

УДК 625.033.37

К ВОПРОСУ О ЗАВИСИМОСТИ СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЙ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РЕЛЬС, ОТ СКОРОСТИ ПОЕЗДА

И. М. Анисина

(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Данная статья продолжает серию работ, анализирующих экспериментальные данные о деформации грунтового основания железнодорожного пути при прохождении одного или нескольких длиннооставных поездов, полученные сотрудниками ВНИИЖТ. Предложенная в этих работах математическая модель хорошо описывает деформацию грунта под нагрузкой и его последующую релаксацию, но не воспроизводит полученную экспериментально зависимость средних значений вертикальных сил, действующих на рельс, от скорости поезда. Этот вопрос рассмотрен в настоящей работе. Предложенная в работе модель, описывающая нагрузку на рельс и деформацию грунтового основания пути в зависимости от поезда нагрузки с учетом центробежного ускорения и демпфирующих свойств грунта, хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Полученная методика позволяет прогнозировать рост динамических отступлений в вертикальной плоскости при прохождении длиннооставных поездов, что необходимо для планирования выправочных работ.

Ключевые слова: железнодорожный путь, подбалластное основание, осадка грунта, модель стандартного линейного твердого тела, центробежное ускорение, вязкость.

Введение

Вопросы безопасности железнодорожных перевозок являются приоритетными в условиях усложнения перевозочной работы из-за недостаточной пропускной способности ряда направлений в сочетании с ростом осевых нагрузок и веса поездов. Одним из важнейших направлений исследований в области обеспечения безопасности перевозок является прогноз изменения состояния пути, в частности скорости роста неровностей в вертикальной продольной плоскости. Эта информация является одним из главных элементов системы определения потребности в проведении выправочных работ.

Для получения прогнозов состояния пути требуются методики, позволяющие вычислять скорость роста амплитуд неровностей в вертикальной продольной плоскости в зависимости от конструкции верхнего строения пути, характеристик подбалластного основания и интенсивности поезда нагрузки пути. Одним из направлений инновационного развития железнодорожного транспорта является математическое моделирование процесса жизненного цикла эталонной конструкции пути с учетом динамического воздействия поезда нагрузки.

В работах [1–3] были проанализированы экспериментальные данные, полученные сотрудниками ВНИИЖТ (г. Москва) на перегоне Ковдор–Пинозеро для длиннооставных поездов, и предложена модель с учетом демпфирующих свойств грунта, основанная на следующих предположениях:

- 1) под действием веса вагона грунтовое основание, верхнее строение пути и собственно рельс деформируются, образуя "динамическую" неровность;
- 2) неровность релаксирует относительно медленно, поэтому для длиннооставных поездов возникает эффект накопления, что приводит к увеличению изгиба рельса при движении длиннооставного поезда над точкой измерения.

Было показано, что предложенная модель корректно описывает релаксацию пути после снятия поездной нагрузки. Однако эта модель не описывала полученную экспериментально зависимость средних значений вертикальных сил, действующих на рельс, от скорости поезда.

В данной работе, являющейся продолжением работ [1–3], предложенная в них модель была дополнена учетом еще одного фактора:

- 3) при вкатывании колеса в образовавшуюся под рельсом неровность возникает дополнительное центростремительное ускорение, которое увеличивает нагрузку на рельс в зависимости от скорости поезда.

Показано, что модифицированная таким образом модель корректно описывает все имеющиеся экспериментальные данные.

Учет центростремительного ускорения

В работе [1] были приведены данные о зависимости вертикальных сил, с которыми проходящий поезд давит на железнодорожное полотно. На рис. 1 показан график зависимости средних значений вертикальных сил от частоты приложения нагрузки, т. е. скорости движения поезда, из работы [1]. Видно, что чем больше скорость поезда, тем больше вертикальные силы.

Объяснить этот эффект можно, если принять во внимание центростремительную силу, неизбежно возникающую при движении поезда: вагон своим весом давит на рельс, рельс прогибается, и получается, что вагон едет не по прямому, а по изогнутому вниз рельсу. Таким образом, кроме силы тяжести, на рельс действует центростремительная сила

$$F = M_{os} \frac{v^2}{R},$$

где M_{os} — масса оси вагона, давящая на рельс; v — скорость поезда; R — радиус кривизны рельса.

