

ISSN 2414-0171

**В**ОПРОСЫ  
**А**ТОМНОЙ  
**Н**АУКИ И  
**Т**ЕХНИКИ

Российский  
федеральный  
ядерный  
центр –  
ВНИИЭФ

---

СЕРИЯ

**Математическое моделирование  
физических процессов**

---

**2022**

ВЫПУСК 4

Главный редактор  
Шагалиев Р. М.

Заместители главного редактора:  
Алексеев А. В., Тишкин В. Ф.

Ответственный секретарь:  
Соколовская Е. В.

Члены редколлегии:

Бартенев Ю. Г., Бетелин В. Б., Бочков А. И., Вронский М. А.,  
Дрёмов В. В., Залялов Н. Н., Кибзун А. И., Козелков А. С.,  
Козманов М. Ю., Куркин А. А., Мартынов А. П., Петров И. Б.,  
Прилуцкий М. Х., Смирнов Н. Н., Соколов С. С., Старостин Н. В.,  
Степаненко С. А., Храмченков М. Г., Четверушкин Б. Н.,  
Шестаков А. А., Янилкин Ю. В.

Адрес редакции и издателя: 607188,  
г. Саров Нижегородской обл., пр. Мира, 37  
тел.: (83130)28406, *e-mail*: sokol@vniief.ru.  
Адрес сайта журнала: <http://vant.vniief.ru/>

---

# ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ

## Математическое моделирование физических процессов

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

---

ВЫПУСК 4

Издается с 1978 г.

Саров — 2022

---

### СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| <i>Володина Н. А., Краюхин С. А., Наумов А. О., Стародубов С. В., Тихонова А. П., Резвова Т. В., Циберев К. В., Ширишова М. О., Шувалова Е. В.</i> Расчет многомерных нестационарных течений многокомпонентной сплошной среды с использованием блочно-структурированных сеток специального вида в методике ЛЭГАК . . . . . | 3  |
| <i>Мустафин А. М., Пашенцева Н. Н., Лебедев С. Н.</i> Численное решение уравнения теплопроводности в одномерных задачах с фазовыми переходами методом сквозного счета с использованием схемы "Ромб" . . . . .  | 19 |
| <i>Ямщикова М. А.</i> Моделирование покрытия открыто-пористой структуры тонким слоем жидкости . . . . .  | 33 |
| <i>Куржин А. А., Куржина О. Е., Рувинская Е. А.</i> Двумерное численное моделирование полонелинейных бароклинных волновых движений на северо-восточном шельфе острова Сахалин . . . . .  | 41 |
| <i>Надеев А. Г., Черевань А. Д., Лебедева А. С.</i> Архитектура программного модуля "Логос Платформа" . . . . .  | 55 |
| <i>Потехин А. Л.</i> Об одном способе организации структур данных в системах научной визуализации . . . . .  | 64 |
| <i>Шубин В. В.</i> Защита информации за пределами контролируемой зоны в волоконно-оптических сетях . . . . .   | 72 |
| Сведения об авторах . . . . .  | 88 |
| Перечень статей, опубликованных в 2022 г. в научно-техническом сборнике "Вопросы атомной науки и техники". Сер. "Математическое моделирование физических процессов" . . . . .  | 90 |

## C O N T E N T S

|  |    |
|--|----|
| <i>Volodina N. A., Krayukhin S. A., Naumov A. O., Starodubov S. V., Tikhonova A. P., Rezvova T. V., Tsiberev K. V., Shirshova M. O., Shuvalova E. V.</i> Simulation of multidimensional non-stationary multimaterial-continuum flows using block-structured meshes of a special kind in the LEGAK code . . . . . | 3  |
| <i>Mustafin A. M., Pashentseva N. N., Lebedev S. N.</i> Numerical solution of 1D radiative heat transfer problems with phase transformations in a once-through run with the "Romb" scheme . . . . .  | 19 |
| <i>Yamshchikova M. A.</i> Simulation of the open-pore structure covering by thin layer of liquid . . . . .   | 33 |
| <i>Kurkin A. A., Kurkina O. E., Ruvinskaya E. A.</i> The 2D numerical simulation of fully nonlinear baroclinic wave motions on the north-eastern shelf of Sakhalin island . . . . .  | 41 |
| <i>Naduev A. G., Cherevan A. D., Lebedeva A. S.</i> The "Logos Platform" program module architecture   | 55 |
| <i>Potekhin A. L.</i> On one of the ways to arrange data structures in scientific visualization systems . . .  | 64 |
| <i>Shubin V. V.</i> Data security out of the control zone in fiber-optic transmission systems . . . . .  | 72 |
| Information about authors . . . . .  | 89 |
| The list of papers published in the sci-tech collected edition "Voprosy atomnoi nauki i tekhniki". Ser. "Matematicheskoe Modelirovanie Fizicheskikh Protseessov" during 2022 . . . . .   | 90 |

Ответственный за выпуск Е. В. Соколовская

Редактор Е. Н. Старченко

Корректоры Т. А. Меркушева  
Е. А. Окальева  
А. В. Федоренко

---

Дата выхода в свет 25.12.2022

Усл. печ. л. ~ 11

Тираж 1000 экз.

Зак. тип. 1774-2022

Формат 60×84/8

Уч.-изд. л. ~ 14

7 статей

---

Учредитель: ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ"

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-29789 от 04 октября 2007 г.  
выдано Роскомнадзором

---

Оригинал-макет подготовлен

в Математическом отделении ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ"

Отпечатано в ИПЦ ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ"

607188, г. Саров Нижегородской обл., ул. Силкина, 23

УДК 519.6

## РАСЧЕТ МНОГОМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БЛОЧНО-СТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТОК СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА В МЕТОДИКЕ "ЛЭГАК"

Н. А. Володина, С. А. Краюхин, А. О. Наумов, С. В. Стародубов, А. П. Тихонова,  
Т. В. Резвова, К. В. Циберев, М. О. Ширшова, Е. В. Шувалова  
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Приводится описание реализации в методике ЛЭГАК алгоритмов расчета многомерных нестационарных течений многокомпонентной сплошной среды с использованием блочно-структурированных сеток специального вида. Под сетками специального вида подразумеваются блочно-структурированные сетки с элементами нерегулярной стыковки на границах блоков, а именно имеющие сопряжение квазисферической и кубической сеток и кратное соотношение ячеек на границах блоков. Основными преимуществами использования сеток специального вида в методике ЛЭГАК являются возможность локального увеличения подробности расчетной сетки при моделировании разномасштабных конструкций и для более точного описания отдельных физических процессов, а также возможность выбора более адаптированной к течению расчетной сетки для прикладных задач. Рассматриваются методы организации вычислений на блочно-структурированных сетках, алгоритмы модификации счетных программ и применяемые алгоритмы распараллеливания. Для демонстрации работоспособности методики приведены результаты расчетов нескольких методических задач с использованием блочно-структурированных сеток.

*Ключевые слова:* методика ЛЭГАК, блочно-структурированные сетки, квазисферические сетки, кратная стыковка.

### Введение

Методика ЛЭГАК [1] — это конечно-разностная лагранжево-эйлерова методика, использующая регулярную расчетную сетку. В двумерной геометрии это сетка, состоящая из выпуклых четырехугольников, в трехмерной — из выпуклых шестигранников.

В настоящий момент основная технология проведения расчетов по методике ЛЭГАК предполагает использование либо регулярных квазисферических, либо регулярных квадратных (кубических) сеток. Применение квазисферических листовых сеток имеет ряд недостатков, основным из которых является то, что линии сетки сходятся в одну точку (в центре) или одну прямую (на ось). Из-за этого ячейки сетки в угловых направлениях имеют существенно разный характерный размер. Квадратные (кубические) же сетки являются менее адаптированными для численного моделирования систем, движение в которых происходит преимущественно в радиальном направлении.

Общей проблемой для всех регулярных сеток является то, что при расчете задач с разномасштабными элементами конструкций, влияющими на работу моделируемого изделия, используемая расчетная сетка может состоять из огромного количества точек.

Оценка влияния данных факторов привела к обеспечению возможности использования в расчетах комбинированных блочно-структурированных сеток специального вида. Под блочно-структурированными сетками специального вида в данной работе подразумеваются блочно-структурированные

сетки с элементами нерегулярной стыковки на границах блоков, а именно имеющие сопряжение квазисферической и кубической сеток и кратное соотношение ячеек на границах блоков. Пример такой сетки для двумерного случая приведен на рис. 1.

Основными преимуществами использования сеток специального вида в методике ЛЭГАК являются возможности:

- выбора расчетной сетки, более адаптированной к течению в значительной части счетной области прикладных задач;
- локального увеличения подробности расчетной сетки при моделировании разномасштабных конструкций и для более точного описания отдельных физических процессов (подробная сетка используется только в выделенных частях вычислительной области);
- значительного сокращения количества счетных точек в тех частях вычислительной области, где не требуется высокой точности решения;
- существенного сокращения календарных сроков расчета задач за счет изменения топологии сетки в центральных и осевых частях системы (уход от особенностей, связанных с наличием осей и центра при использовании квазисферических сеток).

Стоит отметить, что, помимо применения блочно-структурированных сеток специального вида, в рамках данной работы реализована возможность использования блочно-структурированных кубических и квазисферических сеток с кратным соотношением числа ячеек между блоками (*кратных* сеток). Наиболее распространенные варианты блочно-структурированных кратных сеток приведены на рис. 2.

Блочно-структурированные расчетные сетки используются во многих газодинамических методиках. Схожий подход к организации вычислений на блочно-структурированных сетках применяется, например, в работе [2]. Аналог блочно-структурированных сеток специального вида встречается, например, в работе [3]. Среди альтернативных способов локального увеличения подробности регулярной расчетной сетки для выделения особенностей течения можно отметить адаптивно-встраиваемые дробные сетки, применяемые, например, в методике ЭГАК [4].

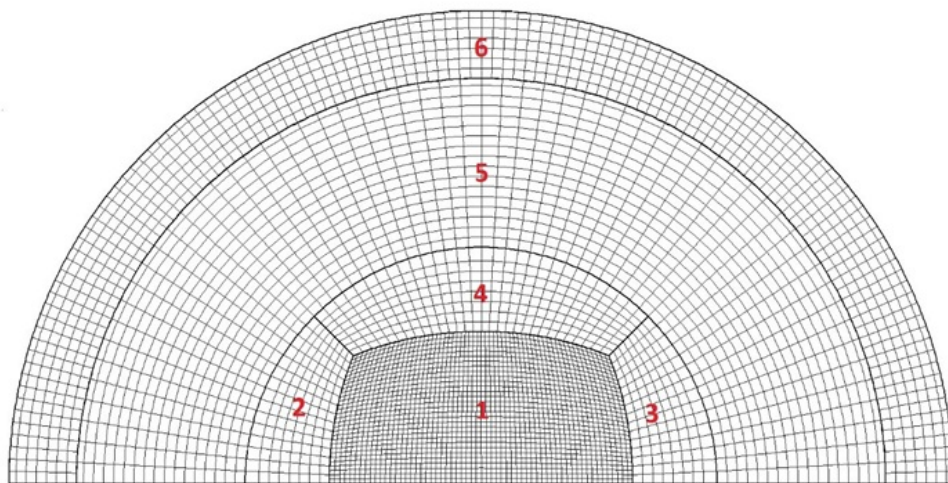


Рис. 1. Пример блочно-структурированной сетки специального вида с нумерацией блоков

### Методы организации вычислений на блочно-структурированных сетках

Межблочное взаимодействие было решено осуществлять при помощи создания сеточного перехлеста (приграничного фиктивного слоя) для обменов данными между блоками. Выбор такого подхода обусловлен уже накопленным опытом при организации межпроцессорных обменов и реализации *каскадных* сеток. Существенным преимуществом данного подхода является минимизация изменений

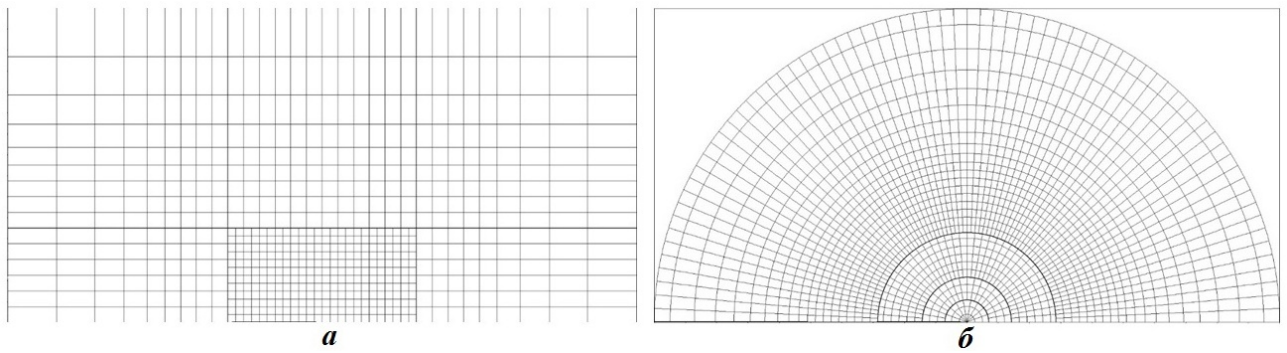


Рис. 2. Примеры квадратной (а) и квазисферической (б) блочно-структурированных сеток с кратным соотношением числа ячеек между блоками

в алгоритмах счетных модулей и технологии проведения расчетов: большинство алгоритмов для организации расчетов на блочно-структурированных сетках реализуется в виде вспомогательного (сервисного) инструментария счетной части программы и скрыто как от разработчиков счетных модулей, так и от специалиста, занимающегося проведением расчетов.

Для создания сеточного перехлеста необходима информация о взаимном расположении блоков по отношению друг к другу, т. е. их соседстве. Данная информация содержит номера соприкасающихся блоков, номера границ соприкосновения, а также диапазоны индексов соприкасающихся узлов для двух пространственных направлений. Получить такую информацию можно на старте расчета задачи при помощи попарного сравнения координат граничных узлов различных блоков, а можно задать ее вручную в редакторе соседства сервиса LEdit [5].

Регулярное пространственное разбиение геометрии задачи на блоки подразумевает три возможных варианта соседства блоков:

- по границе;
- ребру;
- вершине в трехмерном случае.

При этом информацию о соседстве блоков по границам принято считать основной, поскольку она позволяет однозначно определить соседство блоков по ребрам и вершинам на основе анализа взаимного расположения нескольких блоков без необходимости сравнения узлов. Данный подход позволяет минимизировать количество задаваемой пользователем информации о соседстве блоков (в случае задания вручную в редакторе соседства сервиса LEdit).

Структура блоков сетки, имеющей сопряжение квазисферической и кубической сеток, является фиксированной. Нумерация блоков в ней следующая (см. рис. 1):

- 1 — центральный блок с кубической сеткой, сформированный на основе прямоугольного параллелепипеда с возможным скруглением границ;
- 2 — блок сетки, смежный с центральным блоком по грани с минимальной координатой  $X$ ;
- 3 — блок сетки, смежный с центральным блоком по грани с максимальной координатой  $X$ ;
- 4 — блок сетки, смежный с центральным блоком по грани с максимальной координатой  $Y$ ;
- 5 и последующие блоки — окружающие последовательно вложенные блоки с регулярной квазисферической сеткой.

Поскольку в трехмерном случае сетка не имеет листовой структуры, то наложить один окружающий блок регулярной квазисферической сетки аналогично двумерному случаю не представляется возможным. Поэтому двумерному блоку 5 (см. рис. 1) будет соответствовать совокупность от четырех до шести блоков (в зависимости от типа симметрии геометрии); двумерному блоку 6 — еще один набор от четырех до шести блоков и т. д. (рис. 3).

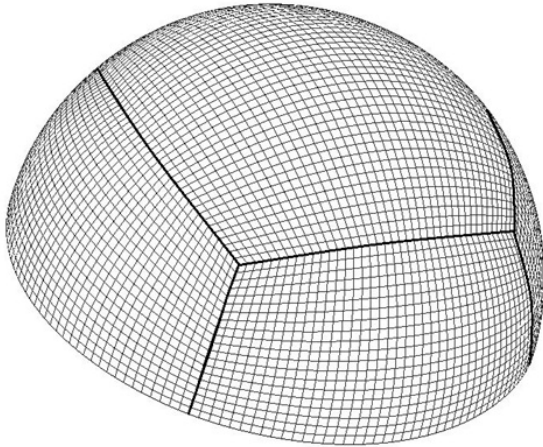


Рис. 3. Внешняя поверхность блочно-структурированной сетки специального вида в трехмерном случае

На основе информации о соседстве блоков после выполнения процедур чтения данных из файла разреза [5] формируется сеточный перекрест на границах взаимодействующих блоков (*блочный перекрест*). Процедура создания блочного перекреста выполняется один раз при старте задачи, а также повторно в случае изменения геометрии задачи в процессе расчета (разрезания, сгущения, разрезания или склейки блоков по приказам тактики счета). Организована такая процедура следующим образом: если текущий процесс является граничным и у рассчитываемого на нем блока по какой-либо границе присутствует блок-сосед, то по этой границе сеточные массивы расширяются на два элемента — узла или ячейки.

Процедура формирования блочного перекреста приводит к изменению принципа индексации узлов и ячеек. Ранее в базовой версии методики

ЛЭГАК индексация узлов и ячеек в математической области по каждому пространственному направлению выполнялась, начиная с единицы, так что значение индекса последней ячейки (узла) совпадало с количеством ячеек (узлов) в данном направлении. Теперь при расширении массивов на границах  $\Gamma_0$  и  $\Gamma_2$  (рис. 4) индексация узлов (ячеек) начинается с  $-1$  ( $-1, 0, 1$  и т. д.). При расширении массивов на границах  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_3$  индексация их элементов продолжается до последней ячейки (узла), и, таким образом, индекс последнего элемента массива не совпадает с количеством ячеек (узлов). На рис. 4 представлен наглядный пример старой и новой индексаций столбцов блока с двумерной прямоугольной сеткой при соседстве по границам  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_3$ .

Для удобства организации взаимодействия блоков на контактных границах в процессе счета и в дополнение к информации о соседстве по границам блока используется набор данных, определенный для всех взаимодействий между различными блоками. Каждый такой набор данных содержит ин-

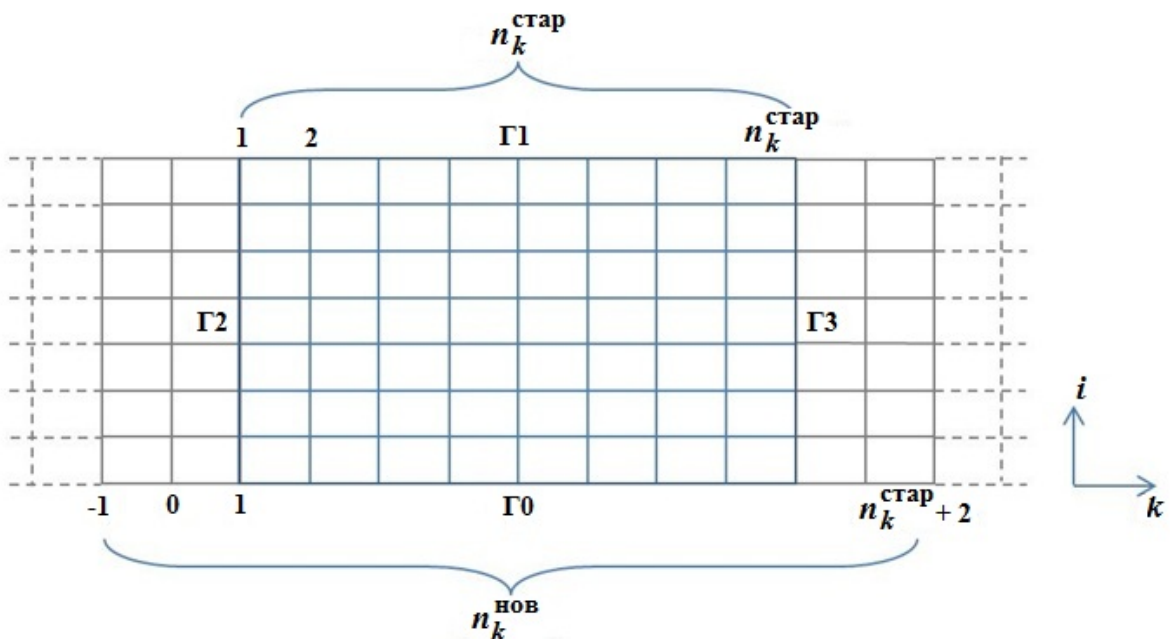


Рис. 4. Старая и новая индексация столбцов двумерной прямоугольной сетки



формацию о номерах взаимодействующих блоков, индексах взаимодействующих фрагментов, идентификаторах взаимодействующих процессов и т. д.

При кратном соотношении размеров ячеек счетной сетки прямые обмены между блоками провести не удастся из-за различия сеточных шаблонов в перехлесте и блоке-соседе. Пример различия сеточных шаблонов для кратности 2 по всем направлениям приведен на рис. 5.

При выполнении обменов перехлестами для блоков с кратной сеткой необходимо проводить интерполяцию величин при передаче данных из области с грубой сеткой в область с подробной сеткой и усреднение величин в обратном случае.

Интерполяция величин осуществляется по следующему алгоритму:

1. Значения ячеечных величин, за исключением объема, дублируются.
2. Значения узловых величин, за исключением времен детонации, интерполируются линейно.
3. Времена детонации в дополнительных узлах рассчитываются по алгоритму, схожему с алгоритмом итерационной коррекции времен детонации [6].
4. Объем пересчитывается в соответствии с новыми значениями координат узлов сетки.

В случае усреднения определение величин для новой ячейки осуществляется поэтапно следующим образом:

1. Величины, определенные в узлах сетки, не пересчитываются.
2. Объем пересчитывается в соответствии с новыми значениями координат узлов сетки, поскольку объем новой ячейки не равен сумме объемов старых ячеек.
3. Значения ячеечных величин усредняются, исходя из выполнения законов сохранения. Например, усреднение данных в ячейках в случае кратной стыковки по столбцам проводится по формулам (рис. 6)

$$\beta_{k-1,i,s}^{\text{HOB}^{iv}} = \frac{\beta_{k-1,i,s}^{iv} V_{k-1,i,s} + \beta_{k,i,s}^{iv} V_{k,i,s}}{V_{k-1,i,s} + V_{k,i,s}}; \quad (1)$$

$$\alpha_{k-1,i,s}^{\text{HOB}^{iv}} = \frac{\alpha_{k-1,i,s}^{iv} \rho_{k-1,i,s} V_{k-1,i,s} + \alpha_{k,i,s}^{iv} \rho_{k,i,s} V_{k,i,s}}{\rho_{k-1,i,s} V_{k-1,i,s} + \rho_{k,i,s} V_{k,i,s}}; \quad (2)$$

$$e_{k-1,i,s}^{\text{HOB}^{iv}} = \frac{e_{k-1,i,s}^{iv} \alpha_{k-1,i,s}^{iv} \rho_{k-1,i,s} V_{k-1,i,s} + e_{k,i,s}^{iv} \alpha_{k,i,s}^{iv} \rho_{k,i,s} V_{k,i,s}}{\alpha_{k-1,i,s}^{iv} \rho_{k-1,i,s} V_{k-1,i,s} + \alpha_{k,i,s}^{iv} \rho_{k,i,s} V_{k,i,s}}; \quad (3)$$

$$E_{k-1,i,s}^{\text{HOB}} = \sum_{iv=1}^{n_{vv}} \alpha_{k-1,i,s}^{\text{HOB}^{iv}} e_{k-1,i,s}^{\text{HOB}^{iv}}; \quad (4)$$

$$\rho_{k-1,i,s}^{\text{HOB}} = \frac{\rho_{k-1,i,s} V_{k-1,i,s} + \rho_{k,i,s} V_{k,i,s}}{V_{k-1,i,s} + V_{k,i,s}}, \quad (5)$$

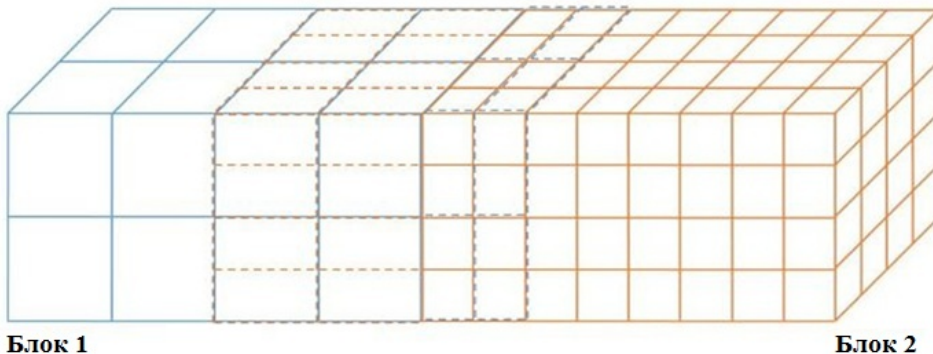


Рис. 5. Неоднородность сеточных шаблонов при кратной стыковке

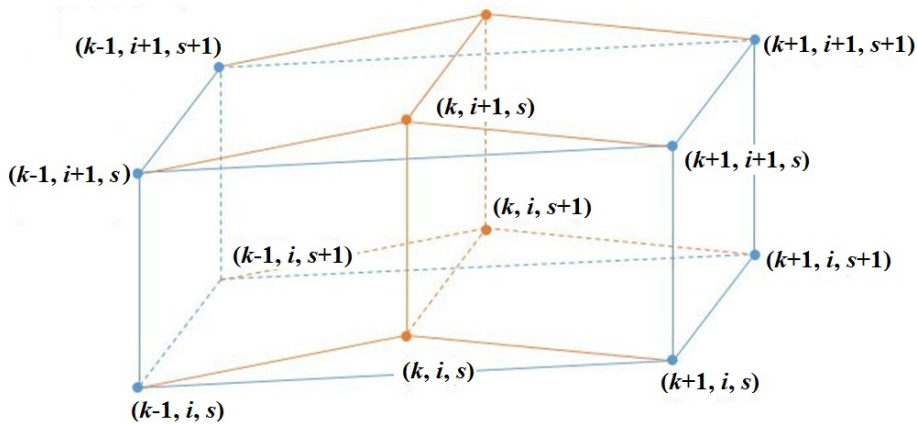


Рис. 6. Усреднение данных в ячейках в случае кратной стыковки по столбцам (оранжевым цветом обозначены старые ячейки, синим — новая)

где  $\alpha$  — массовая концентрация вещества;  $\beta$  — объемная концентрация вещества;  $e$  — удельная внутренняя энергия вещества;  $iv$  — номер вещества;  $n_{vv}$  — количество веществ;  $\rho$  — плотность ячейки;  $E$  — удельная внутренняя энергия ячейки;  $V$  — объем ячейки;  $k, i, s$  — индекс ячейки по столбцам, строкам и листам соответственно.

4. Давление и скорость звука в новой ячейке рассчитываются из уравнения состояния по новым значениям плотностей и удельных внутренних энергий.

Для блочно-структурированной сетки специального вида характерны следующие особенности, накладывающие дополнительные ограничения на процедуру обменов данными между блоками:

- наличие особой точки — общего узла для трех или четырех соседствующих регулярных блоков;
- нестандартное для методики ЛЭГАК расположение границ для части блоков (переходы *строка—столбец*, *строка—лист*<sup>\*</sup>, *столбец—лист* на границе блоков);
- обратное направление возрастания индексов вдоль линий сетки для части блоков.

На рис. 7 выделены особые точки двумерной блочно-структурированной сетки специального вида — общие узлы для трех соседствующих регулярных блоков. Для трехмерной сетки особыми точками являются общие узлы одновременно для трех или четырех соседствующих регулярных блоков.

Соседство между центральным и смежными с ним блоками существует лишь по границе блока. Для двумерного случая это отражено на рис. 8, где схематично изображены "развернутые" блоки 1–4.

По причине отсутствия блоков, соседствующих только по ребру, массивы величин (как ячеечных, так и узловых), содержащие вспомогательные элементы блочного перехлеста, будут содержать виртуальные элементы, которые не имеют реальных данных в соседнем блоке. Данная особенность проиллюстрирована на примере массива, изображенного на рис. 9. Элементы массива, выделенные синим цветом, — собственные элементы, зеленым цветом — заполняемые при обменах блочным перехлестом, красные — фиктивные элементы.

На рис. 10 показан один из вариантов нестандартного для методики ЛЭГАК расположения границ между центральным и смежными с ним блоками. На данном рисунке выделена граница между блоками 1 и 3. Для блока 1 данная граница является границей ГЗ (см. рис. 4), а для блока 3 — границей Г0. Соответственно данная ориентация блоков приводит к переходу *строка—столбец* на границе блоков 1 и 3.

<sup>\*</sup> Следует отметить, что понятие *лист* в данном случае является традиционным названием третьего сеточного направления в методике ЛЭГАК и не имеет отношения к листовой структуре счетной сетки.

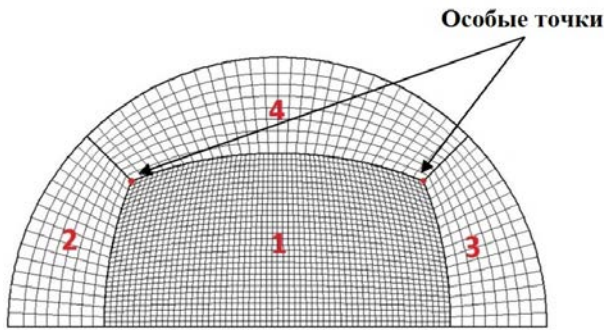


Рис. 7. Особые точки блочно-структурированной сетки специального вида

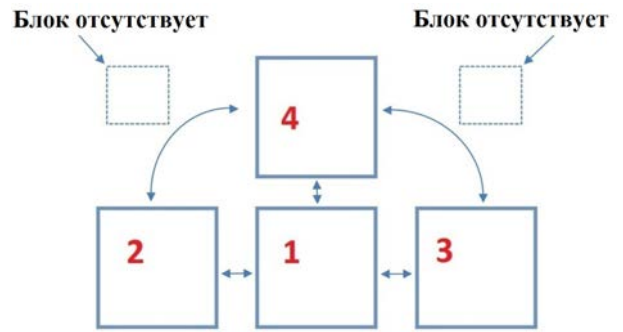


Рис. 8. Схема взаимодействия блоков центральной части блочно-структурированной сетки специального вида

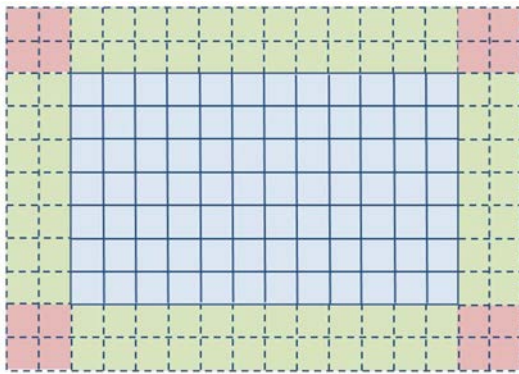


Рис. 9. Иллюстрация массива данных для блока 1

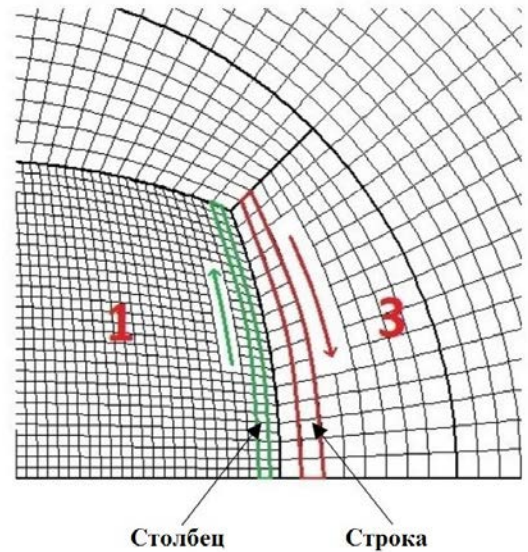


Рис. 10. Расположение строк и столбцов на границе блоков 1 и 3

Помимо перехода *строка—столбец* на границе блоков данная ориентация блоков приводит к обратному направлению возрастания индексов вдоль линий сетки. Эта особенность также продемонстрирована на рис. 10.

В силу указанной особенности на границах блоков с нестандартным расположением (переходы *строка—столбец*, *строка—лист*, *столбец—лист*) и смены направления возрастания индексов обмена происходят с предварительной перестановкой элементов в буферных массивах.

### Алгоритмы модификации счетных программ

С учетом того, что наибольшие изменения методики ЛЭГАК для обеспечения возможности проведения расчетов с использованием блочно-структурированных сеток специального вида касаются сервисных процедур счетной части программы, модернизацию счетных программ, в основном, можно разделить на три этапа:

- 1) переработка кодов из-за введения новой индексации массивов;
- 2) адаптация счетных алгоритмов к работе с особыми точками и нестандартной ориентацией блоков;
- 3) корректировка счетных алгоритмов для повышения точности расчетов на границах блоков с кратным переходом.

Для адаптации счетных алгоритмов к работе с особыми точками реализованы две функции, позволяющие исключить фиктивные элементы массивов из счетных циклов. Формально каждый цикл программы, реализующей алгоритмы методики, который работает с блочным перехлестом, должен содержать функции проверки на фиктивность узла или ячейки. Однако число циклов, в которых необходимо вызывать функции такой проверки, удалось существенно сократить путем инициализации данных в фиктивных узлах и ячейках какими-либо реальными значениями. Например, можно на начальном этапе скопировать данные фиктивных узлов и ячеек из ближайшего узла, являющегося особой точкой, и из ячейки, содержащей данный узел.

Такой подход позволяет не вызывать функции проверки на фиктивность узла или ячейки в циклах, которые работают по принципу *расчета в точке*. Примером такого цикла является цикл расчета объемов ячеек: объем фиктивной ячейки в любом случае не будет использован алгоритмами счетных модулей, однако отсутствие функций-проверок не испортит код визуально и не приведет к снижению производительности из-за дополнительных ветвлений.

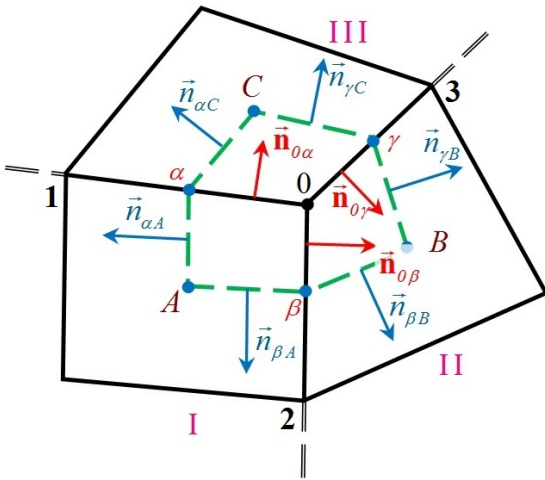


Рис. 11. Фрагмент счетной сетки с балансными ячейками для интегрирования уравнения движения в особой точке

Как и во многих других методиках, расчет течения сплошной среды на каждом временном шаге в методике ЛЭГАК осуществляется в два этапа. На первом (лагранжевом) этапе сетка увлекается веществом и рассчитываются изменения величин за счет действующих сил. На втором (эйлеровом) этапе происходит перестроение сетки по некоторым законам и рассчитываются консервативные потоки величин с одной сетки на другую.

На лагранжевом этапе для определения новых скоростей в особых точках требуется модификация соотношений для вычисления скоростей. Рассмотрим фрагмент счетной сетки, выделенный на рис. 11.

В методике ЛЭГАК термодинамические параметры определяются в центрах ячеек счетной области сетки и считаются постоянными внутри этих ячеек. Скорости вычисляются в узлах счетной сетки и считаются постоянными внутри области, которая строится следующим образом. Обозначим центры ячеек, окружа-

ющих особый узел 0, как A, B, и C. На ребрах 0-1, 0-2, 0-3 отметим точки alpha, beta, и gamma, которые делят поверхности вращения, образованные этими ребрами, на равные по площади части. Соединим все перечисленные точки. При этом будем полагать, что объемы вращения на угол  $\alpha = \pm 0,5$  рад вокруг оси Ox подобластей, входящих в контур, равны одной четверти от объемов вращения соответствующих исходных ячеек, т. е.  $V_{0\alpha\beta} = 0,25V_A$ ,  $V_{0\beta\gamma} = 0,25V_B$ ,  $V_{0\gamma\alpha} = 0,25V_C$ . Проинтегрировав уравнение движения по области, представляющей собой объем вращения контура  $A\alpha C\gamma B\beta$  на угол  $\alpha = \pm 0,5$  рад вокруг оси Ox, можно вывести соотношения для определения новых скоростей в узле 0:

$$\begin{aligned} \vec{u}_0^{n+1} = \vec{u}_0^n - \frac{\tau}{4m_0} & \left\{ (y_0^\delta + y_1^\delta) \begin{pmatrix} y_1 - y_0 \\ -(x_1 - x_0) \end{pmatrix} \left[ (p^{n+\sigma} + q^n)_C - (p^{n+\sigma} + q^n)_A \right] + \right. \\ & + (y_0^\delta + y_2^\delta) \begin{pmatrix} -(y_2 - y_0) \\ x_2 - x_0 \end{pmatrix} \left[ (p^{n+\sigma} + q^n)_B - (p^{n+\sigma} + q^n)_A \right] + \\ & \left. + (y_0^\delta + y_3^\delta) \begin{pmatrix} y_3 - y_0 \\ -(x_3 - x_0) \end{pmatrix} \left[ (p^{n+\sigma} + q^n)_B - (p^{n+\sigma} + q^n)_C \right] \right\}, \end{aligned}$$

где  $\tau$  — шаг по времени;  $m_0 = \frac{1}{4}(\rho_A V_A + \rho_B V_B + \rho_C V_C)$  — масса узла 0;  $\delta = 0$  для плоского случая,  $\delta = 1$  для осесимметричного случая;  $p^{n+\sigma}$  — предвычисленное давление; выражения вида  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

обозначают векторы-столбцы с координатами  $a, b$ .

На эйлеровом этапе для ячеек вблизи особых точек не представляется возможным построить поле концентраций [7] в восьми окружающих ячейках для определения вытекающих веществ. Поэтому вытекающее вещество определяется на основе упрощенного анализа, осуществляемого по трем ячейкам: *донорной*, *акцепторной* и ячейке *назад по потоку*. Эти ячейки однозначно определяются для любого направления (строки, столбцы). Также для корректного перетекания веществ необходимо обеспечить расчет потоков через грани граничных ячеек в идентичном направлении для разных блоков.

Для согласования решения вблизи границ блоков сетки с кратным переходом требуется несколько дополнительных модификаций на лагранжевом и эйлеровом этапах расчета.

На лагранжевом этапе необходимо обеспечить согласованное движение промежуточных граничных узлов (узлов на границе с кратным переходом, которых нет в базовой сетке), а также построение корректного контура интегрирования уравнения движения для общих граничных узлов.

На эйлеровом этапе необходимо произвести предварительный расчет потоков для граничных ячеек в блоках с более мелкой сеткой и передать их в блоки с более крупной сеткой через соответствующие границы для обеспечения идентичности расчетов на границах с кратным переходом.

### Алгоритмы распараллеливания

При расчете задач с использованием блочно-структурированных сеток специального вида в методике ЛЭГАК используется трехуровневая схема распараллеливания:

- 1) по блокам в модели распределенной памяти с использованием технологии MPI;
- 2) по параобластям на основе пространственной декомпозиции в модели распределенной памяти с использованием технологии MPI;
- 3) по итерациям счетных циклов в модели общей памяти с использованием технологии OpenMP.

Для реализации первого уровня распараллеливания применяется автоматическая многоблочная декомпозиция, распределяющая процессы (либо группы процессов в случае гетерогенной вычислительной системы) для блоков по соотношению количества ячеек.

На втором уровне распараллеливания выполняется автоматическая декомпозиция внутри блока, которая строится по стандартному алгоритму методики ЛЭГАК с учетом коэффициента производительности вычислительного устройства (в случае гетерогенной вычислительной системы).

Получаемая декомпозиция является несогласованной между различными блоками: расчет декомпозиции внутри блоков производится независимо, и граница MPI-фрагмента может приходиться на граничный узел, которого нет в одном из блоков. Пример такой ситуации приведен на рис. 12, где синим цветом отображены линии сетки, а оранжевым цветом выделены границы MPI-фрагментов.

Для правильной работы программы межблочных обменов в аналогичной ситуации обмены блочными перехлестами происходят в том числе и в перехлестах MPI-фрагментов. Этот способ позволяет корректно произвести интерполяцию и усреднение величин при проведении обменов для кратностей 1:2 и 1:3. Однако для кратности 1:4 и более расширения перехлестами MPI-фрагментов уже не хватает. Выходом из данной ситуации, когда требуется сеточное сгущение с кратностью более 1:3, является использование нескольких уровней кратных сеток.

На втором уровне распараллеливания доступна возможность динамической балансировки вычислительной нагрузки в процессе счета. Балансировка выполняется при разбалансировке вычислительной нагрузки по параобластям блока более 15%. Использование динамической балансировки вычислительной нагрузки позволило сохранить эффективность распараллеливания на уровне 80% и выше по данным системы STK [8] для прикладных задач.

Третий уровень распараллеливания реализован с использованием технологии OpenMP, при этом количество последовательных частей кода сведено к минимуму.

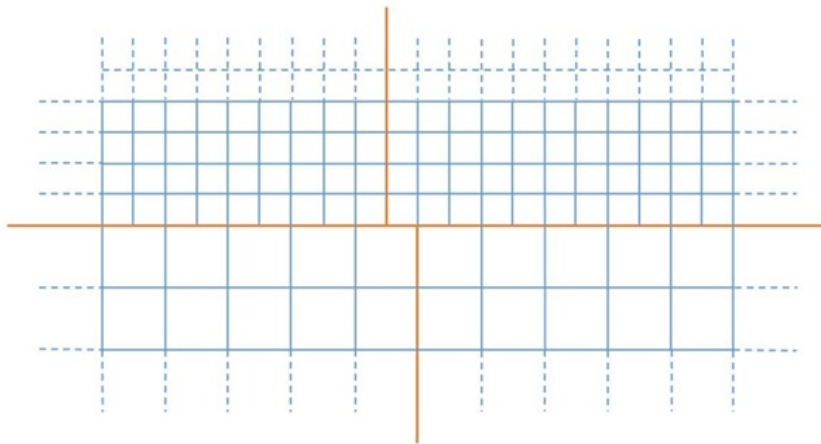


Рис. 12. Пример несогласованности декомпозиции на границе блоков

### Примеры тестовых расчетов

**Задача 1. Точечный взрыв (задача Седова).** Здесь представлены результаты расчетов трехмерной тестовой задачи о сферически-симметричном взрыве. В области  $0 < X < 10$  см,  $0 < Y < 10$  см,  $0 < Z < 10$  см задан идеальный газ с параметрами  $\rho_2 = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $e_2 = 0$ ,  $\gamma = 1,4$  (вещество 2). Внутри этой области в сфере радиусом 1 см с центром  $(0,0,0)$  задан идеальный газ с параметрами  $\rho_1 = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $e_1 = 1$  кДж/г,  $\gamma = 1,4$  (вещество 1). Граничные условия: на плоскостях симметрии  $X = 0$ ,  $Y = 0$ ,  $Z = 0$  заданы *жесткие стенки*, остальные границы — *свободные поверхности*.

Аналитическое решение задачи в виде зависимости  $R(t)$  положения ударной волны [9] рассчитывается по формуле  $R(t) = a(\gamma) \left( \frac{Et^2}{\rho_1} \right)^{1/5}$ , где для  $\gamma = 1,4$  значение  $a(\gamma) = 1,033$ ;  $E = \frac{4}{3}\pi R_0^3 \rho_1 e_1$  — энергия, выделившаяся в результате взрыва;  $\rho_1$  — начальная плотность;  $t$  — время.

Целью расчетов является оценка влияния использования блочно-структурированных сеток на положение ударной волны.

Стандартная сетка является кубической со стороной ячейки 0,05 см. Общее число точек в задаче 8 млн.

В первом случае используется блочно-структурированная кратная сетка. Для ее построения область задачи разбивается на 8 блоков сечениями плоскостей  $X = 4$  см,  $Y = 4$  см и  $Z = 4$  см. В центральном блоке сторона ячейки составляет 0,05 см, в остальных — 0,1 см по всем направлениям. Общее число точек в задаче  $\sim 1,5$  млн.

Во втором случае используется блочно-структурированная сетка специального вида. Центральный блок ограничен плоскостями  $X = 4$  см,  $Y = 4$  см и  $Z = 4$  см и построен с использованием скругления границ. Внешние блоки получены экструзией центрального блока из сферы радиусом  $R = 10$  см и разрезанием сферы плоскостями, проходящими через центр сферы и грани параллелепипеда. В центральном блоке шаг сетки задавался  $\sim 0,05$  см по всем направлениям. Во внешних блоках сетка по углу определялась числом строк, столбцов и листов в центральном блоке с прореживанием в 2 раза, по радиусу размер сетки составлял 0,1 см. Общее число точек в задаче  $\sim 1$  млн.

На рис. 13 приведена постановка задачи с кубической стандартной и блочно-структурированными сетками. На рис. 14 показаны картины распространения ударной волны, полученные на этих сетках на момент времени 800 мкс.

