

НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ МОЛОДЕЖНОЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИНДУСТРИАЛЬНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ»

*Козелков Андрей Сергеевич^{1,2}, Курулин Вадим Викторович^{1,2} (VVKurulin@vniief.ru),
Жучков Роман Николаевич^{1,2}, Епифанова Анастасия Сергеевна¹, Ялозо Андрей Владимирович^{1,2},
Володченкова Ксения Борисовна^{1,2}, Галанов Николай Геннадьевич^{1,2}, Герасимов Виталий Юрьевич^{1,2},
Кирков Даниил Игоревич¹, Кокоулина Мария Владимировна¹, Коробицина Анастасия Николаевна¹,
Плыгунова Ксения Сергеевна^{1,2}, Саразов Алексей Владимирович^{1,2}, Спириин Николай Сергеевич¹,
Стручков Андрей Викторович^{1,2}, Уткин Дмитрий Александрович^{1,2}, Лешехва Елена Николаевна¹,
Рожков Андрей Анатольевич^{1,2}, Санников Николай Александрович¹,
Седельников Андрей Дмитриевич¹, Лоскутов Артем Владимирович¹*

¹ НГТУ им. Р. Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия

² ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

В докладе содержится описание основных направлений научных исследований и результаты работы за 2021–2022 гг. молодежной лаборатории «Математическое моделирование в индустриальных и фундаментальных исследованиях», созданной в 2021 году на базе НГТУ им. Р. Е. Алексеева в рамках основных направлений деятельности «Национального центра физики и математики». Представлены результаты развития методов моделирования волн цунами на основе трехмерных уравнений Навье-Стокса: рассматриваются как дополнения базовой методики моделирования, так и апробация перспективных методов моделирования волн цунами (гибридный метод, метод сглаженных частиц). Также представлена программа визуализации результатов геофизических расчетов. В рамках направления по адаптации численных методов расчета гиперзвуковых течений для случая использования неструктурированных расчетных сеток представлены разработки, позволяющие повысить точность моделирования на неструктурированных расчетных сетках.

Ключевые слова: математическое моделирование, цунами, гиперзвуковые течения.

TRENDS IN THE WORK OF YOUTH RESEARCH LABORATORY «MATHEMATICAL SIMULATION IN INDUSTRIAL AND FUNDAMENTAL RESEARCH»

*Kozelkov Andrey Sergeevich^{1,2}, Kurulin Vadim Viktorovich^{1,2} (VVKurulin@vniief.ru),
Zhuchkov Roman Nikolaevich^{1,2}, Epifanova Anastasiya Sergeevna¹, Yalozo Andrey Vladimirovich^{1,2},
Volodchenkova Ksenia Borisovna^{1,2}, Galanov Nikolay Gennadievich^{1,2}, Gerasimov Vitaly Yurievich^{1,2},
Kirkov Daniil Igorevich¹, Kokoulina Maria Vladimirovna¹, Korobitsina Anastasiya Nikolaevna¹,
Plygunova Ksenia Sergeevna^{1,2}, Sarazov Alexey Vladimirovich^{1,2}, Spirin Nikolay Sergeevich¹,
Struchkov Andrey Viktorovich^{1,2}, Utkin Dmitry Aleksandrovich^{1,2}, Leshekhva Elena Nikolaevna¹,
Rozhkov Andrey Anatolievich^{1,2}, Sannikov Nikolay Aleksandrovich¹,
Sedelnikov Andrey Dmitrievich¹, Loskutov Artem Vladimirovich¹*

¹ Nizhny Novgorod State Technical University named after R. E. Alexeyev, Nizhny Novgorod

² FSUE «RFNC-VNIIEF», Sarov Nizhny Novgorod region

The report describes basic trends in the research and the results of work during 2021–2022 of the youth research laboratory «Mathematical simulation in industrial and fundamental research» created in 2021 on the basis of Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R. E. Alexeyev within basic operation trends of the «National center of physics and mathematics». The results on developing the methods to simulate tsunami waves on the basis of 3D Navier-Stokes equations are presented; both supplemented basic simulating methods and validation of promising simulation methods for tsunami waves are considered (a hybrid method, a method of smoothed particles). The program on visualization of geophysical computation results is also presented. The elaborations that allow us to increase the simulation accuracy using unstructured meshes are described within the trend of adaptation of numerical methods of hypersonic flows computation for the case of unstructured meshes implementation.