Радиус кривизны рельса можно найти из следующих соображений.

Дифференциальное уравнение для прогиба рельса — как для прогиба балки на упругом основании [4]:

$$EJ_z \frac{d^4 y}{dx^4} = Gy,$$

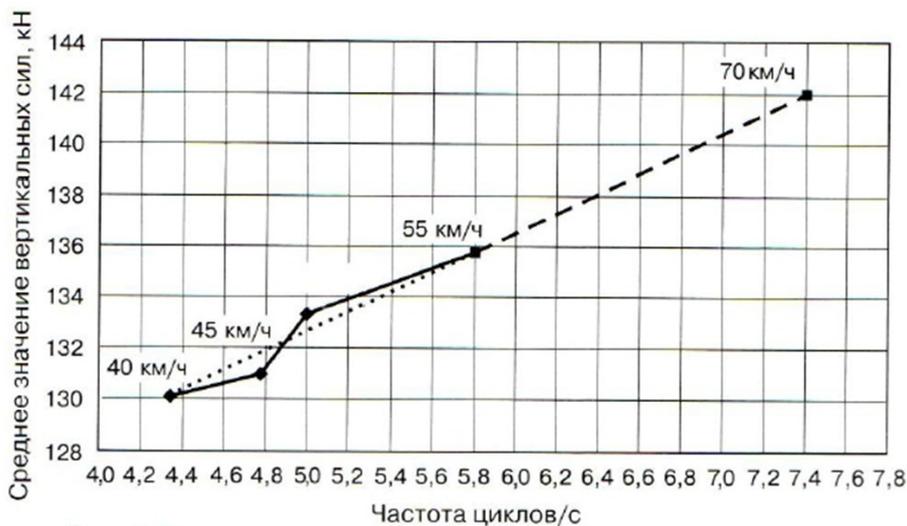


Рис. 1. Зависимость средних значений вертикальных сил от частоты приложения нагрузки для составов массой 6000 т с осевой нагрузкой 245,3 кН [1]

где y — прогиб рельса; x — расстояние от точки приложения силы; E — модуль упругости рельсовой стали; G — модуль упругости рельсового основания; J_z — момент инерции поперечного сечения рельса в вертикальном направлении.

Решение уравнения для прогиба рельса есть [4]

$$y = D \exp(-\beta x) (\cos(\beta x) + \sin(\beta x)).$$

Здесь $\beta = \sqrt[4]{\frac{G}{4EJ_z}}$; $D = \frac{P_o}{8\beta^3 E J_z}$, где $P_o = M_{os}g$ — вес оси.

Радиус кривизны рельса определяется по формуле

$$R = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} / \frac{d^2y}{dx^2}.$$

В точке приложения веса вагона радиус кривизны равен

$$R(x=0) = \frac{4\beta E J_z}{P_o}.$$

Тогда полная сила, действующая на рельс, равна

$$P = M_{os}g + M_{os} \frac{v^2}{R} = M_{os} \left(g + \frac{v^2 M_{os} g}{4\beta E J_z} \right) = M_{os} g \left(1 + \frac{v^2 M_{os}}{4\beta E J_z} \right). \quad (1)$$

На рис. 2 представлено сравнение графиков зависимости средних значений вертикальных сил от скорости поезда для составов массой 6 000 т с осевой нагрузкой 245,3 кН. Видно, что с изменением скорости поезда от 40 до 70 км/ч средние значения вертикальных сил, полученные экспериментально в работе [1], увеличиваются на 9,6%. В то же время из формулы (1) получается, что при таком же изменении скорости поезда средние значения вертикальных сил увеличиваются на 13,9%.

Таким образом, видно, что учет центробежной силы, действительно, позволяет описать эффект увеличения вертикальных сил, действующих на рельс при увеличении скорости поезда, но полученная кривая зависимости вертикальных сил от скорости заметно завышена по сравнению с экспериментальными данными.