Из рис. 15 видно, что при уменьшении пространственного шага численное решение приближается к аналитическому. Использование блочно-структурированных сеток демонстрирует по точности практически такой же результат, как использование стандартной сетки с шагом 0,05 см. Сферическая симметрия течения в расчете на блочно-структурированной сетке специального вида нарушается не более чем на 1%. Время проведения расчетов с использованием блочно-структурированных

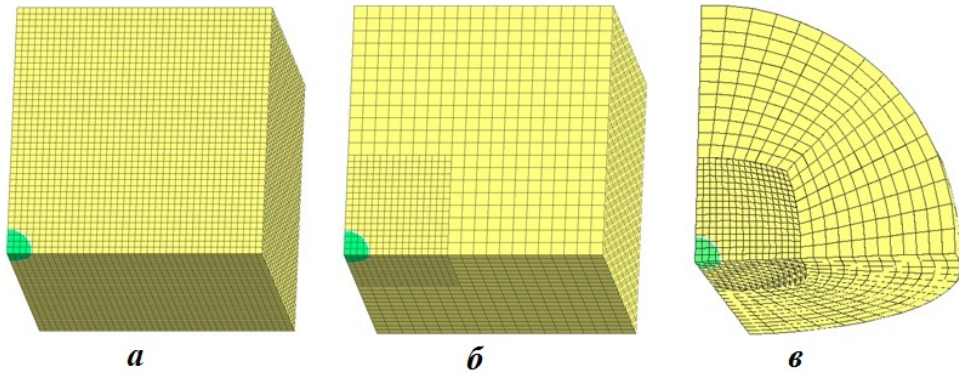


Рис. 13. Задача 1. Используемые расчетные сетки (при визуализации сетка прореживалась в 5 раз): *a* — стандартная; *б* — блочно-структурированная кратная; *в* — блочно-структурированная специального вида

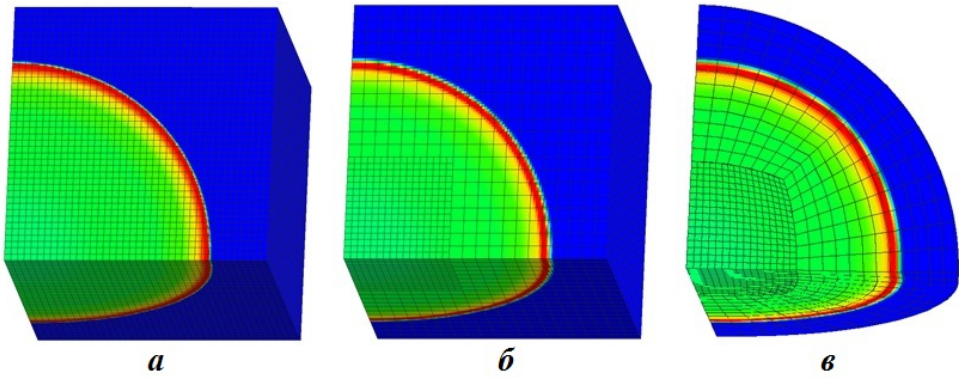


Рис. 14. Задача 1. Положение УВ в расчетах с различными типами сеток на момент времени 800 мкс (при визуализации сетка прореживалась в 5 раз): *a* — стандартная; *б* — блочно-структурированная кратная; *в* — блочно-структурированная специального вида

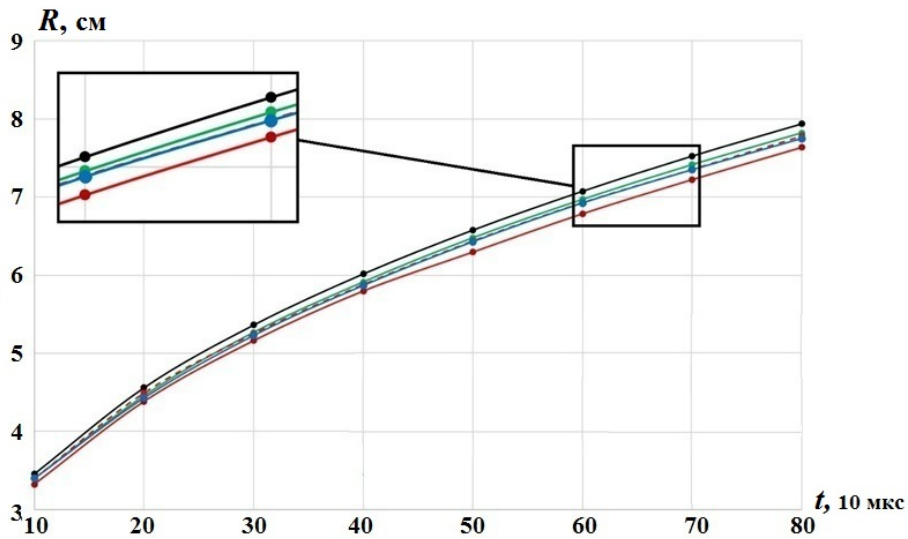


Рис. 15. Задача 1.  $(R, t)$ -зависимости положения ударной волны на оси  $Ox$ : —●— — аналитическое решение; —●— — регулярная кубическая сетка,  $h = 0,1$  см; —●— — регулярная кубическая сетка,  $h = 0,05$  см; - - -●- - блочно-структурированная кратная сетка,  $h = 0,05/0,1$  см; —●— — блочно-структурированная сетка специального вида,  $h = 0,05/0,1$  см

сеток снижается пропорционально уменьшению числа точек в задаче. Накладные расходы на организацию обменов между блоками в расчетах составили не более 15% от времени счетного шага.

**Задача 2. Обжатие газа тяжелой сферической оболочкой.** В сферической области радиусом  $R = 8$  с центром в начале координат находится идеальный газ с параметрами  $\gamma_1 = 5/3$ ,  $\rho_1^0 = 1 \text{ г/см}^3$ ,  $e_1^0 = 0$ ,  $p_1^0 = 0$ ,  $u_1^0 = 0$ . В сферическом слое  $8 \text{ см} \leq R \leq 10 \text{ см}$  находится тяжелая оболочка, описываемая также уравнением состояния для идеального газа, с параметрами  $\gamma_2 = 5/3$ ,  $\rho_2^0 = 25 \text{ г/см}^3$ ,  $e_2^0 = 0$ ,  $p_2^0 = 0$ ,  $u_2^0 = 0$ . На внешней границе  $R = 10$  задано постоянное давление, равное единице. При такой постановке оболочка начинает двигаться к центру, сжимая центральную область с легким газом. В качестве оцениваемой величины выступает радиус центральной области на момент максимального сжатия легкого газа. Асимптотическое значение этого радиуса равно 1,7 см и достигается на момент времени 330 мкс. Это решение было получено в расчете одномерной задачи в лагранжевой постановке на очень подробной сетке. Задача с похожей постановкой встречается в сборнике [10].

Задача рассчитывалась в двумерном осесимметричном приближении с использованием неподвижной сетки. Счетная область состояла из четырех блоков. Первый блок — центральный, имеющий прямоугольную форму. Слева, справа и сверху к этому блоку примыкают три внешних блока. Размеры центрального блока:  $-4 \text{ см} \leq x \leq 4 \text{ см}$ ,  $0 \leq y \leq 4 \text{ см}$ . Границы, соединяющие внешние блоки, проходят по прямым  $y = \pm x$ .

Для постановки граничного условия в области  $10 \text{ см} \leq R \leq 12 \text{ см}$  над оболочкой было задано вспомогательное вещество с параметрами  $\gamma_3 = 1$ ,  $\rho_3^0 = 0,001 \text{ г/см}^3$ ,  $e_3^0 = 0$ ,  $p_3^0 = 1 \text{ ГПа}$ ,  $u_3^0 = 0$ , значения которых в процессе счета не менялись. В расчетах использовалась искусственная квадратичная вязкость в тензорной форме [11]. Распределение веществ в области, разделенной на блоки, приведено на рис. 16.

Построение сетки выполнялось следующим образом. В центральном блоке строилась квадратная сетка с заданным характерным размером. В верхнем внешнем блоке число столбцов равнялось числу столбцов центрального блока. В левом и правом внешних блоках число столбцов равнялось числу строк центрального блока. Количество строк во всех внешних блоках было одинаковым. Внешние границы разбивались равномерно. Вдоль лучей, соединяющих точки внутренних и внешних границ, точки распределялись также равномерно.

Расчеты проводились на последовательно сгущающихся сетках. В табл. 1 приведены их количественные характеристики.

Все расчеты проводились до момента  $t = 350$  мкс. К этому времени газ достигает состояния максимального сжатия и начинает расширяться.

В табл. 2 приведены расчетные значения средней плотности газа и соответствующие этим значениям радиусы области, занимаемой газом на моменты максимального сжатия. Для оценки порядка

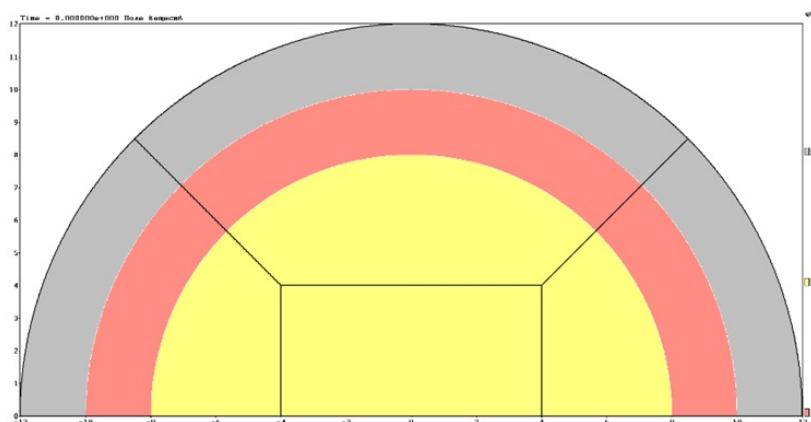


Рис. 16. Задача 2. Схема разбиения на блоки и распределение веществ в начальный момент времени



Таблица 1

Разбиения блоков в задаче 2

| Шаг сетки<br>в центральном блоке, см | Разбиение<br>центрального блока | Разбиение<br>верхнего блока | Разбиение левого<br>и правого блоков |
|--------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| 0,05                                 | 80 × 160                        | 160 × 160                   | 160 × 80                             |
| 0,025                                | 160 × 320                       | 320 × 320                   | 320 × 160                            |
| 0,0125                               | 320 × 640                       | 640 × 640                   | 640 × 320                            |

Таблица 2

Результаты расчетов задачи 2

| Шаг сетки<br>в центральном<br>блоке, см | Время<br>максимального<br>сжатия, мкс | Средняя<br>плотность, г/см <sup>3</sup> | Усредненный<br>радиус области<br>с газом, см | Среднеквадратичное<br>отклонение, см |
|---|---------------------------------------|---|--|--------------------------------------|
| 0,05                                    | 327,4                                 | 97,73                                   | 1,7368                                       | 0,018                                |
| 0,025                                   | 329,1                                 | 100,35                                  | 1,7211                                       | 0,014                                |
| 0,0125                                  | 330,0                                 | 101,91                                  | 1,7127                                       | 0,013                                |

нарушения сферической симметрии в таблице приведены среднеквадратичные отклонения радиуса границы газ–оболочка на основании несмещенной оценки.

Из табл. 2 видно, что при уменьшении характерного размера ячеек счетной сетки усредненное значение радиуса области, занимаемой газом на момент максимального сжатия, приближается к асимптотическому решению  $R = 1,7$  см. Усредненное значение радиуса области вычисляется по формуле  $R = \sqrt[3]{3V/4\pi}$ , где  $V$  — объем, занимаемый газом на момент максимального сжатия.

На рис. 17 приведен график сходимости значений усредненного радиуса области, занимаемой газом на моменты максимального сжатия. С помощью метода наименьших квадратов построена прямая, аппроксимирующая зависимость радиуса от размера ячеек счетной сетки. Из рис. 17 видно, что усредненный радиус сходится к значению 1,705 см.

Накладные расходы на организацию обменов между блоками для данной тестовой задачи составили не более 10 % от времени счетного шага.

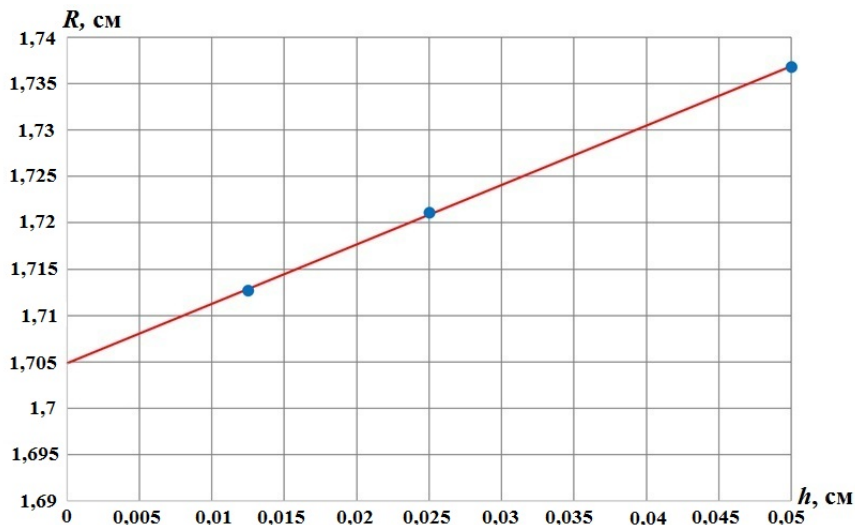


Рис. 17. Задача 2. Зависимость усредненного радиуса области с газом от характерного размера ячеек сетки на момент максимального сжатия

**Задача 3. Сферическая детонационная волна.** Далее представлены результаты расчета двумерной задачи о распространении сферической детонационной волны. В области, которая представляет собой квадрат со стороной 2 см, инициируется взрывчатое вещество (ВВ) в одной из вершин, расположенной в точке  $(0,0)$ . Расчет детонации осуществляется с использованием пошагового алгоритма расчета идеальной детонации [6]. Расчеты проводились в осесимметричной постановке на эйлеровой неподвижной сетке со стороной ячейки 0,01 см;  $Ox$  — ось симметрии. Заданы граничные условия: слева — жесткая стенка, сверху и справа — свободные поверхности.

На начальный момент времени вся область заполнена ВВ с постоянной скоростью детонации  $D = 8,8$  км/с. Для ВВ и ПВ используется уравнение состояния идеального газа с  $\gamma = 3$ .

Целью расчетов являлась проверка работоспособности пошагового алгоритма идеальной детонации на блочно-структурированных кратных сетках. Для этого область разбивалась на четыре части и задавалось кратное сгущение расчетной сетки в различных блоках.

На рис. 18 приведена картина распространения сферической детонационной волны для различных вариантов кратной сетки. В табл. 3 приведены погрешности расчетных времен детонации по сравнению с аналитическим решением для этих вариантов. Видно, что при использовании кратных счетных сеток различного типа погрешность расчетных времен детонации не превышает 0,4% по сравнению с аналитическим решением, что подтверждает правильность интерполяции времен детонации.

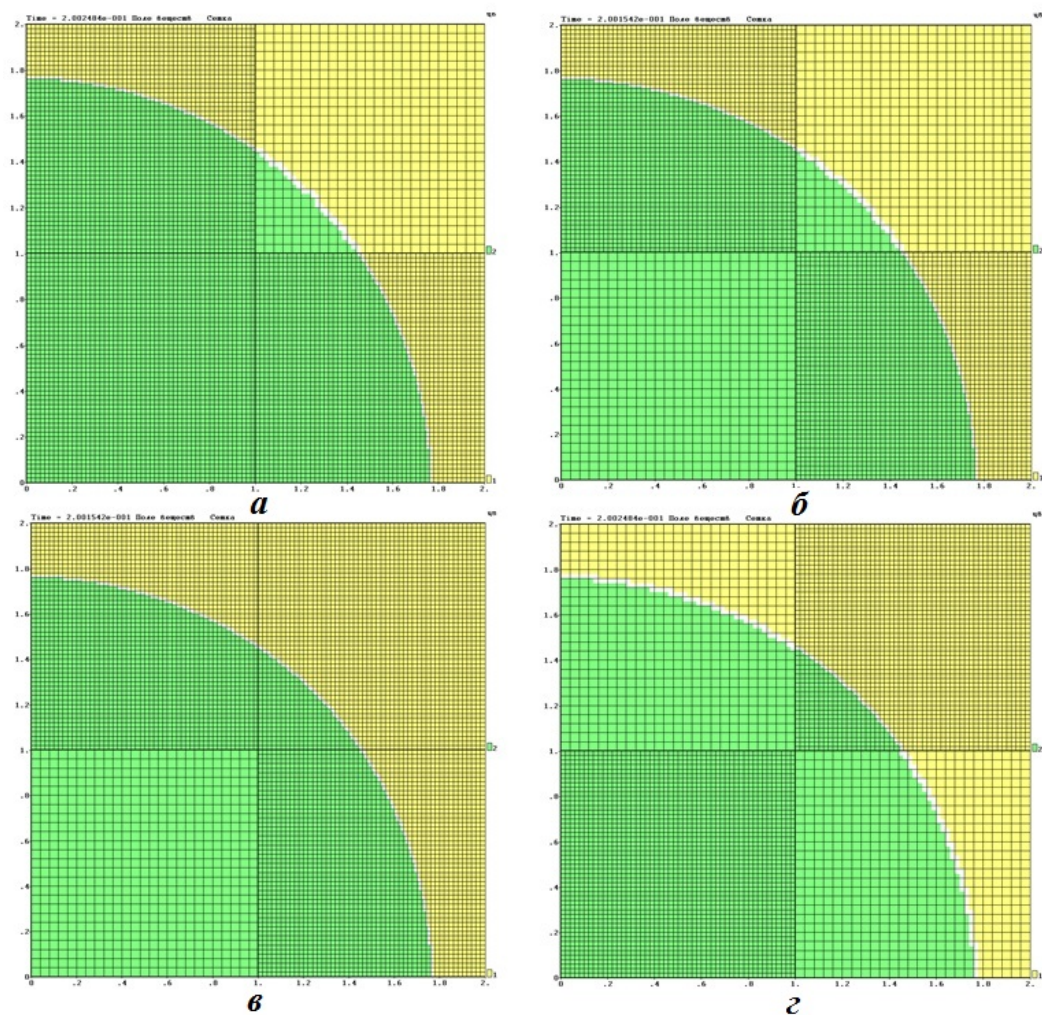


Рис. 18. Задача 3. Распространение сферической детонационной волны для различных вариантов кратной сетки: *a* — вариант 1; *б* — вариант 2; *в* — вариант 3; *г* — вариант 4

**Задача 3. Погрешность расчетных времен детонации (%)**

| Вариант сетки | Угол, град |         |    |         |    |
|---------------|------------|---------|----|---------|----|
|               | 0          | 22,5    | 45 | 67,5    | 90 |
| 1             | 0          | 0,248   | 0  | 0,248   | 0  |
| 2             | 0          | 0,2323  | 0  | 0,2323  | 0  |
| 3             | 0          | 0,2323  | 0  | 0,2323  | 0  |
| 4             | 0          | 0,27279 | 0  | 0,27279 | 0  |

**Заключение**

В работе представлено описание особенностей реализации алгоритмов расчета многомерных нестационарных течений многокомпонентной сплошной среды с использованием блочно-структурированных сеток специального вида в методике ЛЭГАК.

На примере трех тестовых задач показана работоспособность реализованных методов и алгоритмов. Результаты, полученные в расчетах с использованием блочно-структурированных сеток специального вида, качественно согласуются с аналитическими данными, а также с результатами расчетов на стандартной сетке.

**Список литературы**

1. Бахрах С. М., Величко С. В., Спиридонов В. Ф., Авдеев П. А., Артамонов М. В., Бакулина Е. А., Безрукова И. Ю., Борляев В. В., Володина Н. А., Наумов А. О., Огнева Н. Э., Резвова Т. В., Резяпов А. А., Стародубов С. В., Тарадай И. Ю., Тихонова А. П., Циберева К. В., Шанин А. А., Ширшова М. О., Шувалова Е. В. Методика ЛЭГАК-3D расчета трехмерных нестационарных течений многокомпонентной сплошной среды и принципы ее реализации на многопроцессорных ЭВМ с распределенной памятью // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2004. Вып. 4. С. 41–50.  
*Bakhrakh S. M., Velichko S. V., Spiridonov V. F., Avdeev P. A., Artamonov M. V., Bakulina E. A., Bezrukova I. Yu., Borlyayev V. V., Volodina N. A., Naumov A. O., Ogneva N. E., Rezvova T. V., Rezyapov A. A., Starodubov S. V., Taraday I. Yu., Tikhonova A. P., Tsibereva K. V., Shanin A. A., Shirshova M. O., Shuvalova E. V. Metodika LEGAK-3D raschyeta tryekhmernykh techeniy mnogokomponentnoy sploshnoy sredy i printsipy eye realizatsii na mnogoprotsesornykh EVM s raspredelyennoy pamatyu // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2004. Vyp. 4. S. 41–50.*
2. Рыбаков А. А. Внутреннее представление и механизм межпроцессного обмена для блочно-структурированной сетки при выполнении расчетов на суперкомпьютере // Программные системы: теория и приложения. 2017. № 1(32). С. 121–134.  
*Rybakov A. A. Vnutrennee predstavlenie i mekhanizm mezhprotsessornogo obmena dlya blochno-strukturirovannoy setki pri vypolnenii raschetov na superkompyutere // Programmnyye sistemy: teoriya i prilozheniya. 2017. № 1(32). S. 121–134.*
3. Colella P., Dorr M., Hittinger J., McCorquodale P., Martin D. F. High-order finite-volume methods on locally-structured grids // Numerical Modeling of Space Plasma Flows: Astronom-2008. Vol. 406. P. 207.
4. Янилкин Ю. В., Беляев С. П., Городничев А. В., Воронов Е. Г., Гужова А. Р., Дегтяренко Л. И., Жарова Г. В., Кучерова П. А., Стадник А. Л., Ховрин Н. А. Комплекс программ ЭГАК++ для моделирования на адаптивно-встраиваемой дробной счетной сетке // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2003. Вып. 1. С. 20–28.  
*Yanilkin Yu. V., Belyaev S. P. Gorodnichev A. V., Voronov E. G., Guzhova A. R., Degtyarenko L. I., Zharova G. V., Kucherova P. A., Stadnik A. L., Khovrin N. A. Kompleks programm EGAK++ dlya*

- modelirovaniya na adaptivno-vstraivayushcheysya drobnoy schyetonoy setke // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov.* 2003. Vyp. 1. S. 20–28.
5. *Авдеев П. А., Артамонов М. В., Бахрах С. М., Величко С. В., Спиридонов В. Ф., Пришташ М. М.* Интегрированная система сопровождения счета задач в пакете программ ЛЭГАК-3D // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 2010. Вып. 4. С. 35–43.  
*Avdeev P. A. Artamonov M. V., Bakhrakh S. M., Velichko S. V., Spiridonov V. F., Pristash M. M.* Integrirovannaya sistema soprovozhdeniya schyeta zadach v pakete programm LEGAK-3D // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov.* 2010. Vyp. 4. S. 35–43.
6. *Володина Н. А., Краюхин С. А.* Алгоритм итерационной коррекции времен детонации за счет учета направления движения детонационной волны в методике ЛЭГАК // *Там же.* 2019. Вып. 3. С. 35–47.  
*Volodina N. A., Krayukhin S. A.* Algoritm iteratsionnoy korrektsii vremeyen detonatsii za schyot ucheta napravleniya dvizheniya detonatsionnoy volny v metodike LEGAK // *Tam zhe.* 2019. Vyp. 3. S. 35–47.
7. *Бахрах С. М., Безрукова И. Ю., Борляев В. В., Егоршин С. П., Проневич С. Н., Резцова Т. В., Спиридонов В. Ф., Тихонова А. П., Циберева К. В.* Корректировка сетки и пересчет величин в комплексе программ ЛЭГАК-3D // *"Молодежь в науке". Сб. докл. III науч.-тех. конф. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2004. С. 49–54.*  
*Bakhrakh S. M., Bezrukova I. Yu., Borlyayev V. V., Egorshin S. P., Pronevich S. N., Rezvova T. V., Spiridonov V. F., Tikhonova A. P., Tsiberev K. V.* Korrektirovka setki i pereschyet velichin v komplekse programm LEGAK-3D // *"Molodyezh v nauke". Sb. dokl. III nauch.-tekh. konf. Sarov: RFYaTs-VNIIEF, 2004. S. 49–54.*
8. *Новаев Д. А., Бартнев Ю. Г., Липов Д. И., Колмаков С. И., Киселёв А. Б., Серова Т. Н., Худякова Л. В.* Программные средства STK для исследования эффективности выполнения параллельных приложений // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 2011. Вып. 4. С. 72–81.  
*Novayev D. A., Bartnev Yu. G., Lipov D. I., Kolpakov S. I., Kislyev A. B., Serova T. N., Khudyakova L. V.* Programmnye sredstva STK dlya issledovaniya effektivnosti vypolneniya parallelnykh prilozheniy // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov.* 2011. Vyp. 4. S. 72–81.
9. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.  
*Landau L. D., Lifshits E. M.* Teoreticheskaya fizika. T. VI. Hidrodinamika. M.: Nauka, 1986.
10. *Янилкин Ю. В., Бондаренко Ю. А., Гончаров Е. А., Гужова А. Р., Колобянин В. Ю., Софронов В. Н., Стаценко В. П.* Тесты для гидрокodов, моделирующих ударноволновые течения в многокомпонентных средах. Т. 1. Газодинамика. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2017.  
*Yanilkin Yu. V., Bondarenko Yu. A., Goncharov E. A., Guzhova A. R., Kolobyanin V. Yu., Sofronov V. N., Statsenko V. P.* Testy dlya gidrokodov, modeliruyushchikh udarnovolnovye techeniya v mnogokomponentnykh sredakh. T. 1. Gazodinamika. Sarov: RFYaTs-VNIIEF, 2017.
11. *Наумов А. О.* Об одной форме искусственной вязкости тензорного вида для расчета трехмерных газодинамических течений // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 2021. Вып. 2. С. 24–43.  
*Naumov A. O.* Ob odnoy forme iskusstvennoy vyzkosti tenzornogo vida dlya raschyeta tryekhmernykh gazodinamicheskikh techeniy // *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov.* 2021. Vyp. 2. S. 24–43.

Статья поступила в редакцию 15.02.22.

УДК 519.63

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ОДНОМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ МЕТОДОМ СКВОЗНОГО СЧЕТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМЫ "РОМБ"

А. М. Мустафин, Н. Н. Пашенцева, С. Н. Лебедев  
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ им. академика Е. И. Забабахина",  
г. Снежинск Челябинской области)

Рассмотрено численное решение одномерной задачи Стефана методом сквозного счета с использованием схемы "Ромб" и исследована эффективность применения адаптивной сетки для поставленной задачи. Приведен алгоритм построения адаптивной разностной сетки для трехфазовой задачи теплопроводности. На адаптивно встраиваемой сетке получена разностная схема "Ромб", аппроксимирующая решаемое уравнение в пределах одной ячейки и позволяющая работать с граничными условиями, заданными в различных формах. Получены численные решения трех вариантов задачи Стефана: двух — с тремя фазами в плоской постановке и одной прикладной двухфазовой задачи о плавлении микрочастицы железа в сферической постановке. Показано согласие решений с результатами исследований аналогичных задач другими авторами. Наглядно показаны преимущества применения адаптации разностных сеток перед использованием традиционных сеток в случае решения задач типа Стефана.

*Ключевые слова:* задача Стефана, разностная схема "Ромб", адаптивная разностная сетка, гибридная структура данных, бинарное дерево, двусвязный список.

### Введение

В работе исследуется один из подходов к решению уравнения теплопроводности в трехфазных средах с двумя нестационарными межфазовыми границами. Подобный тип задач относится к задаче Стефана [1] и находит свое применение во многих отраслях человеческой деятельности — от производства и энергетики до медицины [2–4]. Рассматривается общий случай динамики температурных полей твердого вещества в результате нагрева с учетом возникновения при этом еще двух его фазовых состояний с подвижными границами между ними. Непостоянство положения границ областей с разными фазами затрудняет построение вычислительного алгоритма. Существует множество методов решения этой задачи [2]: метод энтальпий, метод ловли фронта фазового перехода в узле сетки, квазистационарный подход, метод выпрямления фронта, использование  $\delta$ -функции и сглаживание коэффициентов.

Данная работа рассматривает метод сквозного счета со сведением нескольких уравнений для разных фаз к одному общему уравнению теплопроводности посредством введения  $\delta$ -функции. Зоны в окрестности фазовых переходов требуют особого внимания, так как от того, насколько точно в них учитывается влияние процесса фазового превращения, значительно зависит точность решения всей задачи. Для повышения точности вместо классической разностной сетки используется адаптивная сетка [5, 6], показавшая свою эффективность на одномерных и двумерных задачах о распространении тепла [7, 8].

В данном случае разностная схема "Ромб" [9], аппроксимирующая исходное дифференциальное уравнение в пределах одной ячейки, преобразована для работы с адаптивной разностной сеткой, которая основана на дроблении ячеек в зоне фронтов фазовых переходов. В статье приводятся две

задачи типа Стефана с тремя фазами в плоской постановке и одна задача в сферической постановке. Для каждой задачи проведено сравнение численных результатов, полученных в условиях адаптации в области фронтов фазовых переходов, с численными результатами, полученными на постоянных разностных сетках.

### Физическая постановка задачи

Вещество, заполняющее полупространство вдоль положительной оси  $Ox$  (рис. 1), в начальный момент времени находится в твердом состоянии при некоторой постоянной температуре  $T_0$ . На его поверхности устанавливается мощный источник тепла с температурой  $T_h$ , причем  $T_h > T_s > T_f$ , где  $T_f, T_s$  — соответственно температура плавления и испарения данного вещества.

В поставленных условиях вещество начнет плавиться и в последующем испаряться. Обозначим точку фронта расплавленного вещества как  $X_{front1} = \xi_1(t)$ , при этом заметим, что температура в точке  $x = X_{front1}$  всегда будет равна температуре плавления  $T_f$ . Точку фронта испарения обозначим  $X_{front2} = \xi_2(t)$  с условием, что температура в точке  $x = X_{front2}$  всегда будет равна температуре кипения  $T_s$ .

Таким образом, рассматриваемая часть вещества имеет три зоны с соответствующими фазами состояния — твердого, жидкого и газообразного, а также две границы фазовых переходов — плавления и испарения. Переход вещества из твердого в жидкое состояние на границе осуществляется при затрачивании удельной теплоты  $L_f$ . При испарении затраты соответствуют удельной теплоте парообразования  $L_s$ . В текущей постановке предполагается, что перенос тепла осуществляется только за счет теплопроводности. Движением вещества пренебрегается.

На практике полупространство ограничивается конечным значением  $x = X$  таким, что волна тепла на конечный момент времени не успевает дойти до точки  $x = X$ .



Рис. 1. Схема физической постановки задачи

### Математическая постановка задачи

Рассматриваемая задача о плавлении и испарении вещества — это задача Стефана [1]. Распространение тепла описывается уравнением теплопроводности [10] вида

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \chi \frac{\partial T}{\partial x} \right) + f, \quad (1)$$

где  $T = T(x, t)$  — температура;  $\varepsilon(\rho, T)$  — удельная внутренняя энергия;  $\rho(x)$  — плотность;  $\chi(\rho, T)$  — коэффициент теплопроводности;  $f(x, t)$  — плотность тепловых источников.

Тепловой поток определяется в соответствии с законом Фурье:  $S = -\chi \frac{\partial T}{\partial x}$ .

Для межфазовых границ плавления и испарения соответственно вводятся дополнительные условия Стефана

$$\chi \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\xi_1(t)-0} - \chi \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\xi_1(t)+0} = L_f \rho \frac{d\xi_1}{dt}; \quad \chi \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\xi_2(t)-0} - \chi \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\xi_2(t)+0} = L_s \rho \frac{d\xi_2}{dt}, \quad (2)$$

где  $\xi_1(t)$  — функция, описывающая изменение положения границы раздела твердой и жидкой фаз с течением времени;  $\xi_2(t)$  — функция положения границы испарения вещества.

Таким образом, для каждой зоны со своим фазовым состоянием вещества решается уравнение со своими коэффициентами. Однако учесть фазовые превращения можно не только через граничные условия для фаз. Для этого необходимо добавить энергию фазовых превращений [11] к исходной энергии. В случае трехфазовой задачи Стефана суммарная энергия определяется в виде

$$\tilde{\varepsilon}(T) = \begin{cases} \varepsilon, & T < T_f; \\ \varepsilon + L_f, & T_f < T < T_s; \\ \varepsilon + L_f + L_s, & T > T_s, \end{cases}$$

где  $T_f, T_s$  — температуры плавления (кристаллизации) и испарения (конденсации) при условии  $T_s > T_f$ ;  $L_f$  — скрытая теплота плавления, поглощаемая при плавлении или выделяемая при кристаллизации;  $L_s$  — скрытая теплота парообразования, поглощаемая при испарении или выделяемая при конденсации.

Данное выражение, определяющее суммарную энергию, можно записать с помощью функции Хевисайда  $\hbar(x)$ :

$$\tilde{\varepsilon}(T) = \varepsilon + L_f \hbar(T - T_f) + L_s \hbar(T - T_s), \quad \hbar(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

Отметим, что производная функции Хевисайда есть не что иное, как  $\delta$ -функция Дирака. Подставляя выражение для суммарной энергии в уравнение (1), получаем

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}(T)}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{\varepsilon}(T)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} + L_f \delta(T - T_f) + L_s \delta(T - T_s) \right] \frac{\partial T}{\partial t} = \tilde{C}(T) \frac{\partial T}{\partial t}.$$

В таком случае уравнение, описывающее трехфазную задачу Стефана (1), (2), приобретает вид

$$\rho \tilde{C}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \chi \frac{\partial T}{\partial x} \right) + f, \quad \tilde{C}(T) = \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} + L_f \delta(T - T_f) + L_s \delta(T - T_s), \quad (3)$$

где в случае линейной зависимости энергии от температуры внутренняя энергия определена выражением  $\varepsilon(T) = C_V T$ , в котором  $C_V$  — коэффициент удельной теплоемкости.

Уравнение (3) является общим уравнением для всей области определения, которое объединяет в себе уравнения для областей с разными фазами состояния вещества [1, 12].

Необходимо ввести разрывные функции для плотности, коэффициента теплоемкости и коэффициента теплопроводности, так как в зависимости от фазы они меняют свои значения. Поскольку смена фазы определяется температурой, то и эти величины будут зависеть от интервала температур для каждой фазы. То есть

$$C_V(T) = \begin{cases} C_s, & T < T_f; \\ C_l, & T_f \leq T \leq T_s; \\ C_g, & T > T_s; \end{cases} \quad \chi(T) = \begin{cases} \chi_s, & T < T_f; \\ \chi_l, & T_f \leq T \leq T_s; \\ \chi_g, & T > T_s; \end{cases} \quad \rho(T) = \begin{cases} \rho_s, & T < T_f; \\ \rho_l, & T_f \leq T \leq T_s; \\ \rho_g, & T > T_s, \end{cases}$$

где  $C_s, C_l, C_g$  — удельные теплоемкости,  $\chi_s, \chi_l, \chi_g$  — удельные теплопроводности,  $\rho_s, \rho_l, \rho_g$  — плотности соответственно для твердого, жидкого и газообразного состояний исследуемого вещества.

В соответствии с условием  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$  для использования в разностной схеме  $\delta$ -функция Дирака заменяется аппроксимацией

$$\delta(x) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-(x/a)^2},$$

где  $a = \frac{\Delta}{2\sqrt{\pi}}$ ,  $\Delta$  — параметр, определяющий полуширину "колокола" функции [13].

В области действия  $\delta$ -функции ( $x \leq |\Delta|$ ) производится сглаживание перехода от одного значения к другому в разрывных функциях теплоемкости, теплопроводности и плотности. Вводится функция сглаживания

$$\gamma(x) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi(x + \Delta)}{2\Delta}\right) + \frac{1}{2}.$$

Ранее записанные функции плотности, удельной теплопроводности и удельной теплоемкости корректируются:

$$(\circ)(T) = \begin{cases} (\circ)_g, & T > T_s + \Delta_s; \\ (\circ)_l \gamma(T - T_s) + (\circ)_g (1 - \gamma(T - T_s)), & T_s - \Delta_s \leq T \leq T_s + \Delta_s; \\ (\circ)_l, & T_f + \Delta_f < T < T_s - \Delta_f; \\ (\circ)_s \gamma(T - T_f) + (\circ)_l (1 - \gamma(T - T_f)), & T_f - \Delta_f \leq T \leq T_f + \Delta_f; \\ (\circ)_s, & T < T_f - \Delta_f, \end{cases}$$

где  $(\circ)$  заменяется на  $\rho, \chi$  или  $C$ , а параметр  $\delta$ -функции записан для каждой границы фазового перехода отдельно:  $\Delta_f$  — для плавления,  $\Delta_s$  — для испарения.

В области  $G = [a \leq x \leq b] \times [0 < t \leq t_{\max}]$  для уравнения (3) решается начально-краевая задача

$$\begin{aligned} T(x, 0) &= \varphi_0(x), \quad a \leq x \leq b; \\ \alpha' T(a, t) + \beta' S(a, t) &= \psi_1(t), \quad \alpha'' T(b, t) - \beta'' S(b, t) = \psi_2(t), \quad 0 < t \leq t_{\max}, \end{aligned}$$

где  $\varphi_0(x)$  — заданное начальное распределение температуры;  $\psi_1(t), \psi_2(t)$  — заданные функции на границах системы;  $\alpha', \beta', \alpha'', \beta''$  — параметры, с помощью которых можно задавать различные граничные условия.

### Адаптивная разностная сетка

На плоскости  $(x, t)$ , используя за исходную основу равномерную разностную сетку, введем адаптивную сетку [7]

$$\omega_{h\tau} = \omega_h \times \omega_\tau, \quad \omega_h = \left\{ x_0 = a; x_k = x_{k-1} + \frac{h}{2^L}, k = \overline{1, K}; L = 0, 1, 2 \right\}, \quad \omega_\tau = \{t_j = j\tau, j = \overline{0, J}\}$$

с начальным пространственным шагом основной сетки  $h$  (по  $x$ ) и шагом  $\tau$  по  $t$ ;  $K$  — число ячеек, полученных в результате адаптации;  $L$  — уровень адаптации.

Тогда шаг для каждой конкретной ячейки определяется как  $h_k = h / 2^{L_k}$ ,  $k = \overline{0, K-1}$ .

Процесс адаптации проводится так, что на каждой итерации по времени перед вычислениями согласно разностной схеме осуществляется построение сетки. Ячейки, попадающие под условие адаптации, измельчаются, т. е. делятся пополам, температура ячеек-потомков определяется температурой исходной ячейки. При этом полученные ячейки вновь проверяются на соответствие условиям дробления. Измельченные на предыдущих шагах ячейки, не удовлетворяющие на данном шаге



условию дробления, восстанавливаются до исходной родительской ячейки. При этом температура определяется по суммарной энергии ячеек, образующих исходную ячейку.

Условием адаптации при переходе с нулевого уровня на первый выступает  $\varepsilon$ -окрестность точки фронта  $O_\varepsilon(X_{front}) = [X_{front} - \varepsilon, X_{front} + \varepsilon]$ , где  $\varepsilon$  — малый параметр. Для перехода на второй уровень дробления ячейка должна входить в окрестность дробления, уменьшенную в два раза.

Вычисления на равномерных разностных сетках производятся при помощи статических массивов или матриц, так как их размеры заранее известны и не меняются со временем. Однако введение адаптации сетки имеет несколько особенностей: массив данных должен формироваться динамически на каждом временном слое, необходимо сохранять связь между ячейками разных уровней адаптации, а также важно иметь возможность последовательно переходить от одного элемента к другому при осуществлении прогонки.

Ввиду непостоянных размеров разностной сетки и процесса адаптации, требующего хранения данных изначальных ячеек, предложено использовать структуру, содержащую блок информации и блок ссылок. Блок ссылок совмещает в себе особенности построения связей двусвязного списка и бинарного дерева [14]. Строится гибридная структура данных, в которой элементы двусвязного списка хранят все температуры адаптивной сетки, а бинарные деревья хранят температуры родительских ячеек исходной постоянной сетки. Разностные схемы и алгоритм прогонки работают только с данными из двусвязного списка, в то время как деревья скрыты внутри класса адаптивной сетки и работа с ними ведется только из самого класса методами адаптации и консолидации.

### Схема "Ромб" на адаптивной сетке

Уравнение теплопроводности (3) записывается в потоковой форме

$$\tilde{C}\rho \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (S) + f, \quad S = -\chi \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Для решения системы уравнений используется схема "Ромб". Интегрированием уравнений по времени и пространству в пределах ячейки разностной сетки получаем систему в разностном виде

$$\begin{aligned} \frac{T^{j+1} - T^j}{\tau} &= -\frac{1}{\tilde{C}\rho h_k} \Delta (S^{j+1}) + \frac{1}{\tilde{C}\rho} f^{j+1/2}; \\ S^{j+1} &= -\frac{\chi^j}{h_k} \Delta T^{j+1}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\Delta(\circ) = (\circ)_{k+1} - (\circ)_k$  — величины в узлах ячейки; остальные величины, не входящие в оператор  $\Delta$ , относятся к центру ячейки;  $h_k$  — шаг  $k$ -й ячейки адаптивной сетки.

В случае, когда имеет место нелинейность коэффициента теплопроводности, вводятся простые  $\mu$ -итерации. Замыкают систему (4) дополнительные соотношения схемы "Ромб" [9]

$$T^{\mu+1} = \frac{T_{k+1}^{\mu+1} + T_k^{\mu+1}}{2} + \delta \Delta S^{\mu+1}; \quad S^{\mu+1} = \frac{S_{k+1}^{\mu+1} + S_k^{\mu+1}}{2} + \Theta \Delta T^{\mu+1} - \Theta \sigma \Delta T^j. \quad (5)$$

В данной работе схема используется с параметрами  $\sigma = 0$ ;  $\Theta = 0$ ;  $\delta = h/(4\chi)$ .

Исключение из системы (4) с помощью соотношений (5) величин в центрах ячеек приводит к системе

$$\begin{aligned} T_{k+1}^{\mu+1} + T_k^{\mu+1} + \left(2\delta + \frac{2\tau}{\tilde{C}\rho h_k}\right) S_{k+1}^{\mu+1} - \left(2\delta + \frac{2\tau}{\tilde{C}\rho h_k}\right) S_k^{\mu+1} &= 2 \left(T_{k+1/2}^j + \frac{\tau}{\tilde{C}\rho} f^{j+1/2}\right); \\ \frac{2\chi^\mu}{h_k} \left(T_{k+1}^{\mu+1} - T_k^{\mu+1}\right) + S_{k+1}^{\mu+1} + S_k^{\mu+1} &= 0. \end{aligned}$$

Замыкается система разностными граничными условиями. На левой границе  $\alpha_0 T_0 - \beta_0 S_0 = \varphi_0(t)$ , на правой границе  $\alpha_K T_K - \beta_K S_K = \varphi_K(t)$ .

В результате имеем систему двухточечных разностных уравнений

$$\begin{aligned} T_k^{\mu+1} + T_{k+1}^{\mu+1} + c_{k+1/2}^0 S_k^{\mu+1} + d_{k+1/2}^0 S_{k+1}^{\mu+1} &= f_{k+1/2}^0; \\ a_{k+1/2}^0 T_{k+1}^{\mu+1} - a_{k+1/2}^0 T_k^{\mu+1} + S_k^{\mu+1} + S_{k+1}^{\mu+1} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где коэффициенты системы записываются в виде

$$\begin{aligned} a_{k+1/2}^0 &= \frac{2\chi^\mu}{h_k}; \quad c_{k+1/2}^0 = - \left( 2\delta + \frac{2\tau}{\widetilde{C}\rho h_k} \right); \quad d_{k+1/2}^0 = 2\delta + \frac{2\tau}{\widetilde{C}\rho h_k}; \\ f_{k+1/2}^0 &= 2 \left( T_{k+1/2}^j + \frac{\tau}{\widetilde{C}\rho} f^{j+1/2} \right) = 2T_{k+1/2}^j. \end{aligned}$$

Система (6) решается одним из вариантов метода потоковой прогонки [9], в результате применения которой вычисляются значения температуры и потока в узлах сетки. Значения температуры в центрах ячеек определяются из уравнения баланса

$$T_{k+1/2}^{\mu+1} = - \frac{\tau}{\widetilde{C}\rho h_k} \Delta (S^{\mu+1}) + \left( T_{k+1/2}^j + \frac{\tau}{\widetilde{C}\rho} f^{j+1/2} \right).$$

Итерационный процесс заканчивается при выполнении условия

$$\left| T_{k+1/2}^{\mu+1} - T_{k+1/2}^\mu \right| \leq \varepsilon_\mu \left( 1 + T_{k+1/2}^\mu \right), \quad k = \overline{0, K-1}.$$

### Результаты расчетов

**Модельная трехфазовая задача Стефана.** Решается начально-краевая задача, определенная в области  $G = [0 \leq x \leq 0,1] \times [0 < t \leq t_{\max}]$ ,

$$\begin{aligned} T(x, 0) &= T_0, \quad 0 \leq x \leq 0,1; \\ T(0, t) &= T_h, \quad -S(X, t) = 0, \quad 0 < t \leq t_{\max}, \end{aligned}$$

где  $X = 0,1$ ;  $T_h = 2000$  К — температура теплоисточника,  $T_0 = 300$  К — начальная температура вещества.

Заполняющее область  $G$  вещество имеет следующие характеристики:  $\rho_s = \rho_l = \rho_g = 2000$  кг/м<sup>3</sup>;  $C_s = C_l = C_g = 1500$  Дж/(кг·К);  $\chi_s = \chi_l = \chi_g = 1$  Вт/(м·К);  $a_s = a_l = a_g = \chi / (C\rho) = 1/3 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $T_f = 600$  К;  $T_s = 1000$  К;  $L_f = 8 \cdot 10^5$  Дж/кг;  $L_s = 6 \cdot 10^5$  Дж/кг. Для  $\delta$ -функции задаются параметры  $\Delta_f = 5$  К;  $\Delta_s = 50$  К. Единицы измерения всех параметров текущей и рассматриваемых далее задач соответствуют системе СИ.

В статье [15] представлено аналитическое решение данной задачи, полученное при помощи разложения в ряд Фурье по собственным функциям решения соответствующей задачи Штурма—Лиувилля с трансформацией ряда в интеграл ошибок. Согласно методу решения из [15] границы фазовых переходов определены как

$$\xi_1(t) = \widetilde{\chi}_2 2\sqrt{a_s t} = 7,779 \cdot 10^{-4} \sqrt{t}; \quad \xi_2(t) = \widetilde{\chi}_1 2\sqrt{a_l t} = 4,843 \cdot 10^{-4} \sqrt{t},$$

где  $\widetilde{\chi}_1 = 0,4194$ ;  $\widetilde{\chi}_2 = 0,6737$ . Температура на всем участке области определения задается следующим образом:

$$T(x, t) = \begin{cases} T_f \frac{1 - \operatorname{erf}(x / (2\sqrt{a_s t}))}{1 - \operatorname{erf}(\widetilde{\chi}_2)} + T_0 \frac{\operatorname{erf}(x / (2\sqrt{a_s t})) - \operatorname{erf}(\widetilde{\chi}_2)}{1 - \operatorname{erf}(\widetilde{\chi}_2)}, & x > \xi_1(t); \\ \frac{T_f \operatorname{erf}(\widetilde{\chi}_1) - T_s \operatorname{erf}(\widetilde{\chi}_2) + (T_s - T_f) \operatorname{erf}(x / (2\sqrt{a_l t}))}{\operatorname{erf}(\widetilde{\chi}_1) - \operatorname{erf}(\widetilde{\chi}_2)}, & \xi_2(t) \leq x \leq \xi_1(t); \\ T_h - (T_h - T_s) \frac{\operatorname{erf}(x / (2\sqrt{a_g t}))}{\operatorname{erf}(\widetilde{\chi}_1 \sqrt{a_l / a_g})}, & x < \xi_2(t). \end{cases}$$

При помощи схемы "Ромб" были получены температурные профили на различные моменты времени (рис. 2), а также графики изменения положения межфазовых границ с течением времени (рис. 3). Положение данных границ определялось как координата узла сетки между двумя ячейками с разными фазами состояния вещества.

Из рис. 2, 3 видно, что в целом имеет место хорошее соответствие численных результатов точному решению.

Для уточнения положения фронта фазового перехода исходная разностная сетка (число ячеек  $N = 1000$ ) измельчалась в  $\varepsilon$ -окрестности границы смены фаз с двумя уровнями адаптации,  $\varepsilon = 0,002$  м. Таких границ две, поэтому адаптация производилась на двух участках. В результате получено численное решение на момент времени  $t_{\max} = 400$  с. На рис. 4 показаны участки профилей в области фазовых переходов, полученных на адаптивной сетке с числом ячеек  $N$  (далее *сетка N*) и различных основных сетках ( $N/2, N, 2N, 4N$ ) на один момент времени.

Отметим, что в случае решения на основной постоянной сетке граница плавления при  $t_{\max} = 400$  с находилась в точке  $x = 15,6 \cdot 10^{-3}$  м. Решение на адаптивной разностной сетке показало, что в тот же момент времени межфазовая граница плавления находится в точке  $x = 15,575 \cdot 10^{-3}$  м. На положение границы испарения введение адаптации не повлияло: численное решение в обоих случаях показало, что граница испарения на момент времени  $t_{\max} = 400$  с находилась в точке  $x = 9,7 \cdot 10^{-3}$  м.