Key words: mathematical modelling, tsunami, hypersonic flows.

Введение

В 2021 году на базе НГТУ им. Р. Е. Алексеева (г. Нижний Новгород) в рамках основных направлений деятельности «Национального центра физики и математики» (г. Саров) при поддержке научно-образовательного центра мирового уровня «Техно-платформа 2035» организована молодежная лаборатория «Математическое моделирование в индустриальных и фундаментальных исследованиях». Лаборатория объединила молодых исследователей, аспирантов, магистров, бакалавров из научных институтов и ВУЗов России: РФЯЦ-ВНИИЭФ, филиал МГУ им. М. В. Ломоносова в г. Сарове, НГТУ им. Р. Е. Алексеева, МГИГ ДВО РАН, СарФТИ НИЯУ-МИФИ и ОКБ Сухого. Основной целью лаборатории является привлечение молодых исследователей к развитию численных методов, моделей и алгоритмов для описания физических характеристик разреженных газов, многофазных многокомпонентных сред, крупномасштабных геофизических явлений (цунами), на основе полной гидродинамической системы уравнений Навье-Стокса для моделирования физических явлений в естественных природных условиях, и условиях функционирования индустриальных объектов в штатных и критических условиях.

Доклад содержит описание основных направлений научных исследований лаборатории и результаты работы за 2021–2022 гг. Представлены результаты развития методов моделирования волн цунами на основе трехмерных уравнений Навье-Стокса: рассматриваются как дополнения базовой методики моделирования, так и апробация перспективных методов моделирования волн цунами (гибридный метод, метод сглаженных частиц). Также представлена программа визуализации результатов геофизических расчетов. В рамках направления по адаптации численных методов расчета гиперзвуковых течений для случая использования неструктурированных расчетных сеток представлены разработки, позволяющие повысить точность моделирования на неструктурированных расчетных сетках.

Базой для разработок выступает российский пакет программ «Логос» – программный продукт трехмерного имитационного моделирования на супер-ЭВМ, включающий в себя базовые модели и методы для имитационного моделирования на супер-ЭВМ

сопряженных трехмерных задач конвективного тепло-массопереноса, аэродинамики и гидродинамики. Это позволяет апробировать разрабатываемые методики на индустриальных задачах высокой размерности.

Развитие методов численного моделирования волн цунами

Для учета всех особенностей трехмерной структуры цунами необходимо использовать численное моделирование, основанное на системе трехмерных уравнений Навье-Стокса [1]. Данная система является наиболее полной системой уравнений вязкой жидкости, учитывающей сложную структуру течений. Такая математическая модель позволяет единым образом моделировать движение и взаимное влияние твердой (оползень, тело), водной и воздушной сред.

Научный коллектив лаборатории имеет хороший теоретический и практический задел в развитии методов моделирования волн цунами на основе трехмерных уравнений Навье-Стокса [2–4] и в отечественной практике является пионером по данному направлению. Ядром используемой методики являются авторский численный метод решения уравнений Навье-Стокса совместно с методом Volume of Fluid (VOF) [5], адаптированный для моделирования задач возникновения, распространения и наката волн в протяженных акваториях с учетом батиметрии дна и рельефа земной поверхности. Численный метод использует современные технологии ускорения расчетов и обладает эффективной масштабируемостью при использовании большого вычислительного поля процессоров, широко используемых в настоящее время в индустриальных суперкомпьютерных вычислениях [6].

Несмотря на успешное применение численного метода для моделирования исторических и гипотетических цунами различного происхождения [2–4], для его широкого использования метод нуждается в дальнейшем развитии. Развитие методов моделирования волн цунами на основе трехмерных уравнений Навье-Стокса является одним из направлений исследований и разработок молодежной лаборатории.