Кроме того, учет только центробежной силы не объясняет, почему средние значения вертикальных сил, действующих на рельс, зависят не только от скорости поезда, но и от количества вагонов в поезде (при одинаковой скорости и весе вагонов).

На рис. 3, взятом из работы [1], приведены данные о средних значениях вертикальных сил, действующих на рельс, для составов разной массы, движущихся с одинаковыми скоростями. Видно, что чем больше масса поезда (т. е. при одинаковой массе вагона длиннее поезд), тем больше среднее значение вертикальных сил, действующих на рельс. Иными словами, чем дольше длится воздействие поезда на рельс, тем больше среднее значение вертикальных сил.

Объяснить эти экспериментальные данные можно, соединив модель, учитывающую вязкоупругие (демпфирующие) свойства грунта, предложенную в работах [1–3], с учетом центробежной силы.

Модификация модели вязкоупругого грунта с учетом центробежной силы

Данные, представленные в работе [1], были получены с помощью тензодатчиков, которые меряют не непосредственно вертикальные силы, действующие на рельс, а прогиб рельса и, соответственно, осадку грунта под поездом. И уже эта осадка пересчитывается в соответствующие значения вертикальных сил. Поэтому на самом деле экспериментальная кривая из работы [1] (см. рис. 2) представляет зависимость осадки грунта от скорости поезда.

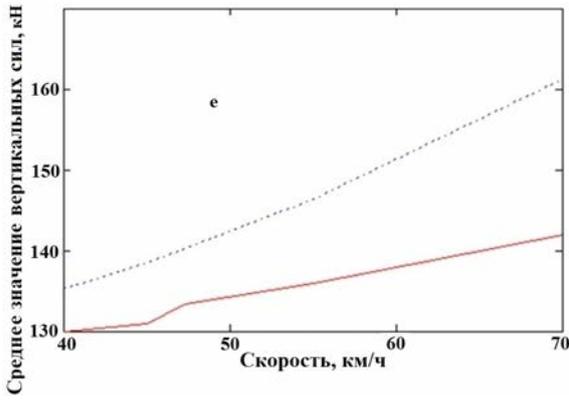


Рис. 2. Сравнение графиков зависимости средних значений вертикальных сил от скорости поезда для составов массой 6 000 т с осевой нагрузкой 245,3 кН: — экспериментальные значения из работы [1]; ··· — расчет по формуле (1)

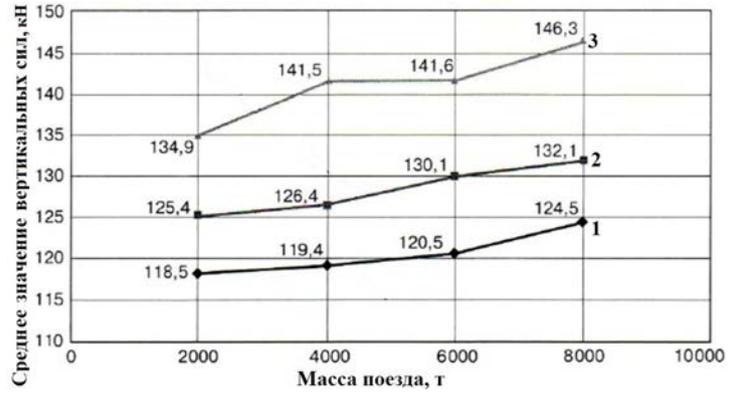


Рис. 3. Зависимости средних значений вертикальных сил, действующих на рельс, от массы поезда на одном из опытных участков при разной осевой нагрузке [1]: 1 — 230,5 кН; 2 — 245,3 кН; 3 — 264,9 кН