В табл. 1 представлены значения разностных норм полученных численных решений на адаптивной сетке и постоянных разностных сетках с различным числом ячеек. Приведено отклонение значений нормы численных решений от нормы для решения на основной разностной сетке  $4N$ . Норма представлена разностным интегралом температурного распределения, нормированным на длину интервала:

$$\|T\| = \left( \sum_{i=1}^N T_i h_i \right) / |b - a|. \quad (7)$$

Из анализа табл. 1 можно сделать вывод, что измельчение разностной сетки ведет к сходимости численных решений. Решение на адаптивной сетке с исходным числом ячеек  $N = 1000$  полностью совпадает с решением, полученным на основной постоянной сетке  $4N$ .

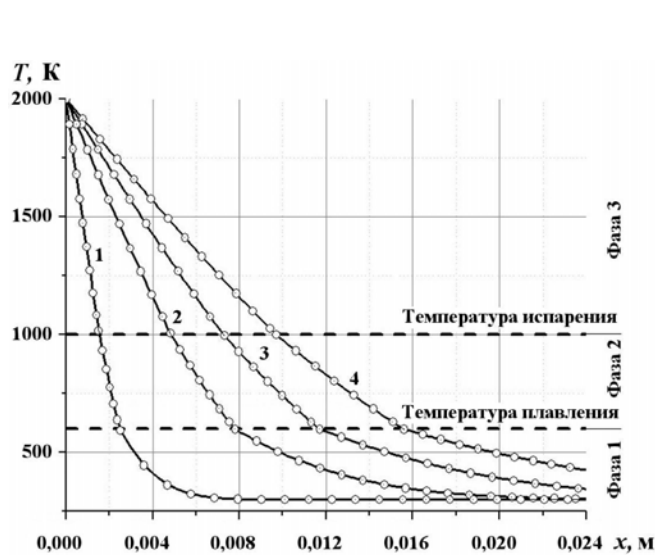


Рис. 2. Распределения температур, полученные на различные моменты времени: — — численное решение; —○— — точное решение; 1 —  $t = 10$  с; 2 —  $t = 100$  с; 3 —  $t = 225$  с; 4 —  $t = 400$  с

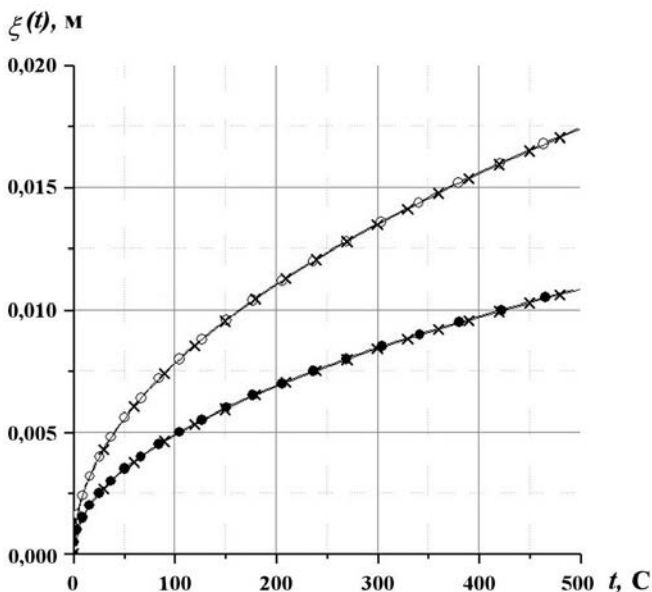


Рис. 3. Изменение положения границ раздела фаз  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$  с течением времени: —○— —  $\xi_1(t)$ , расчет; —●— —  $\xi_2(t)$ , расчет; —×— — точное решение

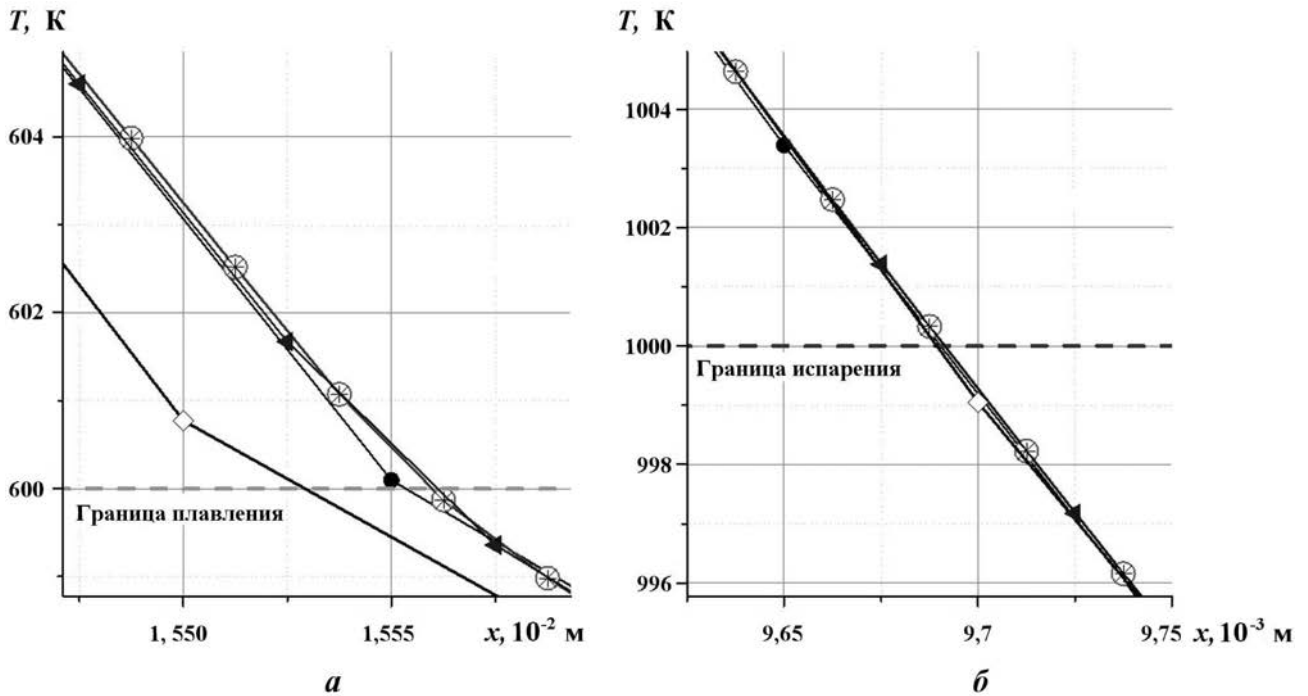


Рис. 4. Участки температурных профилей в областях границ плавления (а) и испарения (б): на постоянной сетке:  $\diamond$  —  $N = 500$ ;  $\bullet$  —  $N = 1000$ ;  $\blacktriangleleft$  —  $N = 2000$ ;  $\ast$  —  $N = 4000$ ; на адаптивной сетке с двумя уровнями адаптации:  $\circ$  —  $N = 1000$

Таблица 1

**Сравнение нормы разностной функции распределения температуры для полученных решений на различных сетках**

| Число ячеек исходной сетки  | $h$ , м                               | Норма решения (7) | $\delta$ , % |
|-----------------------------|---------------------------------------|-------------------|--------------|
| Основные разностные сетки   |                                       |                   |              |
| 500                         | $2 \cdot 10^{-4}$                     | 469,807           | 0,0019       |
| 1000                        | $1 \cdot 10^{-4}$                     | 469,803           | 0,0011       |
| 2000                        | $5 \cdot 10^{-5}$                     | 469,801           | 0,0006       |
| 4000                        | $2,5 \cdot 10^{-5}$                   | 469,798           | 0            |
| Адаптивная разностная сетка |                                       |                   |              |
| 1000                        | $1 \cdot 10^{-4} - 2,5 \cdot 10^{-5}$ | 469,798           | 0            |

Введение адаптации в окрестности фронта фазового перехода позволило точнее описать процесс в данной области и уточнить положение самой межфазовой границы. В целом для данной частной задачи использование адаптивной сетки повысило точность численного решения незначительно. Это связано с тем, что выбранная исходная разностная сетка в 1000 ячеек уже сама по себе является достаточно мелкой для данной задачи.

Сравним скорость получения решений на адаптивной разностной сетке и постоянной сетке. В табл. 2 приведены данные по времени вычисления на постоянных сетках ( $N = 250$  и  $N = 1000$ ) и адаптивной сетке с исходным числом ячеек  $N = 250$  до момента времени  $t_{\max} = 400$  с.

Из приведенных в табл. 2 данных можно судить о том, что с увеличением числа ячеек в 4 раза время вычисления на постоянной сетке увеличивается также в 4 раза. Использование адаптации разностной сетки увеличивает время счета относительно исходной сетки приблизительно в 1,77 раза, а результат при этом соответствует решению, полученному на сетке, уменьшенной в 4 раза. Таким образом, адаптивная сетка обладает преимуществом в отношении точности и скорости вычислений.

Сравнение времени вычисления на разных сетках

| Тип сетки  | Число ячеек $N$ | Шаг по пространству $h$ , м         | Время вычисления, с |
|------------|-----------------|-------------------------------------|---------------------|
| Постоянная | 250             | $4 \cdot 10^{-4}$                   | 7,8                 |
|            | 1 000           | $1 \cdot 10^{-4}$                   | 32,6                |
| Адаптивная | 250             | $4 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-4}$ | 13,8                |

**Задача плавления льда с последующим испарением.** Рассматривается начально-краевая задача, определенная в области  $G = [0 \leq x \leq 0,2] \times [0 < t \leq t_{\max}]$ ,

$$\begin{aligned} T(x, 0) &= T_0, & 0 \leq x \leq 0,2; \\ T(0, t) &= T_h, & -S(X, t) = 0, & 0 < t \leq t_{\max}, \end{aligned}$$

где  $X = 0,2$ ;  $T_h = 473 \text{ K}$  — температура теплоисточника;  $T_0 = 253 \text{ K}$  — начальная температура льда.

Физические свойства льда не одинаковы для каждой из трех фаз. Таким образом, заполняющее область  $G$  вещество имеет следующие характеристики [16]: в состоянии льда  $\rho_s = 900 \text{ кг/м}^3$ ,  $C_s = 2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$ ,  $\chi_s = 2,33 \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}$ ; в состоянии воды  $\rho_l = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $C_l = 4187 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$ ,  $\chi_l = 0,6 \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}$ ; в состоянии пара  $\rho_g = 0,59 \text{ кг/м}^3$ ,  $C_g = 2020 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$ ,  $\chi_g = 0,03 \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}$ . Температура и удельная теплота каждого перехода соответственно  $T_f = 273 \text{ K}$  и  $L_f = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ ,  $T_s = 373 \text{ K}$  и  $L_s = 22,58 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ . Для  $\delta$ -функции задаются параметры  $\Delta_f = 2 \text{ K}$ ,  $\Delta_s = 10 \text{ K}$ .

На рис. 5 представлены температурные профили, полученные на сетке  $N = 1000$  с шагом по времени  $\tau = 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}$  на различные моменты времени:  $t = 100$ ; 500; 1 000 с.

В данной задаче процесс распространения тепла происходит по аналогии с модельной задачей, описанной выше. Однако здесь сильное влияние оказывают различные физические характеристики вещества (удельные теплопроводность и теплоемкость, плотность) для каждой из фаз. Так, низкая теплопроводность пара влечет за собой медленное движение фронта испарения.

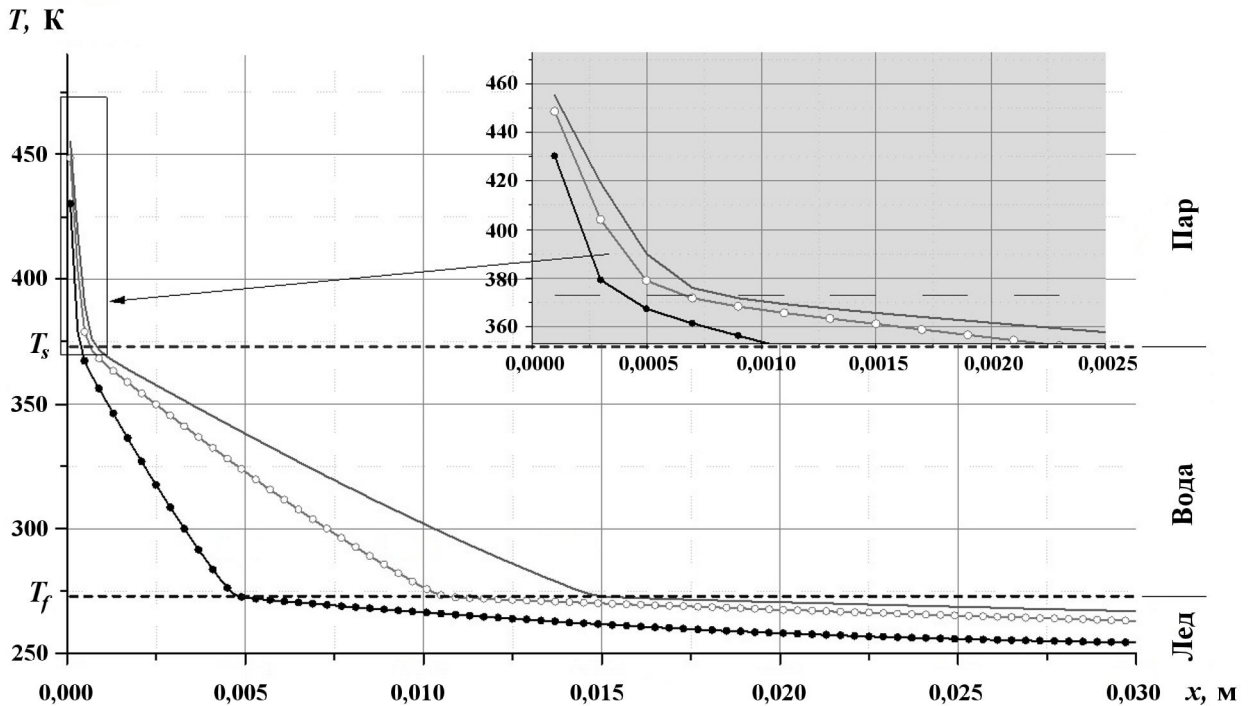


Рис. 5. Распределения температур на различные моменты времени для сетки  $N = 1000$ : —●— —  $t = 100 \text{ с}$ ; —○— —  $t = 500 \text{ с}$ ; — — —  $t = 1000 \text{ с}$

Далее проводились вычисления на адаптивной разностной сетке  $N = 1000$  с измельчением в  $\varepsilon$ -окрестности границы смены фаз ( $\varepsilon = 0,002$  м) с двумя уровнями адаптации. На момент времени  $t_{\max} = 500$  с получен профиль температуры. На рис. 6 показаны участки температурного профиля с наложением решений, полученных на основных постоянных сетках  $N = 500; 1000; 2000; 4000$  в тот же момент времени.

Из рис. 6 можно заключить, что измельчение разностной сетки ведет к сходимости численных решений. Решение на адаптивной сетке с исходным числом ячеек  $N = 1000$  практически совпадает с решением, полученным на основной постоянной сетке, измельченной в 4 раза.

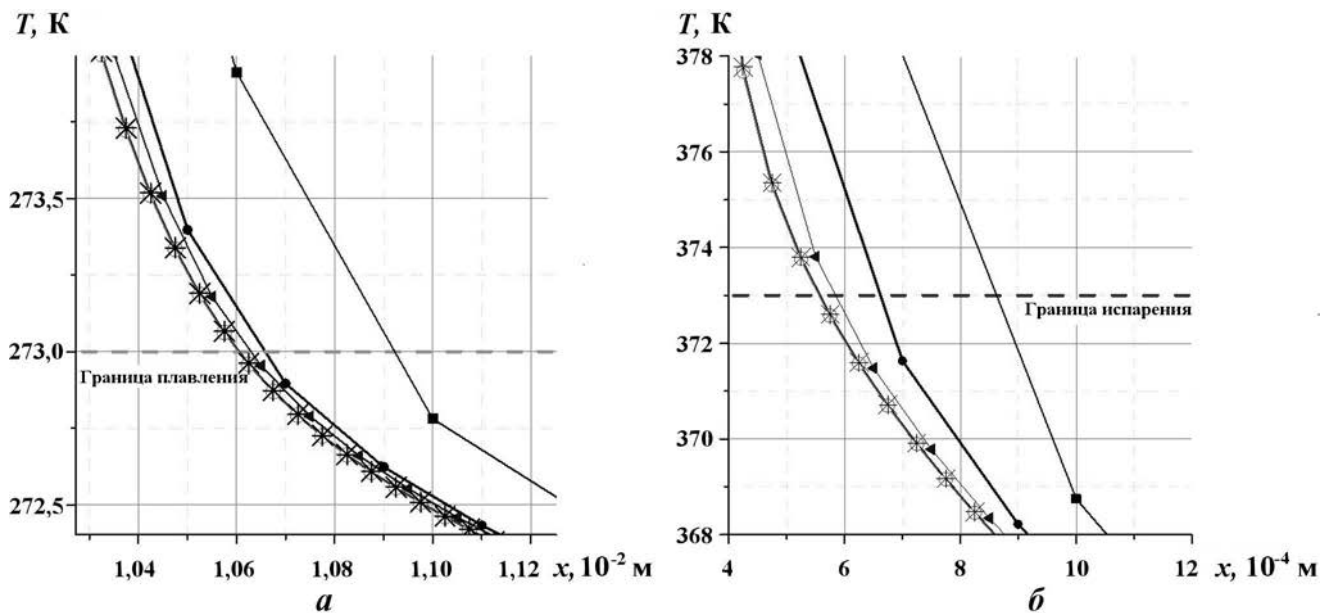


Рис. 6. Участки температурных профилей в областях границы плавления (а) и границы испарения (б): на постоянной сетке: —■—  $N = 500$ ; —●—  $N = 1000$ ; —◄—  $N = 2000$ ; —\*—  $N = 4000$ ; на адаптивной сетке с двумя уровнями адаптации: —○—  $N = 1000$

**Задача плавления микрочастицы железа.** В данной работе также рассматривается задача нагрева и плавления микрочастицы железа в виде сферы под воздействием лазерного излучения (рис. 7) [17]. Задача решается в одномерной постановке в сферических координатах. В центре частицы задается нулевой тепловой поток, а на внешней границе сферы — нелинейный поток

$$q = \mu(T) I - \frac{2\chi_{air} T_{air}}{3R} \left[ \left( \frac{T}{T_{air}} \right)^{3/2} - 1 \right] - \sigma (T^4 - T_{air}^4). \quad (8)$$

Здесь первое слагаемое учитывает воздействие лазерного излучения с интенсивностью  $I$ ;  $\mu(T)$  — коэффициент поглощения излучения:  $\mu(T) = \begin{cases} 0,1 + 2,7 \cdot 10^{-4} (T - T_0), & T < T_f; \\ 0,6, & T \geq T_f. \end{cases}$  Второе и третье

слагаемые в (8) отвечают за кондуктивное и радиационное охлаждение частицы:  $\chi_{air}$  — коэффициент теплопроводности воздуха;  $T_{air}$  — температура воздуха;  $\sigma$  — постоянная Стефана—Больцмана (имеет значение  $5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>2</sup>)).

Решается начально-краевая задача, определенная в области  $G = [0 \leq r \leq 1 \cdot 10^{-5}] \times [0 < t \leq t_{\max}]$ ,

$$\begin{aligned} T(r, 0) &= T_0, \quad 0 \leq r \leq R; \\ S(0, t) &= 0, \quad \alpha'' T(R, t) - S(R, t) = \psi_2(t), \quad 0 < t \leq t_{\max}, \end{aligned} \quad (9)$$

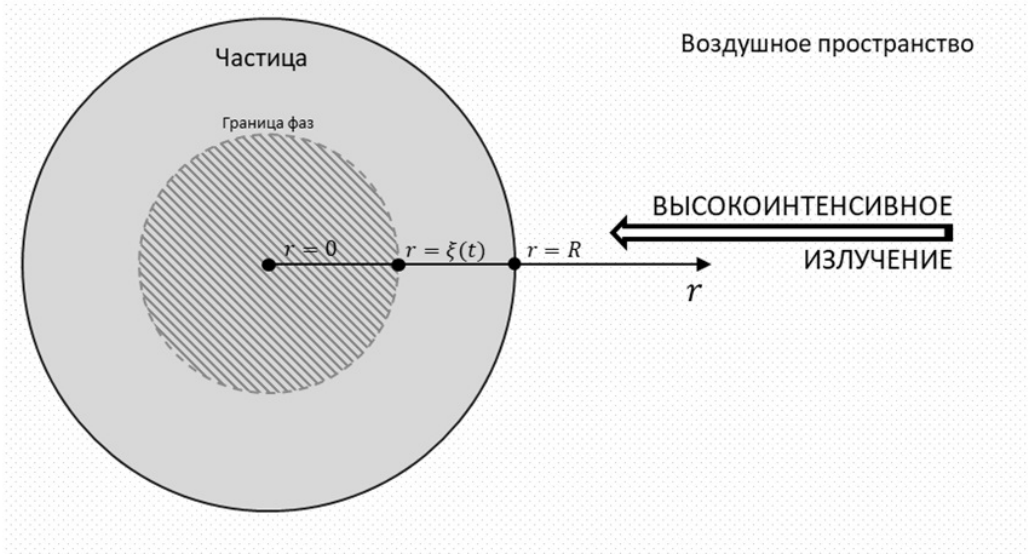


Рис. 7. Схематичное изображение задачи о плавлении частицы

где  $R = 1 \cdot 10^{-5}$  м — радиус частицы;  $T_0 = T_{air} = 273$  К — начальная температура частицы, равная температуре воздуха.

Для постановки краевого условия (9) для разностной задачи условие (8) линеаризуется. При этом на внешней границе при  $r = R$  коэффициенты приобретают вид

$$\alpha'' = -\mu'(T^\nu) I + \frac{\chi_{air}}{R\sqrt{T_{air}}}\sqrt{T^\nu} + 4\sigma(T^\nu)^3;$$

$$\psi_2(t) = (\mu(T^\nu) - \mu'(T^\nu)) I + \frac{\chi_{air}}{3R\sqrt{T_{air}}}\left((T^\nu)^{3/2} + 2\right) + \sigma\left(3(T^\nu)^4 + T_{air}^4\right).$$

Физические свойства вещества, используемые в данной работе, заданы следующим образом:  $\rho_s = \rho_l = 7874$  кг/м<sup>3</sup>;  $C_s = 450$  Дж/(кг·К);  $\chi_s = 15$  Вт/(м·К);  $\chi_l = 32$  Вт/(м·К);  $\chi_{air} = 0,03$  Вт/(м·К). Температура и удельная теплота плавления:  $T_f = 1813$  К и  $L_f = 2,67 \cdot 10^5$  Дж/кг соответственно. Для  $\delta$ -функции задается параметр  $\Delta_f = 1$  К. Интенсивность лазерного излучения  $I = 6 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup>.

В ходе расчетов были получены результаты на постоянной сетке  $N = 100$  с шагом по времени  $\tau = 1 \cdot 10^{-10}$  с.

На рис. 8 показана динамика изменения температур на границах области определения. Видно, что температура частицы до момента плавления равномерно растет как в центре частицы, так и снаружи. Однако при достижении этапа плавления рост температуры в центре замедляется, и вскоре температура практически перестает расти до тех пор, пока все вещество не перейдет в новое фазовое состояние. Данный эффект вызван тем, что поступающая энергия в большей степени затрачивается на разрушение кристаллической решетки, а не на дальнейший нагрев.

Сравнение полученных результатов показало хорошее соответствие результатам из работы [17], найденным методом конечных разностей с реализацией нелинейной разностной схемы на основе итерационного уточнения коэффициентов.

Сопоставим решения на адаптивной и постоянных разностных сетках. Адаптация исходной разностной сетки ( $N = 100$ ) проводится с двумя уровнями в  $\varepsilon$ -окрестности границы смены фаз,  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-7}$  м. В табл. 3 представлены значения разностных норм численных решений, полученных на адаптивной и постоянных разностных сетках с различным числом ячеек. Приведено отклонение значений нормы численных решений от нормы для решения на основной разностной сетке  $N = 400$ .

По результатам табл. 3 можно сделать вывод, что измельчение разностной сетки ведет к сходимости численного решения. Решение на адаптивной сетке с исходным числом ячеек  $N = 100$  достаточно близко к решению, полученному на основной постоянной сетке  $N = 400$ .

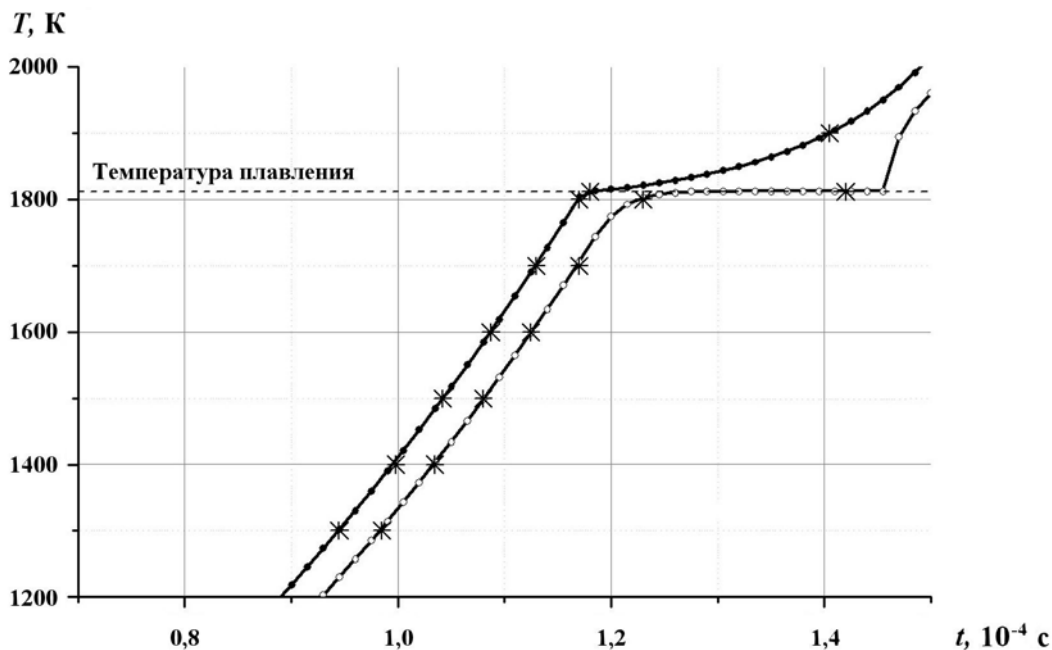


Рис. 8. Динамика температуры в центре (—●—) и снаружи (—○—) микрочастицы с течением времени в сравнении с данными, полученными в работе [17] (\*)

Таблица 3

Сравнение нормы разностной функции распределения температуры для полученных решений на различных сетках на момент времени  $t_{\max} = 1,3 \cdot 10^{-4}$  с

| Число ячеек исходной сетки  | $h$ , м                                  | Норма решения (7) | $\delta$ , % |
|-----------------------------|--|-------------------|--------------|
| Основные разностные сетки   |  |                   |              |
| 50                          | $2 \cdot 10^{-7}$                        | 1 815,811         | 0,0091       |
| 100                         | $1 \cdot 10^{-7}$                        | 1 815,932         | 0,0024       |
| 200                         | $5 \cdot 10^{-8}$                        | 1 815,963         | 0,0007       |
| 400                         | $2,5 \cdot 10^{-8}$                      | 1 815,976         | —            |
| Адаптивная разностная сетка |  |                   |              |
| 100                         | $1 \cdot 10^{-7} \div 2,5 \cdot 10^{-8}$ | 1 815,958         | 0,0010       |

### Заключение

В работе рассмотрен метод сквозного счета без явного выделения границы фазового перехода с использованием разностной схемы "Ромб" совместно с адаптивной сеткой. Данный метод был применен для решения задач типа Стефана. Адаптация разностной сетки в области границы фазового перехода повысила точность решения со значительным преимуществом по времени счета. Описанная методика оказалась достаточно эффективной при решении задач со сменой фаз состояния вещества как в случае низкотемпературного прогрева, так и высокотемпературного с быстропротекающими физическими процессами.

### Список литературы

1. Самарский А. А., Моисеенко Б. Д. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана // Журнал вычисл. мат. и мат. физ. 1965. Т. 5, вып. 5. С. 816–827.  
SamarSKIY A. A., Moiseenko B. D. Ekonomichnaya skhema skvoznogo schyeta dlya mnogomernoy zadachi Stefana // Zhurnal vychisl. mat. i mat. fiz. 1965. T. 5, vyp. 5. S. 816–827.



2. *Рубинштейн Л. И.* Проблема Стефана. Рига: Звайгзне, 1967.  
*Rubinshteyn L. I.* Problema Stefana. Riga: Zvaygzne, 1967.
3. *Alexiades V., Solomon A. D.* Mathematical Modeling of Melting and Freezing Processes. Washington DC: Hemisphere Publ. Co, 1993.
4. *Бородин С. Л.* Численные методы решения задачи Стефана // Вестник Тюменского гос. ун-та. Физ.-мат. моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1, вып. 3. С. 164–175.  
*Borodin S. L.* Chislennye metody resheniya zadachi Stefana // Vestnik Tyumenskogo gos. un-ta. Fiz.-mat. modelirovanie. Neft, gaz, energetika. 2015. Т. 1, вып. 3. С. 164–175.
5. *Дарьин Н. А., Мажукин В. И.* Об одном подходе к построению адаптивных сеток // Докл. АН СССР. 1988. Т. 298, вып. 1. С. 64–68.  
*Darin N. A., Mazhukin V. I.* Ob odnom podkhode k postroeniyu adaptivnykh setok // Dokl. AN SSSR. 1988. Т. 298, вып. 1. С. 64–68.
6. *Thompson J. F.* Grid generation techniques in computational fluid dynamics // AIAA J. 1984. Vol. 22, No 11. P. 1505–1523.
7. *Мустафин А. М., Пашенцева Н. Н.* Численное сравнение некоторых схем решения уравнения теплопроводности на подвижных сетках // Науч. сессия НИЯУ МИФИ-2020 "Инновационные ядерные технологии". Сб. науч. трудов Всерос. науч.-практ. конф. 22–23 декабря 2020 г. М.: НИЯУ МИФИ; Снежинск: СФТИ НИЯУ МИФИ, 2020.  
*Mustafin A. M., Pashentseva N. N.* Chislennoe sravnenie nekotorykh skhem resheniya uravneniya teploprovodnosti na nepodvizhnykh setkakh // Nauch. Sessiya NIYaU MIFI-2020 "Innovatsionnye yadernye tekhnologii". Sb. nauch. trudov Vseros. nauch.-prakt. konf. 22–23 dekabrya 2020 g. M.: NIYaU MIFI; Snezhinsk: SFTI NIYaU MIFI, 2020.
8. *Мустафин А. М., Пашенцева Н. Н., Лебедев С. Н.* Решение двумерного уравнения теплопроводности разностной схемой "Ромб" на адаптивно-встраиваемых сетках // Науч. сессия НИЯУ МИФИ-2022 "Инновационные ядерные технологии". Сб. науч. трудов Всерос. науч.-практ. конф. 23–24 марта 2022 г. М.: НИЯУ МИФИ; Снежинск: СФТИ НИЯУ МИФИ, 2022.  
*Mustafin A. M., Pashentseva N. N., Lebedev S. N.* Reshenie dvumernogo uravneniya teploprovodnosti raznostnoy skhemoy "Romb" na adaptivno-vstraivaemykh setkakh // Nauch. Sessiya NIYaU MIFI-2020 "Innovatsionnye yadernye tekhnologii". Sb. nauch. trudov Vseros. nauch.-prakt. konf. 23–24 marta 2022 g. M.: NIYaU MIFI; Snezhinsk: SFTI NIYaU MIFI, 2022.
9. *Писарев В. Н.* Параметрическое семейство схем "Ромб" для одномерного уравнения теплопроводности // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. 1986. Вып. 2. С. 67–75.  
*Pisarev V. N.* Parametricheskoe semeystvo skhem "Romb" dlya odnomernogo uravneniya teploprovodnosti // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Metodiki i programmy chislennogo resheniya zadach matematicheskoy fiziki. 1986. Вып. 2. С. 67–75.
10. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.  
*Tikhonov A. N., Samarskiy A. A.* Uravneniya matematicheskoy fiziki. M.: Nauka, 1966.
11. *Мазо А. В.* Основы теории и методы расчета теплопередачи: учеб. пособие. Казань: Казанский ун-т, 2013.  
*Mazo A. V.* Osnovy teorii i metody raschyeta teploperedachi: ucheb. posobie. Kazan: Kazanskiy un-t, 2013.
12. *Будак Б. М., Соловьева Е. Н., Успенский А. В.* Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задач Стефана // Журнал вычисл. мат. и мат. физ. 1965. Т. 5, вып. 5. С. 828–840.  
*Budak B. M., Solovyeva E. N., Uspenskiy A. V.* Raznostnyy metod so sglazhivaniem koeffitsientov dlya resheniya zadach Stefana // Zhurnal vychisl. mat. i mat. fiz. 1965. Т. 5, вып. 5. С. 828–840.
13. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971.  
*Vladimirov V. S.* Uravneniya matematicheskoy fiziki. M.: Nauka, 1971.

14. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К.* Алгоритмы: построение и анализ: Пер. с англ. 3-е изд. М.: Вильямс, 2019.  
*Kormen T., Leyzerson Ch., Rivest R., Shtayn K.* Algoritmy: postroenie i analiz: Per. s angl. 3-e izd. M.: Vilyams, 2019.
15. *Формалев В. Ф., Рабинский Л. Н.* О задаче типа Стефана с двумя нестационарно подвижными границами фазовых переходов // Изв. Академии Наук. Энергетика. 2014. Вып. 4. С. 74–81.  
*Formalev V. F., Rabinskiy L. N.* O zadache tipa Stefana s dvumya nestatsionarno podvizhnymi granitsami fazovykh perekhodov // Izv. Akademii Nauk. Energetika. 2014. Vyp. 4. S. 74–81.
16. *Бабичев А. П., Бабушкина Н. А., Братковский А. М. и др.* Физические величины: справочник / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991.  
*Babichev A. P., Babushkina N. A., Bratkovskiy A. M. i dr.* Fizicheskiye velichiny: spravochnik / Pod red. I. S. Grigoryeva, E. Z. Meylikhova. M.: Energoatomizdat, 1991.
17. *Гришаев Р. В., Мирзаде Ф. Х., Хоменко М. Д.* Численное моделирование кинетики плавления микрочастиц при селективном лазерном спекании. [http://nuclphys.sinp.msu.ru/school/s10/10\\_16.pdf](http://nuclphys.sinp.msu.ru/school/s10/10_16.pdf).  
*Grishaev R. V., Mirzade F. Kh., Khomenko M. D.* Chislennoe modelirovanie kinetiki plavleniya mikrochastits pri selektivnom lazernom spekanii. [http://nuclphys.sinp.msu.ru/school/s10/10\\_16.pdf](http://nuclphys.sinp.msu.ru/school/s10/10_16.pdf).

Статья поступила в редакцию 17.05.22.

---

УДК 532.6

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОКРЫТИЯ ОТКРЫТО-ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ ТОНКИМ СЛОЕМ ЖИДКОСТИ

М. А. Ямщикова

(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Исследование покрытия цилиндрической открыто-пористой структуры слоем жидкости сводится к рассмотрению подзадач моделирования формы капли в нескольких конфигурациях: капля находится на поверхности цилиндра либо жидкость сосредоточена между цилиндрами в горизонтальном и вертикальном положениях. Характеристиками такого покрытия являются масса и толщина получаемого слоя.

Для пористой системы проведен обзор метода расчета и моделирования формы капли в однородном поле силы тяжести. Представлено решение уравнения Лапласа для цилиндрической капли. Получены равновесные формы капли на поверхностях различной формы и наклона. Приведены результаты оценки количества жидкости, покрывающей поверхность открыто-пористой конструкции.

*Ключевые слова:* форма капли, уравнение Лапласа, поверхностное натяжение, угол смачивания.

### Введение

Многие технологические процессы связаны с растеканием жидкости по твердой поверхности различной формы. Знание формы и размера капель жидкого вещества, смачивающего поверхность, позволяет оценить общее количество жидкости, в том числе жидкого металла, который может покрывать тонким слоем поверхность открыто-пористой структуры. Для расчетно-теоретического обоснования формирования такого покрытия необходима информация о поверхностном натяжении и состоянии поверхности жидкости [1–3].

Математическому описанию формирования равновесных осесимметричных капель на горизонтальных поверхностях посвящен ряд работ [1–6]. Однако в этих работах не был проведен анализ формы и массы цилиндрических капель на цилиндрических поверхностях.

Целью настоящей работы является определение равновесной формы цилиндрической капли на различных поверхностях, в том числе цилиндрических, и на основании полученных результатов — оценка массы жидкости, располагающейся в периодической геометрической конструкции (открыто-пористый материал).

### Капля на цилиндрической поверхности

Для моделирования формы капли на цилиндрической поверхности предположим, что имеется цилиндр радиусом  $R$  и длиной  $l \gg R$ . На поверхности цилиндра в поле силы тяжести висит цилиндрическая капля жидкости (рис. 1). Высота капли равна  $h$ , толщина и ширина —  $\zeta$  и  $2x_0$  соответственно. Длина капли соответствует длине цилиндра и равна  $l$ . Угол смачивания  $\theta = 20^\circ$ . Угол сектора смачивания между вертикалью и радиусом, проведенным к касательной в крайней точке смачивания, равен  $\beta$ . Коэффициент поверхностного натяжения жидкости  $\sigma = 0,067$  Н/м.

Так как капля находится в равновесном состоянии, то разность давлений на поверхности жидкости можно определить по закону Лапласа:

$$\Delta P = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Здесь  $\Delta P = P_2 - P_1$ , где  $P_2 = c_2 - \rho g y$  — давление внутри жидкости с плотностью  $\rho$  ( $c_2 = \text{const}$ ,  $g$  — ускорение свободного падения),  $P_1 = c_1 = \text{const}$  — давление газа снаружи [2];  $R_1$  и  $R_2$  — главные радиусы кривизны поверхности капли.

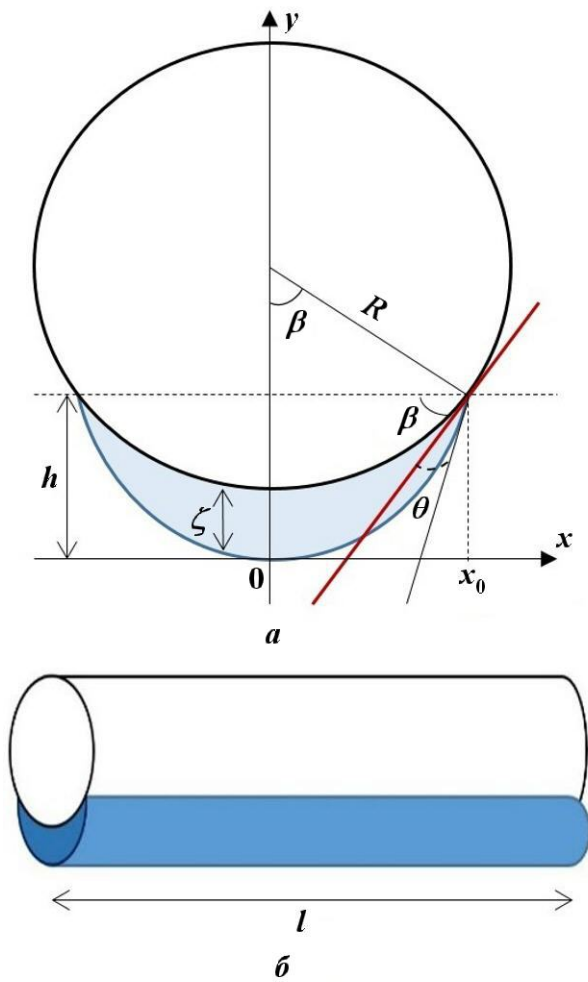


Рис. 1. Равновесная форма капли жидкости, висящей на поверхности цилиндра: а — вид спереди; б — вид сбоку

После подстановки выражений для  $P_2$  и  $P_1$  уравнение Лапласа принимает вид

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{\rho g y}{\sigma} = c, \quad c = \text{const.}$$

Так как  $R_2 \rightarrow \infty$ , то имеем

$$\frac{1}{R_1} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} = c - \frac{\rho g}{\sigma} y. \quad (1)$$

С учетом начальных условий  $y(0) = 0, y'(0) = 0$  и граничных условий  $y(x_0) = h, y'(x_0) = \text{tg}(\beta + \theta)$  решением уравнения (1) является решение уравнения

$$\frac{\rho g}{2\sigma} y^2 - cy = \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}} - 1,$$

$$c = \frac{\rho g}{2\sigma} h - \frac{1}{h\sqrt{1 + (\text{tg}(\beta + \theta))^2}} + \frac{1}{h}.$$

Расчетные формы поверхности капли, полученные с использованием метода Рунге—Кутты четвертого порядка [7], показаны на рис. 2 для нескольких вариантов ее высоты  $h$  при секторе смачивания  $\beta = 45^\circ$ . Расчет выполнялся при заданных основных параметрах: угол смачивания  $\theta = 20^\circ$ ;  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ;  $\sigma = 0,067 \text{ Н/м}$ . Для каждого решения были найдены масса капли и соответствующий радиус цилиндра, значения которых также указаны на рис. 2.

Вследствие интереса, вызванного особенностями поверхностных эффектов в пористой среде, образованной тонкими проволоками, было проведено исследование массы  $m$  и толщины  $\zeta$  капли при заданных условиях: радиус цилиндра  $R = 0,21 \text{ мм}$ ; высота капли  $h \leq 1 \text{ мм}$ . Значения основных параметров в этой и последующих задачах остаются прежними.

На рис. 3 показаны зависимости толщины и массы капли при изменении угла  $\beta$ .

В дальнейшем полученные результаты будут использоваться при оценке массы жидкости в пористом материале.

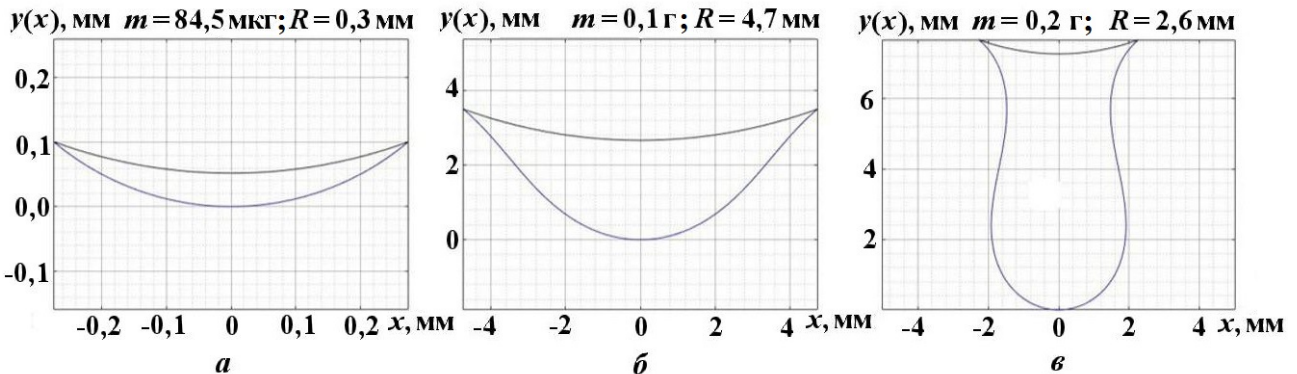


Рис. 2. Расчетные формы поверхности висящей на цилиндре капли воды при секторе смачивания  $\beta = 45^\circ$ : а —  $h = 0,1 \text{ мм}$ ; б —  $h = 3,5 \text{ мм}$ ; в —  $h = 7,6 \text{ мм}$

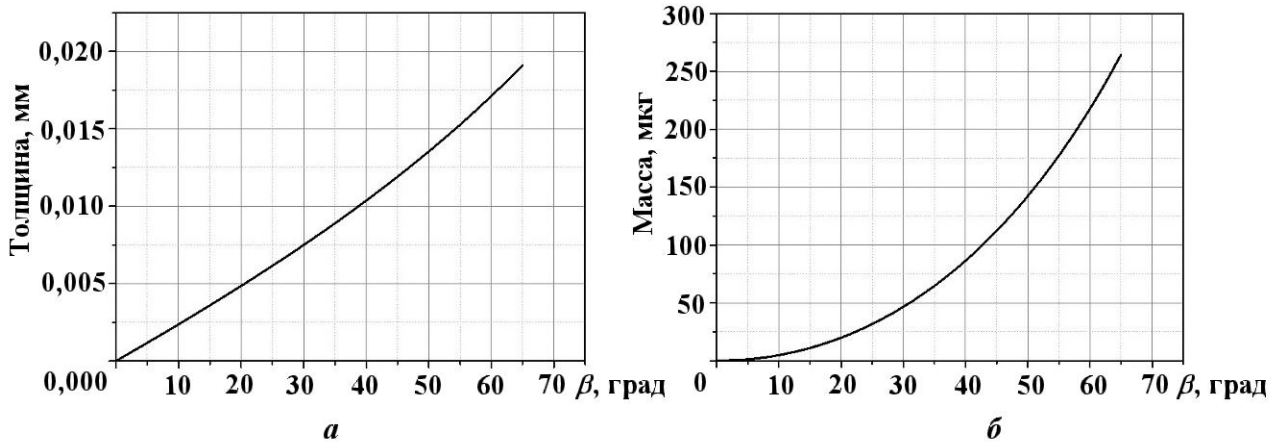


Рис. 3. Толщина (а) и масса (б) капли длиной 10 мм для  $R = 0,21$  мм при изменении угла  $\beta$

### Капля жидкости на наклонной плоскости

При расчете формы неподвижной капли на наклонной плоскости рассматривается задача смачивания на полубесконечной гладкой пластине. В таком случае для угла наклона плоскости  $\alpha$  (рис. 4) уравнение Лапласа принимает вид

$$\frac{1}{R_1} = c - \frac{\rho g}{\sigma} (y \cos \alpha - x \sin \alpha),$$

$$c = \text{const},$$

где  $R_1$  — радиус кривизны поверхности капли.

Уравнение Лапласа в дифференциальной форме имеет вид

$$\frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} = K_0 + \frac{\rho g}{\sigma} y \cos \alpha - \frac{\rho g}{\sigma} x \sin \alpha,$$

где  $K_0 = \text{const}$  — начальная кривизна на плоскости  $y = 0$ .

При моделировании решалось дифференциальное уравнение второго порядка с известными начальными условиями методом Рунге—Кутты четвертого порядка [7]. В связи с выбранным началом координат условием остановки интегрирования задачи Коши было  $y = 0$ .

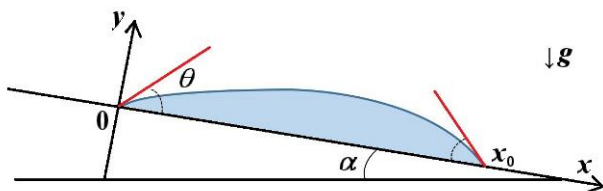


Рис. 4. Равновесная форма капли жидкости, находящейся на гладкой наклонной плоскости

На рис. 5 показаны результаты моделирования капли на наклонной плоскости с углом  $\alpha = 90^\circ$  при различных значениях начальной кривизны  $K_0$ , включая критическую, после увеличения которой численное решение не согласуется с аналитическим.

Но так как интерес представляло смачивание цилиндрической поверхности, далее в работе будут приведены результаты расчета геометрии капли воды с конфигурациями цилиндрических поверхностей, показанными на рис. 6.