Общепринятым подходом исследования волн цунами является использование двумерных моделей, основанных на теории мелкой воды и являющихся частным случаем системы уравнений Навье-Стокса [7].

Данные модели хорошо зарекомендовали себя в сфере геофизического анализа распространения крупномасштабных волн, однако имеют ряд недостатков. В настоящее время активно развиваются методы моделирования волн цунами с применением трехмерных математических моделей [8]. Данные модели способны учесть больше физических процессов по сравнению с теорией мелкой воды и обеспечить сквозной счет – от возникновения волн цунами до их воздействия на инфраструктуру побережья [9]. Однако, трехмерные модели требуют значительных вычислительных ресурсов, что сдерживает их использование для моделирования обширных акваторий мирового океана.

Уравнения мелкой воды являются эффективным инструментом описания атмосферных и океанических течений. Основная черта, касающаяся применения теории мелкой воды – крупномасштабность. Поскольку горизонтальные масштабы распространения волн превышают вертикальный, уравнения данной теории моделируют водную поверхность только в двумерном приближении. Данный подход требует минимальный объем вычислительных ресурсов, однако, не позволяя воспроизводить такие сложные явления, как перемешивание воды на глубине, заплеск и многие другие.

С учетом вышесказанного перспективным является гибридный метод сквозного моделирования возникновения и распространения волн цунами, основанный на совместном использовании трехмерной и двумерной методик. В основе такого подхода лежит стратегия, в соответствии с которой участки возникновения цунами, а также зоны оценки заплеска, моделируются с помощью трехмерной математической модели, а основная область акватории моделируется с помощью уравнений мелкой воды. Связь расчетных областей организована по следующему принципу: двумерная расчетная сетка охватывает всю площадь численного моделирования, включая

участок сетки, построенный в трехмерном сеточном генераторе. На всей двумерной сетке решаются уравнения мелкой воды, однако в том фрагменте области, которая соотнесена с трехмерным, решение корректируется в соответствии с результатами, получаемыми при решении трехмерной методикой, каждый раз на новом расчетном шаге. Для обеспечения такой связи результаты, полученные в трехмерном методе, требуется переводить в поля уровня воды и горизонтальных скоростей.

Данный метод впервые был апробирован в 2022 году на задаче распада одиночного Гауссовского импульса в канале с постоянной глубиной, также проводилось моделирование процесса генерации оползневой цунами в акватории Тихого океана [10–12]. На рис. 1, а показана батиметрическая карта рельефа (точкой в рамке отмечена область расположения оползня объемом 50 км^3), на рис. 1, б – процесс развития волн цунами, в результате схода подводного оползня на момент времени 2600 с. В настоящее время проводится дальнейшее развитие гибридной методики сквозного моделирования волн цунами.

При проведении численных расчетов одной из важнейших частей является модуль визуализации полученных данных. Наглядная визуализация позволяет качественно оценить полученные результаты, принять решение о последующих шагах моделирования. При геофизическом моделировании стандартные средства визуализации CFD-программ зачастую оказываются неудобными и не позволяют получить полную картину явления с учетом его географического положения. Также задача визуализации геофизических данных в масштабе Земли сталкивается с проблемой нахождения баланса между быстродействием отображения и объемом хранимых данных, напрямую влияющих на аппроксимацию полученных результатов.