В работах [2, 3] была предложена модель, в которой осадка грунта, обладающего вязкоупругими свойствами, при прохождении поезда описывается функцией вида

$$\varepsilon_{\max}(t) = \begin{cases} \frac{1}{G_2} (1 - \exp(-\tau_2 t)) \langle \sigma \rangle + \frac{\sigma_0}{G_1} & \text{при } t \leq T; \\ \varepsilon_T^0 \exp(-\tau_2 (t - T)) & \text{при } t > T. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь G_1, G_2 — модули упругости грунта в модели стандартного линейного твердого тела (рис. 4); $\tau_2 = G_2/\eta_2$, где η_2 — вязкость грунта; $\sigma(t)$ — функция, задающая зависимость вертикальных сил, действующих на грунт, от времени; $\langle \sigma \rangle = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \sigma(t') dt'$ — среднее по времени интегральное значение вертикальных сил, действующих на грунт при прохождении одного вагона, где T_1 — время прохождения одного вагона; σ_0 — максимальное значение функции $\sigma(t)$ за время прохождения одного вагона; T — время прохождения поезда; $\varepsilon_T^0 = \frac{1}{\eta_2} \int_0^T \sigma(t') \exp(\tau_2 t') dt'$ — остаточная деформация грунта в момент после прохождения поезда. Формула (2) похожа на формулу для деформации грунта под статической нагрузкой [5] с той лишь разницей, что вместо постоянной нагрузки в формуле присутствует нагрузка в виде вертикальных сил, усредненных по времени прохождения вагона.

На рис. 5 показаны графики осадки грунта под поездами при прохождении поезда с разными скоростями, взятые из работы [3].

Среднее значение осадки грунта $\langle \varepsilon \rangle = \int_0^T \varepsilon(t) dt$ за время прохождения поезда T нетрудно вывести из формулы (2):

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\sigma_0}{G_1} + \frac{\langle \sigma \rangle}{G_2} - \frac{\langle \sigma \rangle}{G_2 \tau_2 T} (1 - \exp(-\tau_2 T)). \quad (3)$$

Подставляя в уравнение (3) зависимость времени прохождения поезда от скорости $T(v) = L/v$ (L — длина поезда) и учитывая зависимость (1) силы, действующей на рельс, от скорости, получаем

$$\langle \varepsilon \rangle = \left(1 + \frac{v^2 M_{os}}{4\beta EJ_z} \right) \left[\frac{\sigma_{0st}}{G_1} + \frac{\langle \sigma_{st} \rangle}{G_2} - \frac{\langle \sigma_{st} \rangle}{G_2 \tau_2 T(v)} (1 - \exp(-\tau_2 T(v))) \right]. \quad (4)$$

Здесь σ_{st} — нагрузка без учета центростремительного ускорения, как в статьях [2, 3]; $\sigma_{0st} = M_{os}g$.

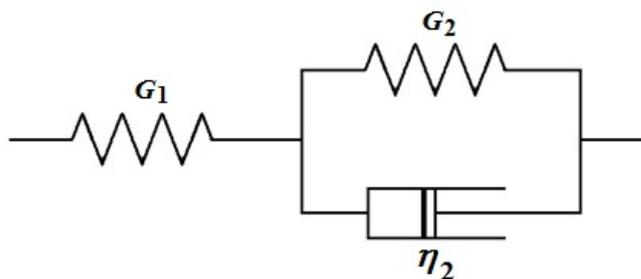


Рис. 4. Модель стандартного линейного твердого тела (G_1 и G_2 — упругие элементы; η_2 — вязкий элемент)

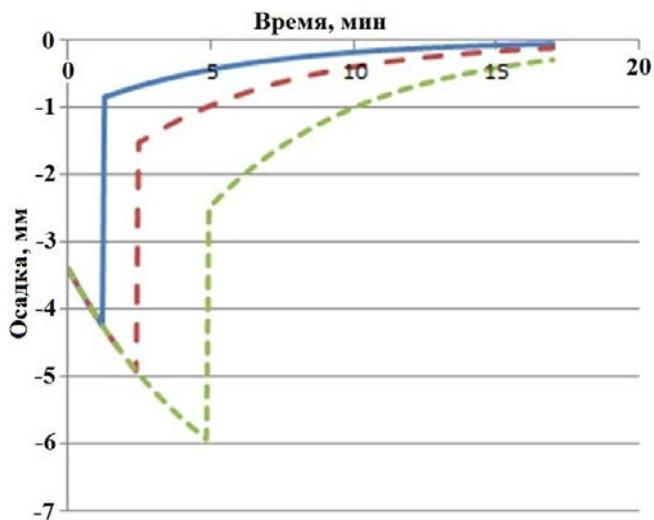


Рис. 5. Сравнение осадки грунта при прохождении поезда с разными скоростями ($G_1 = 41$ МПа; $G_2 = 6,2$ МПа; $\eta_2 = 2$ ГПа · с; нагрузка на ось — 22 т) [3]:
— $v = 40$ км/ч; — $v = 20$ км/ч; — $v = 10$ км/ч