### Капля жидкости, смачивающая цилиндры на горизонтальной плоскости

Следующим этапом стало проведение анализа равновесной формы капли в зависимости от геометрической конфигурации смачиваемых цилиндров заданного радиуса ( $R = 0,21$  мм), расположенных на горизонтальной плоскости (см. рис. 6, а, б).

Подход к решению таких задач остался прежним, изменения коснулись начальных условий и критерия остановки счета, которые в данном случае рассчитывались с помощью уравнения окружности.

Результаты, полученные при смачивании одного цилиндра на горизонтальной плоскости (см. рис. 6, а), показаны на рис. 7. Результаты для двух цилиндров (см. рис. 6, б) показаны на рис. 8.

В случае, когда расстояние между двумя цилиндрами равно 2 мм, максимально возможная масса цилиндрической капли длиной  $l = 0,42$  мм составляет  $m = 0,319$  мг.

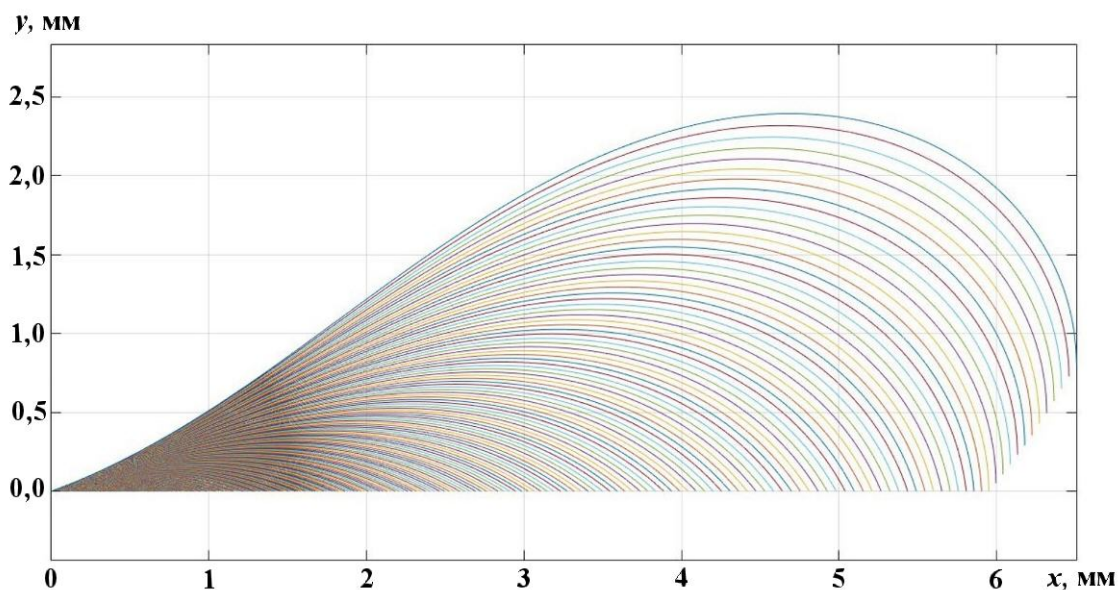


Рис. 5. Форма поверхности капли на вертикальной плоскости ( $\alpha = 90^\circ$ ) при различных значениях начальной кривизны  $K_0$

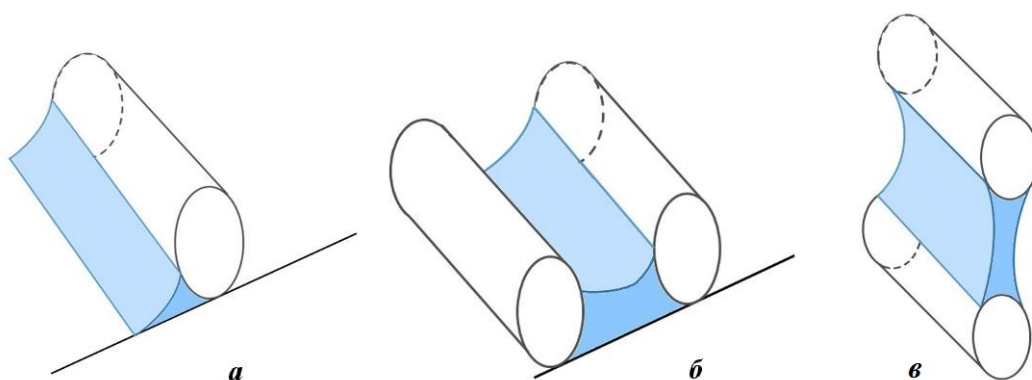


Рис. 6. Конфигурации смачивания цилиндрических поверхностей: *a* — один цилиндр на горизонтальной плоскости; *б* — два цилиндра на горизонтальной плоскости; *в* — два цилиндра в вертикальной плоскости

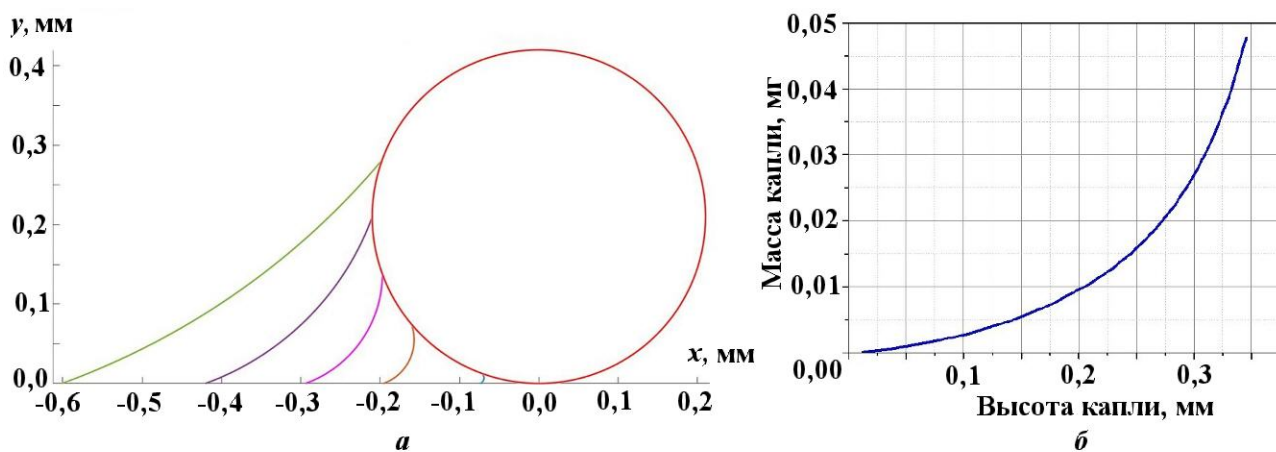


Рис. 7. Смачивание цилиндрической поверхности на горизонтальной плоскости (длина цилиндрической капли  $l = 0,42$  мм): *a* — форма поверхности капли на поверхности цилиндра; *б* — зависимость массы капли от ее высоты

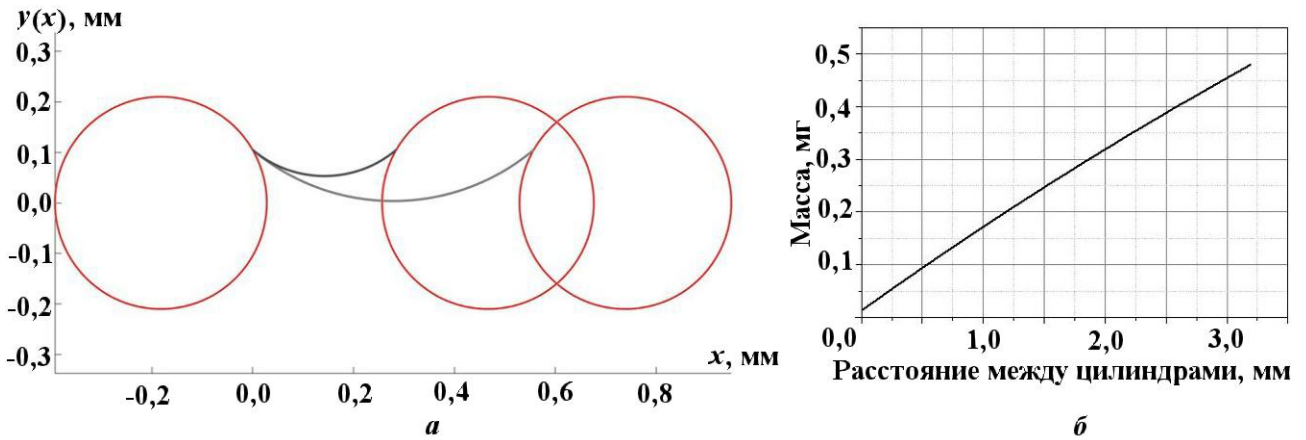


Рис. 8. Смачивание между цилиндрическими поверхностями на горизонтальной плоскости: *a* — форма поверхности капли между цилиндрами; *б* — зависимость массы капли от расстояния между цилиндрами

### Капля жидкости между двумя цилиндрами в вертикальной плоскости

Особого внимания заслуживает рассмотрение капли, расположенной между цилиндрами заданного радиуса в вертикальной плоскости (см. рис. 6, в). На рис. 9 показаны результаты моделирования формы капли для заданного расстояния между цилиндрами при различных значениях начальной ширины капли. Слева и справа

на рис. 9 показаны формы для критических значений ширины, при которых капля имеет минимальную и максимальную массу.

Зависимость массы капли от ее начальной ширины показана на рис. 10. Масса находилась численным способом (методом трапеции), длина капли составляла  $l = 2$  мм. Для удобства дальнейшего исследования расстояние между цилиндрами было взято  $D = 0,42$  мм.

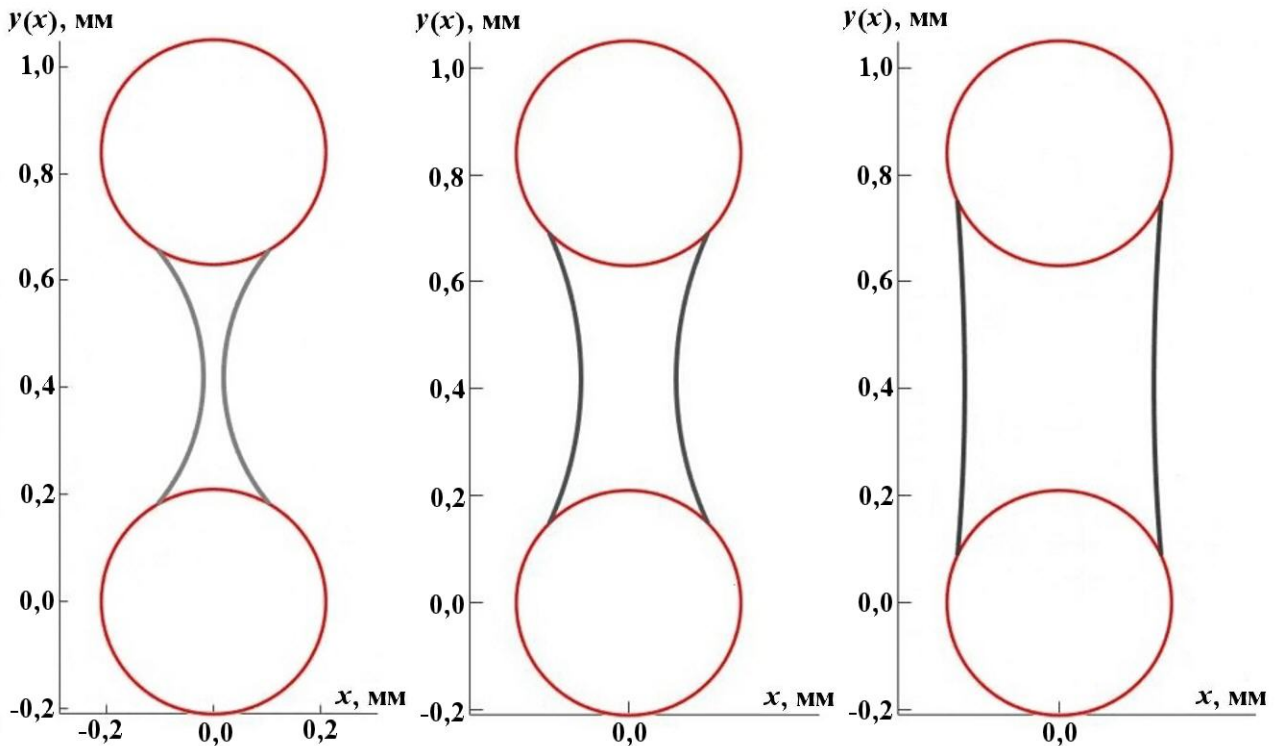


Рис. 9. Форма капли между цилиндрами в вертикальной плоскости при различных значениях ее начальной ширины

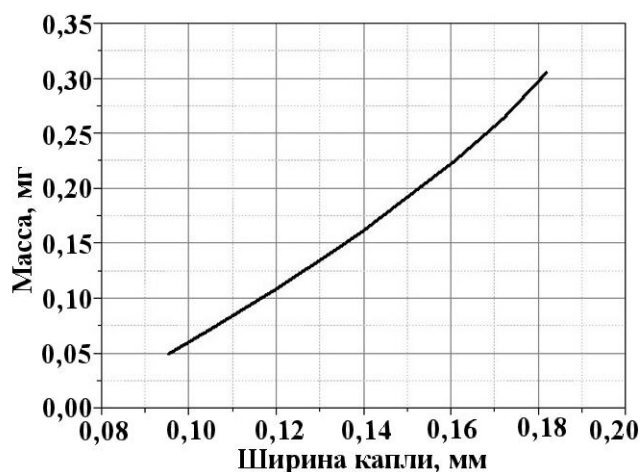


Рис. 10. Зависимость массы жидкости от начальной ширины капли при смачивании двух цилиндров в вертикальной плоскости

Таким образом, для изучения капли жидкости в конфигурациях с цилиндрами заданного радиуса ( $R = 0,21$  мм), показанных на рис. 6, были получены расчетные данные о массе капли для горизонтального и вертикального положений системы. В дополнение к предыдущим результатам эти данные являются ключевыми параметрами для максимальной оценки массы жидкости, покрывающей поверхность открытопористого материала тонким слоем.

### Оценка количества жидкости в пористой структуре

В связи с перспективностью использования метода напарения жидкости на твердую поверхность пористой структуры необходимо оценить

максимально возможную массу используемого при этом жидкого вещества. Пористая структура представляет собой сетку, образованную тонкими проволоками. Слои сетки накладываются друг на друга без сдвига, как показано на рис. 11, *a*.

Радиус проволоки равен  $R = 0,21$  мм. Пористость конструкции 85%. Характерные размеры пор составляют  $\sim 2$  мм.

Рассмотрим ячейки сетки с данной структурой, образованные сечениями фрагмента сетки в горизонтальной (штрихпунктирная линия на рис. 11, *a*) и вертикальной (пунктирная линия на рис. 11, *a*) плоскостях. Схемы этих ячеек показаны соответственно на рис. 11, *б, в*. Изучение свойств полученных ячеек дает возможность определить массу жидкости между цилиндрическими проволоками во всем объеме конструкции. Для этого необходимо условно разделить ячейки на характерные периодические секторы и узлы (элементы).

Покрытие этих элементов слоем жидкости возможно в рассмотренных выше конфигурациях: капля на поверхности цилиндра, жидкость сосредоточена между цилиндрами в горизонтальном и вертикальном положении, а также в узлах сетки.

Геометрические конфигурации (элементы ячеек) с указанием массы воды, приходящейся на  $1 \text{ см}^3$  пористой структуры (коэффициент пористости 0,85) и полученной на основе уже имеющихся из предыдущих разделов данных, приведены в таблице.

Из таблицы видно, что максимальное значение массы воды, приходящейся на  $1 \text{ см}^3$  открытопористого материала, составляет 0,105 г.

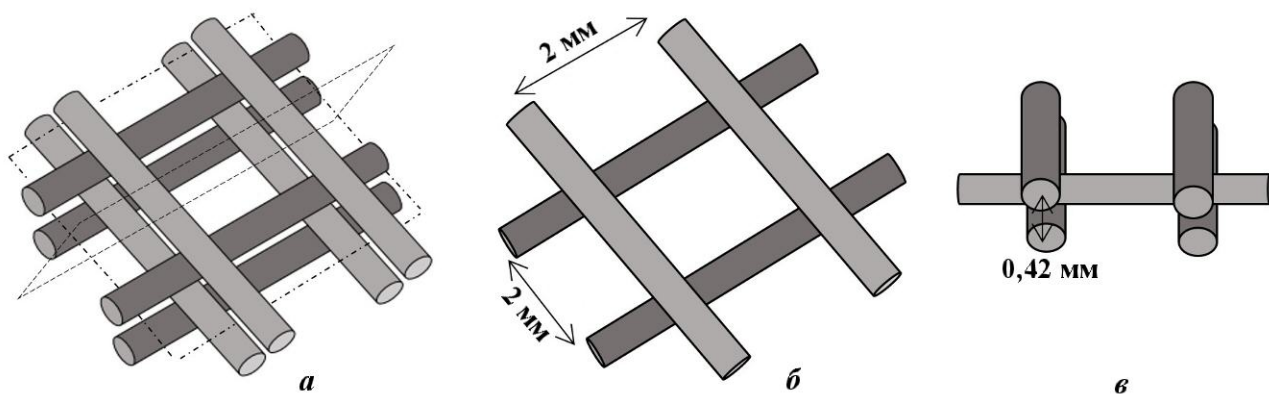

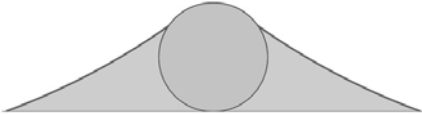
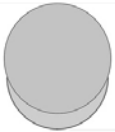



Рис. 11. Схемы фрагмента сетки пористой структуры (*a*) и ячеек, полученных его продольным (*б*) и поперечным (*в*) сечениями



Масса воды в зависимости от геометрии смачиваемых элементов пористой структуры

| Геометрическая конфигурация элемента  | Максимальная масса для элемента | Масса для комбинации элементов в 1 см <sup>3</sup> сетки |
|---|---------------------------------|--|
|   | 0,319 мг                        | 0,105 г  |
|   | 0,096 мг                        | 0,031 г  |
|  | 0,009 мг                        | 0,003 г  |
|  | 0,305 мг                        | 0,089 г  |

**Заключение**

Задача покрытия открыто-пористой конструкции слоем жидкости сводится к рассмотрению смачивания цилиндрических поверхностей в следующих конфигурациях: капля находится на поверхности цилиндра либо жидкость сосредоточена между цилиндрами в горизонтальном и вертикальном положениях.

В данной работе получено решение уравнения Лапласа для цилиндрической капли жидкости, висящей на цилиндре, лежащей на наклонной плоскости, а также располагающейся на одном или между двумя цилиндрами. Приведены результаты моделирования формы капли на цилиндрах радиусом  $R = 0,21$  мм.

На основе численного моделирования получены данные о массе капли при смачивании цилиндров заданного радиуса в рассмотренных конфигурациях. Эти данные являются основными параметрами для расчетно-теоретического обоснования формирования покрытия открыто-пористой структуры тонким слоем жидкости.

На основе проведенных расчетов при оценке массы тонкого слоя воды, покрывающего сетчатую конструкцию с коэффициентом пористости 85 %, максимальное значение массы воды, прихо-

дящейся на 1 см<sup>3</sup> открыто-пористого материала, составляет 0,105 г.

**Список литературы**

1. Саранин В. А. Равновесие жидкостей и его устойчивость. Простая теория и доступные опыты. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.  
*Saranin V. A. Ravnovesie zhidkostey i ego ustoychivost. Prostaya teoriya i dostupnye opyty. M.: Institut kompyuternykh issledovaniy, 2002.*
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: учеб. пособ.: Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2016.  
*Landau L. D., Lifshits E. M. Teoreticheskaya fizika: ucheb. posob.: T. VI. Hidrodinamika. M.: Fizmatlit, 2016.*
3. Матюхин С. И., Фроленков К. Ю. Форма капель жидкости, помещенных на твердую горизонтальную поверхность // Конденсированные среды и межфазные границы. 2013. Т. 15, № 3. С. 292–304.  
*Matyukhin S. I., Frolenkov K. Yu. Forma kapel zhidkosti, pomeshchennykh na tvyerduyu gorizontalnuyu poverkhnost //*

- Kondensirovannyye sredy i mezhfaznyye granitsy. 2013. T. 15, № 3. S. 292–304.
4. Пахомов А. Н., Гатапова Н. Ц., Пахомова Ю. В. Геометрия неподвижной капли жидкости, лежащей на наклонной поверхности // Вестник Тамбовского гос. тех. ун-та. 2018. Т. 24, № 4. С. 628–634.  
*Rakhomov A. N., Gatarova N. Ts, Rakhomova Yu. V. Geometriya nepodvizhnoy kapli zhidkosti, lezhashchey na naklonnoy poverkhnosti // Vestnik Tambovskogo gos. tekhn. un-ta. 2018. T. 24, № 4. S. 628–634.*
  5. Алчагиров Б. Б., Хоконов Х. Б. Смачиваемость поверхностей твердых тел расплавами щелочных металлов и сплавов с их участием. Теория и методы исследований // Теплофизика высоких температур. 1994. Т. 32, № 4. С. 590–626.  
*Alchagirov B. B., Khokonov Kh. B. Smachivaemost poverkhnostey tvyerdykh tel rasplavami shchelochnykh metallov i splyavov s ikh uchastiem. Teoriya i metody issledovaniy // Teplofizika vysokikh temperatur. 1994. T. 32, № 4. S. 590–626.*
  6. De Gennes P. G. Смачивание: статика и динамика // УФН. 1987. Т. 151, № 4. С. 619–681.  
*De Gennes P. G. Smachivanie: statika i dinamika // UFN. 1987. T. 151, № 4. S. 619–681.*
  7. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. 6-е изд. М.: БИНОМ, 2008.  
*Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobelkov G. M. Chislennyye metody. 6-e izd. M.: BINOM, 2008.*
- Статья поступила в редакцию 01.04.22.
-

УДК 532.5

## ДВУМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛНОНЕЛИНЕЙНЫХ БАРОКЛИННЫХ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ НА СЕВЕРО-ВОСТОЧНОМ ШЕЛЬФЕ ОСТРОВА САХАЛИН

А. А. Куркин, О. Е. Куркина, Е. А. Рувинская  
(НГТУ им. Р. Е. Алексеева, г. Нижний Новгород)

В рамках настоящей работы для численного исследования особенностей бароклинных течений было выбрано несколько вертикальных "разрезов" в северо-восточной части шельфовой зоны острова Сахалин, богатой месторождениями нефти и газа и представляющей собой уникальную экосистему. Показано, что бароклинный компонент вносит существенный вклад в поле течений и имеет сложную многомодовую сильно-нелинейную структуру. Выделено несколько режимов трансформации длинных волн, получены оценки амплитуд как волн бароклинного прилива, так и короткопериодных внутренних волн, генерируемых на их фронтах. Выполненное численное моделирование позволяет сделать вывод о том, что волны бароклинного прилива и интенсивные внутренние волны могут способствовать образованию подводных дюн в прибрежной зоне этой части акватории, как это отмечалось в работах, посвященных натурным наблюдениям, а также влиять на функционирование всей прибрежной экосистемы.

*Ключевые слова:* стратифицированная среда, морской шельф, уединенные волны, придонные скорости, число Фруда, численное моделирование, солибор, вейвлет-анализ, корреляционный анализ.

### Введение

В последние десятилетия прибрежные зоны большинства морей активно исследуются, поскольку именно там сосредоточены огромные экономический и стратегический потенциалы. При этом основной гидрометеорологической информацией при проектировании инженерной инфраструктуры (и сопряженного с ним прогноза размыва берегов, динамики отложения наносов и оценивания пиковых нагрузок на гидротехнические сооружения), а также при осуществлении хозяйственной деятельности и экологического мониторинга в прибрежной зоне является информация об особенностях волновых полей, причем для морей с сильными приливами важно учитывать также влияние внутренних волн. Инструментальные измерения ограничены во времени и производятся лишь для определенных участков шельфа, что вынуждает исследователей прибегать к численному моделированию. Первый важный вопрос здесь — это собственно гидродинамическое моделирование: выбор модели, ее возможности и ограничения.

Классификация движений в океане основывается на отношении их характерных масштабов — вертикального  $H$  и горизонтального  $L$ . По значению  $\varepsilon = H/L$  ориентировочно определяют принадлежность движения к одному из двух классов: гидростатическому (предполагается допустимость пренебрежения вертикальным ускорением в уравнении движения по вертикали) либо негидростатическому (уравнение движения по вертикали не редуцируется и определяет динамическую компоненту давления). Обзор современных численных океанологических моделей негидростатической динамики дан в работе [1]. Выбор в пользу негидростатики отдается при  $\varepsilon > O(10^{-2})$ . Для внутренних волн есть еще один критерий — сравнимость характерной частоты волнового процесса с частотой плавучести в стратифицированной жидкости (см., например, [2]). Регионы шельфа с изменчивой морфометрией, резким перепадом глубин, необходимостью учета приливного воздействия должны являться объектом негидростатического нелинейного моделирования, поскольку имеют

элементы интенсивной динамики с выраженным вертикальным движением.

Негидростатические расчеты требуют высокой степени подробности как по пространству, так и по времени и, соответственно, являются ресурсозатратными с точки зрения машинного времени и используемых объемов памяти и места для хранения результатов расчетов. Численное негидростатическое моделирование трехмерной динамики трансформации прилива на шельфе становится нередким явлением (см., например, [3–5]), однако этот процесс весьма трудоемкий с точки зрения как инициализации самой модели, так и процесса расчетов и анализа результатов. Кроме того, следует отметить, что трехмерные негидростатические численные океанологические расчеты в масштабах шельфовой зоны в каком-либо регионе пока не проводились в Российской Федерации (подобные расчеты известны авторам только для стратифицированных озер [6, 7]; перспективы есть и в применении отечественного пакета программ "Логос", который уже успешно использовался для моделирования динамики уединенных внутренних волн в гидродинамическом лотке и сравнения с экспериментом [8]).

Другой вариант, существенно более простой как для инициализации и интерпретации результатов, так и для расчетов, — это использование двумерных негидростатических моделей (вертикальная плоскость), в которых физические величины изменяются только в поперечном к шельфу и вертикальном направлениях. Примеры успешного двумерного негидростатического моделирования приливной динамики на шельфе можно найти, например, в работах [9–12], где предсказанная структура волновых полей хорошо согласуется с наблюдаемой. При этом расчеты производятся вдоль разрезов, расположенных примерно перпендикулярно к изобатам либо вдоль лучей распространения прилива. Генерируемые при этом внутренние приливные волны предполагаются плоскими и распространяющимися по нормали к неровностям дна, а изменчивость параметров волновых полей в направлении нормали — много большей, чем по касательной к ним. Такой подход (выбор плоского разреза) повсеместно используется и для изначально трехмерных моделей, поскольку позволяет в первом приближении исследовать основные режимы динамики внутренних волн на выбранном квазиоднородном (в поперечном направлении к линии распространения волны) участке шельфа. Так,

например, в работе [12], посвященной исследованию трансформации внутренних волн вблизи атолла архипелага Дунша, отмечается, что, хотя используемая модель SUNTANS [13] является трехмерной, несмотря на сложность реалистичного поля внутренних волн, предпочтительнее использовать полуидеализированное двумерное численное моделирование для интерпретации основных особенностей в записях полевых наблюдений колебаний температуры в толще воды на склонах при прохождении внутренних волн.

Важной особенностью процесса моделирования бароклинных волновых движений является высокая подробность сетки по горизонтали, чтобы численно индуцированная дисперсия была малой по сравнению с физической дисперсией [14]. Не менее важна также подробность сетки и по вертикали. Наиболее часто используемые для решения океанологических негидростатических задач программные комплексы отличаются:

- разными исходными системами уравнений гидродинамики: решаются либо уравнения Навье—Стокса с отличающимися подходами к моделированию турбулентных течений (RANS, LES, DNS), либо система уравнений Эйлера для невязкой жидкости;
- типами сетки и используемой системой координат;
- схемой пространственной и временной дискретизации;
- методом и типом решателя эллиптического уравнения для давления;
- программной реализацией.

Так, например, в общеизвестной модели глобальной циркуляции Массачусетского технологического института (MITgcm [15]) для решения уравнений Навье—Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS), по горизонтали используются ортогональные криволинейные координаты, вертикальные координаты представлены в виде  $z$ -координат, а в качестве метода применяется метод конечных объемов. В негидростатической версии региональной системы моделирования океана (ROMS-NH [2]) используются сигма-координаты для системы уравнений Навье—Стокса. Стэнфордская модель SUNTANS использует неструктурированную сетку по горизонтали и  $z$ -координаты по вертикали для LES (метод конечных объемов), стратифицированная модель океана с адаптивным уточнением

(SOMAR [16]) реализует LES на криволинейной сетке. Популярным вычислительным инструментом стала модель FVCOM-NH [17] (неструктурированная сетка по горизонтали, обобщенные сигма-координаты по вертикали, метод конечных объемов); относительно недавно появилась модель GCCOM для LES с криволинейными координатами и конечно-разностной схемой [18].

Проекты негидростатических океанологических моделей активно развиваются, но при этом растет сложность создаваемых моделей, как вычислительная, так и связанная с инициализацией и, самое главное, адекватной интерпретацией и оценкой полученных в ходе вычислений результатов. Поэтому наравне со сложными трехмерными моделями во многих исследованиях продолжают также использоваться упрощенные модели, позволяющие приближенно описывать основные характерные режимы волновой динамики.

## Основные уравнения и описание модели

В настоящей работе для моделирования динамики внутренних волн применяется программный комплекс IGW Research [19], реализующий процедуру численного интегрирования полностью нелинейной двумерной (в вертикальной плоскости) системы уравнений гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска с учетом влияния баротропного прилива [20]:

$$\vec{V}_t + (\vec{V} \nabla) \vec{V} - f \vec{V} \times \vec{k} = -\nabla P - \vec{k} \rho g; \quad (1)$$

$$\rho_t + \vec{V} \nabla \rho = 0; \quad (2)$$

$$\nabla \vec{V} = 0; \quad (3)$$

$$\rho = \frac{\rho_f - \rho_0}{\rho_0}, \quad (4)$$

где  $\vec{V}(u, v, w)$  — вектор скорости; нижний индекс  $t$  обозначает производную по времени;  $\nabla$  — оператор трехмерного векторного градиента;  $\rho_f$  — плотность морской воды,  $\rho_0$  — постоянная характерная плотность (возникает в силу предположения, что плотность воды в исследуемом бассейне меняется незначительно, т. е. в силу приближения Буссинеска  $\rho_f = \rho_0(1 + \rho)$ );  $\rho$  — безразмерная величина (аномалия плотности);  $g$  — гравитационное ускорение;  $f$  — параметр Кориолиса,  $\vec{i}$  и  $\vec{k}$  — единичные орты по осям  $Ox$  и  $Oz$ . Волны распространяются в направле-

нии  $Ox$ , ось  $Oy$  перпендикулярна движению волны,  $z$  — вертикальная координата.

Нормальная к плоскости распространения волны (поперечного сечения) скорость включена в модель, но никакое изменение по координате  $y$  не допускается. Это достигается пренебрежением частными производными по  $y$  в принципиально трехмерных уравнениях (1)–(4). Уравнения преобразуются в так называемой сигма-координатной сетке по вертикали и решаются в области, ограниченной снизу батиметрией  $h(x)$  (заданной пользователем) и жесткой крышкой на поверхности. На дне ставится условие непротекания, боковые границы являются открытыми с дополнительным приливным форсингом на глубоководной границе. Для инициализации модели необходимо задать невозмущенное горизонтально однородное поле плотности водных масс  $\rho_{mean}(z)$ , а также распределение скоростей в баротропном приливном поле в расчетной области. Шаги численной схемы в пространстве и времени выбираются так, чтобы удовлетворять критерию устойчивости Куранта—Фридриха—Леви. Процедура численного решения системы основана на неявной предиктор-корректорной двухшаговой конечно-разностной схеме, которая реализована в программном комплексе IGW Research [19].

## Инициализация модели

Целью настоящей работы является исследование сценариев трансформации приливных волн и пространственных особенностей бароклинных течений в северо-восточной части шельфа острова Сахалин, где сосредоточены основные месторождения углеводородов. Специфика поставленной задачи, не затрагивающая вопросы обрушения короткопериодных волн и образования турбулентных течений в зоне внутреннего прилива, позволяет использовать упомянутый ранее программный комплекс для определения динамических режимов и верхних оценок скоростей внутренних волн в выбранном регионе. Сложный характер приливных течений [21, 22], скорости которых выступают в качестве баротропного форсинга на глубоководной границе, в численной модели гидродинамики, определяемой уравнениями (1)–(4), делает исследуемые процессы неудобными для моделирования [23] и препятствует выделению одного преобладающего направления распространения длинной волны по

направлению к шельфу. Поэтому было решено рассматривать несколько направлений, почти перпендикулярных изобатам. Еще одним критерием выбора расположения разрезов является условная "цилиндричность" среды в окрестности моделируемой секции. Использовался многокомпонентный прилив ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$ ,  $Q_1$ ), амплитуды и фазы которого определены из модели TPXO 8 (А TOPEX/Poseidon Global Tidal Model), основанной на данных спутниковой альтиметрии [24]. Поля скоростей в начальный момент времени вдоль всего разреза пересчитываются стандартно в соответствии с законом сохранения потока, уравнением неразрывности и одной из проекций уравнения (1) в линейном приближении для вычисления  $v$  (см., например, [25]). Поскольку в модели TPXO отдельно определяются амплитуды и фазы для зональной и меридиональной компонент скорости приливной волны, то находились проекции обеих компонент на направление разреза. Данные стратификации взяты из климатического атласа WOA18 с шагом по углу  $0,25^\circ$  для летнего сезона, а батиметрия — из Gebco 2014 с ша-

гом  $1'$ . Для того чтобы при моделировании учитывать только наиболее характерные особенности стратификации плотности и батиметрии дна, обе функции параметризовались с помощью определенных моделей (суммы синусов или гауссовых функций — для батиметрии, суммы экспонент либо гиперболических тангенсов — для плотности).

На рис. 1 представлено схематичное расположение разрезов на шельфе острова Сахалин.

### Результаты моделирования и их анализ

Перейдем теперь к обсуждению результатов моделирования на примере нескольких разрезов.

Первая группа разрезов расположена на севере острова Сахалин (см. рис. 1). Оба разреза в мелководной зоне примыкают к полуострову Шмидта вблизи мыса Елизаветы. Разрез 1\_2 в глубоководной зоне начинается из котловины Дерюгина. Обе плоскости проходят через Дерюгинский и Северо-Сахалинский нефтегазоносные бассейны и относятся к блоку "Сахалин-5". Несмотря на относительную близость располо-

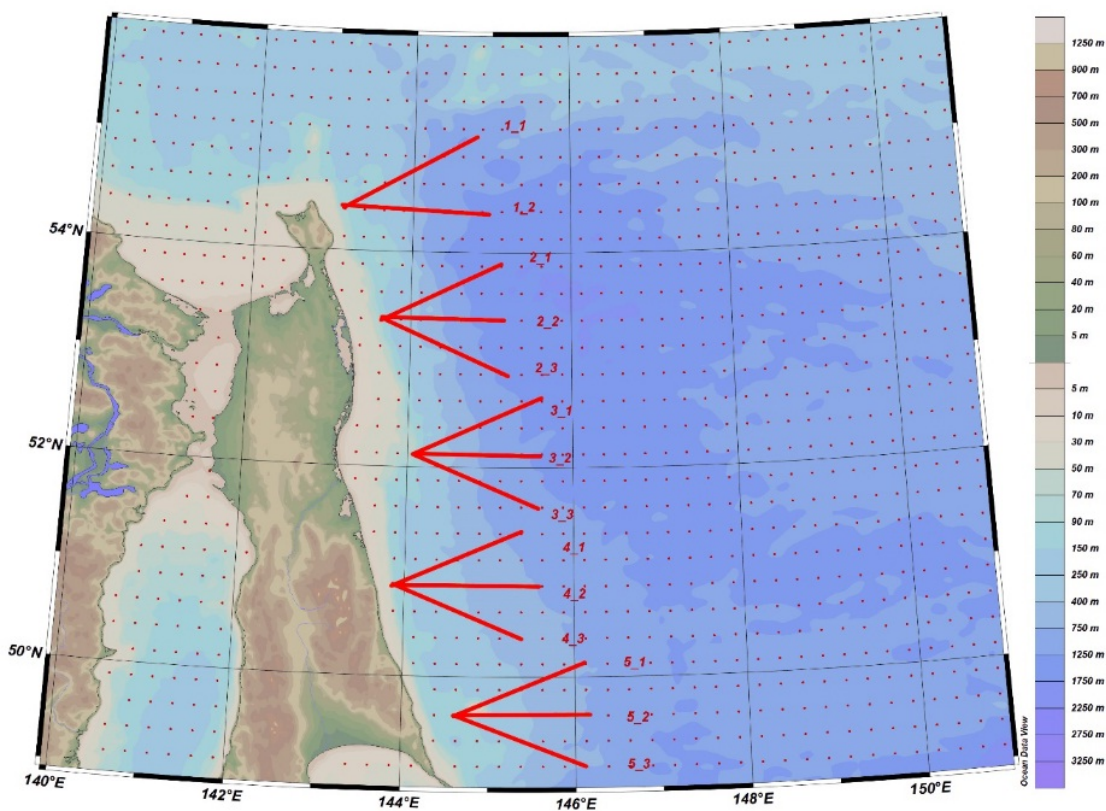


Рис. 1. Географическое расположение разрезов в Охотском море, вдоль которых проводилось моделирование динамики внутренних волн

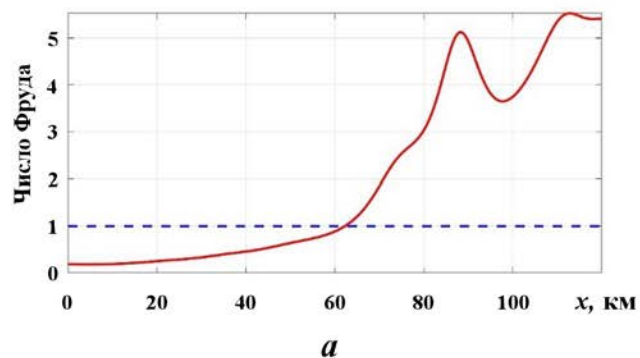
жения и сходный рельеф дна, разрезы отличаются структурой приходящих приливных волн. Для того чтобы количественно сравнить приливный форсинг, введем следующие характеристики:  $Q = \tilde{u}H$  [ $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ ] — объемный расход жидкости, где  $H$  — глубина на левой границе, а  $\tilde{u}$  — средняя (по времени моделирования) амплитуда баротропного прилива на левой границе ( $Q$  сохраняется вдоль разреза, скорость постоянна по  $z$ );  $E_k = \frac{1}{2} \tilde{u}^2 \int_{-H}^0 \rho(z) dz$  [ $\text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$ ] — плотность кинетической энергии на левой границе. Значения этих параметров для первой группы разрезов представлены в таблице.

В работе [26] для классификации процессов, происходящих при генерации внутренних волн, предлагается использовать число Фруда, определяемое как  $Fr = u_{max}/c$ , где  $c$  — фазовая скорость длинных внутренних волн низшей моды, а  $u_{max}$  — скорость баротропного прилива в заданной точке трассы. При "критическом" режиме, когда  $Fr > 1$ , генерация сильнонелинейных внутренних волн приливом возможна на любой широте.

На рис. 2 представлены графики значений числа Фруда для трасс 1\_1 и 1\_2. Видно, что критическое значение, при котором число Фру-

### Расход и плотность кинетической энергии для разрезов 1\_1 и 1\_2

| Разрез | $Q, \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ | $E_k, \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$ |
|--------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1_1    | 76,3                                | 2316                                 |
| 1_2    | 74                                  | 2260                                 |



да равно 1, достигается на 62 км первой трассы и на 92 км второй трассы. Это свидетельствует о том, что на достаточно протяженных участках разрезов 1\_1 и 1\_2 приливом могут генерироваться интенсивные внутренние волны. Полное время расчета составило 72 ч, что соответствует примерно 2,5 цикла преобладающего суточного компонента прилива (в работе [26] отмечалось, что полная периодичность процесса достигается примерно через 2–3 приливных цикла).

Характерный для обоих разрезов сценарий взаимодействия бароклинной волны с дном состоит в том, что происходит частичное отражение волновой энергии от особенностей донного рельефа: если в разрезе 1\_1 это происходит между 80 и 90 км трассы, то в разрезе 1\_2 — около 60 км трассы, где расположен узкий острый уступ. В обоих разрезах генерируются структуры, напоминающие солиборы, с короткопериодными внутренними волнами умеренных амплитуд на фронтах. При этом для изопикн (линий одинаковой плотности), находящихся в невозмущенном состоянии на глубине 70 м, амплитуды бароклинных волн достигают 30 м, а короткопериодные волны имеют высоты порядка 10 м. Волновое поле имеет сложную многомодовую структуру. Проанализируем особенности поля скорости, индуцированного внутренними волнами.

На рис. 3 показано распределение вероятностей превышения уровня для придонных скоростей. Эта величина является интегральной, т. е. характеризует распределение вероятностей на основе значений, полученных за все время моделирования. Можно видеть, что небольшое изменение градиента на кромке шельфа (например, "уступ" между 70 и 100 км для разреза 1\_1 и

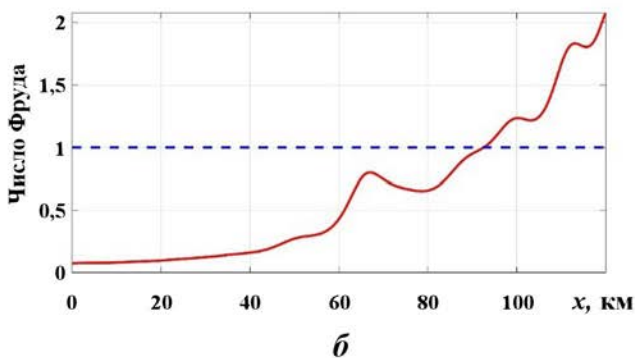


Рис. 2. Значения числа Фруда вдоль трасс 1\_1 (а) и 1\_2 (б)

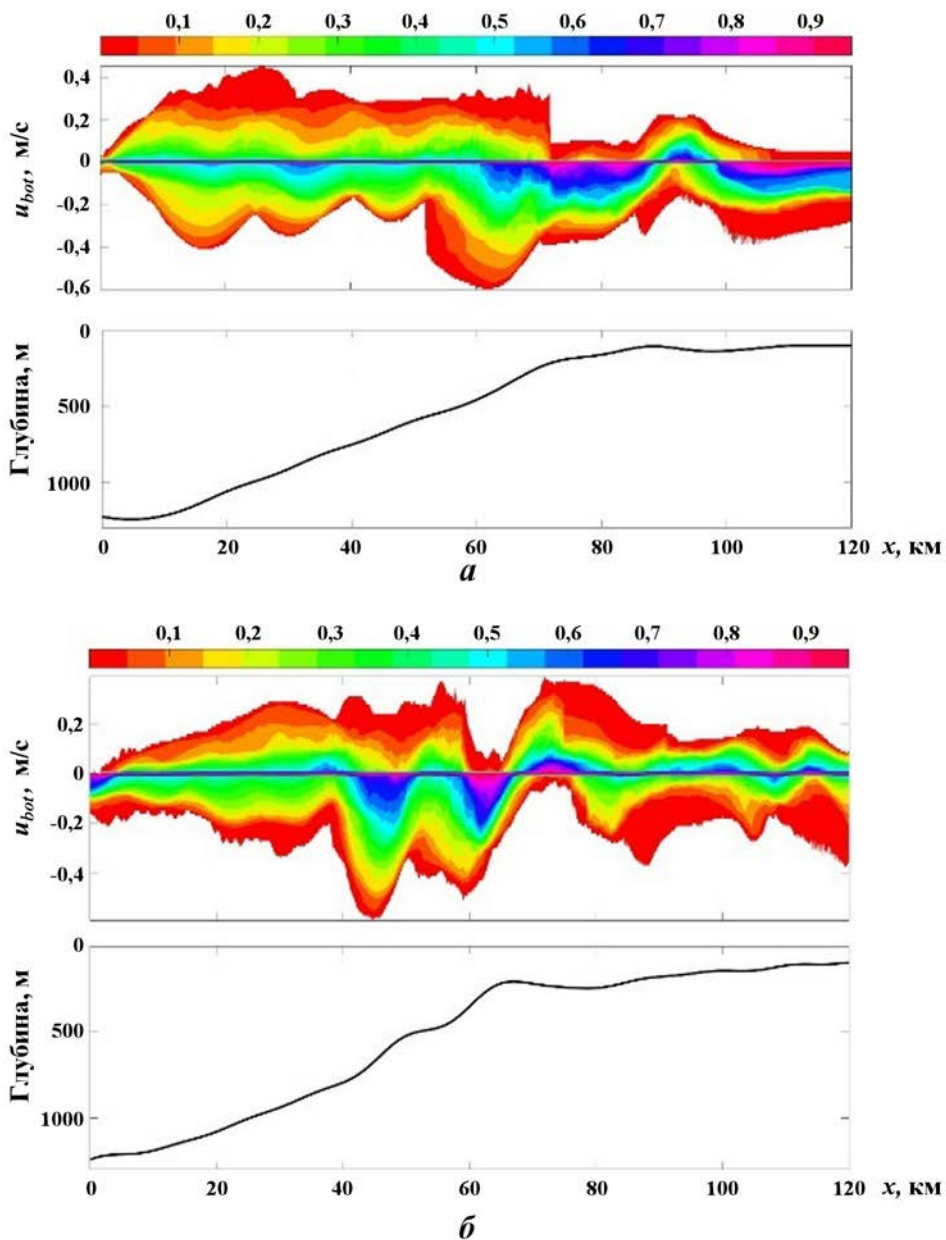


Рис. 3. Распределение вероятностей превышения уровня для придонных скоростей в разрезах 1\_1 (а) и 1\_2 (б)

в зоне 60–80 км для 1\_2 — см. рис. 3) рождает существенную асимметрию в распределении скорости; потоки до и после уступа — разнонаправленные. В таких областях, очевидно, будут происходить процессы активного преобразования рельефа дна. Также стоит отметить, что диапазон изменения скоростей примерно одинаков для глубоководной и мелководной частей. Это связано с генерацией короткопериодных внутренних волн, в которых максимальные значения скоростей достигаются на дне и поверхности.

На рис. 4 показано распределение вероятностей превышения уровня по глубине для горизонтальных скоростей в фиксированных точках рассматриваемых разрезов.