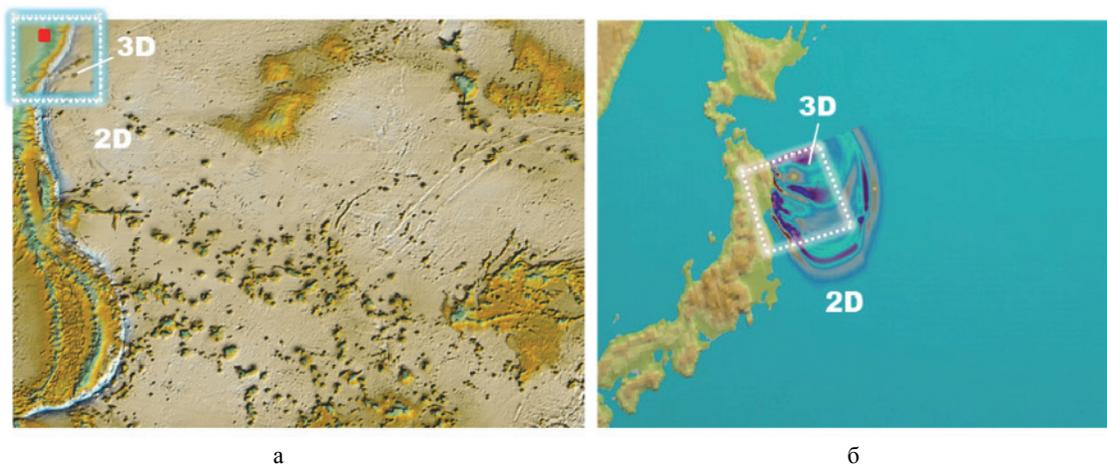


Рис. 1. Картины к задаче: а – батиметрическая карта рельефа, б – волновая картина на момент времени 2600 с

В связи с этим, участниками лаборатории развита программа визуализации геофизических расчетов [13, 14]. На рис. 2 показано окно разработанной программы визуализации геофизических расчетов.

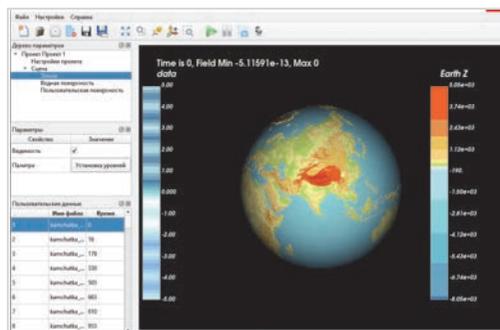


Рис. 2. Окно программы визуализации геофизических расчетов

Программа основана на отображении данных в виде нескольких слоев и позволяет визуализировать представленные пользователем геофизические данные в формате NetCDF [15] как дополнительный слой данных на всей поверхности Земли, так и в определенном регионе.

К кругу задач молодежной лаборатории относятся также исследования особенностей распространения волны, ее усиление и ослабление в зависимости от конфигурации шельфовой зоны, а также воздействие волны на инфраструктуру побережья, включая плавающие объекты. В рамках исследования воздействия волн цунами на прибрежную инфраструктуру и объекты была рассмотрена комплексная задача возникновения волн цунами в результате схода подводного оползня и последующем натекании первой волны цунами на плавающий объект – контейнеровоз, расположенный на побережье [16, 17].

На первом этапе исследования проводилось численное моделирование процесса возбуждения и распространения цунами оползневой происхождения у побережья полуострова Камчатка. На втором этапе проводится исследование воздействия первой волны цунами на судно, находящееся в прибрежной зоне острова Беринга. На рис. 3 показана карта рассматриваемой акватории, а также место размещения потенциального оползня и область острова Беринга, в которой расположен контейнеровоз.



Рис. 3. Акватория Камчатского залива (рамками отмечено место расположения подводного оползня и область расположения судна)

На рис. 4 приведено положение свободной поверхности на различные моменты времени распространения волн цунами, возникших в результате схода оползня объемом 20 км^3 .

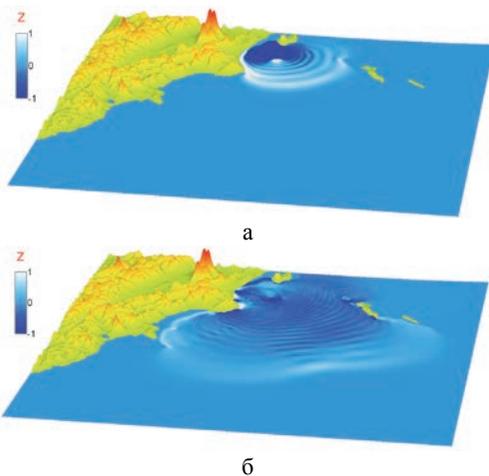


Рис. 4. Положение свободной поверхности на различные моменты времени: а – 900 с, б – 2200 с

Мареограф, расположенный на острове Беринга, зафиксировал высоту проходящей волны, которая составляет около 1,55 м. С такой же высотой на втором этапе с помощью алгоритма генерации одиночной волны задавался солитон, и проводилось исследование его воздействия на судно, показанное на рис. 5, которое располагается в выбранной области побережья на расстоянии 500 м от береговой линии перпендикулярно ей.