Поскольку, к сожалению, неизвестно, как в работе [1] прогиб рельса пересчитывался в вертикальные силы, действующие на рельс, а также неизвестны параметры грунта, то можно только качественно сравнить осадку грунта, рассчитанную по формуле (4), с данными, представленными графиком на рис. 1. На рис. 6 показан график вертикальных сил, действующих на рельс, взятый из работы [1], в сравнении с графиками вертикальных сил, полученных по формуле (1), и осадки грунта, полученной по формуле (4). Все графики нормированы так, чтобы в начальной точке они выходили из единицы. Видно, что график, полученный по формуле (4), значительно лучше описывает зависимость осадки грунта (соответственно, вертикальных сил, действующих на рельс) от скорости, чем график, полученный без учета демпфирующих свойств грунта (формула (1)). Свойства грунта в месте, где проводились измерения, точно не известны. В зависимости от этих свойств кривая, рассчитанная по формуле (4), может проходить как ниже, так и выше.

Любопытно, что если экстраполировать зависимость осадки грунта под поездной нагрузкой от скорости на область малых скоростей, то получится кривая с ярко выраженным минимумом (рис. 7). В точке, где частота приложения нагрузки (ν) равна нулю, осадка грунта будет соответствовать осадке под стоящим поездом, а она значительно больше, чем под идущим поездом, за счет демпфирующих свойств грунта. При больших значениях ν осадка грунта будет большей за счет больших значений центростремительного ускорения.

На рис. 8 приведено сравнение расчетных зависимостей осадки грунта от частоты приложения нагрузки при вариации параметра вязкости η_2 . При большой вязкости грунт продавливается медленно и осадка под идущим поездом при скоростях 20–70 км/ч ($\nu = 2 \div 8$ с⁻¹) небольшая. Затем осадка увеличивается за счет центробежного ускорения. При малых вязкостях грунт продавливается быстро и осадка грунта, соответственно, при любой скорости будет большой.

Вернемся к рис. 3. Из данных, приведенных на этом рисунке, следует, что зависимость средних значений вертикальных сил, действующих на рельс, от массы поезда близка к линейной.

На рис. 9 приведено сравнение экспериментального графика зависимости вертикальных сил, действующих на рельс, от массы поезда (при одинаковых скорости и весе вагонов), показанного на рис. 3 (кривая 2), с графиком осадки грунта, полученным по формуле (4). Поскольку неизвестно, как в работе [1] осадка грунта пересчитывалась в вертикальные силы, действующие на рельс, оба графика нормированы так, чтобы они выходили из одной точки.

Из рис. 9 видно, что экспериментальная зависимость близка к линейной и расчетная зависимость тоже имеет линейный вид.