Как видно из рис. 4, поле горизонтальной скорости существенно неоднородно по вертикали во всех точках, тогда как скорость в баротропном приливе не меняется с глубиной. Заметна также асимметрия распределений на дне и на поверхности жидкости, где, очевидно, достигаются максимальные по модулю значения скорости. При этом в среднем слое существуют точки, в кото-



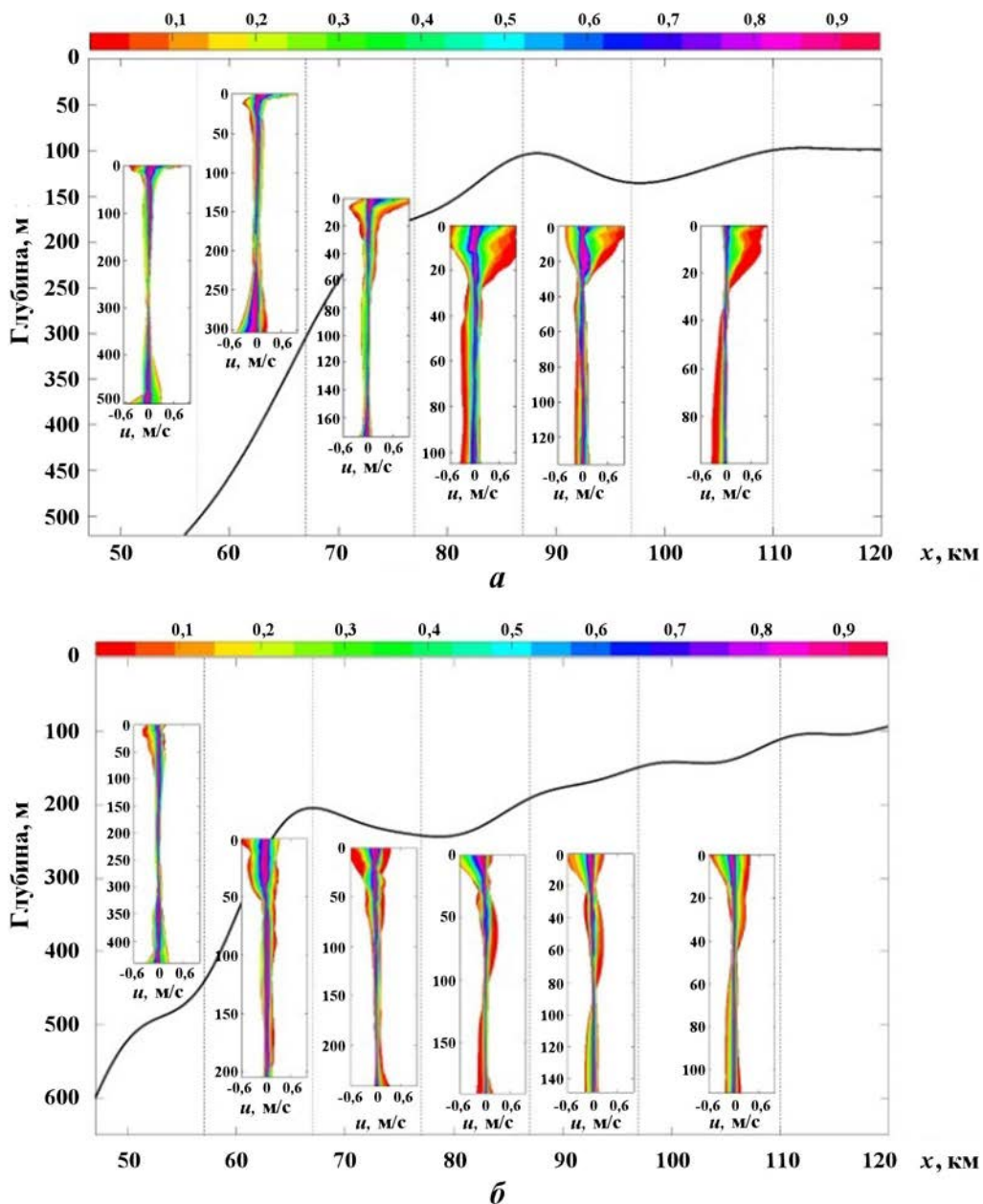


Рис. 4. Распределение вероятностей превышения уровня по глубине для горизонтальных скоростей в фиксированных точках разрезов 1\_1 (а) и 1\_2 (б). Пунктиром выделены позиции точек по координате  $x$ , для которых строилось распределение

рых скорости все время близки к нулю, а выше и ниже них — разнонаправленные потоки. Такое распределение скоростей может создавать изгибные моменты в конструкциях гидротехнических сооружений, что необходимо учитывать при их проектировании.

Вторая группа разрезов (см. рис. 1) имеет общую точку на северо-восточном шельфе острова Сахалин вблизи залива Пильтун, а в глубоководной зоне все три разреза выходят из котловины Дерюгина. Разрезы прохо-

дят через нефтегазоконденсатное месторождение Пильтун-Астохское и Одопту-море. Как отмечается в статье [27], акватория месторождения находится в зоне транзита осадочного материала: в этой части шельфа на дне выявлены подводные гряды с подвижными мезоформами рельефа дна — песчаными дюнами амплитудой 1–4 м.

На рис. 5 представлено распределение вероятностей превышения уровня для придонных скоростей вдоль центрального разреза 2\_2. Хотя

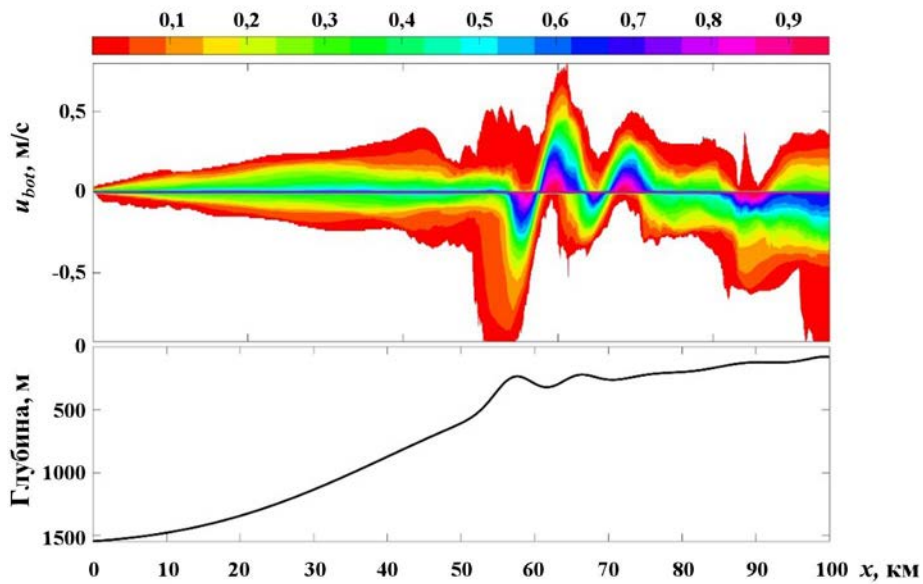


Рис. 5. Распределение вероятностей превышения уровня для придонных скоростей в разрезе 2\_2

приливный форсинг здесь слабее, чем для разрезов 1\_1 и 1\_2 ( $Q = 51 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ , а  $E_k = 873 \text{ кг} \times \text{с}^{-2}$ ), у дна наблюдаются достаточно сильные течения, которые при этом имеют сложный разнонаправленный характер, особенно в зоне отмели. Такая картина связана с распространением волн бароклинного прилива и генерируемыми на их фронтах интенсивными внутренними волнами, которые могут способствовать образованию подводных дюн в прибрежной зоне этой части акватории, поскольку здесь донные отложения представлены мелкими и нерасчлененными песками. Вертикальная структура волновых полей также обладает особенностями. Так, например, изоциклы на разных глубинах в фиксированный момент времени отклоняются в разных направлениях, причем даже визуально заметен пространственный сдвиг изоциклов относительно друг друга на разных глубинах.

Оценим количественно отмеченные различия. Для этого выделим несколько изоциклов на разных глубинах (например, таких, которые имеют невозмущенные состояния на глубине 30, 70 и 100 м). Построим взаимную корреляцию отклонений изоциклов на разных уровнях как по времени, так и по пространству (по времени выбран интервал, когда стала четко различима бароклинная компонента волнового поля).

На рис. 6 представлены графики взаимно корреляционных функций со сдвигом по пространству (для интервала времени от 15 до 38 ч) и

со сдвигом по времени (для  $x$  от 10 до 80 км) для изоциклов, расположенных в невозмущенном состоянии на глубине 30, 70 и 100 м. Из рис. 6, а видно, что максимальное значение коэффициента корреляции достигается для изоциклов 30 и 100 м при сдвиге по пространству примерно 5–10 км, изоциклы 70 и 100 м лучше всего коррелируют при отсутствии сдвига по пространству (см. рис. 6, б). По времени для изоциклов 30 и 100 м максимальная взаимная корреляция в мелководной зоне достигается при сдвиге от часа до нескольких часов (см. рис. 6, в), тогда как в глубоководной зоне хорошо коррелируют не сдвинутые друг относительно друга изоциклы. Для изоциклов, расположенных в невозмущенном состоянии на глубине 70 и 100 м (см. рис. 6, г), как ожидалось, максимальная корреляция достигается при нулевом сдвиге по времени на всем протяжении трассы (см. рис. 6, д).

Опишем некоторые особенности динамики внутренних волн, генерируемых под действием баротропного прилива в южной части северо-восточного шельфа острова Сахалин, на примере разреза 5\_2 (см. рис. 1). Эта часть Сахалинского шельфа также богата залежами углеводородов, в частности, здесь находятся перспективные Киринское, Южно-Киринское и Мынгинское месторождения.

Для выбранного разреза  $Q = 50 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ , а  $E_k = 1650 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-2}$ . Прилив в совокупности со сложной геометрией дна способствует активному об-

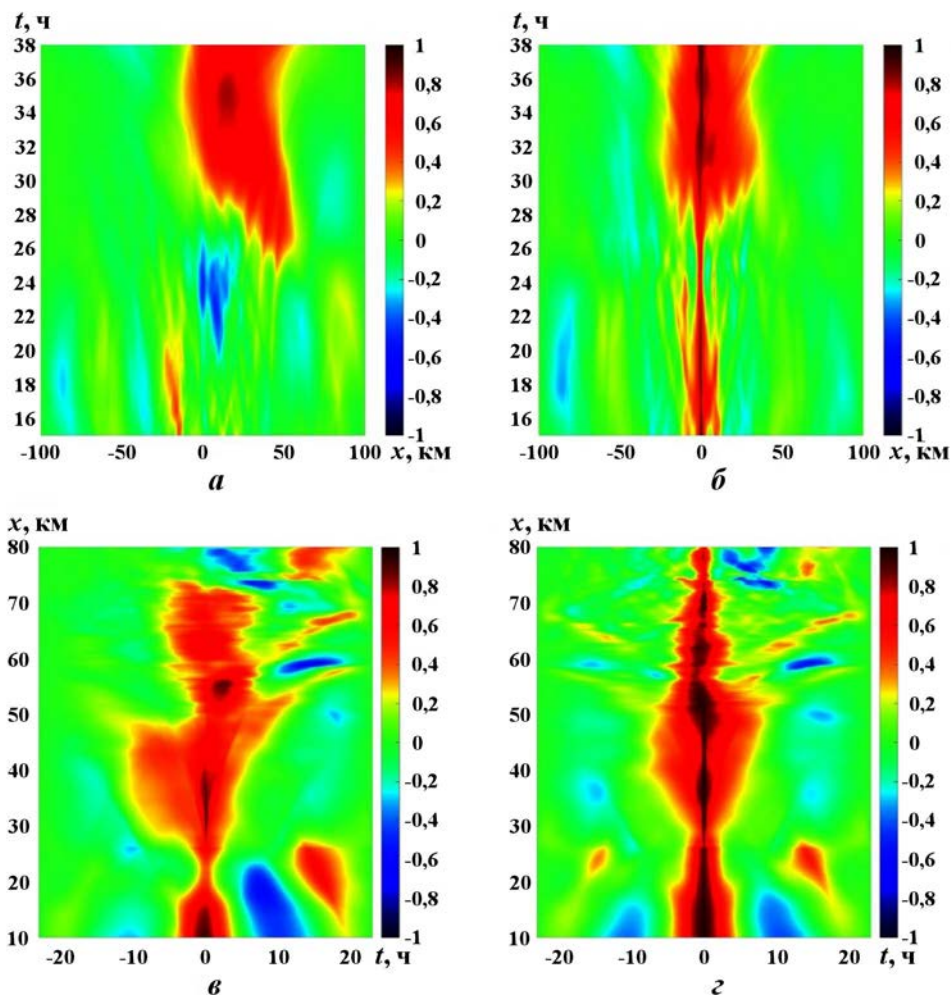


Рис. 6. Значения взаимно корреляционной функции для разреза 2\_2: взаимная корреляция изоцикн, расположенных в поле фоновой плотности на глубине 30 и 100 м (а, в), 70 и 100 м (б, г) со сдвигом по координате  $x$  (а, б) и по времени  $t$  (в, г)

разованию уединенных внутренних волн. При этом даже беглый визуальный анализ позволяет определить наличие пучков внутренних волн, свидетельствующих о многомодовости волнового поля (в качестве примера на рис. 7 приведен снимок распределения горизонтальной скорости в разрезе через 20 ч от начала моделирования, где  $u_{btr}$  — скорость баротропного прилива).

Проанализируем также структуру записей отклонений изоцикн, расположенных на глубине 30 и 70 м, при  $x = 30$  км (осциллограмма) с помощью вейвлет-разложений.

Одним из наиболее часто используемых в геофизических приложениях материнских вейвлетов является вейвлет Морле, представляющий собой плоскую волну, модулированную гауссовой функцией. Этот вейвлет имеет очень хорошую частотную локализацию, однако его вре-

менная локализация в соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга хуже, чем у многих других часто используемых вейвлетов [28].

На рис. 8 представлена картина модулей коэффициентов вейвлет-преобразования  $|W(a, b)|$  (см., например, [29]), а также глобальный спектр энергии и усредненный по полосе 4–60 мин спектр энергии для смещений изоцикны в верхнем пикноклине. Как видно из рис. 8, б, процесс колебаний изоцикны имеет сложную структуру. На периодах примерно 360, 760 и 1245 мин (6, 12,6, 21 ч) определяются квазипериодические колебания. Во второй половине записи достаточно большая часть энергии сосредоточена в относительно короткопериодном диапазоне — от 30 до 60 мин, появляются высокоэнергетичные волны с периодами около часа. На глобальном спектре энергии (см. рис. 8, в),

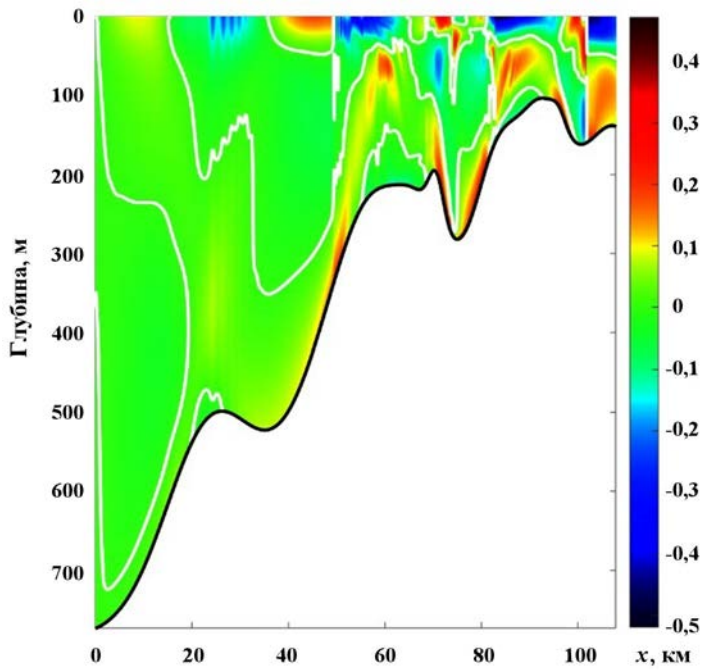


Рис. 7. Поле горизонтальной скорости  $u - u_{btr}$  (м/с) для разреза 5\_2 через 20 ч от начала моделирования (белая сплошная линия — линия нулевой скорости)

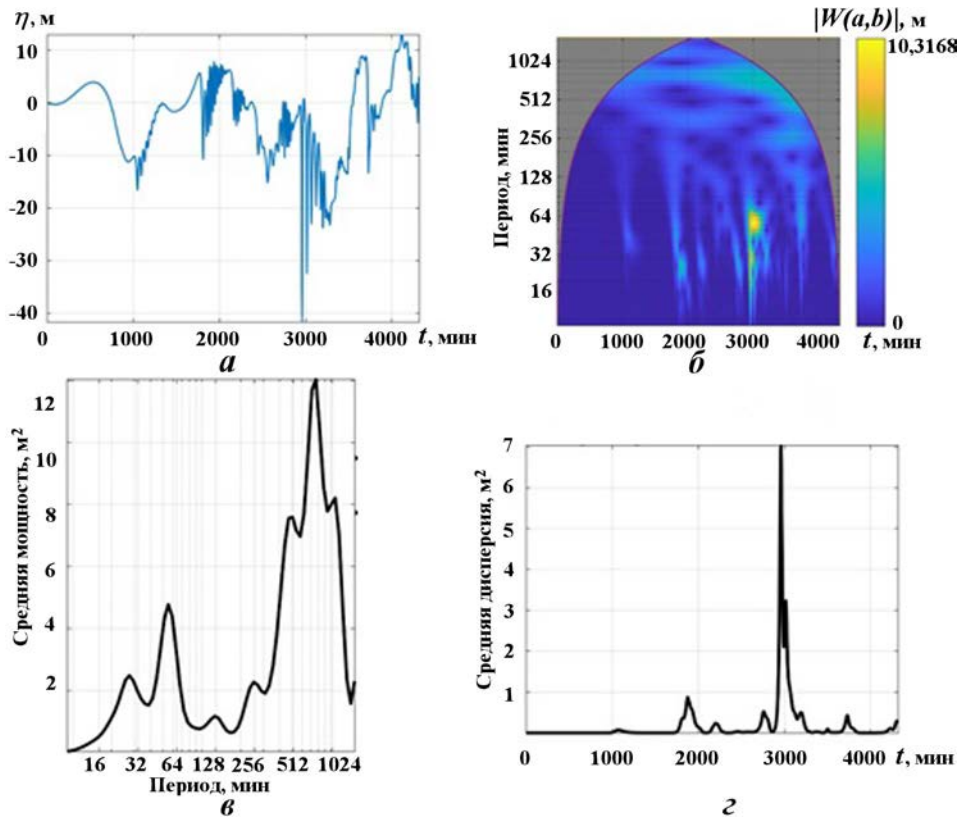


Рис. 8. Смещение изопикны, имеющей невозмущенное состояние на глубине 70 м (а), модули коэффициентов вейвлет-преобразования (б), глобальный спектр энергии (в) и усредненный по полосе 4–60 мин спектр энергии (г) для разреза 5\_2

который является аналогом спектра Фурье, отчетливо видны локальные максимумы на периодах 28, 55, 128, 256, 470, 760 и 1081 мин (наибольшая средняя мощность достигается при 760 мин). Для оценки колебаний мощности в выбранном диапазоне масштабов (в данном случае 4–60 мин) вычисляется усредненная по полосе мощность как взвешенная сумма значений локального спектра энергии в заданном диапазоне (см., например, [30]). Усредненная по полосе энергия представляет собой временной ряд средней дисперсии в этой полосе [30] и может также использоваться для исследования модуляции волн одной частоты волнами другой частоты в рамках одной записи. Из рис. 8, *г* видно, что для выбранной полосы периодов между 2 845 и 3 200 мин наблюдается существенное повышение средней дисперсии (мощности), что связано с прохождением через точку  $x = 30$  км сильнонелинейных уединенных внутренних волн большой амплитуды.

На рис. 9 представлена частотно-временная диаграмма значений вейвлет-когерентности смещений изоцикл на глубине 30 и 70 м, которая позволяет определить степень локальной корреляции двух временных рядов в частотно-временной области. Для вычисления этой величины используется следующая формула:

$$R^2(a, b) = \frac{|Q(W_1(a, b)W_2^*(a, b))|^2}{Q(|W_1(a, b)|^2) \cdot Q(|W_2(a, b)|^2)}, \quad (5)$$

где  $W_i(a, b)$ ,  $i = 1, 2$ , — матрица коэффициентов непрерывного вейвлет-преобразования для  $i$ -го временного ряда; знак "\*" — оператор комплексного сопряжения;  $Q$  — сглаживающий оператор по масштабу (псевдочастотам или псевдопериодам) и времени [31]. Коэффициент вейвлет-когерентности может принимать значения в интервале от 0 до 1; при этом значения, близкие к нулю, указывают на слабую коррелированность

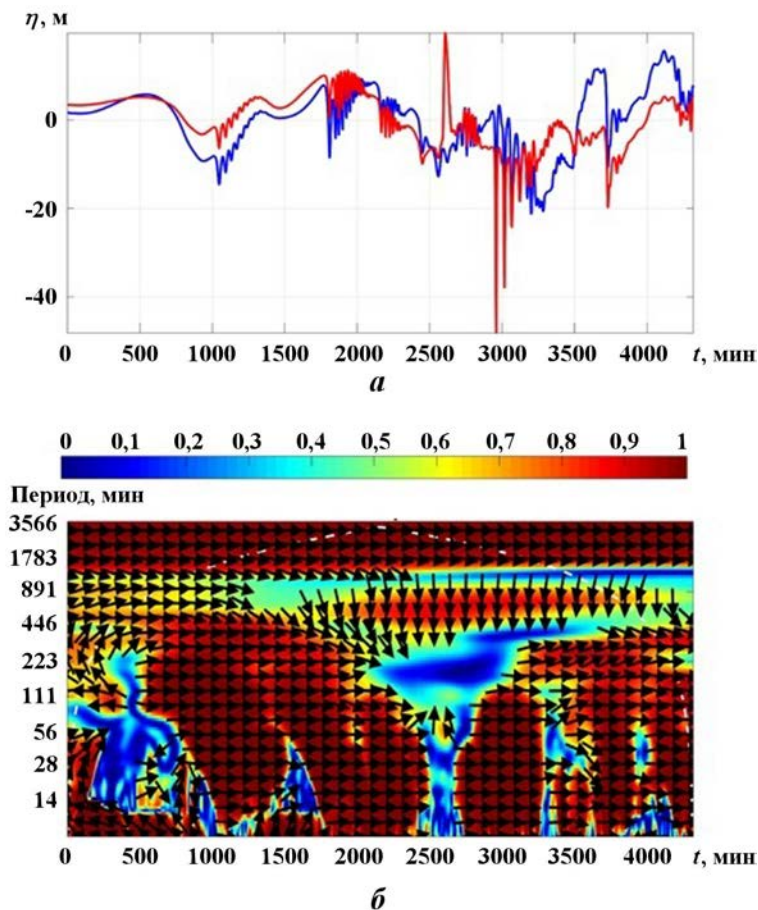


Рис. 9. Смещение изоцикл, расположенных на глубине 30 (—) и 70 м (—) в невозмущенном состоянии (*а*), и их вейвлет-когерентность, полученная с использованием аналитического вейвлета Морле (*б*)

временных рядов, тогда как значения, близкие к единице, свидетельствуют о сильной корреляции.

Стрелки на рис. 9, б показывают относительную фазу колебаний, при этом " $\rightarrow$ " и " $\leftarrow$ " можно интерпретировать как синфазные и антифазные колебания соответственно.

Из рис. 9, б, видно, что для смещений с периодами до  $\sim 60$  мин на двух изопикнах возникают области сильной корреляции, где волны синфазны, которые сменяются областями слабой корреляции. Для более длинных колебаний — с периодами 500—1 000 мин — при  $t > 1\,500$  мин от начала моделирования корреляция практически отсутствует, волны не синфазны. Смещения с периодами от 100 до 300 мин хорошо коррелированы и синфазны, за исключением времен от 2 200 до 3 000 мин от начала моделирования.

### Заключение

На примере выбранных разрезов в Охотском море проведено моделирование динамики внутренних волн и показано, что в исследуемом регионе осуществляется классическая схема эволюции баротропных волн прилива в бароклинные с последующим образованием волновых бордов, при этом наблюдаемые режимы отличаются для выбранных разрезов. Во всех исследуемых случаях наблюдается сложная многомодовая сильнонелинейная динамика внутренних волн. Получены оценки амплитуд короткопериодных внутренних волн и длинных бароклинических волн, а также индуцированных ими скоростей. Для разрезов в Охотском море амплитуды короткопериодных внутренних волн составляли в среднем 10—15 м, а скорости индуцированных ими течений — 0,3—0,4 м/с как на дне, так и на поверхности (в том числе в глубоководной зоне разрезов). Структура поля скорости сильно неоднородна в пространстве и времени. По вертикали и горизонтали наблюдается существенная асимметрия течений (придонных/приповерхностных, в сторону шельфа/в сторону моря).

Представленные результаты получены в рамках государственного задания в сфере научной деятельности (тема № FSWE-2020-0007 "Волновой климат стратифицированного морского шельфа: нелинейные динамические процессы и их влияние на прибрежную зону и гидротехнические сооружения") и при поддержке гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-70.2022.1.5.

### Список литературы

1. Вольцингер Н. Е., Андросов А. А., Клеванный К. А., Сафрай А. С. Океанологические модели негидростатической динамики: обзор // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2018. Т. 11, № 1. С. 3—20.  
*Voltsinger N. E., Androsov A. A., Klevannyi K. A., Safray A. S. Okeanologicheskie modeli negidrostaticheskoy dinamiki: obzor // Fundamentalnaya i prikladnaya gidrofizika. 2018. T. 11, № 1. S. 3—20.*
2. Kanarska Y., Shchepetkin A., McWilliams J. C. Algorithm for non-hydrostatic dynamics in the Regional Oceanic Modeling System // Ocean Model. 2007. Vol. 18. P. 143—174.
3. Vlasenko V., Stashchuk N., Inall M., Hopkins J. Tidal energy conversion in a global hot spot: On the 3-D dynamics of baroclinic tides at the Celtic Sea shelf break // J. Geophys. Res.: Oceans. 2014. Vol. 119. DOI: 10.1002/2013JC009708.
4. Vlasenko V., Stashchuk N., Nimmo-Smith W. A. M. Three-dimensional dynamics of baroclinic tides over a seamount // Ibid. 2018. Vol. 123(2). P. 1263—1285.
5. Zeng Z., Brandt P., Lamb K., Greatbatch R., Dengler M., Claus M., Chen X. Three Dimensional Numerical Simulations of Internal Tides in the Angolan Upwelling Region // Ibid. 2021. Vol. 126. DOI: 10.1029/2020JC016460.
6. Семин С. В., Куркина О. Е., Куркин А. А., Гиниятуллин А. Р. Численное моделирование динамики стратифицированного озера // Труды Нижегородского гос. тех. ун-та им. П. Е. Алексеева. 2012. Т. 95(2). С. 48—65.  
*Syemin S. V., Kurkina O. E., Kurkin A. A., Giniyatullin A. R. Chislennoe modelirovanie dinamiki stratifitsirovannogo ozera // Trudy Nizhegorodskogo gos. tekhn. un-ta im. P. E. Alekseeva. 2012. T. 95(2). S. 48—65.*
7. Зайцев А. И., Семин С. В., Костенко И. С. Натурные измерения и численное моделирование гидрологических параметров в озере Тунайча // Там же. 2014. Т. 103(1). С. 46—52.  
*Zaytsev A. I., Syemin S. V., Kostenko I. S. Naturnye izmereniya i chislennoe modelirovanie gidrologicheskikh parametrov v ozere*

- Tunaycha // *Tam zhe*. 2014. Т. 103(1). С. 46–52.
8. Талалушкина Л. В., Козелков А. С., Куркин А. А., Куркина О. Е., Лобовиков П. В. Генерация и распространение интенсивных внутренних волн в двухслойной жидкости: лабораторный эксперимент и численное моделирование // *Экологические системы и приборы*. 2020. № 10. С. 59–69.  
*Talalushkina L. V., Kozelkov A. S., Kurkin A. A., Kurkina O. E., Lobovikov P. V.* Generatsiya i rasprostraneniye intensivnykh vnutrennikh voln v dvukhsloynoy zhidkosti: laboratornyy eksperiment i chislennoye modelirovaniye // *Ekologicheskie sistemy i pribory*. 2020. № 10. S. 59–69.
  9. Lamb K. G., Farmer D. Instabilities in an internal solitary-like wave on the Oregon shelf // *J. Phys. Oceanogr.* 2011. Vol. 41. P. 67–87. DOI: 10.1175/2010JPO4308.1.
  10. Rivera-Rosario G., Diamessis P. J., Lien R.-C., Lamb K. G., Thomsen G. N. Formation of recirculating cores in convectively breaking internal solitary waves of depression shoaling over gentle slopes in the South China Sea // *Ibid.* 2020. Vol. 50. P. 1137–1157.
  11. Masunaga E., Uchiyama Y., Yamazaki H. Strong internal waves generated by the interaction of the Kuroshio and tides over a Shallow Ridge // *J. Phys. Oceanogr.* 2019. Vol. 49(11). P. 2917–2934.
  12. Davis K. A., Arthur R. S., Reid E. C., Rogers J. S., Fringer O. B., DeCarlo T. M., Cohen A. L. Fate of internal waves on a shallow shelf // *J. Geophys. Res.: Oceans*. 2020. Vol. 125. DOI:10.1029/2019JC015377.
  13. Fringer O. B., Gerritsen M., Street R. L. An unstructured-grid, finite-volume, nonhydrostatic, parallel coastal ocean simulator // *Ocean Model.* 2006. Vol. 14. P. 139–173.
  14. Vitousek S., Fringer O. B. Physical vs. numerical dispersion in nonhydrostatic ocean modeling // *Ibid.* 2011. Vol. 40. P. 72–86.
  15. Marshall J., Adcroft A., Hill C., Perelman L., Heisey C. A finite-volume, incompressible Navier Stokes model for studies of the ocean on parallel computers // *J. Geophys. Res.: Oceans*. 1997. Vol. 102. P. 5753–5766.
  16. Chalamalla V. K., Santilli E., Scotti A., Jalali M., Sarkar S. SOMAR-LES: a framework for multi-scale modeling of turbulent stratified oceanic flows // *Ocean Model.* 2017. Vol. 120. P. 101–119.
  17. Lai Z., Chen C., Cowles G. W., Beardsley R. C. A nonhydrostatic version of FVCOM: 1. Validation experiments // *J. Geophys. Res.: Oceans*. 2010. Vol. 115. P. 1–23.
  18. Garcia M., Choboter P. F., Walter R. K., Castillo J. E. Validation of the nonhydrostatic General Curvilinear Coastal Ocean Model (GCCOM) for stratified flows // *J. Comp. Science*. 2019. Vol. 30. P. 143–156.
  19. Тюгин Д. Ю., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н., Куркина О. Е. Повышение производительности программного комплекса для моделирования внутренних гравитационных волн IGW Research с помощью Intel®Parallel Studio XE 2013 // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2012. Т. 5, № 3. С. 89–95.  
*Tyugin D. Yu., Kurkin A. A., Pelinovskiy E. N., Kurkina O. E.* Povysheniye proizvoditelnosti programmnoy kompleksa dlya modelirovaniya vnutrennikh gravitatsionnykh voln IGW Research s pomoshchyu Intel®Parallel Studio XE 2013 // *Fundamentalnaya i prikladnaya gidrofizika*. 2012. T. 5, № 3. S. 89–95.
  20. Lamb K. Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge // *J. Geophys. Res.* 1994. Vol. 99. P. 843–864.
  21. Путов В. Ф., Шевченко Г. В. Особенности приливного режима на северо-восточном шельфе о. Сахалин // Тематический выпуск Дальневосточного регионального научно-исследовательского гидрометеорологического института № 1. Владивосток: Дальнаука, 1998. С. 61–82.  
*Putov V. F., Shevchenko G. V.* Osobennosti prilivnogo rezhima na severo-vostochnom shelfe o. Sakhalin // *Tematicheskiy vypusk Dalnevostochnogo regionalnogo nauchno-issledovatel'skogo gidrometeorologicheskogo instituta № 1. Vladivostok: Dalnauka*, 1998. S. 61–82.

22. Шевченко Г. В. О квазипериодической сезонной изменчивости гармонических постоянных приливов в северо-западной части Охотского моря // *Метеорология и гидрология*. 1996. № 8. С. 90–99.  
*Shevchenko G. V.* О kvaziperiodicheskoy sezonnoy izmenchivosti garmonicheskikh postoyannykh prilivov v severo-zapadnoy chasti Okhotskogo morya // *Meteorologiya i gidrologiya*. 1996. № 8. S. 90–99.
23. Kowalik Z., Polyakov I. Tides in the Sea of Okhotsk // *J. Phys. Oceanogr.* 1998. Vol. 28(7). P. 1389–1409.
24. Egbert G. D., Erofeeva S. Y. Efficient inverse modeling of barotropic ocean tides // *J. Atmos. Oceanic Technol.* 2002. Vol. 19(2). P. 183–204.
25. Рувинская Е. А., Куркина О. Е., Куркин А. А. Перенос частиц и динамические эффекты при трансформации бароклинной приливной волны в условиях шельфа дальневосточных морей // *Экологические системы и приборы*. 2021. № 11. С. 109–118.  
*Ruvinskaya E. A., Kurkina O. E., Kurkin A. A.* Perenos chastits i dinamicheskie efekty pri transformatsii baroklinnoy prilivnoy volny v usloviyakh shelfa dalnevostochnykh morey // *Ekologicheskie sistemy i pribory*. 2021. № 11. S. 109–118.
26. Vlasenko V., Stashchuk N., Hutter K. Baroclinic Tides: Theoretical Modeling and Observational Evidence. Cambridge University Press, 2005.
27. Лапотников А. Г., Котельников А. С., Аппо Й. К. Геологическое строение, перспективы нефтегазоносности и проект разведочного бурения на месторождении Пильтун-Астохское // *Булатовские чтения*. 2018. Т. 3. С. 153–165.  
*Lapotnikov A. G., Kotelnikov A. S., Appo Y. K.* Geologicheskoe stroenie, perspektivy neftegazonostnosti i proekt razvedochnogo bureniya na mestorozhdenii Piltun-Astokhsкое // *Bulatovskie chteniya*. 2018. T. 3. S. 153–165.
28. Daubechies I. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis // *IEEE Transactions on Information Theory*. 1990. Vol. 5. P. 961–1005.
29. Жегулин Г. В. Использование вейвлет-анализа для оценки связи гидрологических и гидрооптических колебаний в диапазоне внутренних волн по данным натурных наблюдений в Белом море // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2016. Т. 9, № 3. С. 48–56.  
*Zhegulín G. V.* Ispolzovanie veyvlet-analiza dlya otsenki svyazi gidrologicheskikh i gidroopticheskikh kolebaniy v diapazone vnutrennikh voln po dannym naturnykh nabludeniy v Belom more // *Fundamentalnaya i prikladnaya gidrofizika*. 2016. T. 9, № 3. S. 48–56.
30. Torrence C., Compo G. P. A practical guide to wavelet analysis // *Bull. Am. Met. Soc.* 1998. Vol. 79 (1). P. 61–78.
31. Torrence C., Webster P. Interdecadal Changes in the ENSOMonsoon System // *J. Clim.* 1999. Vol. 12. P. 2679–2690.

Статья поступила в редакцию 10.06.22.



УДК 004.4

## АРХИТЕКТУРА ПРОГРАММНОГО МОДУЛЯ "ЛОГОС ПЛАТФОРМА"

А. Г. Надуев, А. Д. Черевань, А. С. Лебедева  
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

В РФЯЦ-ВНИИЭФ разрабатывается пакет программ "Логос", в состав которого входит модульная интеграционная "Логос Платформа", предназначенная для объединения различных расчетных модулей и решения широкого класса физических задач. В данной статье содержится описание программного модуля "Логос Платформа", его целей, задач, ключевых возможностей и основных компонентов. К таким компонентам относятся, например: интегратор, обеспечивающий управление механизмами программного модуля "Логос Платформа" и предоставляющий для этого графический интерфейс; обработчик сценария для выполнения расчетного задания; модули этапов сценария, реализующие логику этапов расчетного задания; транспортный уровень, обеспечивающий взаимодействие между несколькими основными расчетными модулями в процессе связанного расчета мультидисциплинарных задач.

*Ключевые слова:* "Логос Платформа", математическое моделирование, мультидисциплинарные расчеты, параметрические и оптимизационные исследования.

## Введение

В настоящее время в РФЯЦ-ВНИИЭФ разрабатывается многофункциональный цифровой продукт инженерного анализа и суперкомпьютерного моделирования "Логос" [1], который позволяет решать задачи математического моделирования в разных сферах науки и техники. В состав продукта "Логос" входит компонент "Логос Платформа", ключевыми целями разработки которого являются:

- объединение расчетных модулей (РМ) пакета программ "Логос" с авторскими и отраслевыми РМ;
- обеспечение поэтапного и связанного комплексного мультидисциплинарного моделирования на высокопараллельных вычислительных системах;
- обеспечение параметрических и оптимизационных исследований [2, 3];
- создание унифицированной среды для разработчиков "Логос" и разработчиков отраслевых и авторских РМ.

Программный модуль (ПМ) "Логос Платформа" проектируется и разрабатывается на основе требований отечественных предприятий для

решения реальных задач в различных отраслях промышленности: атомной энергетике, авиа- и судостроении, транспортном машиностроении и т. д.

В качестве аналогов различных компонентов ПМ "Логос Платформа" на мировом рынке следует отметить следующие продукты:

- Ansys [4] — универсальная программная система конечно-элементного анализа разработки компании ANSYS Inc., которая предоставляет ряд РМ, способных решать задачи механики деформируемого твердого тела и механики конструкций, задачи механики жидкости и газа, теплопередачи и теплообмена, электродинамики, акустики, механики связанных полей и т. д. Также данная программная система предоставляет возможность проводить мультидисциплинарные расчеты, параметрические и оптимизационные исследования;
- pSeven [5] — платформа для анализа данных, оптимизации и создания аппроксимационных моделей разработки компании DATADVANCE, дополняющая средства проектирования и инженерного анализа. pSeven позволяет проводить различные ти-

пы расчетов с использованием графического интерфейса для настройки различных схем оптимизации.

### Компоненты ПМ "Логос Платформа" и их взаимодействие

В состав модуля "Логос Платформа" входят следующие основные компоненты:

- основной РМ — независимый модуль, предназначенный для решения задач из определенной области физики, например теплопроводности ("Логос Тепло") или вибрационного анализа ("Логос Прочность")<sup>1</sup>;
- подключаемый РМ — модуль, подключаемый к основному РМ и расширяющий его функциональные возможности, например, рассчитывающий накопление полей нестационарных гидродинамических усилий при трехмерном моделировании теплогидравлики;
- пользовательская функция (ПФ) — функция обратного вызова, используемая основным РМ, выполнение которой вносит изменение в расчет задачи, например, моделирующая локальный источник энергии при расчете задач аэродинамики;
- обработчик сценария — программная среда выполнения расчетного задания (сценария), например сценария проведения параметрических исследований;
- модули этапов сценария — модули, реализующие логику этапов расчетного сценария, например, вызов системы автоматизированного проектирования (САПР) для перестроения конструкторской модели при расчете задачи геометрической оптимизации;
- интегратор — графическое приложение, реализующее настройку взаимодействия основного и подключаемого РМ для решения связанных и сопряженных задач, подключение ПФ, подготовку расчетных сценариев, в том числе параметрических и оптимизационных исследований, управление обработчиком сценария при расчете сценариев;
- модуль сопряжения — модуль подключения основного РМ к механизмам модуля "Логос Платформа";

- транспортный уровень — настраиваемая среда, обеспечивающая взаимодействие между несколькими основными РМ в процессе связанного расчета мультидисциплинарных задач, например задач, требующих учета аэродинамики и тепла в твердом теле;
- обрабатывающие функции (ОФ) — функции, преобразующие данные при передаче их через транспортный уровень, например, осуществляющие интерполяцию физических величин при их передаче от одного основного РМ к другому;
- файловый контейнер — контейнер, служащий для хранения данных между этапами расчета поэтапных задач и/или для их анализа.

На рис. 1 представлена обобщенная схема взаимодействия компонентов ПМ "Логос Платформа".

В соответствии с приведенной схемой пользователь с помощью интегратора выполняет следующие действия:

- 1) готовит одиночные задачи посредством вызова в интерактивном режиме внешних утилит, например САПР или препостпроцессора;
- 2) формирует из одиночных задач связанные или поэтапные задачи с помощью внутренних инструментов интегратора;
- 3) создает сценарии расчета с помощью схемного редактора для проведения расчета любой подготовленной задачи.

Далее интегратор передает на выполнение подготовленную задачу и сценарий расчета обработчику сценария, получая от него текущий статус расчета и его результаты.

Обработчик сценария на основе полученного от интегратора сценария расчета вызывает указанные в нем модули. Каждый из модулей этапов сценария реализует отдельный логический этап расчета. Например, это может быть вызов препостпроцессора для перестроения расчетной модели в автоматическом режиме или запуск расчета подготовленной в интеграторе связанной задачи. При решении задачи модуль сопряжения позволяет основным РМ обмениваться друг с другом данными и командами посредством транспортного уровня, а также использовать ПФ и подключаемые РМ. На стадии подго-

<sup>1</sup>Строго говоря, основной РМ не является компонентом модуля "Логос Платформа" в чистом виде, но может быть интегрирован в него для взаимодействия с другими его компонентами.

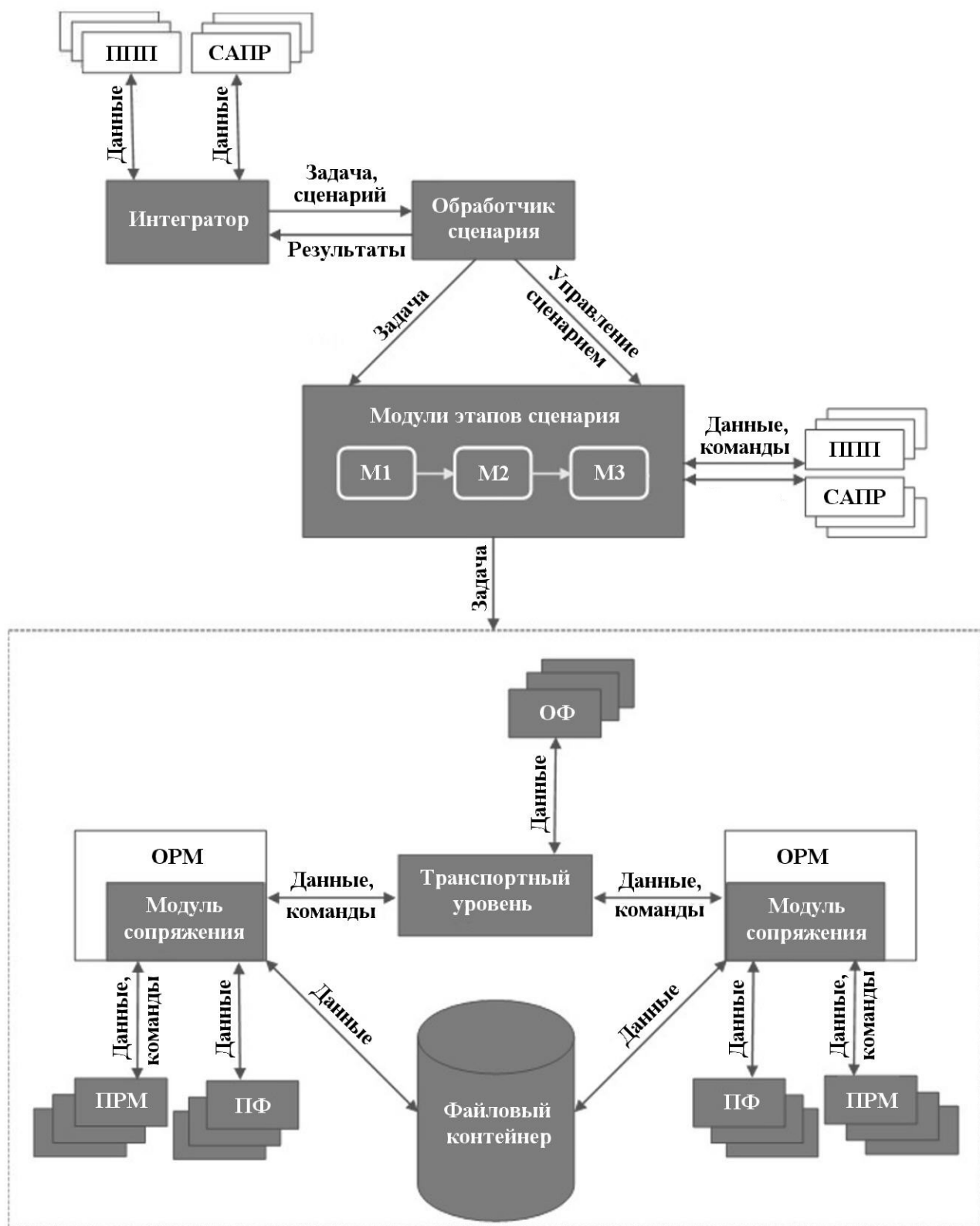


Рис. 1. Схема взаимодействия компонентов ПМ "Логос Платформа"<sup>2</sup>

<sup>2</sup> На этой и последующих схемах ППП означает препроцессор, ОРМ и ПРМ — основной и подключаемый РМ соответственно.

товки задачи транспортный уровень динамически настраивается на каждое соединение между основными РМ с помощью ОФ.

В процессе расчета поэтапной задачи основные РМ могут взаимодействовать, например, не на каждом модельном шаге, а поэтапно. Выполнив собственный этап расчета, основной РМ сохраняет данные в файловом контейнере, из которого эти данные загружаются в другой основной РМ на следующем этапе расчета.

## Интегратор ПМ "Логос Платформа"

Интегратор модуля "Логос Платформа" предоставляет пользователю графический интерфейс, позволяющий создавать и настраивать расчетные схемы и шаблоны для связанных и поэтапных расчетов, включая параметрические и оптимизационные исследования.

На рис. 2 представлено основное окно интегратора. В левой части окна расположено дерево проекта, в котором представлены основные объекты, участвующие в подготовке и расчете задачи, такие как конструкторская модель, расчетная модель, одиночные и связанные задачи, сценарии расчета и т. д., а также показаны связи между этими объектами. Объекты определя-

ются интегратором исходя из информации, содержащейся в файлах спецификации (см. далее). В правой части окна интегратора расположена таблица, отображающая статус и время выполнения сценариев данного проекта, и с использованием элементов схемного редактора показана схема выбранного расчета для демонстрации того, на каком этапе сценария расчет находится в данный момент и какова текущая продолжительность выполнения этого этапа. В нижней части окна расположен журнал событий, возникающих в процессе подготовки и расчета задачи.

Одной из ключевых особенностей интегратора является возможность динамического подключения различных модулей. Для этого каждый модуль имеет файл спецификации (SPEC-файл), записанный в формате XML. На рис. 3 представлены типы объектов, информацию о которых интегратор получает из SPEC-файлов.

Каждый тип SPEC-файла содержит набор данных об описываемом объекте. Например, в SPEC-файле, описывающем основной РМ, могут указываться используемые внешние утилиты, состав проектных объектов и их возможная иерархия, а также информация об основном РМ. Только при наличии SPEC-файла основной РМ может быть включен в проект с помощью интегратора.