Рис. 5. Геометрия модели контейнеровоза

На рис. 6 показан снос контейнеровоза по осям x , рис.6, а и y , рис.6, б.

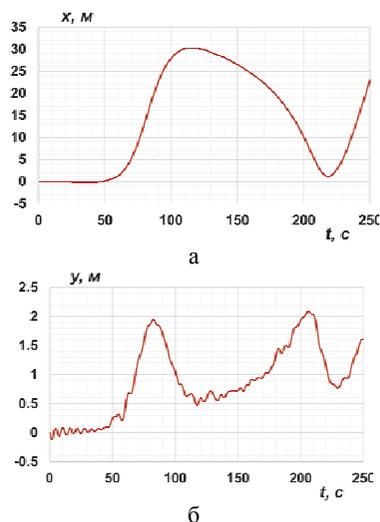


Рис. 6. Снос контейнеровоза по осям: а – по оси x , б – по оси y

Проведенное численное моделирование показало, что при сходе потенциального подводного оползня объемом 20 км^3 , расположенного в Камчатском заливе, образовавшаяся волна цунами не наносит сильный ущерб рассматриваемому судну, находящемуся в прибрежной зоне острова Беринга, так как приходящая волна не приводит к выносу контейнера на берег или его опрокидыванию.

Еще одно направление исследовательской деятельности лаборатории – моделирование внутренних океанических волн [18]. Мировой океан, рассматриваемый как активная динамическая система, находится в постоянном движении. Большинство их проявлений можно отнести к волновым явлениям. Помимо хорошо известных поверхностных волн, существуют и волны другой природы. Среди них внутренние гравитационные волны особенно важны. Они существуют благодаря наличию вертикальной стратификации жидкости. Амплитуды внутренних волн обычно намного больше, чем у поверхностных волн из-за слабой возвращающей силы, и иногда могут достигать значений 100 м и более. Они чрезвычайно важны для глобальной динамики океана и играют важную, а иногда и решающую роль во многих гидрофизических процессах. Численное моделирование может служить мощным вспомогательным инструментом, отчасти компенсирующим скудность имеющихся натуральных измерений.

В рамках данного направления было проведено моделирование генерации и распространения нелинейных внутренних волн приливными потоками, обтекающими неровности рельефа дна в стратифицированной акватории. Областью исследования было выбрано Охотское море, так как в силу гидрологического режима его толща вод имеет почти повсеместно ярко выраженную слоистую структуру, что в совокупности со сложной структурой прилива, некоторые компоненты которого достигают существенных амплитуд, особенно вдоль Курильской гряды (благодаря приливным волнам, приходящим из Тихого океана), создает благоприятные условия для существования внутренних волн. Анализ и мониторинг спутниковых изображений также показывает, что внутренние волны часто наблюдаются в этой акватории, в том числе в глубоководных районах.

На рис. 7 показан четвертый Курильский пролив между островами Парамушир и Онекотан, выбранный для исследования.

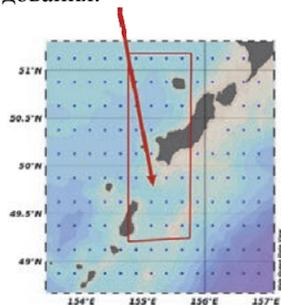


Рис. 7. Четвертый Курильский пролив между островами Парамушир и Онекотан (выделен рамкой)

На рис. 8 представлено распределение плотности жидкости по глубине шельфовой зоны.