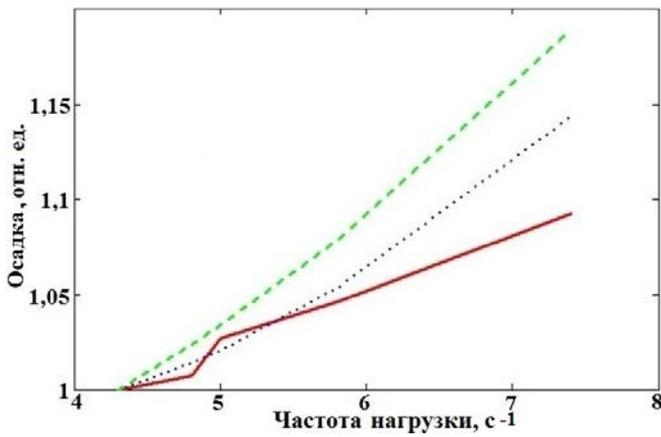


Рис. 6. Качественное (в относительных единицах) сравнение осадки грунта под поездной нагрузкой в зависимости от частоты приложения нагрузки ($G_1 = 41$ МПа; $G_2 = 6,2$ МПа; $\eta_2 = 2$ ГПа · с; $E = 2,1 \times 10^5$ МПа; $J_z = 3208 \cdot 10^{-8}$, м⁴; нагрузка на ось — 25 т): — эксперимент [1]; ···· — расчет по формуле (4); --- — расчет по формуле (1)

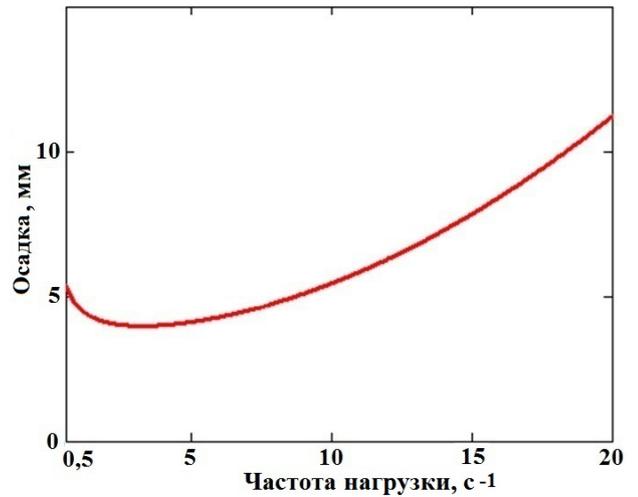


Рис. 7. Осадка грунта в зависимости от частоты приложения нагрузки ($G_1 = 41$ МПа; $G_2 = 6,2$ МПа; $\eta_2 = 2$ ГПа · с; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $J_z = 3208 \cdot 10^{-8}$, м⁴; нагрузка на ось — 25 т)

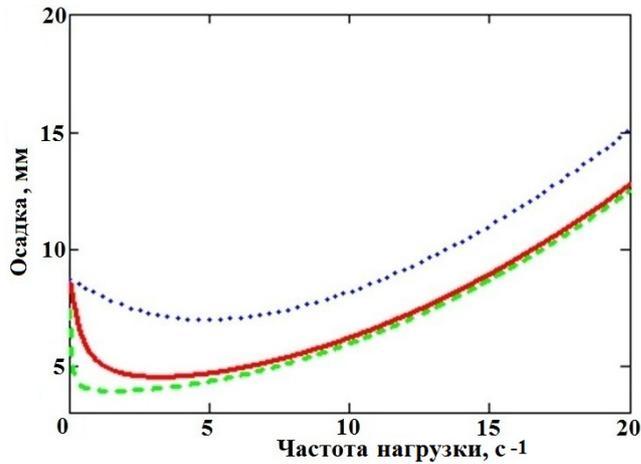


Рис. 8. Зависимость осадки грунта от частоты приложения нагрузки в расчетах с разной вязкостью грунта (при одних и тех же значениях модулей упругости): — $\eta_2 = 2$ ГПа · с; ···· — $\eta_2 = 0,2$ ГПа · с; --- — $\eta_2 = 20$ ГПа · с

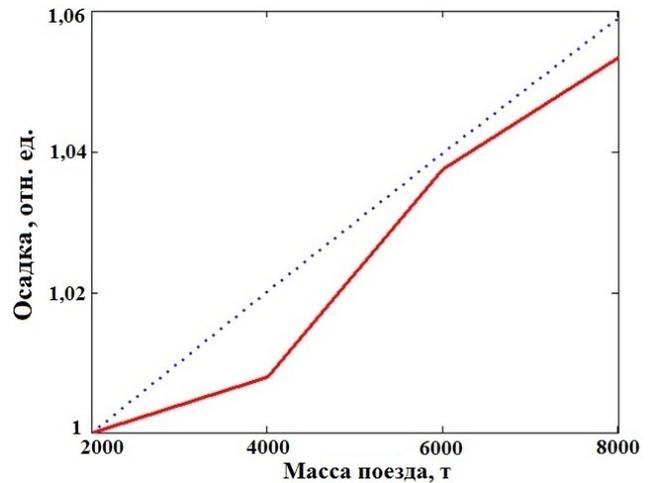


Рис. 9. Сравнение качественных кривых (в относительных единицах) зависимости осадки грунта от массы поезда (нагрузка на ось — 25 т): — эксперимент; ···· — расчет