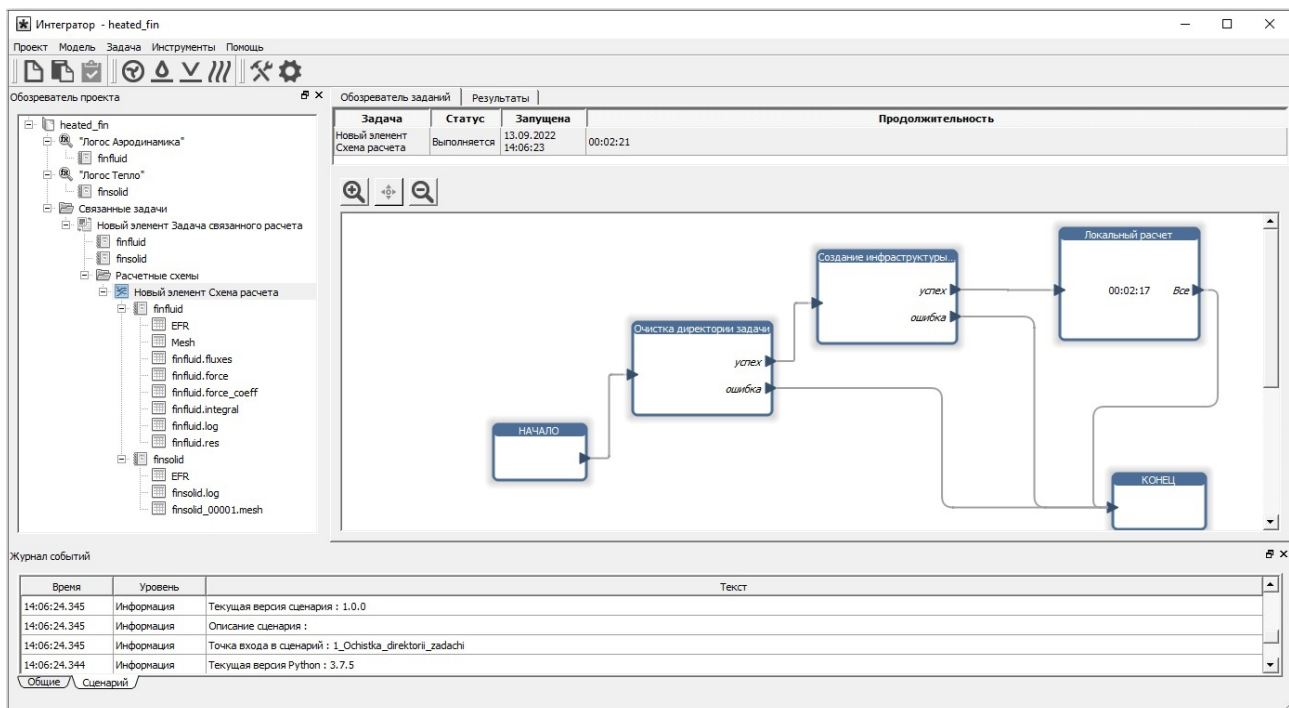


Рис. 2. Графический интерфейс интегратора

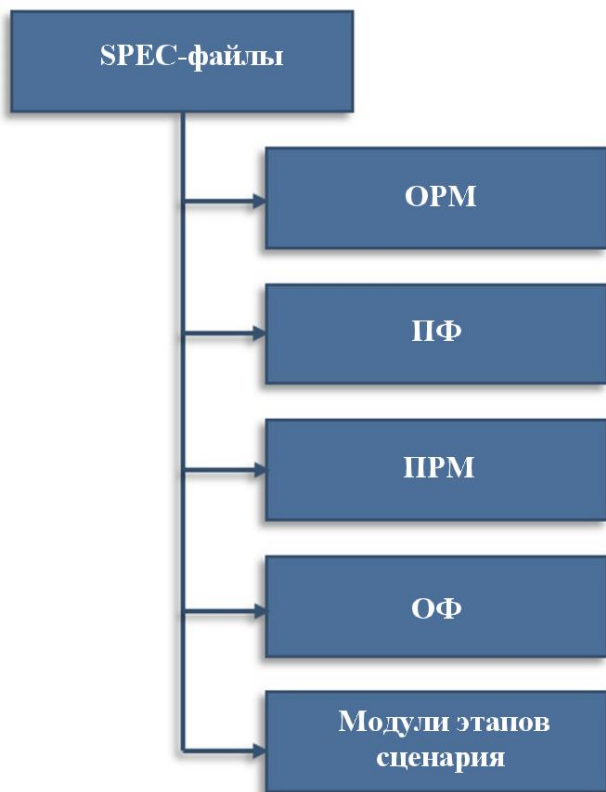


Рис. 3. СПЕС-файлы интегратора

Интегратор позволяет осуществлять следующие операции:

- импорт одиночных задач или их подготовку с помощью вызова внешних утилит;
- подключение ПФ и подключаемых РМ к задачам основных РМ для расширения их функциональных возможностей;

- объединение одиночных задач в связанную мультидисциплинарную задачу с выбором интерфейсов связи между основными РМ и возможностью их настройки с использованием схемного редактора;
- подготовку сценария расчета с помощью схемного редактора (рис. 4). Пользователь имеет возможность создавать собственные сценарии или использовать заранее подготовленные шаблоны;
- контроль статуса текущего расчета и динамический анализ полученных результатов с вызовом постпроцессоров как внешних утилит.

### Обработчик сценария и модули этапов сценария

Обработчик сценария выполняет ранее подготовленный сценарий, производя последовательную передачу управления модулям этапов сценария, при этом отслеживая корректность их работы и передавая интегратору информацию о возникающих ошибках и получаемых результатах расчета.

Модули этапов сценария могут выполнять отдельные этапы, например перестроение конструкторской модели или расчет целевых параметров по заданным формулам при оптимизационных исследованиях, вызывая для этого внешние программы и/или используя возможности языка программирования Python. Разработка модулей этапов сценария ведется по определен-

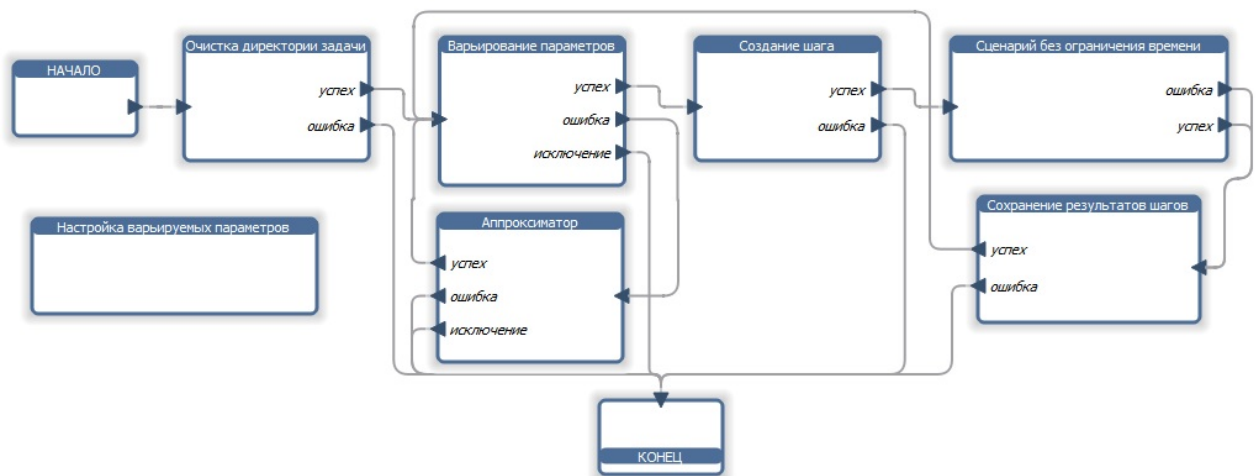


Рис. 4. Пример сценария расчета, подготовленного в схемном редакторе интегратора

ным правилам (загрузка входных параметров, обмен данными между модулями, формирование выходных параметров). Соблюдая их, пользователи могут самостоятельно разрабатывать и использовать в сценариях расчета собственные модули.

### Основной расчетный модуль

Основной РМ является программой, предназначенной для компьютерного моделирования и способной самостоятельно рассчитывать отдельные физические задачи как на персональном компьютере, так и на супер-ЭВМ. Для объединения нескольких основных РМ с целью расчета связанных и/или поэтапных задач, а также проведения параметрических и оптимизационных исследований они могут быть интегрированы в ПМ "Логос Платформа".

В "Логос Платформа" предусмотрено несколько уровней интеграции основного РМ:

- интеграция основного РМ в интегратор с помощью формирования SPEC-файла;
- интеграция в основной РМ механизма ПФ;
- интеграция в основной РМ механизма подключаемых РМ;
- интеграция в основной РМ механизма взаимодействия с другими основными РМ в связанном расчете с помощью транспортного уровня.

Первый уровень интеграции является наиболее простым в реализации, так как не требует вмешательства в исходные коды основного РМ. Остальные уровни интеграции не связаны между собой и могут быть реализованы только при соответствующем изменении основного РМ и интеграции в него модуля сопряжения.

### Модуль сопряжения

Модуль сопряжения представляет собой статическую библиотеку, которая должна быть включена в состав программы основного РМ для обеспечения его взаимодействия с другими компонентами ПМ "Логос Платформа". Основной РМ взаимодействует с модулем сопряжения путем вызова его функций с целью выполнения следующих задач:

- инициализация модуля сопряжения, которая включает в себя:

- считывание конфигурационного файла;
- загрузку динамических библиотек подключаемых РМ и ПФ;
- настройку механизмов вызова подключаемых РМ и ПФ;
- настройку взаимодействия нескольких основных РМ посредством транспортного уровня;

- передача управления подключаемым РМ в определенных точках выполнения расчета задачи (*инициализация расчета, начало расчетного шага, конец расчетного шага, завершение расчета* и т. д.).

### Механизм пользовательских функций

Механизм ПФ позволяет пользователю расширять возможности основного РМ путем разработки собственной функции с фиксированным программным интерфейсом, определяемым основным РМ. Для интеграции данного механизма в основной РМ необходимо реализовать в РМ коннекторы (указатели) ПФ. На стадии инициализации модуль сопряжения настраивает коннекторы, используя адреса загруженных ПФ. Далее, в процессе расчета, основной РМ вызывает ПФ, используя инициализированные коннекторы.

В модуле "Логос Платформа" поддерживаются два способа реализации ПФ:

- на компилируемом языке программирования, имеющем программный интерфейс языка С;
- на интерпретируемом языке Python.

Первый способ является более традиционным и привычным для разработчиков, использующих языки программирования с программным интерфейсом языка С, но он требует предварительной компиляции библиотеки ПФ под целевые операционные системы. При использовании второго способа необходимость компиляции отсутствует и у пользователя есть возможность разработки и отладки ПФ на языке Python с помощью средств интегратора.

В обоих случаях для того чтобы предоставить пользователю возможность сконфигурировать соединение основного РМ и ПФ, в интеграторе имеется специальный диалог настройки ПФ.

## Механизм подключаемых расчетных модулей

Использование подключаемых РМ в модуле "Логос Платформа" позволяет расширить функциональные возможности основных РМ, например учитывать дополнительные физические процессы.

Для интеграции данного механизма в основной РМ необходимо:

- реализовать сервисные функции для обмена данными с основным РМ, например передачи топологии математической сетки или массивов значений сеточных величин;
- включить в состав основного РМ модуль сопряжения для подключения динамических библиотек с подключаемыми РМ и передачи этим РМ управления в процессе расчета;
- определить точки передачи управления: *инициализация расчета, начало расчетного шага, конец расчетного шага, завершение расчета* и т. д.

Так как использование сервисных функций позволяет применять механизм подключаемых РМ без вмешательства в исходные коды интегрированного основного РМ, разработка подключаемых РМ может осуществляться независимыми командами разработчиков.

Основное отличие подключаемого РМ от ПФ заключается в различных возможностях доступа к данным основного РМ. Область данных, с которыми работает ПФ, ограничивается программным интерфейсом данной функции, в то время как подключаемый РМ может использовать все данные основного РМ, доступные через сервисные функции, предоставляемые АРІ этого основного РМ. Благодаря этому подключаемый РМ позволяет решать более широкий класс задач по сравнению с ПФ, не требуя при этом существенного вмешательства в исходный код основного РМ.

Настройка взаимодействия подключаемого и основного РМ (параметры подключения, точки передачи управления и т. д.) осуществляется пользователем в специальном диалоге через интегратор модуля "Логос Платформа" на этапе подготовки задачи.

## Транспортный уровень

Для предоставления возможности обмена данными и командами между основными РМ во

время проведения связанных расчетов служит транспортный уровень. Обмен может осуществляться посредством протоколов МРІ или ТСР/ІР. МРІ является основным способом обмена данными и применяется для высокоскоростного взаимодействия основных РМ, участвующих в связанном расчете на супер-ЭВМ. Протокол ТСР/ІР является вспомогательным и служит для связывания с основными РМ, которые не могут выполняться на супер-ЭВМ.

Транспортный уровень служит для обеспечения взаимодействия теоретически неограниченного количества основных РМ в связанном расчете, для чего в нем реализована динамическая древовидная структура логических элементов *соединение* и *интерфейс*. На рис. 5 показан пример схемы взаимодействия трех основных РМ посредством транспортного уровня.

Взаимодействие основного РМ с транспортным уровнем и далее с другими основными РМ осуществляется через соединения, причем для каждой пары взаимодействующих основных РМ создается свое соединение.

Во время связанного расчета основные РМ обмениваются данными, например, через контактную поверхность. Для обеспечения обмена данными в транспортном уровне введен объект под названием интерфейс, который динамически настраивается с помощью ОФ и организует передачу данных между двумя основными РМ. Любое соединение может содержать в себе теоретически неограниченное число интерфейсов.

Условно интерфейс двух основных РМ в связанном расчете можно разделить на две части, которые должны быть логически согласованы между собой. Пример взаимодействия двух РМ в связанном расчете посредством динамически настраиваемого интерфейса связи показан на рис. 6.

Интерфейс может иметь входные и выходные порты. Передаваемые данные принимаются входным портом интерфейса, проходят через цепочку ОФ, а после поступают в выходной порт для дальнейшего обмена. Этот механизм позволяет упростить интеграцию основного РМ в модуль "Логос Платформа" для его взаимодействия с другими основными РМ, так как отсутствует необходимость изменения ранее интегрированного основного РМ для реализации связи с новыми основными РМ. Достаточно реализовать набор ОФ, которые обеспечат корректное преобразование данных между основными РМ.

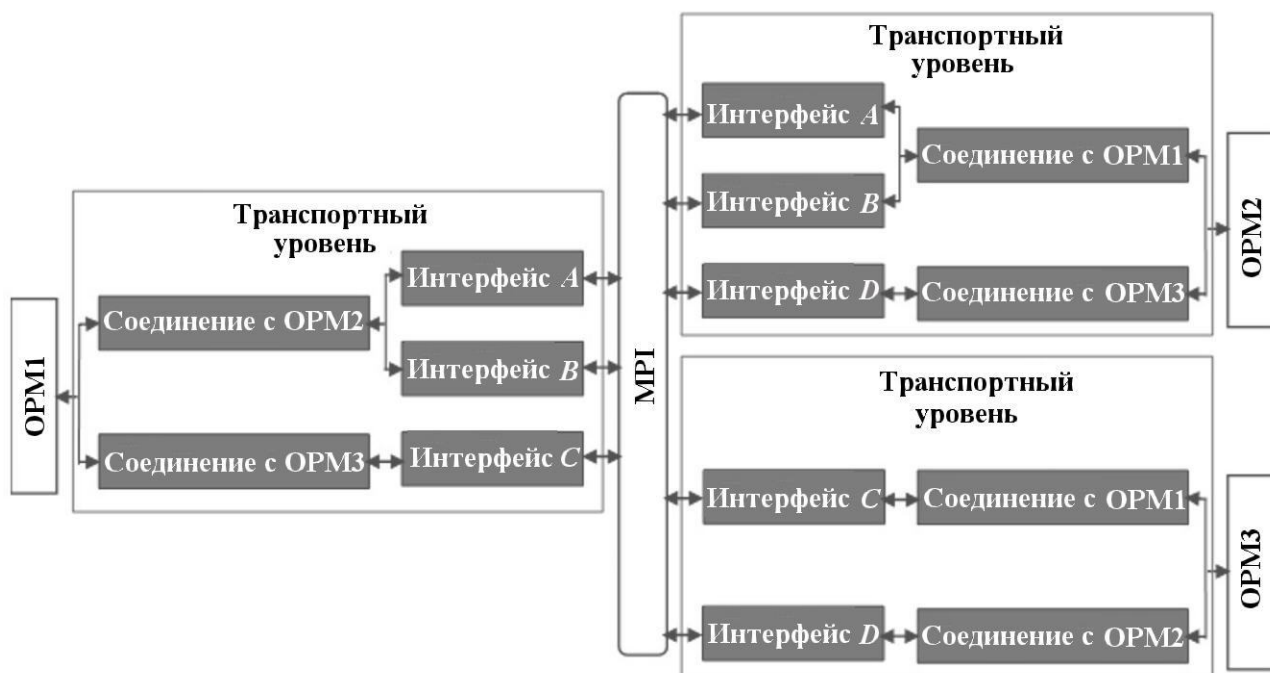


Рис. 5. Пример схемы взаимодействия трех основных РМ посредством транспортного уровня

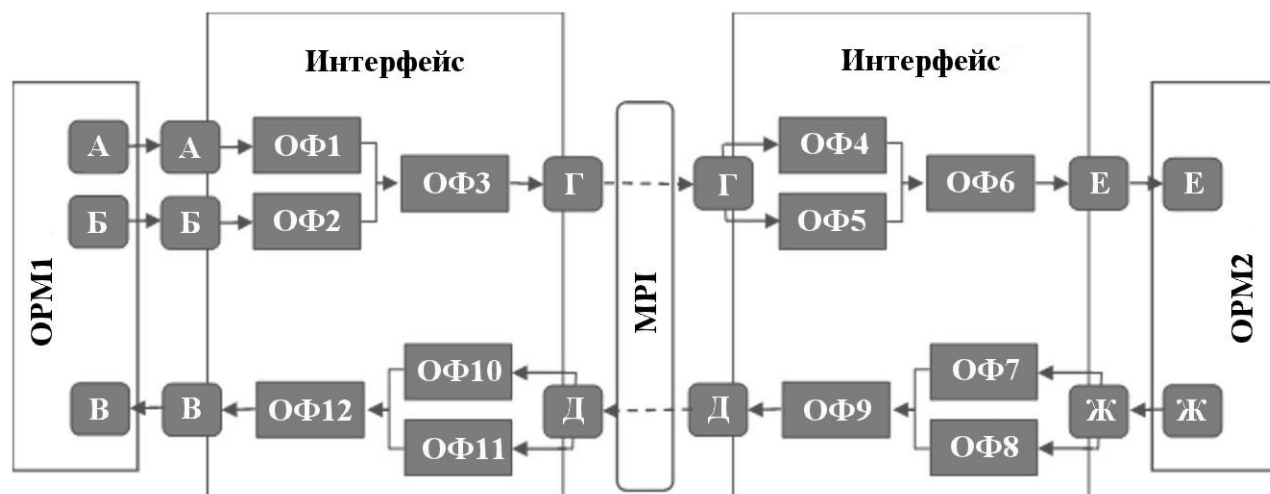


Рис. 6. Пример взаимодействия двух РМ через интерфейс связи

### Файловый контейнер

Файловый контейнер является контейнером данных, который входит в состав ПМ "Логос Платформа" и предоставляет пользователю следующие возможности:

- хранение и обмен данными между несколькими основными РМ в процессе поэтапного расчета;
- хранение данных для их последующего ана-

лиза в процессе расчета задачи или по его завершении.

Общая схема использования файлового контейнера в поэтапном расчете показана на рис. 7.

В соответствии с этой схемой основной РМ, выполняющий первый этап расчета (OPM1), передает данные специализированному подключаемому РМ (ПРМ1), который позволяет сохранять полученные данные в нужном формате в файловом контейнере. Перед началом вто-



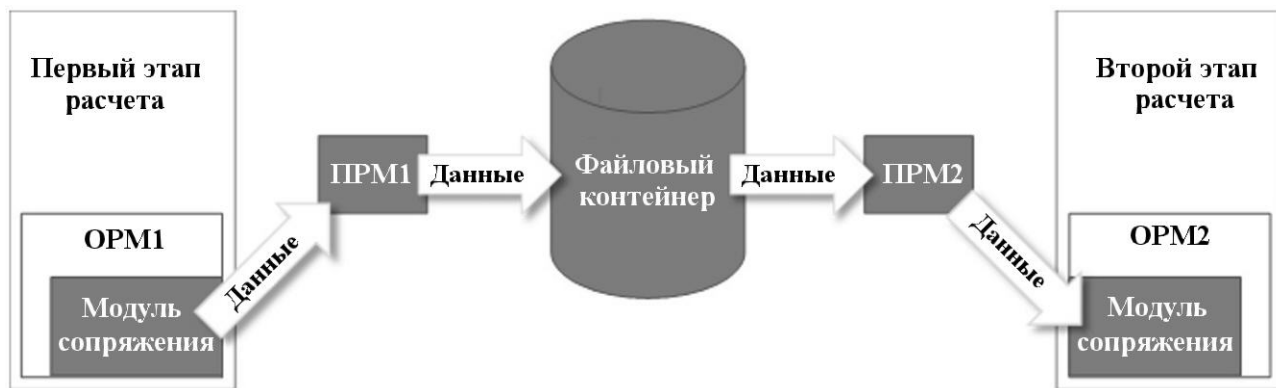


Рис. 7. Схема использования файлового контейнера в поэтапном расчете

рого этапа расчета второй подключаемый РМ (ПРМ2) загружает данные из файлового контейнера, при необходимости вызывает интерполяторы и/или производит приведение типа данных к другому формату, после чего отдает их основному РМ (ОРМ2) для расчета второго этапа.

Файловый контейнер модуля "Логос Платформа" может быть использован для любого интегрированного основного РМ, для этого достаточно разработать специализированные подключаемые РМ, выполняющие взаимодействие с файловым контейнером — сохранение и загрузку данных.

### Заключение

ПМ "Логос Платформа" является динамически настраиваемым расширяемым программным продуктом, предназначенным для объединения различных расчетных модулей. Это позволяет решать широкий спектр задач, требующих поэтапного и связанного комплексного мультидисциплинарного моделирования на высокопараллельных вычислительных системах, а также проводить параметрические и оптимизационные исследования.

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект «Математическое моделирование на супер-ЭВМ экска- и зеттафлопсной производительности»).

### Список литературы

1. Пакет программ "Логос".  
<http://logos.vniief.ru/products/logos>.

Paket programm "Logos".

<http://logos.vniief.ru/products/logos>.

2. *Надеев А. Г., Черевань А. Д., Кожяев Д. А.* Концепция модульной интеграционной платформы ЛОГОС // XXII Харитоновские тематические научные чтения "Суперкомпьютерное моделирование и искусственный интеллект": тез. докл. Саров, 24–27 мая, 2021. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2021. С. 97–98.  
*Naduev A. G., Cherevan A. D., Kozhaev D. A.* Kontseptsiya modulnoy integratsionnoy platformy LOGOS // XXII Kharitonovskie nauchnye chteniya "Superkompyuternoe modlirovanie i iskusstvennyy intellekt": tez. dokl. Sarov, 24–27 maya, 2021. Sarov: RFYaTs-VNIEEF, 2021. S. 97–98.
3. *Кожяев Д. А., Белкин А. И., Тагинцев М. Ю. и др.* Программный модуль пакета программ "ЛОГОС" — модульная интеграционная платформа (ЛОГОС-МИП), версия 2017. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019611947.  
*Kozhaev D. A., Belkin A. I., Tagintsev M. Yu. i dr.* Programmnyy modul paketa programm "LOGOS" — modulnaya integratsionnaya platforma (LOGOS-MIP), versiya 2017. Svidetelstvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2019611947.
4. Ansys Workbench. <http://www.ansys.com>.
5. pSeven. <http://www.datadvance.net/ru/product/pseven>.

Статья поступила в редакцию 18.03.22.

УДК 004.4

## ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОРГАНИЗАЦИИ СТРУКТУР ДАННЫХ В СИСТЕМАХ НАУЧНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ

А. Л. Потехин

(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Использование систем визуализации является одним из наиболее простых и удобных способов анализа результатов математического моделирования. Один из важных вопросов, который приходится решать разработчикам при создании систем визуализации, является вопрос выбора структур данных. Необходимо соблюсти компромисс между расходом оперативной памяти и скоростью работы, удобством применения для конкретных алгоритмов и универсальностью и т. д.

Описываются структуры данных, разработанные в рамках параллельной системы постобработки ScientificView, причины выбора таких структур. Приводится сравнение их скоростных и расходных характеристик с характеристиками структур в системе со схожими возможностями.

*Ключевые слова:* системы научной визуализации, графическая обработка данных, постобработка результатов математического моделирования, параллельные алгоритмы.

### Введение

В РФЯЦ-ВНИИЭФ разработано несколько десятков комплексов программ, предназначенных для численного моделирования различных физических процессов: гидродинамики, теплопроводности, нейтронной физики, прочностного анализа, детонации и т. д. В основном при моделировании используются разностные двумерные и трехмерные сетки различных типов, хотя имеются комплексы, в которых моделирование выполняется с помощью методов молекулярной и кластерной динамики.

Исторически во многих комплексах создавались собственные программы для графического анализа результатов моделирования. Особенно бурный рост таких программ пришелся на 1990—2000 гг., когда появились развитые библиотеки для работы с компьютерной графикой, такие как DirectX [1] и OpenGL [2]. Однако появление супер-ЭВМ с тысячами процессорных ядер и обеспечение работы на них моделирующих комплексов остро поставили вопрос о постобработке данных сверхбольшого объема. Стало понятно, что их быстрая и качественная постобработка возможна только в параллельном режиме. Поскольку реализация параллельной постобработ-

ки — задача существенно более сложная, чем создание последовательной программы, в целях экономии трудозатрат разработчиков было принято решение о создании единой параллельной системы постобработки ScientificView [3].

### Вопросы хранения и обработки исходных данных

Как уже отмечалось, ScientificView разрабатывалась как система для постобработки результатов моделирования на различных типах сеток. На практике возможны двумерные и трехмерные данные, заданные на структурированных и неструктурированных сетках, а также на наборах материальных точек (кластеры, молекулы, частицы) (рис. 1).

В целях оптимального расхода оперативной памяти для хранения всех этих типов данных разработаны собственные структуры. Что касается структурированных сеток, то ввиду их простой матричной структуры нет необходимости хранить топологию данных. При обработке же неструктурированных сеток топология может быть достаточно сложной. В ScientificView, как и в большинстве других систем визуализа-

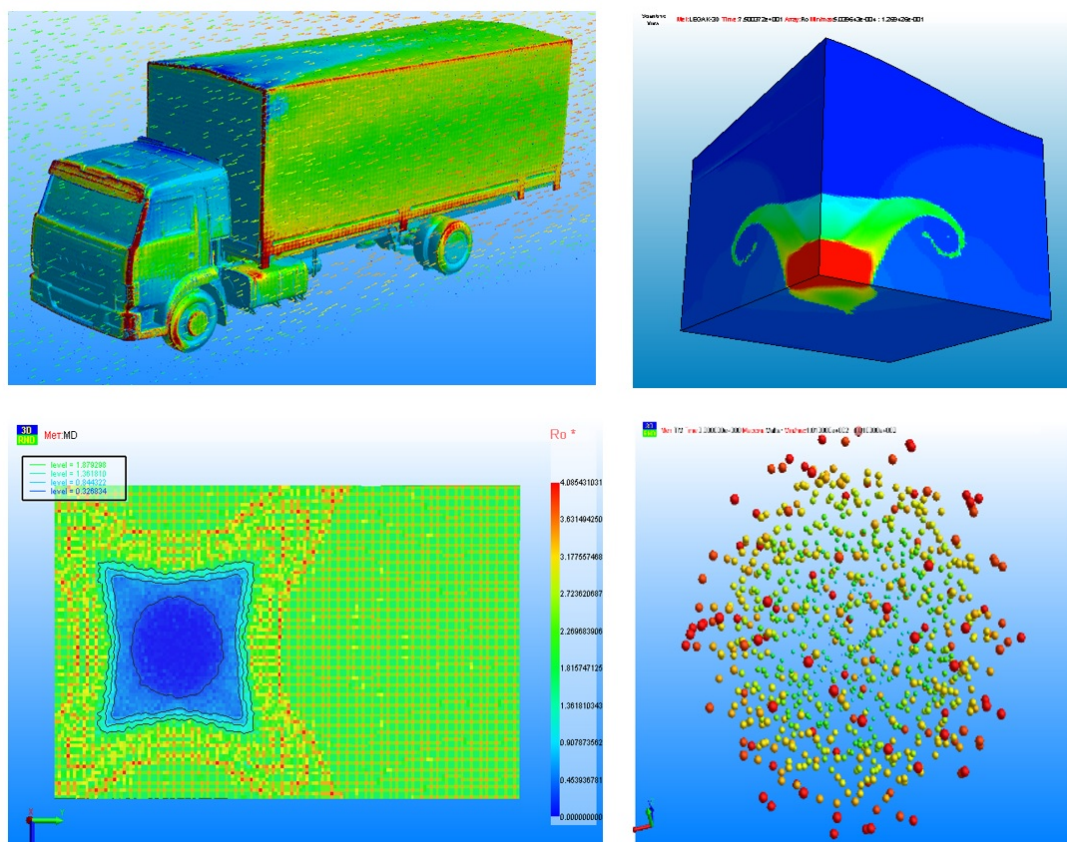


Рис. 1. Примеры отображения в ScientificView различных типов обрабатываемых данных

ции, она считывается разово при первичном открытии файла.

В практике применения ScientificView из всех расчетных данных, использующих неструктурированные сетки, примерно 70 % получены при моделировании конечно-объемными методами [4]. В этом случае каждая ячейка представляет собой список граней, грань — список узлов сетки, узлы описываются координатами. Число граней в ячейке может быть произвольным, число узлов в грани — тоже. В таком виде, как правило, представляются результаты моделирования задач аэрогидродинамики, тепломассопереноса, фильтрации, некоторых других. Число ячеек в практических задачах — до 1 млрд.

Оставшиеся 30 % результатов счета задач получаются при моделировании в конечно-элементном представлении [5], в котором сетка является набором ячеек нескольких видов, например шестигранников, призм, тетраэдров. Для каждой ячейки задан ее тип и набор узлов. Восстановление формы ячеек (и, в частности, набора граней) возможно за счет строгой типизации ячеек. В таком виде, как правило,

представляются результаты моделирования задач прочности. Число ячеек в таких задачах редко достигает 30 млн.

Несмотря на то, что для хранения одинаковой топологии (например, из шестигранников или тетраэдров) конечно-объемный вариант представления требует больше оперативной памяти, нежели конечно-элементный, в целях универсальности и исходя из доминирующего количества задач конечно-объемного типа, именно к конечно-объемному представлению приводятся все обрабатываемые в ScientificView неструктурированные данные.

Еще одним важным вопросом является вопрос об обработке сеточных величин, заданных в центрах ячеек, узлах сетки либо в центрах граней или ребер ячеек. В обрабатываемых задачах, как правило, встречается от 20 до 70 массивов. Понятно, что в рамках одной сессии графического анализа практически не возникает ситуаций, когда необходимо использование всех, без исключения, массивов.

Рассмотрим пример данных, определенных на структурированной сетке из 1 млрд ячеек. Пусть

используется 30 сеточных массивов с двойной точностью (8 байт на значение), тогда суммарный объем данных составляет примерно 240 Гб. В то же время, если пользователь реально будет использовать в сессии постобработки 5 сеточных массивов и 3 массива координат, системе визуализации потребуется 64 Гб оперативной памяти, т. е. в 4 раза меньше по сравнению с исходными данными.

ScientificView, как правило, работает с файловыми форматами, позволяющими получать данные порциями. Используются как собственные файловые форматы (в частности, ЕФР [6]), так и внешние, широко распространенные (форматы семейства VTK [7], d3plot [8], cgn5 [9] и др.). Это означает, что для получения подмножества данных нет необходимости считывать весь файл, достаточно прочитать только необходимую часть. При этом скорость чтения практически линейно зависит от объема данных, которые реально необходимы. Значит, на начальном этапе можно не считывать лишние данные вовсе: ограничиться чтением в память координат (как самых востребованных величин), а все остальные данные считывать по необходимости, например при смене пользователем отображаемой величины. Для описанного примера с 1 млрд ячеек расход оперативной памяти в ScientificView составит только 24 Гб, т. е. в 10 раз меньше, чем требовалось бы в случае чтения всех данных.

Как будет показано на результатах тестирования, такой подход позволяет не только экономить оперативную память, но и обеспечивает время постобработки, сравнимое с вариантом предварительного считывания всех данных.

### Графическая обработка данных с помощью алгоритмов фильтрации

Для анализа результатов моделирования физических процессов на разностных сетках широко используется вычисление различных интегральных характеристик, построение графиков зависимостей величин от времени и вдоль пространственных кривых и другие алгоритмы, которые можно отнести к методам числовой обработки информации. В ScientificView реализовано около 20 алгоритмов числовой обработки, но все же основное время пользователь тратит на выполнение более 30 доступных алгоритмов графической обработки (или фильтрации) данных: построение различных сечений, полей, изо-

поверхностей, скрывание части данных по различным критериям и т. д. Во время сессии постобработки число применяемых фильтров нередко достигает 10–15, поэтому вопрос о правильном выборе структур данных для алгоритмов фильтрации не менее важен, чем для исходных данных.

Практически все фильтры в результате своей работы порождают два множества: множество точек пространства и множество многоугольников, опирающихся на эти точки. Этим двух множеств вполне достаточно для отображения результатов фильтрации любых входных данных, обрабатываемых в ScientificView.

В целях снижения трудозатрат на реализацию новых алгоритмов фильтрации была реализована *базовая часть* системы, обеспечивающая:

- запуск и обработку диалогов для задания параметров фильтрации;
- хранение результатов фильтрации;
- отображение результатов фильтрации в различных режимах, построение упрощенных сеточных моделей для этих результатов в целях ускорения их отображения [10];
- вычисление координат точек, нормалей, определение общих габаритов;
- получение новых значений для цветовой интерпретации сеточной величины в многоугольниках и/или точках при смене пользователем отображаемой величины;
- вычисление интегральной информации.

Таким образом, для реализации новых алгоритмов фильтрации необходимо реализовать лишь саму функцию фильтрации (например, построение фрагмента сечения для конкретной ячейки), большинство остальных операций будет поддержано базовой частью системы.

Так же, как и в случае работы с исходными данными, при формировании результатов фильтрации ScientificView явно не хранит значения всех доступных сеточных массивов. При необходимости происходит чтение требуемого подмножества данных из файла. Более того, даже в случае фильтрации данных, заданных на неструктурированных сетках, не хранится информация о топологии получившегося при фильтрации объекта. Вместо этого используется битовая карта с признаком попадания ячейки сетки в результаты фильтрации. По этой информации также может быть быстро установлена принадлежность результатам фильтрации узла сетки.

Рассмотрим работу системы на примере применения к исходным трехмерным данным фильтра "Интервал". С помощью этого фильтра будем выделять множество ячеек, у которых в заданном пользователем интервале находится значение объема ячейки. Укрупненно работа фильтра состоит из следующих этапов:

1. Получение из файла значений объемов для всех ячеек.
2. Цикл по всем ячейкам исходных данных. Если объем ячейки попадает в заданный интервал, а объем соседней с ней ячейки — нет, то разделяющая эти ячейки грань добавляется в результат фильтрации (в контейнер для хранения многоугольников). Принадлежащие грани узлы сетки также автоматически попадают в результат фильтрации (но уже в контейнер узлов). Для попавшей в заданный интервал ячейки устанавливается признак в битовой карте.
3. Выполнение базовой частью системы общих операций, не зависящих от алгоритма фильтрации: получение координат для всех узлов сетки, попавших в результат фильтрации, построение нормалей и т. п.
4. Удаление данных об объемах, считанных из файла.

Результат для описанного примера представлен на рис. 2. Слева — реальное изображение: синим цветом закрашены ячейки, выделенные фильтром "Интервал", прозрачным серым — прочие исходные данные. Справа — схематичное представление плоского сечения исходных данных и результатов фильтрации, приведенное для упрощения восприятия. Грани, разделяющие ячейки (изображены на правой ча-

сти рисунка тонкими линиями), отображаются только для лучшего понимания реализации и в ScientificView реально не хранятся. Сечение граничных многоугольников, полученных при фильтрации и используемых при визуализации объекта слева на рис. 2, изображено жирной линией синего цвета на этом рисунке справа. Там же ячейки с выполняющимся критерием отображены серым цветом, с невыполняющимся — белым.

Если теперь на наборе отфильтрованных "Интервалом" ячеек необходимо построить изоповерхность (например, модуля скорости), будут выполняться следующие действия:

1. Получение из файла значений модулей скорости для всех узлов.
2. Цикл по всем ячейкам исходных данных. Если ячейка попала в результат ранее проведенной фильтрации (в данном случае результат работы фильтра "Интервал"), то она обрабатывается, иначе пропускается.
3. Для каждой обрабатываемой ячейки построение фрагмента изоповерхности на основе координат и значений модулей скорости. Полученные многоугольники вместе со своими точками сохраняются в качестве результата фильтрации.
4. Автоматическое построение нормалей, получение габаритов и другие операции, выполняемые базовой частью системы.
5. Удаление данных о модуле скорости, считанных из файла.

Результат построения изоповерхности показан на рис. 3. Слева — реальное изображение, справа — схематичное представление плоского сечения исходных данных (ячейки белого цвета) и результатов фильтрации "Интервалом" (ячейки

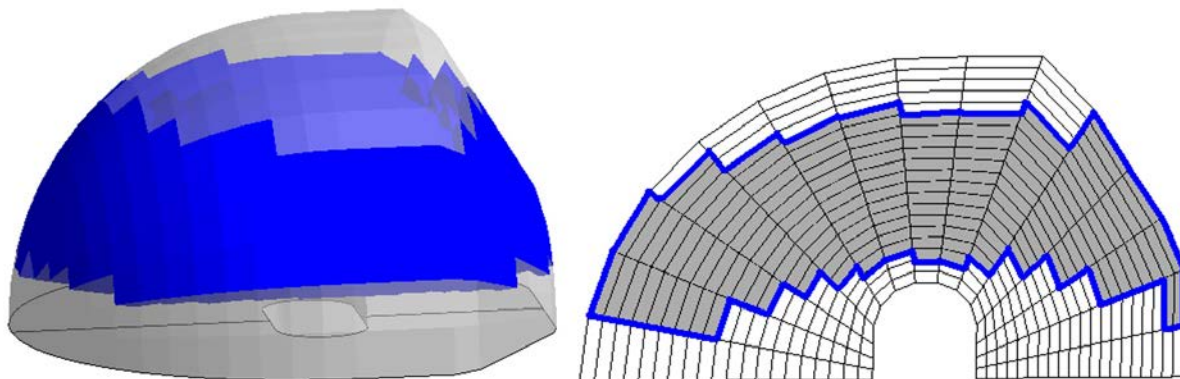


Рис. 2. Изображение результата применения фильтра "Интервал"

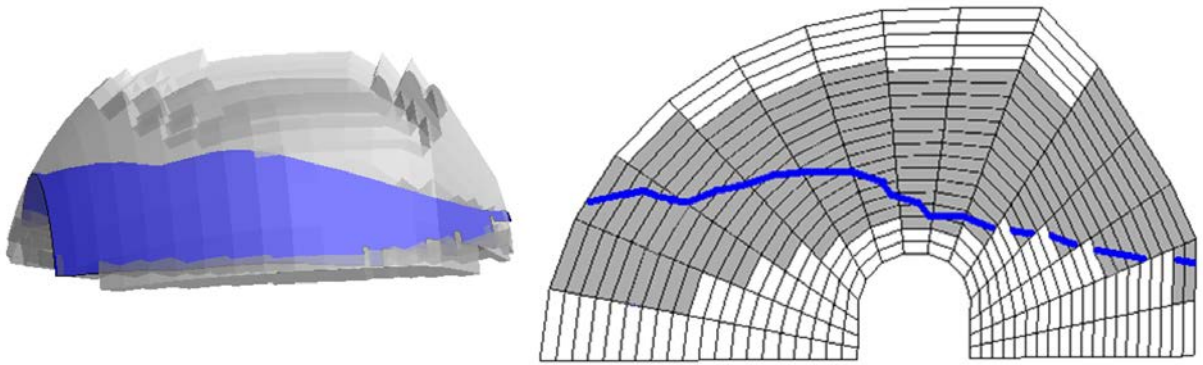


Рис. 3. Изображение результата применения фильтра "Изоповерхность" к множеству ячеек, ранее выделенных фильтром "Интервал"

серого цвета), приведенное для упрощения восприятия. Сечение изоповерхности отображено жирными линиями синего цвета.

### Схема работы в параллельном режиме

Принято рассматривать три способа распараллеливания [11] (остальные способы в той или иной степени можно отнести к одному из указанных): распараллеливание на уровне задач (task parallelism), конвейерная параллельность (pipeline parallelism) и распараллеливание на уровне данных (data parallelism).

При реализации ScientificView использовалось распараллеливание на уровне данных [12]. Вся система работает по технологии клиент-сервер, где клиент запускается на ПЭВМ пользователя и предоставляет графический интерфейс для управления системой. Серверная часть запускается с применением MPI на многопроцессорной кластерной ЭВМ под OS Linux, где происходит вся существенная обработка: чтение данных с диска, фильтрация, формирование изображения (рендеринг). При этом в серверной части приложения выделяется один специальный "головной" процесс. Он обеспечивает взаимодействие клиентской и серверной частей, а также проводит итоговое формирование изображения (рис. 4).

При обработке структурированных данных распределение исходных данных по рабочим ядрам проводится следующим образом:

- всем ядрам приписывается для обработки примерно одинаковое количество ячеек;
- топология данных, обрабатываемых каждым ядром, остается регулярной;
- размеры регулярных блоков обработки для всех ядер по возможности совпадают.

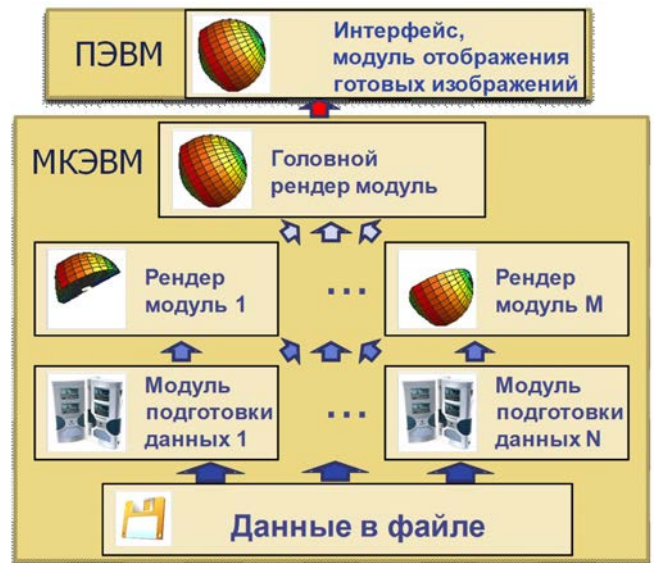


Рис. 4. Общая схема работы ScientificView в параллельном режиме

Пример распределения структурированных данных показан на рис. 5.

При обработке неструктурированных данных используется декомпозиция, полученная моделирующей программой при счете. Если при моделировании использовалось  $N$  процессорных ядер, при постобработке через ScientificView возможно использование любого числа ядер от 1 до  $N$ , хотя на практике оптимальное соотношение *количество ядер/производительность* достигается на числе ядер, составляющем 10–20% от  $N$ . Пример распределения неструктурированных данных между обрабатываемыми их ядрами показан на рис. 6.

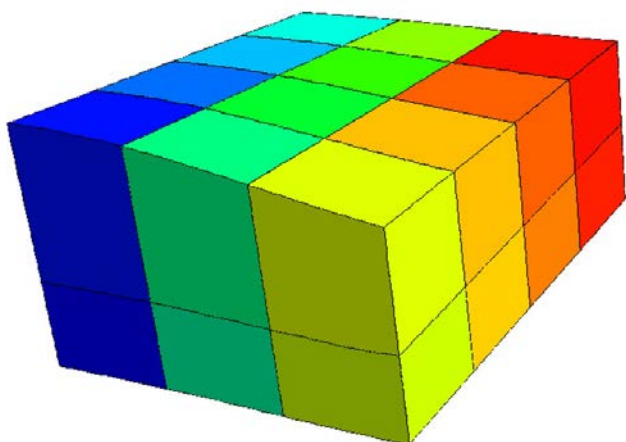


Рис. 5. Распределение структурированных данных по процессорным ядрам

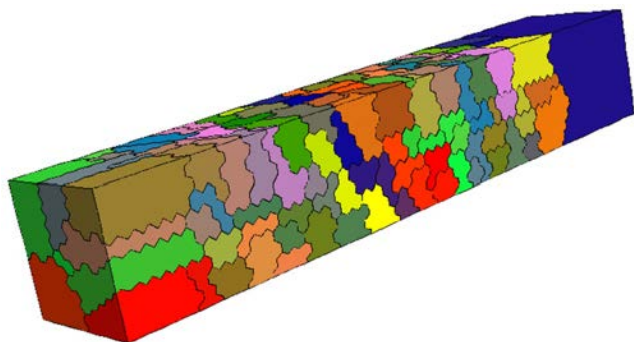


Рис. 6. Распределение неструктурированных данных по процессорным ядрам

### Результаты сравнения скоростных и расходных характеристик с характеристиками ParaView

Для оценки правильности решений, принятых при разработке основных структур данных ScientificView, проводилось сравнительное тестирование ScientificView и системы научной визуализации ParaView [13]. ParaView является одной из наиболее популярных в мире систем подобного типа, обладает широкими функциональными возможностями по обработке данных, способна обрабатывать данные в параллельном режиме. Необходимо отметить, что система визуализации ParaView, основанная на библиотеке VTK [7], использует существенно отличающийся подход к организации структур данных. В VTK и ParaView созданы разные объекты для хранения разных типов обрабатываемых данных (структурированные и неструктурированные, двумерные и трехмерные и т. д.). Данные,

как правило, считываются полностью при первом открытии файла, при фильтрации происходит сохранение полученных топологии и копии части сеточных данных.

При проведении тестирования оценивались как скорость работы систем, так и суммарный расход оперативной памяти. Использовался параллельный режим работы, засечки снимались стандартными средствами программ и операционной системы. Входными данными послужил тест с сеткой внутри куба с единичной стороной. Файловое представление — стандартное для рассмотренных систем: формат EFR для ScientificView и vts/vtk для ParaView. Ячейки сетки также состоят из кубов, число ячеек для случая структурированной сетки  $1\,000 \times 1\,000 \times 1\,000 = 1$  млрд, для неструктурированной —  $460 \times 460 \times 460 \sim 100$  млн. В узлах сетки с координатами  $X, Y, Z$  заданы следующие величины:

- $Val1 = Z^2 + X^2 + Y^2$ ;
- $Val2 = \sin(15X) \sin(15Y) \sin(15Z)$ .

При обработке структурированной сетки использовалось 20 MPI-потоков серверной части приложений, неструктурированной — 10 потоков.

После загрузки исходных данных применялись три алгоритма фильтрации, формирующих соответственно три типа данных в виде множества трехмерных ячеек, многоугольников и наборов векторов:

- "Интервал" (в ParaView "Threshold") для значений величины  $Val1$  от 0,3 до 0,75;
- "Изоповерхность" (в ParaView "Contour") для величины  $Val2$  с четырьмя изоуровнями:  $-0,65, -0,32, 0,32, 0,65$ ;
- "Векторное поле" (в ParaView "Glyph") — 50 000 векторов, случайно распределенных внутри куба.

Результаты такой фильтрации в ScientificView представлены на рис. 7.

Времена выполнения алгоритмов и суммарный расход оперативной памяти приведены в таблице.

Как видно из приведенных данных, были получены в целом сопоставимые времена выполнения алгоритмов, в то время как расход оперативной памяти в ScientificView оказался существенно меньше, особенно в алгоритмах фильтрации, формирующих полноценные трехмерные ячейки или распределение векторов/точек.