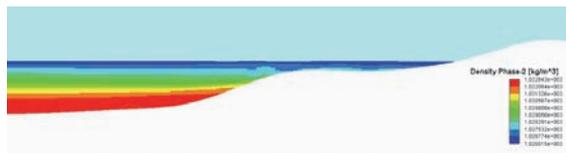


Рис. 8. Распределение плотности жидкости по глубине

В дальнейшем планируется адаптировать ЛОГОС для решения таких задач, в том числе в интересах безопасного проектирования и эксплуатации морской инфраструктуры.

Также коллективом лаборатории проведена апробация перспективных бессеточных подходов к моделированию волн цунами на основе метода сглаженных частиц. Была сформулирована математическая модель и ее численная дискретизация, создана пилотная программная реализация метода, на основе которой проводилось решение известной валидационной задачи обрушения плотины. По данному направлению работы в дальнейшем будут продолжены с целью получения оценок перспективности использования подобного подхода для моделирования возникновения и распространения волн цунами на протяженных акваториях мирового океана.

Моделирование течений разреженных газов

Следующим базовым направлением исследований молодежной лаборатории является развитие методов моделирования течения в разреженных газах (в перспективе – индустриальные задачи о движении объектов в высоких слоях атмосферы). Такие задачи, например, возникают при расчете теплообмена космических аппаратов, движущихся в верхних слоях атмосферы [19]. В этом случае экспериментальные исследования связаны со значительными техническими трудностями, поэтому главные аэродинамические характеристики исследуемого объекта целесообразно получать путем численного моделирования. В связи с этим, в рамках работ лаборатории разрабатываются численные методы, модели и алгоритмы, позволяющие решать задачи данного класса.

Для описания течения разреженного газа существуют несколько подходов. Первый из них основан на использовании уравнения Больцмана [20] и метода прямого статистического моделирования (DSMC) [21]. DSMC-методы хорошо подходят для широкого класса стационарных задач аэродинамики для больших и умеренных чисел Кнудсена, включая течения с химическими реакциями, но он менее эффективен для решения нестационарных задач и расчета медленных течений. Так же решение уравнения Больцмана связано с большим числом независимых переменных и сложной структурой интеграла столкновения [22, 23]. Еще одним из ограничений использования метода является высокое требование

к вычислительным ресурсам для решения двумерных и трехмерных задач, которые находятся пока на грани возможностей современных суперкомпьютеров. Существуют также проблемы, связанные с заданием начальной оценки функции распределения во всем поле течения и трудностями расчета интеграла столкновений для смеси химически реагирующих газов. И, пожалуй, наиболее главная проблема применения такой модели заключается в том, что большинство описанных в литературе численных методов и комплексов программ не приспособлены для серийных расчетов сложных течений из-за низкого (первого) порядка аппроксимации на произвольных сетках, явного метода дискретизации по времени и необходимости использования структурированной равномерной сетки в скоростном пространстве [24]. В рамках работ лаборатории прорабатывается возможность применения данной математической модели в решении промышленных задач о движении объектов в высоких слоях атмосферы.

Вторым подходом к описанию течения разреженного газа является использование системы уравнений Навье-Стокса [1], дополненной уравнениями физической и химической кинетики, используемые для описания взаимодействия между компонентами разреженного газа [25, 26]. Метод расчета химической кинетики [25] базируется на расчете изменения компонент смеси за счет химических реакций, регламентируемые стехиометрическими соотношениями, записывающими скорость реакции через закон Аррениуса. Модель физической кинетики [26] позволяет учитывать влияние процессов возбуждения внутренних степеней свободы атомов и молекул (колебательное возбуждение и диссоциация молекул) на распределение поступательной температуры в ударном слое. Подход, основанный на трехмерных уравнениях Навье-Стокса, хорошо подходит для моделирования высокоскоростных течений разреженных газов, а также удобен для практического использования на неструктурированных сетках, однако требует использования специальных численных схем для сохранения точности и устойчивости на данных режимах.