Не зная, с какими скоростями двигались поезда, для которых вертикальные силы, действующие на рельс, показаны на рис. 3, а также характеристик грунта на этом участке, нельзя давать количественных оценок осадки грунта — они могут быть только качественные.

Линейный характер зависимости средней осадки грунта от массы поезда можно вывести непосредственно из выражения (4).

В (4) от количества вагонов зависит только T — время прохождения поезда над точкой измерения. Зависимость имеет вид

$$T(M_p) = T_1 \frac{M_p}{M_{vag}}, \quad (5)$$

где M_p — масса поезда; M_{vag} — масса одного вагона; $T_1 = 4/\nu$ — время прохождения одного вагона над точкой измерения (предполагается, что у вагона четыре оси).

В формуле (4) имеется экспонента от величины $-\tau_2 T$. Имея в виду выражение (5), можно записать $\tau_2 T (M_p) = \tau_2 T_1 \frac{M_p}{M_{vag}} = \psi M_p$. При том, что масса поезда весьма велика, величина ψ очень мала, например, при скорости 70 км/ч ($\nu = 7,4 \text{ с}^{-1}$) и массе вагона 100 т получаем $\psi = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ т}^{-1}$. Таким образом, модуль величины под экспонентой $|\tau_2 T| \ll 1$ и экспоненту можно разложить в ряд Тейлора. Подставив разложение в выражение (4), получим

$$\langle \varepsilon \rangle (M_p) = \left(1 + \frac{v^2 M_{os}}{4\beta E J_z} \right) \left(\frac{\sigma_{0st}}{G_1} + \frac{\langle \sigma_{st} \rangle \psi M_p}{G_2} + \frac{\langle \sigma_{st} \rangle}{G_2} o \left((\psi M_p)^2 \right) \right).$$

Здесь $o \left((\psi M_p)^2 \right)$ — величина порядка $(\psi M_p)^2$, малая по сравнению с остальными величинами, поскольку $\psi M_p \ll 1$. Поэтому можно записать

$$\langle \varepsilon \rangle (M_p) = \left(1 + \frac{v^2 M_{os}}{4\beta E J_z} \right) \left(\frac{\sigma_{0st}}{G_1} + \frac{\langle \sigma_{st} \rangle \psi M_p}{G_2} \right). \quad (6)$$

Из выражения (6) видно, что зависимость средней осадки грунта от массы поезда, действительно, линейная.

На рис. 10 приведено сравнение графиков зависимостей средней осадки грунта от массы поезда, полученных по формулам (4) и (6). Видно, что, в рассматриваемом диапазоне скоростей и масс поездов формулы (4) и (6) дают сходные результаты.

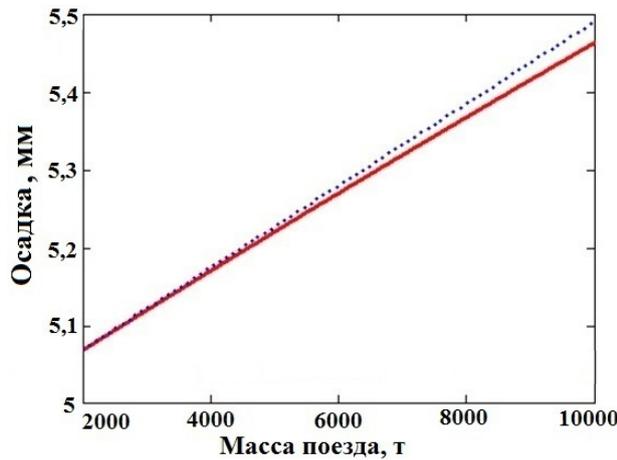


Рис. 10. Сравнение осадки грунта, рассчитанной по формулам (4) (—) и (6) (⋯)

Заключение

Ранее в работах [1–3] была представлена физико-математическая модель, описывающая динамику роста неровностей в вертикальной продольной плоскости в зависимости от характеристик подбалластного основания и параметров движения поездов. Параметры модели определялись из результатов измерений, полученных сотрудниками ВНИИЖТ на перегоне Ковдор—Пинозеро для длинносоставных поездов.