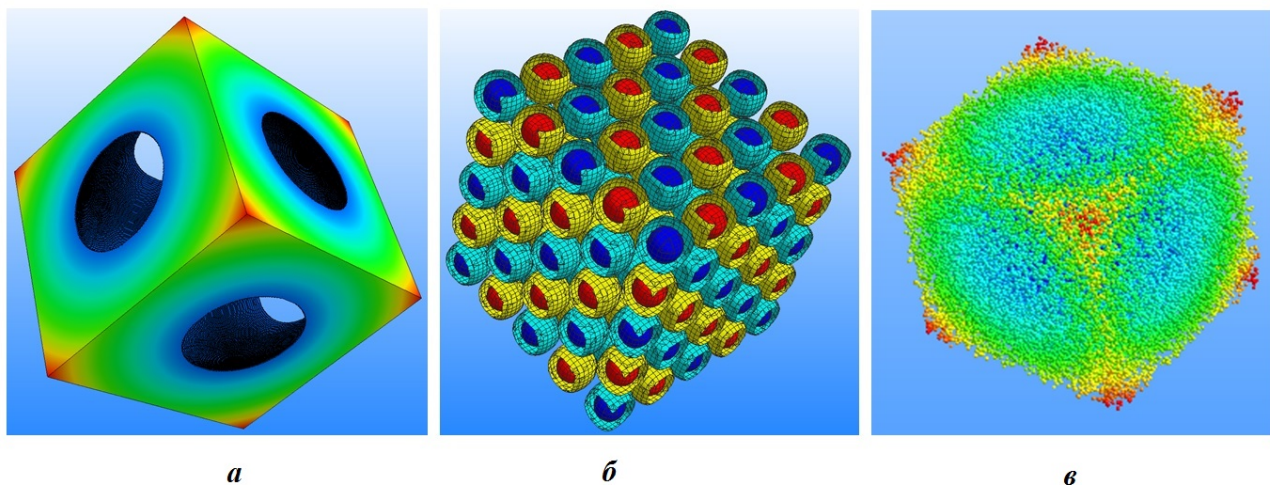


Рис. 7. Результаты применения алгоритмов фильтрации в ScientificView: *а* — "Интервал"; *б* — "Изоповерхность"; *в* — "Векторное поле"

**Сравнение времени (в секундах) и суммарного расхода памяти (в Гб) при выполнении алгоритмов в системах ScientificView и ParaView**

| Система,<br>тип данных                        | "Интервал" |        | "Изоповерхность" |        | "Векторное поле" |        |
|---|------------|--------|------------------|--------|------------------|--------|
|   | Время      | Память | Время            | Память | Время            | Память |
| ScientificView,<br>структурированные данные   | 8          | 8,2    | 20               | 17,3   | 4,3              | 0,075  |
| ParaView,<br>структурированные данные         | 14         | 47     | 16               | 41     | 4                | 7,7    |
| ScientificView,<br>неструктурированные данные | 2,5        | 1,2    | 5,5              | 3,1    | 0,5              | 0,075  |
| ParaView,<br>неструктурированные данные       | 3,5        | 6,9    | 4                | 5,5    | 3,5              | 7,7    |

### Заключение

В результате проведенных работ разработаны структуры данных, обеспечивающие в ScientificView возможность постобработки результатов математического моделирования, полученных с использованием различных типов сеток: двумерных и трехмерных, структурированных и неструктурированных.

Сравнение с одной из лучших в мире систем визуализации ParaView показало, что предложенный подход к реализации структур данных и методов их обработки вполне конкурентоспособен. Получена сопоставимая скорость обработки при существенно более низком расходе оперативной памяти.

### Список литературы

1. *Миллер Т.* DirectX 9 с управляемым кодом. Программирование игр и графика. М.: КомБук, 2005.  
*Miller T.* DirectX 9 s upravlyaemym kodom. Programirovanie igr i graphika. М.: KomBuk, 2005.
2. *Segal M., Akeley K.* The OpenGL Graphics System: a Specifications (Version 3.2 (Core Profile)). The Cronos Group Inc., 2009. [www.opengl.org](http://www.opengl.org).
3. *Потехин А. Л., Логинов И. В., Козачек Ю. В., Никитин В. А., Кузнецов М. Ю., Деманова А. К., Попова Н. В., Фирсов С. А.* Система постобработки ScientificView. Принципы построения. Основные возмож-



- ности // Тр. конф. "Научная конференция им. А. А. Бунатяна". Снежинск: ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", 2007. С. 57–62.  
*Potekhin A. L., Loginov I. V., Kozachek Yu. V., Nikitin V. A., Kuznetsov M. Yu., Demanova A. K., Popova N. V., Firsov S. A.* Sistema postobrabotki ScientificView. Printsipy postroeniya. Osnovnye vozmozhnosti // Тр. конф. "Nauchnaya konferentsiya im. Bunatyana". Snezhinsk: FSUE "RFYaTs-VNIITF", 2007. S. 57–62.
4. *Смирнов Е. М., Зайцев Д. К.* Метод конечных объемов. Научно-технические ведомости. СПбГПУ, 2004.  
*Smirnov E. M., Zaytsev D. K.* Metod konechnykh obyemov. Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti. SPbGPU, 2004.
  5. *Галлагер Р.* Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. М.: Мир, 1984.  
*Gallager R.* Metod konechnykh elementov. Osnovy: Per. s angl. M.: Mir, 1984.
  6. *Олесницкая К. К., Антипин И. А., Петрова М. А.* Коллективный доступ к файловым данным на вычислительных системах с различной архитектурой в библиотеке ЕФР // Тр. XVII Межд. конф. "Супервычисления и математическое моделирование". Саров: ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", 2018. С. 392–399.  
*Olesnitskaya K. K., Antipin I. A., Petrova M. A.* Kollektivnyy dostup k faylovym dannym na vychislitelnykh sistemakh s razlichnoy arkhitekturoy v biblioteke EFR // Тр. XVII Mezhd. konf. "Supervychisleniya i matematicheskoe modelirovanie". Sarov: FGUP "RFYaTs-VNIIEF", 2018. S. 392–399.
  7. VTK File Formats. <https://kitware.github.io/vtk-examples/site/VTKFileFormats/>.
  8. LS-DYNA Database Binary Output Files. [https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/trent001/manuals/ls-dyna\\_database.pdf](https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/trent001/manuals/ls-dyna_database.pdf).
  9. CFD General Notation System. <https://cgns.github.io/>.
  10. *Потехин А. Л.* Методы быстрого формирования изображения в параллельной системе постобработки ScientificView // Тр. межд. конф. "Компьютерное моделирование 2009". С.-Пб.: Изд-во Политех. ун-та, 2009. С. 159–164.  
*Potekhin A. L.* Metody bystrogo formirovaniya izobrazheniya v parallelnoy sisteme postobrabotki ScientificView // Тр. mezhd. konf. "Kompyuternoe modlirovanie 2009". S.-Pb.: Izd-vo Politekh. un-ta, 2009. S. 159–164.
  11. *Ahrens J., Law Ch.* A parallel approach for efficiently visualizing extremely large, time-varying datasets. Report Los Alamos National Laboratory. LAUR-00-1620, 2000.
  12. *Потехин А. Л., Логинов И. В., Козачек Ю. В., Никитин В. А., Кузнецов М. Ю., Деманова А. К., Попова Н. В., Фирсов С. А.* ScientificView — параллельная система постобработки результатов, полученных при численном моделировании физических процессов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2007. Вып. 4. С. 37–45.  
*Potekhin A. L., Loginov I. V., Kozachek Yu. V., Nikitin V. A., Kuznetsov M. Yu., Demanova A. K., Popova N. V., Firsov S. A.* ScientificView — parallelnaya Sistema postobrabotki rezultatov, poluchennykh pri chislennom modelirovanii fizicheskikh protsessov // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2007. Vyp. 4. S. 37–45.
  13. ParaView is an Open-Source Application for Visualizing Two- and Three-Dimensional Data Sets. <https://www.paraview.org/about/>.

Статья поступила в редакцию 31.03.22.

УДК 621.383:004.721

## ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ ЗА ПРЕДЕЛАМИ КОНТРОЛИРУЕМОЙ ЗОНЫ В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ СЕТЯХ

В. В. Шубин

(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Представлены подходы к защите информации за пределами контролируемой зоны в волоконно-оптических сетях. Дана классификация сетей и приведены три способа их защиты: традиционная и квантовая криптография, а также технические средства. Показаны особенности высокоскоростных волоконно-оптических систем: разреженное и плотное волновое уплотнение, фазовая манипуляция, упреждающая коррекция ошибок и многофункциональность. Дано описание традиционной и квантовой криптографии с точки зрения соответствия современным волоконно-оптическим системам и защите передаваемой информации. Представлен подход РФЯЦ-ВНИИЭФ к защите передаваемой информации по волоконно-оптическим сетям с помощью технических средств и их сравнение с другими вариантами.

*Ключевые слова:* защита информации, контролируемая зона, волоконно-оптическая система передачи, традиционная и квантовая криптография, техническая защита информации.

### Введение

Информация, передаваемая по волоконно-оптическим сетям, за пределами контролируемой зоны (КЗ) присутствует в виде модулированного оптического сигнала, сосредоточенного преимущественно в сердцевине волокна. Безопасность информации — это конфиденциальность, доступность и целостность [1]. Обеспечить безопасность информации за пределами КЗ, где доступ нарушителя возможен с применением любых технических средств неограниченное время и в любой момент, в общем случае затруднительно. Но обеспечить конфиденциальность (защиту) информации в течение всего времени эксплуатации возможно.

Защита информации — деятельность, направленная на предотвращение утечки информации, несанкционированных и непреднамеренных воздействий на защищаемую информацию [1].

Все информационные сети делятся на две категории:

- сети общего пользования с коммутацией каналов (преимущественно телефония, телевидение, интернет и др.). Количество абонентов переменено и неизвестно, линии связи не определены и могут быть различными;

- выделенные сети с коммутацией пакетов (преимущественно распределенные автоматизированные системы). Количество абонентов строго фиксировано, линии связи определены.

Сети общего пользования подвержены сетевым атакам. Сетевая атака — это действия с использованием протоколов сетевого взаимодействия, направленные на получение несанкционированного доступа в операционную среду компьютера или на нарушение функционирования аппаратных или программных средств компьютера [2] в случае внешнего воздействия. Место, время и технические средства атаки неизвестны. Об этом можно только предполагать, исходя из стоимости информации.

Выделенные сети не подвержены сетевым атакам, так как нет доступа к сети (в случае невозможности внешних атак) от внешних ресурсов.

Вся информация делится на две категории: составляющая государственную тайну (ГТ) и информация, которая ГТ не является (персональные данные, промышленная и коммерче-

ская тайны, информация для служебного пользования и т. д.). Подход к защите двух категорий информации также различен, он зависит от стоимости последней и статуса предприятия (государственное или частное), которому эта информация принадлежит.

Государственные предприятия и организации должны подчиняться федеральным документам по защите информации. Техническую защиту информации регламентирует Федеральная служба по техническому и экспортному контролю (ФСТЭК) России. Криптографической и технической защитой информации для высших эшелонов власти занимается Федеральная служба безопасности (ФСБ) России. Частные предприятия и организации, которые являются владельцами информации, как правило, не составляющей ГТ, защищают ее по своему усмотрению. За пределами КЗ информация существует в виде сигналов передачи, которые соответствуют цифровым протоколам сетей.

Сегодня лучшими проводными каналами для информационных сетей, предназначенных для передачи на дальние расстояния, являются волоконно-оптические системы передачи (ВОСП). Современные системы и сети независимо от количества пользователей, назначения и стандарта передачи (вычислительные, телевидение, интернет, телефон, интегрированные и т. д.) делятся на три класса:

- 1) внутриобъектовые и бортовые сети, сети доступа (Access, WAN);
- 2) межобъектовые, городские сети (Metropolitan, MAN);
- 3) зональные и магистральные, транспортные сети (Long-Haul, LAN).

С увеличением скорости в настоящее время системы первого класса с гибридной сети (волоконно/электрокабель — HFC (hybrid fiber/coax)) переходят на полностью волоконную сеть: FTTC, FTTO, FTTH и FHHN (fiber to the curd, office, home and desk — "волоконно в шкаф, офис, дом, рабочее место") [3]. Но в первом классе до сих пор присутствуют системы, относящиеся к сетям общего пользования, основанные на электрических соединениях (коаксиальные кабели и витая пара и т. д.).

По требованию сектора телекоммуникаций Международного союза электросвязи (МСЭ-Т, или в англоязычной версии ITU-T) вероятность ошибки для первого класса ВОСП должна быть

не более чем  $10^{-10}$ , для второго и третьего классов — не более  $10^{-12}$ .

Скорость передачи и дальность для современных линий связи также зависят от класса системы: для первого класса скорость 0,1–1 Гбит/с, дальность 0,1–10 км; для второго класса скорость 1–10 Гбит/с, дальность 1–100 км; для третьего класса скорость 10–100 Гбит/с, дальность от 10 до 10 000 км и выше. Деление это весьма условно и с течением времени меняется в сторону увеличения скорости передачи.

В дальнейшем скорости передачи будут только повышаться — до 1 Тбит/с на канал и выше за счет поляризации, фазовой манипуляции, разреженного (грубого, CWDM — Coarse Wavelength Division Multiplexing) и плотного (DWDM — Dense Wavelength Division Multiplexing) волнового уплотнения в ВОСП [4, 5]. Для третьего и второго классов уже стандартизована технология оптических транспортных сетей (OTN — Optical Transport Networks). Системы третьего класса отличаются от систем второго класса большими расстояниями и, как следствие, многократным восстановлением амплитуды, формы и синхронизации сигналов (регенерация сигналов) без их преобразования в электрические (полностью оптические сети, AON — All Optical Network) [6].

Защита информации, передаваемой за пределами КЗ, возможна тремя способами: с помощью традиционной и квантовой криптографии, а также техническими средствами. Прежде чем подробнее рассмотреть защиту информации в ВОСП, необходимо указать особенности передачи для современных высокоскоростных систем.

### Краткая характеристика высокоскоростных ВОСП

Уже были отмечены общие особенности современных ВОСП: они разделены на три класса независимо от количества пользователей и назначения; все ВОСП — цифровые со скоростями от 0,1 Гбит/с до 1 Тбит/с на канал и выше, с вероятностью ошибки не более  $10^{-10}$  —  $10^{-12}$  и дальностью от 0,1 до 10 000 км и выше.

Но есть особенности, характерные только для высокоскоростных ВОСП второго и третьего классов:

- волновое уплотнение;
- фазовая манипуляция;
- упреждающая коррекция ошибок;

- многофункциональность оптической транспортной сети.

В дальнейшем именно такие системы вытеснят ВОСП первого класса.

**Волновое уплотнение.** Разреженное (грубое) волновое уплотнение (разреженное мультиплексирование по длинам волн), характерное для ВОСП второго класса, применяется к O-, E-, S-, C-, L-диапазнам длин волн (1 270–1 630 нм) с шагом между каналами 20 нм и насчитывает до 19 каналов. Параметры CWDM регламентированы рекомендациями МСЭ-Т [5]. На рис. 1 показаны затухание для современных одномодовых волокон и диапазоны длин волн (обозначены цифрами и буквами).

Плотное волновое уплотнение (более плотное по сравнению с CWDM мультиплексирование по длинам волн) характерно для ВОСП третьего класса. Уплотнение информации DWDM применяется к C-диапазону длин волн (1 530–1 565 нм) или L-диапазону (1 570–1 625 нм).

Количество каналов в ВОСП зависит от шага между канальными частотами. Соотношения между шагом по длине волны (в скобках указан шаг между несущими частотами) и типовым количеством каналов следующие:

- 1,76 нм (200 ГГц) — до 20 каналов;
- 0,88 нм (100 ГГц) — до 40 каналов;
- 0,44 нм (50 ГГц) — до 80 каналов;
- 0,22 нм (25 ГГц) — до 160 каналов;
- 0,11 нм (12,5 ГГц) — до 320 каналов.

Параметры DWDM-систем также регламентированы рекомендациями МСЭ-Т [5].

Первый диапазон (длина волны 800–900 нм — см. рис. 1) характерен для многомодовых волокон и в настоящее время применяется только для ВОСП первого класса. При увеличении абонентских скоростей передачи данный класс ВОСП станет не нужен. Типовая ширина спектра многомодовых волокон — 600 МГц/км (не

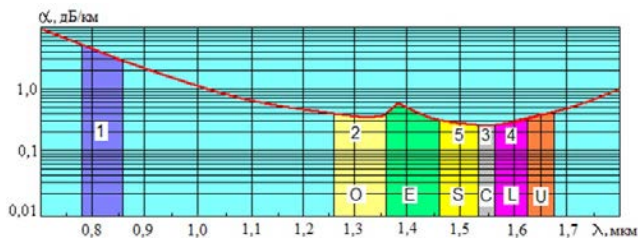


Рис. 1. Затухание для современных волокон и диапазоны длин волн [7]

считая быстродействия передатчика и приемника ВОСП); для скорости 100 Мбит/с дальность передачи составляет максимум 2–3 км, а для скорости передачи 1 Гбит/с — сотни метров.

**Фазовая манипуляция.** С увеличением скорости передачи ВОСП выше 40 Гбит/с вместо традиционной амплитудной манипуляции (ASK) применяется фазовая манипуляция (PSK). При достижении частот 40–50 ГГц электронные средства (а не оптические, что принципиально) не выдерживают передачи сигналов. Поэтому для повышения скорости передачи в канале используется фазовая манипуляция.

На рис. 2 показаны количество каналов, вид манипуляции и скорость передачи по годам для ВОСП третьего класса. Например, при скорости передачи 40 Гбит/с используется фазовая манипуляция DPSK (Dual Phase Shift Keying) — задействуются два канала по 27,8 Гбит/с (или четыре канала по 10,3 Гбит/с). Для скорости 100 Гбит/с применяется фазовая манипуляция DP-QPSK (Dual Polarization — Quarter Phase Shift Keying), в которой используются четыре канала по 27,8 Гбит/с.

Системы позволяют использовать все четыре степени свободы электромагнитного поля: амплитуду и фазу в каждой из двух поляризаций. Это позволяет в формате DP-QPSK передавать восемь битов информации из двух позиций, используя всего один уровень мощности. Таким образом, увеличивается объем передаваемой информации. Подробнее о фазовой манипуляции можно прочитать, например, в работах [9–11].

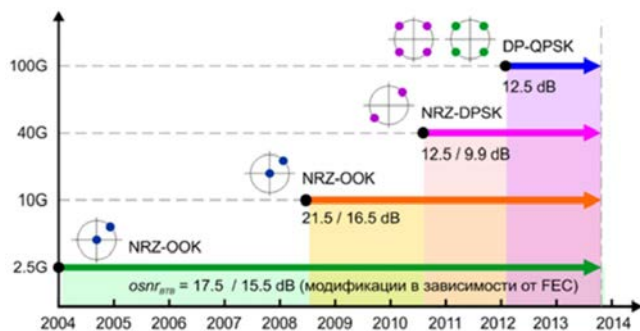


Рис. 2. Количество каналов, вид манипуляции и скорость передачи для ВОСП [8]: NRZ — кодирование без возврата к нулю; OOK (On/Off Key) — переключение включено/выключено; FEC — упреждающая коррекция ошибок; *osnr* — отношение сигнал/шум

**Упреждающая коррекция ошибок.** Современные ВОСП характеризуются упреждающей коррекцией ошибок (FEC — Forward Error Correction), которая позволяет автоматически обнаруживать и исправлять ошибки при передаче за счет введения избыточной информации в передаваемый сигнал. Для этого используются, например, специализированные коды Рида—Соломона (RS). Хотя такой подход требует дополнительной перекодировки сигнала на передатчике и приемнике, скорость передачи увеличивается на 7–25 %.

Параметры FEC приведены в рекомендациях МСЭ-T [12, 13].

На рис. 3 показаны зависимости выходного коэффициента ошибок (Output BER) от входного (Input BER) для ВОСП без использования FEC (Uncoded) и с FEC (RS (255, 239), Super FEC). Видно, что при входном коэффициенте ошибок  $BER = 10^{-2}$  применение FEC не имеет смысла, так как выходной и входной коэффициенты ошибок равны.

**Многофункциональность оптической транспортной сети.** Многофункциональность OTN заключается в том, что сеть позволяет передавать любые сигналы трех классов: плезioxронной цифровой иерархии (PDH) — E1, E2, E3, E4; синхронной цифровой иерархии (SDH) — STM-N, VC-4/VC-3; ячейки ATM, вычислительных сетей — Ethernet, пакеты IP и т. д. На рис. 4 показана структура сигнала OTN.

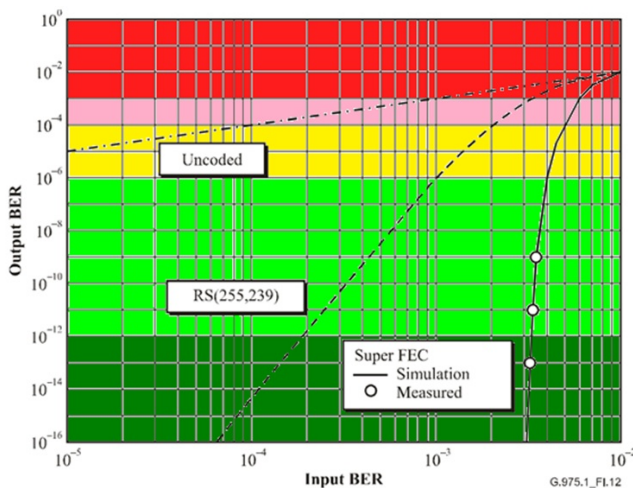


Рис. 3. Зависимости выходного BER от входного для различных систем [13]

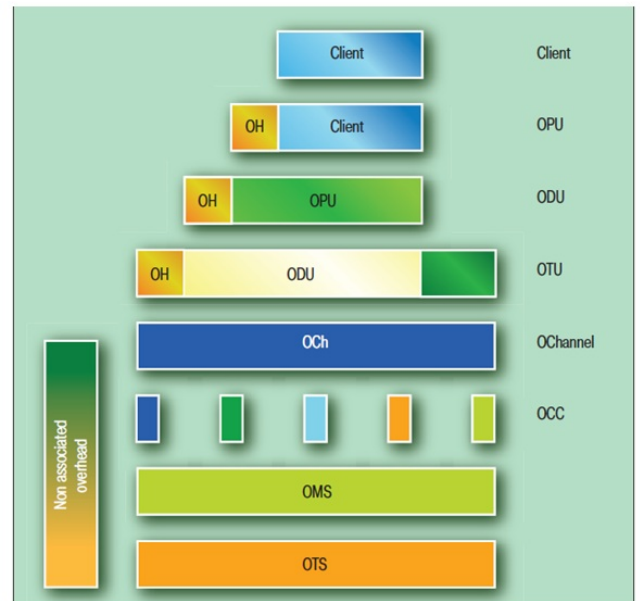


Рис. 4. Структура сигнала OTN [14]: Client — клиентская нагрузка; OH — заголовки; OPU — единица нагрузки; ODU — единица данных; FEC — модуль FEC; OTU — транспортная единица; OCh — оптический канал; OCC — маркировка цветом; OMS — секция мультиплексирования; OTS — секция передачи

OTN, характерная для ВОСП второго и третьего классов, включает в себя все особенности, перечисленные выше. Контроль канала может быть осуществлен по среднему значению информационных сигналов, что предусмотрено интерфейсом OTN, фазовой манипуляцией и волновым мультиплексированием [14]. Система мониторинга методом обратного рассеивания, уже встроенная в ВОСП OTN, основана на использовании сервисного канала на одной из длин волн DWDM [14].

Устройство съема информации усложняется из-за протокола OTN, волнового мультиплексирования DWDM, использования FEC, увеличения скорости передачи на 7–25 %. Надо не просто перехватить сигнал, но и извлечь из него информацию.

В настоящее время для систем первого класса OTN, как правило, не применяется, а применяются традиционные криптографические средства защиты информации.

## Защита информации с помощью традиционной криптографии

Традиционная криптография пришла в ВОСП от электрических систем, которые излучают в окружающее пространство электромагнитное поле, несущее информацию. Другого способа защиты, как шифровать саму информацию, не было, при этом вычислительная техника, с помощью которой информация расшифровывалась, находилась в зачаточном состоянии. Криптография (информационный уровень) предполагает абсолютную доступность канала передачи для нарушителя, а защита информации основана на использовании ключей, от которых полностью зависит секретность сообщения.

Клод Шеннон показал [15], что если ключ является действительно случайным, если он такой же или большей длины, что и само сообщение, и если он никогда не используется повторно, то одноразовая передача сообщения абсолютно защищена. Но на практике это далеко не так: все три условия нарушены.

Традиционная криптография предполагает, что время расшифровки информации с помощью программного обеспечения ЭВМ (задается разработчиком кода) превышает время актуальности информации. С появлением квантового компьютера и соответствующих алгоритмов расшифровки это время сократилось с нескольких лет до нескольких минут [16].

В 1994 г. П. Шором был разработан квантовый алгоритм [17], который позволяет найти за конечное и приемлемое время все простые множители больших чисел (характерно, что для всех несимметричных кодов) и, как следствие, взломать шифры, например RSA. На рис. 5 изображены длина ключа (в битах) шифра RSA, год расшифровки и предположительное время расшифровки информации с помощью ЭВМ (в годах) в сравнении со временем расшифровки с



| RSA       | cracked in | CPU years | Shor     |
|-----------|------------|-----------|----------|
| 453 bits  | 1999       | 10        | 1 hour   |
| 768 bits  | 2009       | 2000      | 5 hours  |
| 1024 bits |            | 1000000   | 10 hours |

Рис. 5. П. Шор и результаты расшифровки ключей шифра RSA с применением его алгоритма и без него [16]

применением алгоритма П. Шора на квантовом компьютере (в часах).

На рис. 6 показано, что увеличение длины ключа в традиционной криптографии увеличивает время расшифровки информации с использованием ЭВМ на несколько порядков. С помощью квантового компьютера с алгоритмом П. Шора увеличение длины кода влияет на время расшифровки почти незаметно (в пределах одного порядка). То есть увеличение ключа в традиционной криптографии против алгоритма П. Шора практически ничего не дает [18]. Это означает, что при наличии квантового компьютера из 3 000 кубитов криптографическая система RSA с ключом длиной 2048 битов может быть эффективно взломана за время, лишь ненамного превышающее время для зашифровывания. Аналогично могут быть взломаны другие криптографические асимметричные системы (алгоритмы DSA, EdDSA, El Namal, ГОСТ Р 34.10-2012 и др.).

Отметим, что на стойкость симметричных шифров алгоритм П. Шора не распространяется. Для них применяются другие, не столь эффективные алгоритмы (метод Гровера, Саймона, ВНТ и др.), успешная защита от которых достигается увеличением размера параметров в 2-3 раза [19].

В 1996 г. американский математик Л. Гровер предложил другой квантовый алгоритм, основанный на методе перебора чисел. Этот алгоритм квантовые компьютеры смогут использовать для взлома систем симметричного шифрования (алгоритмы DES, 3DES, AES, BlowFish, RC2, RC4, CAST, IDEA, ГОСТ 28147-89, ГОСТ

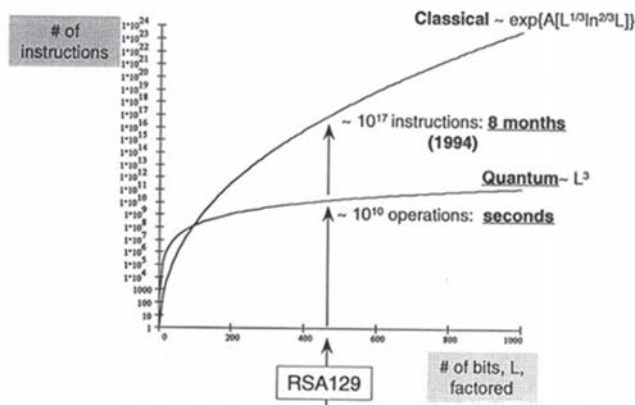


Рис. 6. Зависимость времени расшифровки от длины кода для шифра RSA [18]

Р 34.12-2015 и др.). Чтобы сохранить текущий уровень безопасности, потребуется удвоить размер ключей.

Появление квантовых вычислений неизбежно приведет к изменениям в методах шифрования. В противном случае практически все существующие системы будут достаточно быстро взломаны [20].

В России для государственных предприятий и организаций разрешено использовать только средства криптографической защиты отечественного производства [21], а алгоритм шифрования должен соответствовать документу [22]. В табл. 1 представлены некоторые устройства традиционной криптографии, их изготовители (по-

ставщики), физический интерфейс с сетью, максимальная скорость шифрования и номера сертификатов ФСБ и ФСТЭК России.

Таким образом, средства традиционной криптографической защиты информации имеют следующие недостатки: низкая скорость передачи информации, высокая стоимость оборудования и внедрения, уязвимость информации. С появлением квантового компьютера и алгоритмов расшифровки информация, составляющая ГТ, не защищена от доступа. Традиционная криптография ориентирована на сети первого класса и стандарты вычислительных сетей (выделенные сети).

Таблица 1

**Средства криптографической защиты информации, выпускаемые в России**

| Средство криптографической защиты информации             | Разработчик, поставщик изготовитель | Физический стык с сетью  | Максимальная скорость шифрования | Сертификат ФСБ, ФСТЭК   |
|--|-------------------------------------|--|----------------------------------|---|
| IP-шифратор "Заслон" (М-543, М-543К)                     | ЗАО "Голлард"                       | 100Base-FX   | Полный дуплекс<br>90 Мбит/с      | СФ/024-2803 (ГТ)<br>СФ/124-2804 (ДСП)   |
| Аппаратура КЗИ "Швейцар-Я"                               | АО "ПНИЭИ"                          | 100Base-TX   | Менее<br>100 Мбит/с              | СФ/124-2877 (ДСП)   |
| Криptomаршрутизатор DPS-4024                             | "Фактор-ТС"                         | 10/100/1000 Base-T; SFP (1000 Base-SX/LX); SFP (10G Base-SR/LR)    | 2,5 Гбит/с                       | СФ/124-2275 (ДСП)<br>№ 2852   |
| Криptomаршрутизатор М479-Р2                              | "Фактор-ТС"                         | 10/100/1000 Base-TX; SFP (1000 Base-SX/LX); SFP + (10G Base-SR/LR) | До 14 Гбит/с (по данным авторов) | СФ/024-3085 (ГТ)  |
| Программно-аппаратный комплекс VIPNet Coordinator HW2000 | ОАО "ИнфоТеКС"                      | 2x10/100/1000 Base-T; 4xSFP + (10G Base-SR/LR)                     | До 2,7 Гбит/с                    | СФ/124-2606<br>СФ/124-2933 (ДСП)  |
| АПКШ "Континент 3М", платформа IPC-1000F                 | НИП "Информ-защита"                 | 2x10/100/1000 Base-T; 2xSFP (1000 Base-X)                          | До 800 Мбит/с                    | СФ/525-2741 № 1804 (ДСП)  |
| АПКШ "Континент 3.7", платформа IPC-3000F                | НИП "Информ-защита"                 | 10x10/100/1000 Base-T; 4xSFP + (10G)                               | До 2,5 Гбит/с                    | СФ/124-2617<br>СФ/124-2871<br>СФ/124-2918<br>СФ/124-2919<br>СФ/124-2921<br>№ 3007<br>№ 3008 (ДСП) |

Преимущества традиционной криптографии проявляются при ее применении для защиты информации в сетях общего пользования (независимость от среды передачи: оптическое волокно, коаксиальный кабель, спутниковая связь и т. д.). Также к преимуществам можно отнести наличие государственной нормативно-методической документации (НМД).

Стоит обратить внимание, что в главе 3.5 НМД по АОН, действующей в США [6], нет даже упоминаний о традиционной криптографии как методе защиты информации в волоконно-оптических сетях. Исходя из недостатков, разработчики и пользователи средств защиты информации обратили внимание на новую область техники — квантовую криптографию.

### Защита информации в оптическом волокне с помощью квантовой криптографии

Теоретически с помощью квантовой криптографии информация полностью защищена от несанкционированного доступа нарушителя. Невозможность доступа к информации базируется на двух принципах квантовой криптографии:

- невозможность клонирования (копирования) неизвестного квантового состояния без изменений в самой системе (принцип неопределенности Гейзенберга);
- эффект квантового перепутывания, который заключается в том, что две и более квантовые системы могут находиться в состоянии взаимной корреляции и влиять друг на друга.

На основе этих двух принципов создано несколько протоколов квантовой криптографии (BB84, B92, BB84(4+2), E91, Гольденберга–Вайдмана, Коаши–Имото и др.). Первый оптический протокол BB84 (остальные протоколы, кроме E91, являются его модификациями) представлен на рис. 7. Ч. Беннет и Ж. Brassard провели свой опыт на *оптической скамье* (длина оптического пути 32 см) с поляризацией единичных фотонов [23] и создали протокол BB84, который в квантовой криптографии до сих пор является основным.

К сожалению, на практике при переходе от оптической скамьи к протяженной волоконно-оптической линии в квантово-криптографических системах возникают

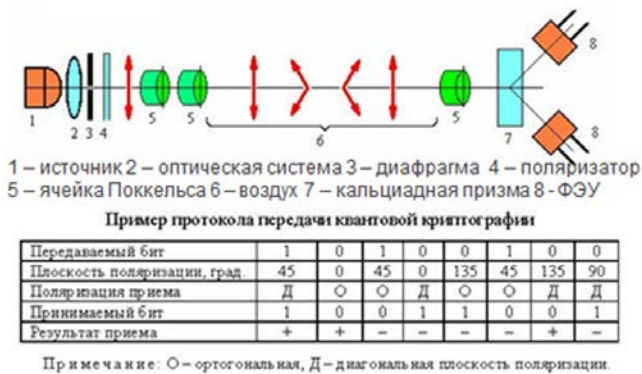


Рис. 7. Схема реализации протокола BB84 [23]

неразрешимые проблемы, с которыми разработчики этих систем борются и в настоящее время. Эти проблемы приводят к тому, что параметры ВОСП не обеспечивают защиту информации. Как результат — несоответствие устройств квантовой криптографии параметрам современных ВОСП: низкая скорость передачи ключа (несколько десятков-сотен кбит/с), высокая вероятность ошибки (единицы-десятки процентов), дальность в пределах одного пролета ВОСП, возможность выведения системы из строя и формирование сигнала квантового ключа со стороны (уязвимость защиты информации).

Чтобы соответствовать показателям ВОСП, с помощью квантовой криптографии формируется только ключ, а передача информации выполняется с применением традиционной криптографии. В отличие от традиционной криптографии, где ключ формируется математически, квантово-криптографическим путем ключ формируется на меньшее время. На рис. 8 показана схема такого использования ключа [24], называемого квантовым распределением ключей (КРК, или в англоязычной версии QKD — Quantum Key Distribution).

Существуют различные схемы формирования оптического квантового ключа: с кодированием по положению плоскости поляризации [25], фазы излучения [26], на временных сдвигах [27], на боковых частотах [28]. Например, схема формирования квантового ключа (по положению фазы излучения) в системе ID Clavis<sup>2</sup> за два прохода излучения показана на рис. 9.

Аппаратура для квантовых систем ВОСП выпускается во всем мире [29–33]. В России квантовым центром КНИТУ-КАИ им. А. Н. Туполева (г. Казань) совместно с квантовой лабораторией



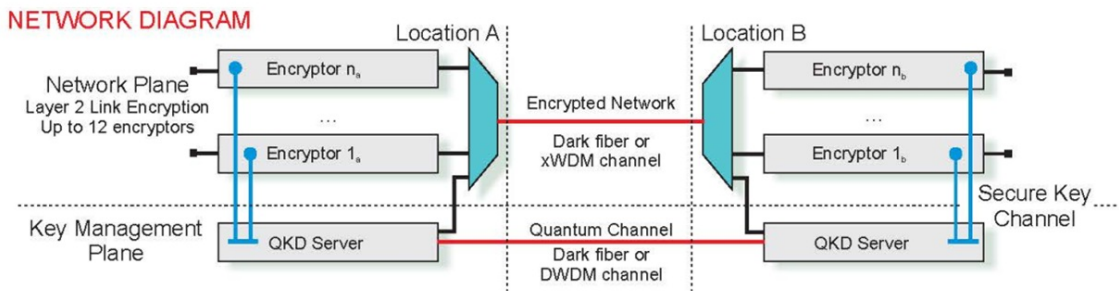


Рис. 8. Схема квантового распределения ключей [24]

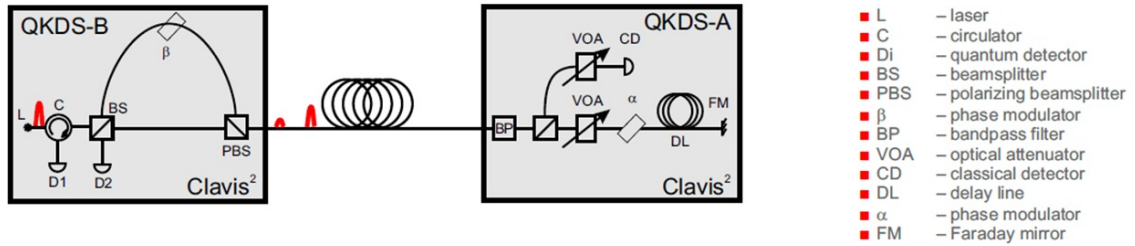


Рис. 9. Схема формирования квантового ключа в системе ID Clavis<sup>2</sup> [28]

рией университета ИТМО (г. Санкт-Петербург) создана аппаратура ВОСП на основе КРК на боковых частотах [28], которая там же и тестируется.

В табл. 2 представлены характеристики некоторых квантово-криптографических систем.

Криптоанализ оптической серийной аппаратуры практически показал уязвимость защиты информации в квантово-криптографических системах. В этих системах разделяются *некогерентная* (однофотонная) атака [34], *когерентная* (совместная) [35] и *коллективная* [36] атаки.

Таблица 2

**Основные параметры некоторых квантово-криптографических систем**

| Производитель            | Система              | Протоколы (кол-во бит в ключе)    | Дальность передачи, км | Скорость передачи ключа, кбит/с | Спектральная эффективность (предел), % | Цена, тыс. евро |
|--------------------------|----------------------|-----------------------------------|------------------------|---------------------------------|--|-----------------|
| ID Quantique (Швейцария) | ID 500, Clavis       | BB84, SARG04                      | Нет данных             | 1,28–2,56                       | Нет данных                             | Нет данных      |
|                          | Clavis <sup>23</sup> | Нет данных                        | 100                    | 1                               | 4                                      | 90              |
|                          | Cerberis             | BB84, SARG04, AES (256 бит)       | 50                     | Нет данных                      | Нет данных                             | 70              |
| MagiQ Technologies (США) | QPN 8505             | BB84, DES (112 бит) AES (256 бит) | 140                    | 0,1                             | Нет данных                             | 80              |
| Smart Quantum (Франция)  | SQ Box               | Нет данных                        | 140                    | 0,023                           | 4                                      | Нет данных      |
| SeQureNet                | Cygnus               | Нет данных                        | Нет данных             | 0,1                             | 4                                      | Нет данных      |
| ИТМО, КНИТУ-КАИ (Россия) | SCW-QC               | BB84                              | 250                    | 10                              | 40–50                                  | Нет данных      |

Основой этих атак является открытый доступ к волокну и срабатывание системы контроля не по чувствительному параметру, а по коэффициенту ошибок [37]. То есть контроль слишком грубый.

Таким образом, можно сказать, что квантово-криптографические системы для ВОСП по сравнению с устройствами традиционной криптографии в большей части обладают недостатками. Это:

- уязвимость по защите информации в волокне ВОСП (нет защиты информации, заявленной теоретически);
- низкая скорость передачи информации (даже при КРК), копирование ключей квантовой криптографии только на одном пролете;
- отсутствие НМД (многообразие систем квантовой криптографии и атак на эти системы);
- высокая стоимость оборудования;
- привязка к волокну (нет независимости передачи от среды).

Криптография (как традиционная, так и квантовая) основана на полном доступе к волокну в течение неограниченного времени, а защита информации строится на незнании ключа нарушителем. Нельзя за пределами КЗ закрыть доступ к волокну. Но можно быстро отключить передачу сигналов и не допустить утечки передаваемой информации с помощью технических средств.

### Технические средства защиты информации в оптическом волокне

Техническая защита информации от возможности доступа за пределами КЗ основана на защите волоконного канала передачи, а не самой информации. Техническая защита предусматривает быстрое отключение (переключение) передачи информационных сигналов в случае обнаружения непредвиденных локальных потерь в волокне.

Средства нарушителя используют как *неинтрузивные* (без вторжения в волокно), так и *интрузивные* (с вторжением в волокно) методы. Способы основаны на извлечении мощности информационного сигнала из волокна (*активные* способы) либо на извлечении и возвращении мощности в волокно (*компенсационные* способы) [38].

В случае любого вторжения в волокно мощность  $W_0$  информационного сигнала в волокне

ограничена, а порог  $A_d$  срабатывания системы защиты (при заданных вероятности обнаружения и среднего времени наработки системы на ложную тревогу) определяется применяемой аппаратурой защиты информации [39]. Мощность информационного сигнала в самом критическом случае (устройство съема находится у передатчика ВОСП) составит

$$W_0 = W_{\pi} - A(\text{BER}) - 10 \lg (K_{\pi}(1 - 10^{-0,1A_d})) \text{ [дБм]},$$

где  $W_{\pi}$  [дБм] — предельная чувствительность оптического приемника информации (на канал) нарушителя при коэффициенте ошибок  $\text{BER} = 10^{-9}$ ;  $A(\text{BER})$  [дБ] — поправка чувствительности приемника нарушителя при переходе  $\text{BER}$  с  $10^{-9}$  на  $10^{-2}$ ;  $K_{\pi}$  [отн. ед.] — коэффициент передачи излучения через боковую поверхность волокна;  $A_d$  [дБ] — порог срабатывания системы защиты ВОСП (при заданных вероятности обнаружения нарушения и среднего времени наработки системы защиты на ложную тревогу).

В случае компенсационного вторжения при совпадении других параметров (мощности, длины волны (волн), фазы, длительности и т. д.) время между выводом и вводом излучения составляет несколько десятых долей секунды [20].

На этих принципах построена НМД ФСТЭК России по технической защите информации, как составляющей ГТ [40], так и ее не содержащей [20]. Требования ФСБ России к ВОСП по защите информации содержатся в документе [19].

В 2007–2014 гг. в РФЯЦ-ВНИИЭФ были разработаны, а затем сертифицированы ФСТЭК России [41] устройства защиты информации в волокне ВОСП — конверторы среды FOBOS-100M (S.L, F, FL и m) с контролем мощности по среднему информационному сигналу (метод прямого доступа). В конверторах для защиты информации применялось специально разработанное программное обеспечение, которое было основано на теории обнаружения сигналов на фоне случайных помех [42–44]. Такое программное средство позволило повысить чувствительность системы защиты волокна на два порядка.

Носителем программного обеспечения является встроенный в устройство PIC микроконтроллер. Конверторы среды FOBOS-100M (S.L, F, FL и m) применялись только для стандарта "Fast Ethernet" [45, 46] (вычислительные сети, ВОСП первого класса) и были внедрены как в серийное

производство (выпущено около 500 штук), так и эксплуатацию в составе ВОСП. Устройства неоднократно экспонировались на выставках "Технологии безопасности" (2012—2014 гг.) и др., защищены несколькими патентами на изобретения.

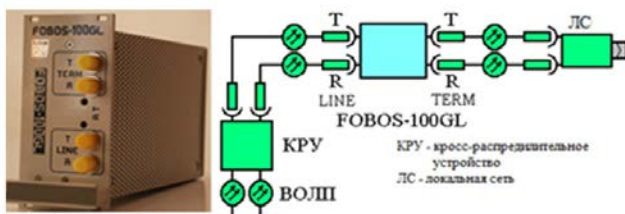
На тех же принципах в 2015—2020 гг. в РФЯЦ-ВНИИЭФ были разработаны, поставлены на производство и сертифицированы ФСТЭК России [47] (дано положительное заключение ФСБ России) универсальные средства защиты информации — контроллеры FOBOS-100GL (10GS, GE) (ВОСП первого и второго класса). Это устройства с оптическим входом и выходом информации, не имеющие ограничений по скорости, типу протоколов и количеству каналов (в пределах установленной мощности передачи информации).

На рис. 10 показаны внешний вид, основные параметры контроллера FOBOS-100GL и одна из схем его включения в локальную сеть [7]. Внешний вид конвертеров среды FOBOS-100L, S, M [7] показан на рис. 11.

В 2016—2018 гг. контроллеры не раз экспонировались на выставках "Технологии безопасности" и др., награждены дипломами, признаны победителями конкурса "100 лучших товаров" в Нижегородской области и России, устройства и программа защищены в России несколькими патентами на изобретения.

В обоих устройствах применен метод прямого детектирования (контролируется разность мощности между передачей и приемом информации, т. е. коэффициент передачи между полюсами). Это косвенное измерение локальных потерь в волокне.

Метод обратного рассеяния основан на временной рефлектометрии (OTDR — Optical Time



Пропускная способность от 100 Мбит на канал  
 Стандарт передачи и тип оптического кабеля — любой  
 Дальность передачи: до 100 км  
 Порог отключения передачи информации 0,02 дБ  
 Время реакции на отключение передачи менее 0,2 с

Рис. 10. Внешний вид контроллера FOBOS-100GL, его основные параметры и пример схемы включения



Рис. 11. Внешний вид конвертеров среды FOBOS-100L, S, M

Domain Reflectometer) и измеряет локальные потери, т. е. контролирует непосредственно отвод мощности из волокна. Он имеет преимущество по сравнению с методом прямого детектирования по основным параметрам — точности, времени наблюдения и мониторингу. Исключение составляют время реакции (необходима обработка сигнала) и применимости (необходима отдельная длина волны для рефлектометрии волокна).

Таким образом, оптимальным является сочетание применения обоих методов в одном устройстве системы контроля: метода обратного рассеяния, характеризующегося точностью измерения, и метода прямого детектирования, обеспечивающего быстроту реакции.

Впервые в России в РФЯЦ-ВНИИЭФ в 2018—2020 гг. был разработан комплексный контроллер защиты, основанный на двух методах — прямого детектирования и обратного рассеивания [48]. На рис. 12 показаны внешний вид платы устройства, осциллограмма подключения устройства нарушения, полученная методом обратного рассеяния, и экспериментальная установка для тестирования платы.

Методы защиты данного устройства для АОН описаны в зарубежной НМД [16] и хорошо соответствуют отечественной приемопередающей аппаратуре ВОСП [50], предназначенной для сетей второго и третьего класса. Устройство экспонировалось на выставках и защищено несколькими патентами на изобретения.

Таким образом, научно-технический задел РФЯЦ-ВНИИЭФ по техническим средствам за-

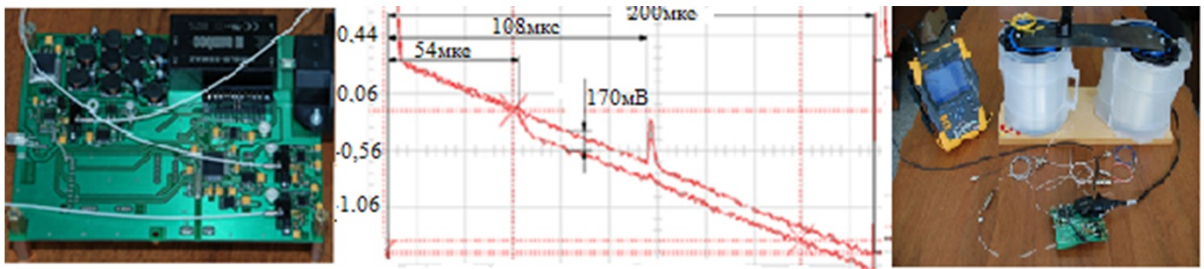


Рис. 12. Внешний вид платы, осциллограмма подключения устройства нарушения и экспериментальная установка для тестирования [49]

щиты позволяет разрабатывать, сертифицировать и серийно производить новые устройства, основанные на двух методах технической защиты информации.