При расчете течения разреженного газа большое влияние на точность получаемого результата оказывает точность вычисления градиентов газодинамических величин, которая зависит как от особенности течения (наличие в потоке ударных волн или контактных разрывов), так и от расчетной сетки [27]. В качестве одного из способа повышения точности разрабатываемой лабораторией математической модели предложен оригинальный гибридный метод расчета градиентов, в котором итоговое значение градиента в ячейке определяется через сумму значений градиентов, полученных по методам Грина-Гаусса и наименьших квадратов с соответствующими долями. Данный подход позволяет учитывать форму расчетной ячейки, тем самым на ячейках «плохой формы» (вытянутых, узких) позволяет по-

лучать более точное решение. Метод полностью адаптирован для использования на неструктурированных сетках, применяемых при расчете промышленных задач.

Для повышения устойчивости предлагаемой математической модели требуется использования так называемых функций ограничителя, которые предотвращают генерацию осцилляций и ложных решений в областях с высокими градиентами (например, ударных волнах) [28]. Коллективом лаборатории была проведена калибровка ограничителей потока при расчете на неструктурированных сетках и модифицирован параметр, определяющий порог срабатывания функции ограничителя. В стандартном виде, при котором проявляются зоны случайного срабатывания, данный параметр вычисляется на основе характерного размера ячейки. В предложенном варианте, обеспечивающим «чистую» работу ограничителя, этот параметр основан на газодинамических параметрах потока. На текущий момент разработки в части математической модели на основе системы уравнений Навье-Стокса уже позволяют проводить первые расчеты обтекания объектов потоком разреженного газа. В дальнейшем модель будет дополняться вспомогательными алгоритмами.

Заключение

Доклад содержит описание основных направлений научных исследований лаборатории и результаты работы за 2021–2022 гг. Результаты деятельности лаборатории были представлены на многих международных и всероссийских конференциях. За 2021–2022 гг. опубликованы 3 статьи в международных журналах, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus и 2 статьи в российских отраслевых научных изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий РИНЦ.

Результаты получены при финансовой поддержке национального проекта «Наука и университеты» в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодежных лабораторий № FSWE-2021-0009 (научная тема: «Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания гидродинамических характеристик жидкостей и газов в естественных природных условиях, и условиях функционирования промышленных объектов в штатных и критических условиях на суперкомпьютерах петафлопсного класса») и в рамках научной программы Национального центра физики и математики по направлению «Математическое моделирование на супер-ЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности» и при поддержке гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-70.2022.1.5.