В целом предложенная модель хорошо согласуется с экспериментальными данными, но ряд наблюдаемых эффектов не объясняет. В частности, требуется описать рост вертикальных сил при увеличении скорости движения поезда, а также по мере движения длинносоставного поезда над точкой измерения.

В настоящей работе эта модель была модернизирована с учетом того, что при прогибе рельса под колесом возникает дополнительное центростремительное ускорение, которое увеличивает нагрузку на рельс.

Модернизированная модель позволила корректно описать всю совокупность экспериментальных данных.

Кроме того, расчеты по предложенной модели показали, что на кривой зависимости деформации грунтового основания пути от скорости есть ярко выраженный минимум. Значение этого минимума и его положение зависят от вязкости грунта.

Также в работе было показано, что из предложенной модели следует линейный характер зависимости осадки грунта от массы проходящего поезда, что согласуется с ранее полученными экспериментальными данными.

Список литературы

1. Железнов М. М., Певзнер В. О., Соловьёв В. П., Анисин А. В., Анисина И. М., Надёжин С. С., Третьяков И. В. Влияние длительности и частоты приложения нагрузки на напряженно-деформированное состояние пути // Вестник НИИЖТ. 2018. Т. 77, № 6. С. 364–367.
Zheleznov M. M., Pevzner V. O., Solovyev V. P., Anisin A. V., Anisina I. M., Nadyezhin S. S., Tretyakov I. V. Vliyanie dlitelnosti i chastoty prilozheniya nagruzki na napryazhyenno-deformirovannoe sostoyanie puti // Vestnik NIIZhT. 2018. T. 77, № 6. S. 364–367.
2. Соловьёв В. П., Анисин А. В., Анисина И. М., Железнов М. М., Надёжин С. С., Певзнер В. О., Третьяков В. В., Третьяков И. В. Модель деформируемости грунтового основания железнодорожного пути при пропуске длинносоставных поездов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2019. Вып. 3. С. 84–89.
Solovyev V. P., Anisin A. V., Anisina I. M., Zheleznov M. M., Nadyezhin S. S., Pevzner V. O., Tretyakov V. V., Tretyakov I. V. Model deformiruемости gruntovogo osnovaniya zheleznodorozhnogo puti pri propuske dlinnosostavnykh poezdov // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2019. Vyp. 3. S. 84–89.
3. Соловьёв В. П., Анисин А. В., Анисина И. М., Надёжин С. С., Певзнер В. О., Третьяков В. В., Третьяков И. В. Модель деформируемости грунтового основания железнодорожного пути при пропуске большого количества поездов с различной нагрузкой // Там же. 2021. Вып. 4. С. 67–75.
Solovyev V. P., Anisin A. V., Anisina I. M., Nadyezhin S. S., Pevzner V. O., Tretyakov V. V., Tretyakov I. V. Model deformiruемости gruntovogo osnovaniya zheleznodorozhnogo puti pri propuske bolshogo kolichestva poezdov s razlichnoy nagruzkoй // Tam zhe. 2021. Vyp. 4. S. 67–75.
4. Тимошенко С. П. Соппротивление материалов. Т. 2. М.: Наука, 1965.
Timoshenko S. P. Soprotivlenie materialov. T. 2. M.: Nauka, 1965.
5. Месчан С. Р. Экспериментальная реология глинистых грунтов. М.: Недра, 1985.
Meschyan S. R. Eksperimentalnaya reologiya glinistykh gruntov. M.: Nedra, 1985.

Статья поступила в редакцию 17.05.22.
