \quad (2.3)$$

Выражение (2.3), как и выражения (1.4) и (1.6), содержит параметры системы ϵ и β и величины b_k и α_R , которые можно измерять в эксперименте.

3. Результаты расчетов

Проверка полученных соотношений (1.4) и (1.6) проводилась с помощью сравнения аналитических зависимостей с результатами расчетов, полученных методом Монте-Карло по программе ПРИЗМА [3] с нейтронными константами ENDF-BVII.1 [4]. Расчеты выполнены для шара и цилиндра из ^{235}U . Результаты расчетов эффективного коэффициента размножения в зависимости от относительного размера (отношения радиуса шара/цилиндра к критическому радиусу шара/цилиндра) приведены на рис. 3.1 и 3.2.

Из анализа зависимостей эффективного коэффициента размножения нейтронов от относительного размера уранового шара/цилиндра (рис. 3.1 и 3.2) следует, что аналитическая формула (1.6) лучше согласуется с результатами расчетов по программе ПРИЗМА, чем формула (1.4). Максимальное занижение значений $K_{\text{эф}}$, рассчитанных по программе ПРИЗМА для шара, от аналитических зависимостей (1.4) и (1.6) в области подкритичности ($K_{\text{эф}} < 1$)

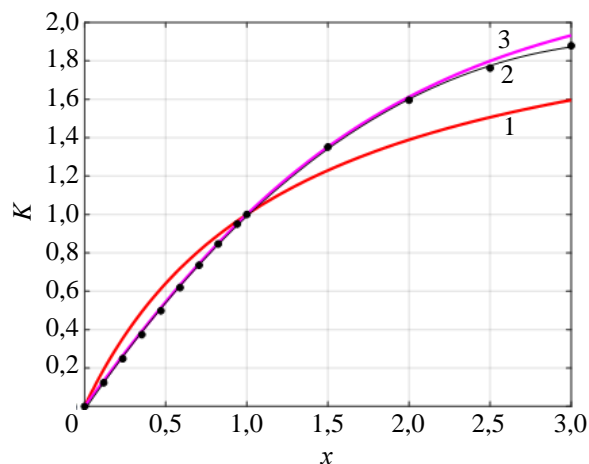


Рис. 3.1. Зависимость $K_{\text{эф}}$ от относительного размера шара: 1 – значения $K_{\text{эф}}$, рассчитанные по формуле (1.4), $\epsilon = 0,44$; 2 – результаты расчетов для шара, аппроксимированные методом наименьших квадратов (МНК): $K_{\text{эф}}(x) = 0,9675 \cdot 10^{-2} x^3 - 0,2274 x^2 + 1,225 x - 0,01786$; 3 – значения $K_{\text{эф}}$, рассчитанные по формуле (1.6), $\epsilon = 0,44$

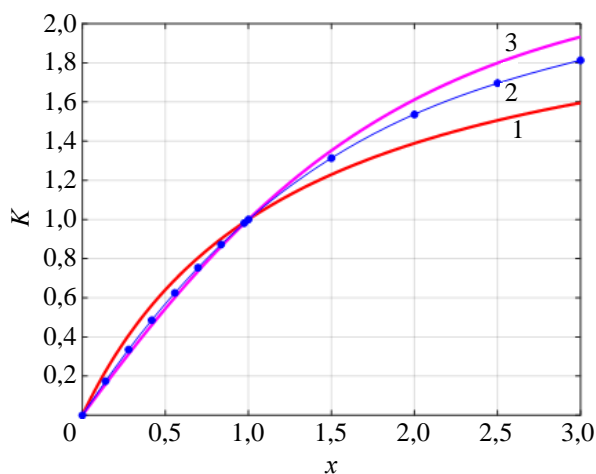


Рис. 3.2. Зависимость $K_{\text{эф}}$ от относительного размера цилиндра: 1 – значения $K_{\text{эф}}$, рассчитанные по формуле (1.4), $\epsilon = 0,44$; 2 – результаты расчетов для цилиндра, аппроксимированные МНК: $K_{\text{эф}}(x) = 0,03324 x^3 - 0,3306 x^2 + 1,297 x - 5,719 \cdot 10^{-4}$; 3 – значения $K_{\text{эф}}$, рассчитанные по формуле (1.6), $\epsilon = 0,44$

составляет, соответственно, 22 и 2 %. Для цилиндра аналогичные отличия расчетной зависимости от аналитики составляют 15 и 5 %. В области надкритичности РС ($K_{эф} > 1$) расчетные значения $K_{эф}$ выше аналитической зависимости (1.4), но ниже значений $K_{эф}$ для формуле (1.6). При этом занижение расчетных значений $K_{эф}$ от значений $K_{эф}$ для формулы (1.6) меньше, чем их завышение по отношению к данным по формуле (1.4). Следует отметить, что все зависимости в асимптотике стремятся к значению 2,27.

Заключение

В работе приведены простые аналитические выражения для эффективного коэффициента размножения и постоянной размножения мгновенных нейтронов от размера РС, плотности делящегося материала и зазора между частями РС. Выражения получены для однородных РС произвольной формы.

Тестирование выражений проведено путем сравнения с результатами расчетов, полученных методом Монте-Карло по программе ПРИЗМА с нейтронными константами из библиотеки ENDF-BVII.1, для сплошных однородных РС в виде шара и цилиндра. Показано, что аналитическая зависимость (1.6) лучше согласуется с результатами расчетов: для РС в виде шара наблюдается занижение расчетных значений $K_{эф}$ на ~2 %, для РС в виде цилиндра – их завышение на ~5 %. Для зависимости (1.4) аналогичные отличия составляют 22 и 15 %.

Список литературы

1. Абагян Л. П., Базазянц Н. О., Николаев М. Н., Цибуля А. М. Групповые константы для расчета реакторов и защиты. – М.: Энергоатомиздат, 1981. 232 с.
2. Теоретические и экспериментальные проблемы нестационарного переноса нейтронов. Сб. статей под ред. проф. В. В. Орлова и д-ра физ.-мат. наук Э. А. Стумбура. – М.: Атомиздат, 1972. 352 с.
3. Kandiev Y. Z., Kashaeva E. A., Khatuntsev K. E., Kuropatenko E. S., Lobanova L. V., Lukin G. V., Malakhov A. A., Malyshkin G. N., Modestov D. G., Mukhamadiev R. F., Orlov V. G., Samarin S. I., Serova E. V., Spirina S. G., Vakhonina T. V., Voronina N. A., Zatsepin O. V. «PRIZMA» Status // Annals of Nuclear Energy. August 2015. Vol. 82. P. 116–120
4. ENDF-102. Data Formats and Procedures for the Evaluated Nuclear Data File ENDF-6. Ed. V. McLane. BNL-NCS-44945-01/04-Rev., 2001.

Контактная информация –

Ершова Людмила Сергеевна,
старший научный сотрудник,
РФЯЦ-ВНИИТФ,
e-mail: dep5@vniitf.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2022, вып. 4, с. 57–63.