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц В. М. Гидродинамика // М.: Наука, 1988.
2. Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Дмитриев С. М., Дерюгин Ю. Н., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н. Супервычисления в фундаментальных задачах геофизики – цунами / Международная научная конференция «Марчужковские научные чтения – 2017» // Труды конференции. Новосибирск: Сибирское отделение РАН, 2017. С. 441–448.
3. Kozelkov A., Tarasova N., Kurkin A., Pelinovsky E., Efremov V., Strelets D. Three-dimensional numerical simulation of tsunami waves based on the Navier-Stokes equations // *Science of Tsunami Hazards*. 2017. Vol. 36, N 4. P. 183–196.
4. Тятюшкина Е. С., Козелков А. С., Куркин А. А. Трехмерное моделирование падения метеорита типа челябинского в Балтийское море средствами пакета программ ЛОГОС // 28-я Всероссийская научно-практическая конференция по графическим информационным технологиям и системам. КОГРАФ-2018 // Материалы конференции. Нижний Новгород: НГТУ им. П. Е. Алексеева. 2018. С. 242–245.
5. Hirt C. W., Nichols B. D., Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *Journal of Computational Physics*. 1981. Vol. 39. P. 201–225.
6. Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Курулин В. В., Ялозо А. В., Лашкин С. В. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // *Журнал вычислительная математика и математическая физика*. 2016. Т. 56, № 8. С. 154–165.
7. Horrillo J., Wood A., Kim G.B., Parambath A. A simplified 3-D Navier-Stokes numerical model for landslide-tsunami: Application to the Gulf of Mexico // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2013. Vol. 118. P. 6934–6950.
8. Козелков А. С., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н. Моделирование падения метеорита в озеро Чибаркуль // II международная научно-практическая конференция «Метеориты, астероиды, кометы падения на Землю, исследования и экологические последствия» // Материалы конференции. Челябинск: ТЕТА, 2014. С. 102–107
9. Tyatyushkina E. S., Kozelkov A. S., Kurkin A. A., Pelinovsky E. N., Kurulin V. V., Plygunova K. S., Utkin D. A. Verification of the LOGOS Software Package for Tsunami Simulations // *Geosciences*. 2020. Vol. 10. N 385.
10. Уткин Д. А., Курулин В. В., Козелков А. С. Гибридный метод сквозного моделирования возникновения и распространения волн цунами / XVI Всероссийская молодежная научно-инновационная школа «Математика и математическое моделирование» // Сборник тезисов. Саров: Интерконтакт, 2022.
11. Уткин Д. А., Курулин В. В., Козелков А. С. Метод численного моделирования распространения волн цунами в рамках гибридного подхода / XXVIII конференция «Информационные системы и технологии» (ИСТ-2022) // Материалы конференции. Нижний Новгород: НГТУ им. П. Е. Алексеева, 2022.
12. Козелков А. С., Курулин В. В., Уткин Д. А., Лоскутов А. В., Герасимов В. Ю. Гибридный метод сквозного моделирования возникновения и распространения волн цунами / XVIII Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование» // Сборник тезисов. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2022.
13. Герасимов В. Ю., Козелков А. С., Курулин В. В. Программа визуализации результатов геофизических расчетов в пакете программ ЛОГОС / Всероссийский форум по графическим информационным технологиям и системам (КОГРАФ-2022) // Материалы конференции Нижний Новгород: НГТУ им. П. Е. Алексеева, 2022.
14. Герасимов В. Ю., Козелков А. С., Курулин В. В. Программа визуализации геофизических расчетов в пакете программ ЛОГОС / XVI Всероссийская молодежная научно-инновационная школа «Математика и математическое моделирование» // Сборник тезисов. Саров: Интерконтакт, 2022.
15. Описание формата NetCDF [Электронный ресурс]: [веб-сайт]. – Электрон.дан. URL: <http://www.unidata.ucar.edu/software/netcdf> (дата обращения: 21.12.2021).
16. Козелков А. С. Моделирование задач «морской» гидродинамики на основе трехмерных уравнений Навье-Стокса / XVIII Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование» // Сборник тезисов. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2022.
17. Плыгунова К. С., Козелков А. С., Курулин В. В. Численное моделирование динамики движения морских судов в пакете программ ЛОГОС / XVI Всероссийская молодежная научно-инновационная школа «Математика и математическое моделирование» // Сборник тезисов. Саров: Интерконтакт, 2022.
18. Куркин А. А., Рувинская Е. А., Куркина О. Е., Талипова Т. Г. Особенности бароклинных течений на Северо-Восточном шельфе о. Сахалин: численное моделирование в рамках полнонелинейных уравнений Эйлера / XVIII Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование» // Сборник тезисов. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2022.
19. Anderson, John David. Hypersonic and high-temperature gas dynamics. Second Edition // *Aiaa Education Series*, Mcgraw-Hill Book Company, 1988.
20. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001.
21. Bird G. A. Direct simulation and the Boltzmann equation // *Physics of Fluids*. 1970. Vol. 13, N 11. P. 2677–2681.
22. Saveliev V. L., Filko S. A. Kinetic force method for numerical modeling 3D-relaxation in homogeneous

rarefied gas // AIP Conference Proceedings. 2008. N 1084. P. 513–518.

23. Sakurai A., Takayama F. Molecular kinetic approach to the problem of compressible turbulence // Physics of Fluids. 2003. Vol. 15. P. 1282–1296.

24. Kim J. G., Kwon O. J., Park C. A high temperature elastic collision model for DSMC based on collision integrals // AIAA Paper. 2006. N 2006–3803.

25. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИЛ, 1961.

26. Суржигов С. Т. Расчетное исследование аэротермодинамики гиперзвукового обтекания затупленных тел на примере анализа экспериментальных данных. М: ИПМех РАН, 2011.

27. Ferziger J. H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. Third edition. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2002.

28. Venkatakrishnan V. On the accuracy of limiters and convergence to steady state solution // AIAA Paper. 1993. N 93–0880.