### Сравнение способов защиты информации в оптических волокнах

Сравнение способов защиты информации, передаваемой за пределами КЗ по оптическому волокну, основанных на традиционной и квантовой криптографии, а также технических средствах, представлено в табл. 3. Прокомментируем приведенные в ней данные.

*Область применения.* Традиционная криптография не зависит от среды передачи и может применяться в любой сети, чего нельзя сказать о квантовой криптографии и технических средствах защиты, которые "привязаны" к оптическому волокну, применяемому только в ВОСП.

*Степень защищенности информации.* Этот показатель зависит от того, какие средства перехвата использует нарушитель, а они, в свою очередь, — от стоимости и принадлежности информации. При перехвате информации, составляющей ГТ, спецслужбами зарубежных стран используются все возможные средства.

Таблица 3

### Сравнение способов защиты информации в оптическом волокне

| Способ защиты информации  | Область применения                       | Степень защищенности информации | Скорость передачи информации на канал, Гбит/с | Тип манипуляции | Максимальная дальность связи, км | Универсальность к протоколам передачи | Наличие НМД | Стоимость аппаратуры защиты информации, тыс. руб. |
|---------------------------|--|---------------------------------|---|-----------------|----------------------------------|---------------------------------------|-------------|---|
| Традиционная криптография | Сети общего пользования, выделенные сети | Средняя                         | До 10   | Амплитудная     | Нет ограничений                  | Нет                                   | Есть        | 2000N*  |
| Квантовая криптография    | Выделенные сети с оптическим волокном    | Средняя                         | До 10 (при КРК)                               | Амплитудная     | Один пролет для квантового ключа | Нет                                   | Нет         | 8000+ + 2000N                                     |
| Технические средства      | Выделенные сети с оптическим волокном    | Высокая                         | Нет ограничений                               | Нет ограничений | Нет данных                       | Да                                    | Есть        | 400   |

\*N — число каналов

Для информации, не содержащей ГТ, частные лица используют средства, которые существуют в свободной продаже. Поэтому можно считать информацию, для которой применяется традиционная и квантовая криптография, недостаточно защищенной от спецслужб иностранных государств. Техническая защита определяется предельными возможностями средств нарушения оптических волокон, используемых в ВОСП.

*Скорость передачи информации на канал.* Как в традиционной, так и квантовой криптографии (при КРК) скорость передачи информации определяется скоростью в устройствах традиционной криптографии (на сегодняшний день до 10 Гбит/с). При использовании технических средств защиты информации скорость передачи не ограничена.

*Тип манипуляции.* В криптографии используется только амплитудная манипуляция (это связано, вероятно, со скоростью передачи). Технические средства защиты информации не зависят от типа манипуляции (амплитудная, фазовая и т. д.).

*Дальность связи.* В традиционной криптографии она не ограничена. В квантовой криптографии передача привязана к оптическому волокну, а передача квантового кода — к одному пролету ВОСП. Для технической защиты нет принципиальных ограничений в дальности связи, но она не определена экспериментально.

*Универсальность к протоколам передачи.* Криптографические средства связаны с определенным протоколом передачи, а технические средства, которые используют пилот-сигнал и среднюю мощность при передаче, открыты для любых сигналов (в том числе для CWDM и DWDM в любом диапазоне).

*Наличие НМД.* Для внедрения в эксплуатацию устройств традиционной криптографии и технических средств, предназначенных для передачи информации разного характера, есть НМД. Для средств квантовой криптографии такой документации нет (по крайней мере, о ее наличии автору не известно).

*Стоимость аппаратуры защиты информации.* Технические средства стоят в среднем в 5 раз дешевле устройств традиционной криптографии и в 20 раз дешевле устройств формирования квантового ключа (без учета КРК).

При увеличении числа каналов в технических средствах защиты информации устройства традиционной криптографии не добавляются, а к квантовому каналу (при КРК) добавляются, что

соответственно влияет на стоимость аппаратуры.

## Заключение

По всем выбранным показателям для ВОСП технические средства защиты информации имеют преимущества перед устройствами традиционной и квантовой криптографии. Устройства технической защиты должны быть универсальны по отношению к протоколам и скорости передачи информации и построены для ВОСП всех классов. В технических средствах защиты рекомендуется использовать пилот-сигналы и строить их на основе двух методов — прямого детектирования и обратного рассеяния.

Традиционная криптография не зависит от среды передачи и защищает информацию, не составляющую ГТ, от обычных пользователей в сетях общего пользования. Традиционная криптография является единственным средством защиты для гибридных систем первого класса (основанных не на ВОСП).

При переходе систем первого класса полностью на ВОСП, доступности квантового компьютера и алгоритма П. Шора для широкого пользования квантовая криптография полностью заменит традиционную криптографию. По крайней мере, так думают многие пользователи.

Однако для сетей второго и третьего классов квантовая криптография не соответствует требованиям ВОСП по основным параметрам (скорости, дальности, вероятности ошибки) и стоимости.

Технические средства защиты РФЯЦ-ВНИИЭФ в состоянии обеспечить защиту информации ВОСП всех трех классов независимо от характера информации.

## Список литературы

1. ГОСТ Р 50922-2006. Защита информации. Основные термины и определения. GOST R 50922-2006. Zashchita informatsii. Osnovnye terminy i opredeleniya.
2. ГОСТ Р 53114-2008. Защита информации. Обеспечение информационной безопасности в организации. Термины и определения. GOST R 53114-2008. Zashchita informatsii. Obespechenie informatsionnoy bezopasnosti v organizatsii. Terminy i opredeleniya.
3. Шубин В. В. Волоконно-оптические системы и информационная безопасность. С.-Пб.: ИВА, 2006.

- Shubin V. V.* Volokonno-opticheskiye sistemy i informatsionnaya bezopasnost. S.-Pb.: IVA, 2006.
4. ITU-T. G.694.1. Spectral grids for WDM applications: DWDM frequency grid.
  5. ITU-T. G.694.2. Spectral grids for WDM applications: CWDM wavelength grid.
  6. All-optical network (AON). National communications system. NCS TIB 00-7. 2000.
  7. *Шубин В. В.* Информационная безопасность волоконно-оптических систем. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2015.  
*Shubin V. V.* Informatsionnaya bezopasnost volokonno-opticheskikh system. Sarov: RFYaTs-VNIEF, 2015.
  8. *Трещиков В. Н., Наний О. Е.* Новое поколение DWDM — систем связи // Фотон-экспресс. 2014. № 4 (116). С. 18—23.  
*Treshchikov V. N., Naniy O. E.* Novoe pokolenie DWDM — system svyazi // Foton-ekspress. 2014. № 4 (116). S. 18—23.
  9. *Наний О. Е., Трещиков В. Н.* Российское оборудование 40 Гбит/с — реальность! // Там же. 2010. № 5 (85). С. 28—30.  
*Naniy O. E., Treshchikov V. N.* Rossiyskoe oborudovanie 40 Gbit/s — realnost! // Tam zhe. 2010. № 5 (85). S. 28—30.
  10. *Гуркин Н. В., Капин Ю. А., Павлов В. Н., Плаксин С. О., Трещиков В. Н.* Характеристики однопролетной системы DWDM с каналами 40 Гбит/с DPSK в сетке 50 ГГц // Электросвязь. 2012. № 1. www: t8.ru/?p=1777.  
*Gurkin N. V., Kapin Yu. A., Pavlov V. N., Plaksin S. O., Treshchikov V. N.* Kharakteristiki odnoprolyetnoy sistemy DWDM s kanalami 40 Gbit/s DPSK v setke 50 GGts // Elektrosvyaz. 2012. № 1. www: t8.ru/?p=1777.
  11. *Гуркин Н. В., Трещиков В. Н., Наний О. Е.* Оптические когерентные DWDM системы связи с канальной скоростью 100 Гбит/с // Фотон-экспресс. 2014. № 4. С. 24—27.  
*Gurkin N. V., Treshchikov V. N., Naniy O. E.* Opticheskie kogerentnye DWDM sistemy Svyazi s kanalnoy skorostyu 100 Gbit/s // Foton-ekspress. 2014. № 4. S. 24—27.
  12. ITU-T. G.975. Forward error correction for submarine systems.
  13. ITU-T. G.975.1. Forward error correction for high bit-rate DWDM submarine systems.
  14. ITU-T. G.709. Interfaces for the optical transport network.
  15. *Shannon C. E.* Communication theory of secrecy systems. <https://archive.org>.
  16. *Страхова С. И.* Философия квантовых вычислений. "Квантовая механика наноразмерных структур". <https://nuclphys.sinp.msu.ru/qmns/8-9.pdf>.  
*Strakhova S. I.* Filosofiya kvantovykh vychisleniy. "Kvantovaya mekhanika nanorazmernykh struktur". <https://nuclphys.sinp.msu.ru/qmns/8-9.pdf>.
  17. *Shor P.* Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring // Proc. 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. Los Alamitos: IEEE Computer Society, 1994. P. 124.
  18. Основы квантовых вычислений. <https://gerdt>.  
Osnovy kvanovykh vychisleniy. <https://gerdt>.
  19. Общие специальные требования для волоконно-оптических систем передачи. ФСБ России, 2012.  
Obshchie spetsialnye trebovaniya dlya volokonno-opticheskikh system peredachi. FSB Rossii, 2012.
  20. Сборник методических документов по технической защите информации, не содержащей сведения составляющих государственную тайну, в волоконно-оптических системах передачи информации. ФСТЭК России, 2012.  
Sbornik metodicheskikh dokumentov po tekhnicheskoy zashchite informatsii, ne sodержashchey svedeniya, sostavlyayushchie gosudarstvennuyu taynu, v volokonno-opticheskikh sistemakh peredachi informatsii. FSTEK Rossii, 2012.
  21. Положение о сертификации средств защиты информации. Постановление Правительства РФ от 26 июня 1995 г. № 608 (с изменениями и дополнениями от 23 апреля 1996 г. № 509; от 29 марта 1999 г. № 342; от 17 декабря 2004 г. № 808).  
Polozhenie o sertifikatsii sredstv zashchity informatsii. Postanovlenie Pravitelstva RF ot 26 iyunya 1995 g. № 608 (s izmeneniyami i

- dopolneniyami ot 23 aprelya 1996 g. № 509; ot 29 marta 1999 g. № 342; ot 17 dekabrya 2004 g. № 808).
22. ГОСТ 28147-87. Система обработки информации, защищенной криптографией. Алгоритм криптографического преобразования. GOST 28147-87. Sistema obrabotki informatsii, zashchishcheyennoy kriptografiei. Algoritm kriptograficheskogo preobrazovaniya.
  23. *Bennett C., Brassard G.* Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing // Proc. IEEE Int. Conf. on Computers, Systems and Signal Processing. N.-Y., 1984. P. 175–179.
  24. Redefining Security Cerberis the Best of Classical and Quantum Worlds. Geneva: ID Quantique SA, 2012. www.idquantique.com.
  25. *Muller A., Breguet J., Gisin N.* Experimental demonstration of quantum cryptography using polarized photons in optical fiber over more than 1 km // Europhysics Lett. 1993. Vol. 23. P. 383–388.
  26. *Bennett C. H.* Quantum cryptography using any two non-orthogonal states // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 68. P. 3121–3124.
  27. *Молотков С. Н.* Об интегрировании квантовых систем засекреченной связи (квантовой криптографии) в оптоволоконные телекоммуникационные системы // Письма в ЖЭТФ. Т. 79, вып. 11. С. 691–704.  
*Molotkov S. N.* Ob integririrovani kvanovoykh system zasekrenchennoy svyazi (kvanovoy kriptografii) v optovolonnyye telekommunikatsionnyye sistemy // Pisma v ZhETF. T. 79, vyp. 11. S. 691–704.
  28. *Gleim A. V., Egorov V. I., Nazarov Y. V. u dr.* Secure polarization – independent subcarrier quantum key distribution in optical fiber channel using BB84 protocol with a strong reference // Optical express. 2016. Vol. 24, No 3. P. 2619–2633.
  29. *Gobby C., Yuan Z., Shields A.* Quantum key distribution over 122 km of standard telecom fiber // Appl. Phys. Lett. 2004. Vol. 84. P. 3762–3764.
  30. *Corndorf E., Liang C., Kanter G. S., Kumar P., Yuen H. P.* Quantum-noise randomized data-encryption for WDM fiber-optic networks // Physical Review A. 2005. Vol. 71(6). Paper 062326.
  31. *Takesue H., Diamanti E., Honjo T., Langrock C., Fejer M. M., Inoue K., Yamamoto Y.* Differential phase shift quantum key distribution experiment over 105 km fiber // New J. Phys. 2005. Vol. 7. P. 232.
  32. *Kimura T., Nambu Y., Hatanaka T., Tomita A., Kosaka H., Nakamura K.* Single-photon interference over 150 km transmission using silica-based integrated optic interferometers for quantum cryptography // Jpn. J. Appl. Phys. 2004. Vol. 43. P. L1217–L1219.
  33. *Hughes R., Morgan G., Peterson C.* Practical quantum key distribution over a 48 km optical fiber network // J. Mod. Opt. 2000. Vol. 47. P. 533–547.
  34. *Gisin N., Ribordy G., Tittel W., Zbinden H.* Quantum cryptography // Rev. Modern Phys. 2002. Vol. 74(1). P. 145.
  35. *Mayers D.* Unconditional security in quantum cryptography // Quant-Ph. 1998. Paper 9802025.
  36. *Biham E., Boyer M., Brassard G., J. Van de Graaf, Mor T.* Security of quantum key distribution against all collective attacks // Ibid. 1998. Paper 9801022.
  37. *Кронберг Д. А., Ожигов Ю. И., Чернявский А. Ю.* Квантовая криптография. Учеб. пособие. М.: МГУ им. М. В. Ломоносова. [http://sqi.cs.msu.su/store/storage/ss8dw5n\\_quantum\\_cryptography.pdf](http://sqi.cs.msu.su/store/storage/ss8dw5n_quantum_cryptography.pdf).  
*Kronberg D. A., Ozhigov Yu. I., Chernyavskiy A. Yu.* Kvanovaya kriptografiya. Ucheb. posobie. M.: MGU im. M. V. Lomonosova. [http://sqi.cs.msu.su/store/storage/ss8dw5n\\_quantum\\_cryptography.pdf](http://sqi.cs.msu.su/store/storage/ss8dw5n_quantum_cryptography.pdf).
  38. *Волков А. П., Зайцев А. Л., Ивченко С. Н., Краценко И. А., Курило А. П., Попов С. Н., Шубин В. В.* Исходные данные для построения модели съема информации, передаваемой по волоконно-оптическому тракту // Вопросы защиты информации. 1989. № 1(24). С. 43–48.  
*Volkov A. P., Zaytsev A. L., Ivchenko S. N., Krashchenko I. A., Kurilo A. P., Popov S. N., Shubin V. V.* Iskhodnye dannye dlya postroeniya modeli syema informatsii, peredavaemoy po volokonno-opticheskomu

- traktu // *Voprosy zashchity informatsii*. 1989. № 1(24). S. 43–48.
39. Волков А. П., Зайцев А. Л., Ивченко С. Н., Кращенко И. А., Курило А. П., Попов С. Н., Шубин В. В. О защите информации в волоконно-оптических системах // Там же. С. 37–42.  
*Volkov A. P., Zaytsev A. L., Ivchenko S. N., Krashchenko I. A., Kurilo A. P., Popov S. N., Shubin V. V.* O zashchite informatsii v volokonno-opticheskikh sistemakh // Там же. S. 37–42.
40. Сборник нормативно-методических документов по технической защите информации, содержащей сведения составляющих государственную тайну, в волоконно-оптических системах передачи информации. ФСТЭК России. 2006.  
*Sbornik normativno-metodicheskikh dokumentov po tekhnicheskoy zashchite informatsii, soderzhashchey svedeniya, sostavlyayushchie gosudarstvennyuyu taynu, v volokonno-opticheskikh sistemakh peredachi informatsii.* FSTEK Rossii. 2006.
41. Система сертификации средств защиты информации по требованиям безопасности информации № РОСС RU.0001.01БИ00. Сертификат соответствия № 1520 от 04 декабря 2007. [www.fstec.ru](http://www.fstec.ru).  
*Sistema sertifikatsii sredstv zashchity informatsii po trebovaniyam bezopasnosti informatsii № ROSS RU.0001.01BI00. Sertifikat sootvetstviya № 1520 ot 04 dekabya 2007.* [www.fstec.ru](http://www.fstec.ru).
42. Патент на изобретение № 2349039. Способ повышения вероятности обнаружения вывода излучения из оптического волокна / В. В. Шубин, С. И. Овечкин, С. Н. Ивченко. 10.03.2009.  
*Patent na izobretenie № 2349039. Sposob povysheniya veroyatnosti obnaruzheniya vyvoda izlucheniya iz opticheskogo volokna / V V. Shubin, S. I. Ovechkin, S. N. Ivchenko.* 10.03.2009.
43. Патент на изобретение № 2350018. Способ обнаружения вывода излучения с боковой поверхности оптического волокна / В. В. Шубин. 20.03.2009.  
*Patent na izobretenie № 2350018. Sposob obnaruzheniya vyvoda izlucheniya s bokovoy*
- poverkhnosti opticheskogo volokna / V. V. Shubin.* 20.03.2009.
44. Патент на изобретение № 2350019. Способ устранения ложных срабатываний при включении защищенных волоконно-оптических систем / В. В. Шубин, С. И. Овечкин. 20.03.2009. [www.patents.google.com/patent/RU2350019C2/ru](http://www.patents.google.com/patent/RU2350019C2/ru).  
*Patent na izobretenie № 2350019. Sposob ustraneniya lozhnykh srbatyvaniy pri vkluchenii zashchishchyennykh volokonno-opticheskikh system / V V. Shubin, S. I. Ovechkin.* 20.03.2009. [www.patents.google.com/patent/RU2350019C2/ru](http://www.patents.google.com/patent/RU2350019C2/ru).
45. Патент на изобретение № 2297102. Приемопередающее устройство защищенной волоконно-оптической системы передачи информации ограниченного доступа / В. В. Шубин, С. Н. Ивченко, С. И. Овечкин. 19.04.2007.  
*Patent na izobretenie № 2297102. Priyemoperedayushchee ustroystvo zashchishchyennoy volokonno-opticheskoy sistemy peredachi informatsii ogranichenного доступа / V. V. Shubin, S. N. Ivchenko, S. I. Ovechkin.* 19.04.2007.
46. Патент на изобретение № 2301497. Способ обнаружения доступа к оптическому сигналу при передаче по волоконно-оптическим линиям / В. В. Шубин, С. Н. Ивченко, С. И. Овечкин. 20.06.2007.  
*Patent na izobretenie № 2301497. Sposob obnaruzheniya dostupa k opticheskomu signalu pri peredache po volokonno-opticheskim liniyam / V V. Shubin, S. N. Ivchenko, S. I. Ovechkin.* 20.06.2007.
47. Система сертификации средств защиты информации по требованиям безопасности информации № РОСС RU.0001.01БИ00. Сертификат соответствия № 3329 от 30 декабря 2014.  
*Sistema sertifikatsii sredstv zashchity informatsii po trebovaniyam bezopasnosti informatsii № ROSS RU.0001.01BI00. Sertifikat sootvetstviya № 3329 ot 30 dekabya 2014.*
48. Патент на изобретение № 2611588. Устройство комплексного контроля волоконно-оптической линии / К. И. Балашов, В. В. Шубин. 28.02.2017.



- Patent na izobretenie № 2611588. Ustroystvo kompleksnogo kontrolya volokonno-opticheskoy linii / K. I. Balashov, V. V. Shubin. 28.02.2017.
49. Основные достижения РФЯЦ-ВНИИЭФ 2020. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2021. С. 17. Osnovnye dostizheniya RFYaTs-VNIIEF 2020. Sarov: RFYaTs-VNIIEF, 2021. S. 17.
50. T8. DWDM системы "Волга". Объединяем Россию. Разработка, производство, проектирование, инсталляция. <https://T8-80000km-ru>. T8. DWDM sistemy "Volga". Obedinyаем Rossiyu. Razrabotka, proizvodstvo, projektirovanie, installyatsiya. <https://T8-80000km-ru>.

Статья поступила в редакцию 21.12.21.

---

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- Володина Наталия Александровна** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательской лаборатории, *e-mail*: NAVolodina@vniief.ru
- Краюхин Сергей Андреевич** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, старший научный сотрудник, *e-mail*: SAnKrayukhin@vniief.ru
- Куркина Оксана Евгеньевна** — НГТУ им. Р. Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, ведущий научный сотрудник, *e-mail*: Oksana.Kurkina@mail.ru
- Куркин Андрей Александрович** — НГТУ им. Р. Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, заведующий кафедрой, *e-mail*: aakurkin@gmail.com
- Лебедева Александра Сергеевна** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, математик, *e-mail*: ASLebedeva@vniief.ru
- Лебедев Сергей Наркисович** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИТФ им. академ. Е. И. Забабахина", г. Снежинск Челябинской области, начальник научно-исследовательского отдела, *e-mail*: s.n.lebedev@vniitf.ru
- Мустафин Артём Марсович** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИТФ им. академ. Е. И. Забабахина", г. Снежинск Челябинской области, оператор ЭВМ, *e-mail*: geologtema@mail.ru
- Надуев Александр Геннадиевич** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательской лаборатории, *e-mail*: AGNaduev@vniief.ru
- Наумов Андрей Олегович** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, старший научный сотрудник, *e-mail*: AONaumov@vniief.ru
- Пашенцева Наталия Николаевна** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИТФ им. академ. Е. И. Забабахина", г. Снежинск Челябинской области, ведущий инженер-математик, *e-mail*: pashnn@mail.ru
- Потехин Антон Львович** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательского отдела, *e-mail*: ALPotekhin@vniief.ru
- Резвова Татьяна Владимировна** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, старший научный сотрудник, *e-mail*: TVRezvova@vniief.ru
- Рувинская Екатерина Александровна** — НГТУ им. Р. Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, научный сотрудник, *e-mail*: e.rouvinskaya@gmail.com
- Стародубов Сергей Витальевич** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательской лаборатории, *e-mail*: SVStarodubov@vniief.ru
- Тихонова Анастасия Петровна** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, старший научный сотрудник, *e-mail*: A.P.Tikhonova@itmf.vniief.ru
- Цибереv Кирилл Владимирович** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательского отдела, *e-mail*: KVtsiberev@vniief.ru
- Ширшова Мария Олеговна** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, старший научный сотрудник, *e-mail*: shirsh@vniief.ru
- Шувалова Екатерина Владимировна** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательской лаборатории, *e-mail*: EVShuvalova@vniief.ru
- Шубин Владимир Владимирович** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, главный научный сотрудник, *e-mail*: VVShubin@vniief.ru
- Черевань Александр Дмитриевич** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, старший научный сотрудник, *e-mail*: ADCherevan@vniief.ru
- Ямщикова Мария Александровна** — ФГУП "РФЯЦ–ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, инженер-исследователь, *e-mail*: MAYamschikova@vniief.ru

## INFORMATION ABOUT AUTHORS

**Volodina Nataliya Aleksandrovna** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, head of research laboratory, *e-mail*: NAVolodina@vniief.ru

**Krayukhin Sergey Andreevich** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, senior scientist, *e-mail*: SAnKrayukhin@vniief.ru

**Kurkina Oksana Evgenyevna** — R. E. Alekseev NNSTU, Nizhny Novgorod, leading scientist, *e-mail*: Oksana.Kurkina@mail.ru

**Kurkin Andrey Aleksandrovich** — R. E. Alekseev NNSTU, Nizhny Novgorod, head of a university department, *e-mail*: aakurkin@gmail.com

**Lebedeva Aleksandra Sergeevna** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, mathematician, *e-mail*: ASLebedeva@vniief.ru

**Lebedev Sergay Narkisovich** — FSUE "Zababakhin RFNC-VNIITF", Snezhinsk, Chelyabinsk region, head of research department, *e-mail*: s.n.lebedev@vniitf.ru

**Mustafin Artyem Marsovich** — FSUE "Zababakhin RFNC-VNIITF", Snezhinsk, Chelyabinsk region, computer operator, *e-mail*: geologtema@mail.ru

**Naduev Aleksandr Gennadievich** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, head of research laboratory, *e-mail*: AGNaduev@vniief.ru

**Naumov Andrey Olegovich** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, senior scientist, *e-mail*: AONaumov@vniief.ru

**Pashentseva Nataliya Nikolaevna** — FSUE "Zababakhin RFNC-VNIITF", Snezhinsk, Chelyabinsk region, leading applied mathematician, *e-mail*: pashnn@mail.ru

**Potekhin Anton Lvovich** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, head of research department, *e-mail*: ALPotekhin@vniief.ru

**Rezvova Tatyana Vladimirovna** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, senior scientist, *e-mail*: TVRezvova@vniief.ru

**Ruvinskaya Ekaterina Aleksandrovna** — R. E. Alekseev NNSTU, Nizhniy Novgorod, scientist, *e-mail*: e.rouvinskaya@gmail.com

**Starodubov Sergey Vitalyevich** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, head of research laboratory, *e-mail*: SVStarodubov@vniief.ru

**Tikhonova Anastasiya Petrovna** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, senior scientist, *e-mail*: A.P.Tikhonova@itmf.vniief.ru

**Tsiberev Kirill Vladimirovich** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, head of research department, *e-mail*: KVtsiberev@vniief.ru

**Shirshova Mariya Olegovna** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, senior scientist, *e-mail*: shirsh@vniief.ru

**Shuvalova Ekaterina Vladimirovna** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, head of research laboratory, *e-mail*: EVShuvalova@vniief.ru

**Shubin Vladimir Vladimirovich** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, chief scientist, *e-mail*: VVShubin@vniief.ru

**Cherevan Aleksandr Dmitrievich** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, senior scientist, *e-mail*: ADCherevan@vniief.ru

**Yamshchikova Mariya Aleksandrovna** — FSUE "RFNC-VNIIEF", Sarov, N. Novgorod region, research engineer, *e-mail*: MAYamschikova@vniief.ru

## ПЕРЕЧЕНЬ

статей, опубликованных в 2022 г. в научно-техническом сборнике "Вопросы атомной науки и техники". Сер. "Математическое моделирование физических процессов"

*Вронский А. В., Чубарешко И. С., Шестаков А. А.* Моделирование переноса и поглощения лазерного излучения в мишенях инерциального термоядерного синтеза с непрямым воздействием. Вып. 1. С. 3–16.

*Модестов Д. Г.* Оценка временной постоянной при учете запаздывающих нейтронов. Вып. 1. С. 17–26.

*Гордеев Д. Г., Жильникова Н. Н., Кидьямкина Д. Н., Куделькин В. Г., Куликова М. В., Шумилина О. Н.* Библиотека программ УРС-ОФ расчета свойств веществ, адаптированная для вычислительных систем с возможностью параллельных и векторизованных вычислений. Вып. 1. С. 27–39.

*Романов В. И., Маслов Е. Е., Гулаков С. Ю.* Метод пересчета трехмерного поля температур для решения задач прочности. Вып. 1. С. 40–47.

*Миллюкова О. Ю.* MPI+OpenMP реализация метода сопряженных градиентов с преобуславливателями блочного неполного обратного треугольного разложения второго и первого порядка. Вып. 1. С. 48–61.

*Запонов А. Э., Конради Д. С.* Влияние материала подложки охлаждаемого инфракрасного матричного фотоприемника на нагрев его фоточувствительного слоя при взаимодействии с интенсивным лазерным излучением. Вып. 1. С. 62–69.

*Мартынова И. А., Мартынов А. П., Николаев Д. Б., Фомченко В. Н.* Система пространственно-группового преобразования информационных потоков. Вып. 1. С. 70–82.

*Бибердорф Э. А., Митенкова Е. Ф., Семёнова Т. В., Соловьёва Е. В.* Метод ассоциированных инвариантных подпространств в задачах распределения нейтронов в слабосвязных системах. Вып. 2. С. 3–16.

*Янцлжик Ю. В.* Двумерное численное моделирование опыта по перемешиванию в трехслойной газовой системе с условием прилипания на стенках ударной трубы. Вып. 2. С. 17–26.

*Понькин Е. И.* Математическое описание двух способов газодинамического воздействия на мишень с использованием решения Сучкова. Вып. 2. С. 27–39.

*Бликов А. О., Мочалов М. А., Шувалова Е. В., Бакулина Е. А., Пронин Е. А.* Доопытное численное моделирование квазиизэнтропической сжимаемости дейтерия и гелия в области высоких давлений по методике ЛЭГАК. Вып. 2. С. 40–52.

*Бабанов А. В., Воеводин А. В., Щербачков А. Н.* О применении средств машинного обучения для поддержания качества простран-

ственной сетки при решении задач газовой динамики. Вып. 2. С. 53–60.

*Смолкина Д. Н.* Улучшение качества объемных ячеек путем удаления малых ребер при генерации сеток методом отсечения в пакете программ "Логос". Вып. 2. С. 61–71.

*Янцлкин Ю. В., Стаценко В. П., Чернышев Ю. Д., Беляев С. П., Колобянин В. Ю., Кондрашенко А. В., Топорова О. О., Турутина И. Ю.* Численное моделирование трехмерного течения газа в газовой центрифуге. Часть 1. Описание методики. Вып. 3. С. 3–19.

*Янцлкин Ю. В., Стаценко В. П., Чернышев Ю. Д., Беляев С. П., Колобянин В. Ю., Кондрашенко А. В., Топорова О. О., Турутина И. Ю.* Численное моделирование трехмерного течения газа в газовой центрифуге. Часть 2. Результаты расчетов модельной центрифуги "Игуассу". Вып. 3. С. 20–36.

*Хмельницкая А. Д., Карлыханов Н. Г.* Квазиспектральный метод решения кинетического уравнения переноса излучения в двумерной осесимметричной постановке. Вып. 3. С. 37–47.

*Нуждин А. А.* Иерархический алгоритм распараллеливания вычислений при решении трехмерного уравнения переноса нейтронов на гибридных супер-ЭВМ. Вып. 3. С. 48–62.

*Ерофеев А. М., Ветчинников М. В.* Оптимизация алгоритмов в прикладном методическом тесте MD для эффективного использования GPU. Вып. 3. С. 63–72.

*Борисенко О. Н., Кузьменко М. В., Черенкова М. В., Гиниятуллина А. Г., Чухманов Н. В., Смолкина Д. Н., Тимаева Т. Е., Блажнова К. А.* Улучшение качества граней объемных ячеек при генерации неструктурированных сеток в пакете программ "Логос". Вып. 3. С. 73–85.

*Титов М. А.* Реализация в программном комплексе "Виртуальный 3D-принтер" возможности применения векторных шрифтов для аддитивного производства. Вып. 3. С. 86–96.

Главный редактор  
Шагалиев Р. М.

Заместители главного редактора:  
Алексеев А. В., Тишкин В. Ф.  
Ответственный секретарь:  
Соколовская Е. В.

Члены редколлегии:

Бартенев Ю. Г., Бетелин В. Б., Бочков А. И., Вронский М. А.,  
Дрёмов В. В., Залялов Н. Н., Кибзун А. И., Козелков А. С.,  
Козманов М. Ю., Куркин А. А., Мартынов А. П., Петров И. Б.,  
Прилуцкий М. Х., Смирнов Н. Н., Соколов С. С., Старостин Н. В.,  
Степаненко С. А., Храмченков М. Г., Четверушкин Б. Н.,  
Шестаков А. А., Янилкин Ю. В.

Адрес редакции и издателя: 607188,  
г. Саров Нижегородской обл., пр. Мира, 37  
тел.: (83130)28406, *e-mail*: sokol@vniief.ru.  
Адрес сайта журнала: <http://vant.vniief.ru/>

УДК 519.6

РАСЧЕТ МНОГОМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БЛОЧНО-СТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТОК СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА В МЕТОДИКЕ "ЛЭГАК" / Н. А. Володина, С. А. Краюхин, А. О. Наумов, С. В. Стародубов, А. П. Тихонова, Т. В. Резвова, К. В. Цибереv, М. О. Ширшова, Е. В. Шувалова // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2022. Вып. 4. С. 3–18.

Приводится описание реализации в методике ЛЭГАК алгоритмов расчета многомерных нестационарных течений многокомпонентной сплошной среды с использованием блочно-структурированных сеток специального вида. Под сетками специального вида подразумеваются блочно-структурированные сетки с элементами нерегулярной стыковки на границах блоков, а именно имеющие сопряжение квазисферической и кубической сеток и кратное соотношение ячеек на границах блоков. Основными преимуществами использования сеток специального вида в методике ЛЭГАК являются возможность локального увеличения подробности расчетной сетки при моделировании разномасштабных конструкций и для более точного описания отдельных физических процессов, а также возможность выбора более адаптированной к течению расчетной сетки для прикладных задач. Рассматриваются методы организации вычислений на блочно-структурированных сетках, алгоритмы модификации счетных программ и применяемые алгоритмы распараллеливания. Для демонстрации работоспособности методики приведены результаты расчетов нескольких методических задач с использованием блочно-структурированных сеток (рис. — 18, табл. — 3, список лит. — 11).

*Ключевые слова:* методика ЛЭГАК, блочно-структурированные сетки, квазисферические сетки, кратная стыковка.

УДК 519.63

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ОДНОМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ МЕТОДОМ СКВОЗНОГО СЧЕТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМЫ "РОМБ" / А. М. Мустафин, Н. Н. Пащенко, С. Н. Лебедев // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2022. Вып. 4. С. 19–32.

Рассмотрено численное решение одномерной задачи Стефана методом сквозного счета с использованием схемы "Ромб" и исследована эффективность применения адаптивной сетки для поставленной задачи. Приведен алгоритм построения адаптивной разностной сетки для трехфазовой задачи теплопроводности. На адаптивно встраиваемой сетке получена разностная схема "Ромб", аппроксимирующая решаемое уравнение в пределах одной ячейки и позволяющая работать с граничными условиями, заданными в различных формах. Получены численные решения трех вариантов задачи Стефана: двух — с тремя фазами в плоской постановке и одной прикладной двухфазовой задачи о плавлении микрочастицы железа в сферической постановке. Показано согласие решений с результатами исследований аналогичных задач другими авторами. Наглядно показаны преимущества применения адаптации разностных сеток перед использованием традиционных сеток в случае решения задач типа Стефана (рис. — 8, табл. — 3, список лит. — 17).

*Ключевые слова:* задача Стефана, разностная схема "Ромб", адаптивная разностная сетка, гибридная структура данных, бинарное дерево, двусвязный список.

УДК 532.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОКРЫТИЯ ОТКРЫТО-ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ ТОНКИМ СЛОЕМ ЖИДКОСТИ / М. А. Ямщикова // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2022. Вып. 4. С. 33–40.

Исследование покрытия цилиндрической открыто-пористой структуры слоем жидкости сводится к рассмотрению подзадач моделирования формы капли в нескольких конфигурациях: капля находится на поверхности цилиндра либо жидкость сосредоточена между цилиндрами в горизонтальном и вертикальном положениях. Характеристиками такого покрытия являются масса и толщина получаемого слоя.

Для пористой системы проведен обзор метода расчета и моделирования формы капли в однородном поле силы тяжести. Представлено решение уравнения Лапласа для цилиндрической капли. Получены равновесные формы капли на поверхностях различной формы и наклона. Приведены результаты оценки количества жидкости, покрывающей поверхность открыто-пористой конструкции (рис. — 11, табл. — 1, список лит. — 7).

*Ключевые слова:* форма капли, уравнение Лапласа, поверхностное натяжение, угол смачивания.



УДК 532.5

ДВУМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛНОНЕЛИНЕЙНЫХ БАРОКЛИННЫХ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ НА СЕВЕРО-ВОСТОЧНОМ ШЕЛЬФЕ ОСТРОВА САХАЛИН / А. А. Куркин, О. Е. Куркина, Е. А. Рувинская // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2022. Вып. 4. С. 41—54.

В рамках настоящей работы для численного исследования особенностей бароклинных течений было выбрано несколько вертикальных "разрезов" в северо-восточной части шельфовой зоны острова Сахалин, богатой месторождениями нефти и газа и представляющей собой уникальную экосистему. Показано, что бароклинный компонент вносит существенный вклад в поле течений и имеет сложную многомодовую сильнонелинейную структуру. Выделено несколько режимов трансформации длинных волн, получены оценки амплитуд как волн бароклинного прилива, так и короткопериодных внутренних волн, генерируемых на их фронтах. Выполненное численное моделирование позволяет сделать вывод о том, что волны бароклинного прилива и интенсивные внутренние волны могут способствовать образованию подводных дюн в прибрежной зоне этой части акватории, как это отмечалось в работах, посвященных натурным наблюдениям, а также влиять на функционирование всей прибрежной экосистемы (рис. — 9, табл. — 1, список лит. — 31).

*Ключевые слова:* стратифицированная среда, морской шельф, уединенные волны, придонные скорости, число Фруда, численное моделирование, солибор, вейвлет-анализ, корреляционный анализ.

УДК 004.4

АРХИТЕКТУРА ПРОГРАММНОГО МОДУЛЯ "ЛОГОС ПЛАТФОРМА" / А. Г. Надуев, А. Д. Черевань, А. С. Лебедева // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2022. Вып. 4. С. 55—63.

В РФЯЦ-ВНИИЭФ разрабатывается пакет программ "Логос", в состав которого входит модульная интеграционная "Логос Платформа", предназначенная для объединения различных расчетных модулей и решения широкого класса физических задач. В данной статье содержится описание программного модуля "Логос Платформа", его целей, задач, ключевых возможностей и основных компонентов. К таким компонентам относятся, например: интегратор, обеспечивающий управление механизмами программного модуля "Логос Платформа" и предоставляющий для этого графический интерфейс; обработчик сценария для выполнения расчетного задания; модули этапов сценария, реализующие логику этапов расчетного задания; транспортный уровень, обеспечивающий взаимодействие между несколькими основными расчетными модулями в процессе связанного расчета мультидисциплинарных задач (рис. — 7, список лит. — 5).

*Ключевые слова:* "Логос Платформа", математическое моделирование, мультидисциплинарные расчеты, параметрические и оптимизационные исследования.

УДК 004.4

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОРГАНИЗАЦИИ СТРУКТУР ДАННЫХ В СИСТЕМАХ НАУЧНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ / А. Л. Потехин // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2022. Вып. 4. С. 64–71.

Использование систем визуализации является одним из наиболее простых и удобных способов анализа результатов математического моделирования. Один из важных вопросов, который приходится решать разработчикам при создании систем визуализации, является вопрос выбора структур данных. Необходимо соблюсти компромисс между расходом оперативной памяти и скоростью работы, удобством применения для конкретных алгоритмов и универсальностью и т. д.

Описываются структуры данных, разработанные в рамках параллельной системы постобработки ScientificView, причины выбора таких структур. Приводится сравнение их скоростных и расходных характеристик с характеристиками структур в системе со схожими возможностями (рис. — 7, табл. — 1, список лит. — 13).

*Ключевые слова:* системы научной визуализации, графическая обработка данных, постобработка результатов математического моделирования, параллельные алгоритмы.

УДК 621.383:004.721

ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ ЗА ПРЕДЕЛАМИ КОНТРОЛИРУЕМОЙ ЗОНЫ В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ СЕТЯХ / В. В. Шубин // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2022. Вып. 4. С. 72–87.

Представлены подходы к защите информации за пределами контролируемой зоны в волоконно-оптических сетях. Дана классификация сетей и приведены три способа их защиты: традиционная и квантовая криптография, а также технические средства. Показаны особенности высокоскоростных волоконно-оптических систем: разреженное и плотное волновое уплотнение, фазовая манипуляция, упреждающая коррекция ошибок и многофункциональность. Дано описание традиционной и квантовой криптографии с точки зрения соответствия современным волоконно-оптическим системам и защите передаваемой информации. Представлен подход РФЯЦ-ВНИИЭФ к защите передаваемой информации по волоконно-оптическим сетям с помощью технических средств и их сравнение с другими вариантами (рис. — 12, табл. — 3, список лит. — 50).

*Ключевые слова:* защита информации, контролируемая зона, волоконно-оптическая система передачи, традиционная и квантовая криптография, техническая защита информации.

SIMULATION OF MULTIDIMENSIONAL NONSTATIONARY MULTIMATERIAL-CONTINUUM FLOWS USING BLOCK-STRUCTURED MESHES OF A SPECIAL KIND IN THE "LEGAK" CODE / N. A. Volodina, S. A. Krayukhin, A. O. Naumov, S. V. Starodubov, A. P. Tikhonova, T. V. Rezvova, K. V. Tsiberev, M. O. Shirshova, E. V. Shuvalova // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2022. No 4. P. 3–18.

The paper describes the implementation of computational algorithms in the LEGAK code for the simulation of multidimensional nonstationary multimaterial-continuum flows using block-structured meshes of a special kind. Meshes of a special kind mean the block-structured meshes with the irregular blending elements at the interfaces of blocks, namely, the meshes with mating of quasi-spherical and cubical meshes and with a fold ratio of cells at boundaries of blocks. The main advantage of using the special-kind meshes in LEGAK is that they allow locally refining the computational mesh during the simulation of structures of different scales and also provide a higher accuracy of describing separate physical processes and the selection of the computational mesh, which is better adapted to the given flow to solve application problems. Methods of computations on block-structured meshes, computation program modification algorithms, and algorithms of parallelizing are considered. To demonstrate the code serviceability, results of computations with the use of block-structured meshes are given for several methodological problems.

*Key words:* the LEGAK code, block-structured meshes, quasi-spherical meshes, кратная стыковка.

NUMERICAL SOLUTION OF 1D RADIATIVE HEAT TRANSFER PROBLEMS WITH PHASE TRANSFORMATIONS IN A ONCE-THROUGH RUN WITH THE "ROMB" SCHEME / A. M. Mustafin, N. N. Pashentseva, S. N. Lebedev // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2022. No 4. P. 19–32.

The paper considers the numerical solution of 1D Stephan's problem in a once-through run with the "Romb" scheme and studies the efficiency of the mesh adaptation to the problem. The algorithm of building an adaptive difference mesh for a three-phase heat transfer problem is given. The difference scheme "Romb" was derived on the adaptively refined mesh, it allows approximating the heat transfer equation within one cell and operating with boundary conditions of different forms. The numerical solutions were obtained for three Stephan's problems: for two planar three-phase problems and for the application spherical two-phase melting problem for a microparticle of iron. It is shown that the solutions found agree with the results obtained by the other authors. The advantages of the difference mesh adaptation against the use of conventional meshes are clearly demonstrated for the solution of Stephan's problems.

*Key words:* Stephan's problem, the "Romb" difference scheme, adaptive difference mesh, hybrid data structure, binary tree, double-linked list.

SIMULATION OF THE OPEN-PORE STRUCTURE COVERING BY THIN LAYER OF LIQUID / M. A. Yamshchikova // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2022. No 4. P. 33–40.

Studying the cylindrical open-pore structure covering by a liquid layer is reduced to considering the sub-problems of the droplet shape simulation in several configurations: a droplet is on the cylinder surface, or a liquid is between the horizontal and vertical cylinders. The mass and thickness of the liquid layer are the parameters of such covering. For a porous system, the description of the method of simulating the droplet shape in the uniform gravity field is given. The Laplace equation solution is presented for a cylindrical droplet. Equilibrium droplet shapes have been obtained on surfaces of various forms and inclinations. The calculated estimates of the amount of liquid covering the surface of an open-pore structure are presented.

*Key words:* droplet shape, the Laplace equation, surface tension, wetting angle.

THE 2D NUMERICAL SIMULATION OF FULLY NONLINEAR BAROCLINIC WAVE MOTIONS ON THE NORTH-EASTERN SHELF OF SAKHALIN ISLAND / A. A. Kurkin, O. E. Kurkina, E. A. Ruvinskaya // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2022. No 4. P. 41–54.

In the framework of this work, to study the features of baroclinic currents, several vertical “sections” were selected in the north-eastern part of the shelf zone of Sakhalin island, which is rich in oil and gas and represents by itself a unique ecosystem. It is shown that the baroclinic component makes a significant contribution to the flow field and has a complex multimode highly nonlinear structure. Several long wave transformation regimes have been identified and estimates of the amplitudes of both baroclinic tidal waves and short-period internal waves generated at their fronts have been obtained. The numerical simulation performed allows concluding that baroclinic tidal waves and intensive internal waves may contribute to the generation of underwater dunes in the coastal zone of this part of the water area, as noted in papers devoted to field observations, and also affect the functioning of the entire coastal ecosystem.

*Key words:* stratified medium, ocean shelve, solitary waves, bottom velocities, Froude number, numerical simulation, solibore, wavelet analysis, correlation analysis.

THE "LOGOS PLATFORM" PROGRAM MODULE ARCHITECTURE / A. G. Naduev, A. D. Cherevan, A. S. Lebedeva // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2022. No 4. P. 55–63.

RFNC-VNIIEF has been developing the LOGOS software package including the modular integration "Logos Platform", which serves to integrate different computational modules to solve a broad class of physical problems. The paper describes the "Logos Platform" program module, its purpose, tasks, key features, and main components. Such components include the integrator that controls the "Logos Platform" program module mechanisms and provides the graphics interface, the scenario handler to carry out the computation, modules for the scenario stages implementing the computation stage logics, and the transport level providing the interaction between several main computational modules during the coupled computation of multiphysics problems.

*Key words:* "Logos Platform", mathematical modeling, multiphysics computations, parametric and optimization studies.

ON ONE OF THE WAYS TO ARRANGE DATA STRUCTURES  
IN SCIENTIFIC VISUALIZATION SYSTEMS / A. L. Potekhin //  
VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2022. No 4. P. 64–71.

The use of visualization systems is one of the simplest and useful ways to analyze the numerical simulation results. An important issue to be resolved by the visualization system developers is the selection of data structures. It is required to maintain the balance between the memory consumption and operation speed, between the usability of the specific algorithms and generality, etc. The paper describes the data structures developed in the framework of the ScientificView parallel postprocessor and reasons for the selection of such structures. The speed and memory consumption capabilities of the selected data structures are compared with those in the system with similar capabilities.

*Key words:* scientific visualization systems, graphical data processing, postprocessing of the numerical simulation results, parallel algorithms.

DATA SECURITY OUT OF THE CONTROL ZONE IN FIBER-  
OPTIC TRANSMISSION SYSTEMS / V. V. Shubin // VANT. Ser.:  
Mat. Mod. Fiz. Proc. 2022. No 4. P. 72–87.

The paper considers the approaches to provide data security out of the control zone in fiber-optic transmission systems. The classification of networks is given and three ways to protect them are described: conventional and quantum cryptography and the use of technical means. The specific features of fiber-optic systems are considered: rarefied and dense wave division multiplexing, phase manipulation, forward error correction, and multitasking functionality. The conventional and quantum cryptography are described from the viewpoint of their correspondence to modern fiber-optic systems and data transmission security. The RFNC-VNIIEF approach to providing the transmitted data security in fiber-optic networks with the use of technical means is presented and these technical means are compared with other versions.

*Key words:* data security, control zone, fiber-optic transmission system, conventional and quantum cryptography, technical information protection.