

ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА УДАЛЕННОМ ПРИЕМНИКЕ ПРИ НЕИДЕАЛЬНОМ ФАЗОВОМ СОПРЯЖЕНИИ

*Немцева Анна Викторовна (oefimova@otd13.vniief.ru), Богачев Владимир Александрович,
Стариков Федор Алексеевич*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Представлены результаты численных расчетов осевой интенсивности лазерного излучения, сфокусированного через турбулентную атмосферу на удаленный приемник с использованием адаптивной оптической системы фазового сопряжения исходящего лазерного пучка опорному пучку. Предполагалось, что адаптивная фазовая коррекция исходящего лазерного и опорного пучков была неидеальной. Цель работы состояла в получении простых численных оценок лазерной интенсивности на удаленном приемнике, которые описывали бы результаты детального численного расчета. Проводить данные оценки предложено по параметрам частично скорректированных опорного и лазерного пучков. Получено, что интенсивность лазерного пучка на приемнике нельзя однозначно связать со значениями угловой расходимости лазерного и опорного пучков. Предложен альтернативный способ численной оценки осевой интенсивности излучения на приемнике путем проведения корреляционного анализа волновых фронтов лазерного и опорного пучков. Предлагаемый способ может быть реализован на практике.

Ключевые слова: турбулентная атмосфера, адаптивная оптическая система, фазовое сопряжение.

ESTIMATION OF LASER BEAM INTENSITY AT THE REMOTE RECEIVER UNDER CONDITIONS OF INCOMPLETE PHASE CONJUGATION

*Nemtseva Anna Viktorovna (oefimova@otd13.vniief.ru), Bogachev Vladimir Aleksandrovich,
Starikov Fedor Alekseevich*

FSUE «RFNC-VNIIEF», Sarov Nizhny Novgorod region

The presents the results of numerical calculations of the axial intensity of a laser beam focused through the turbulent atmosphere on a remote receiver using an adaptive optics system. The adaptive optics system operation was based on the phase conjugation principle. The adaptive phase correction of the outgoing laser beam and reference beam was assumed to be imperfect. The main objective was to obtain simple numerical estimations of the laser beam intensity at the remote receiver, which could describe the results of the detailed numerical calculation. These estimations were proposed to be carried out using the parameters of the partially corrected laser and reference beams. It has been revealed that it is impossible to associate the axial laser intensity at the receiver with the values of the angular divergence of laser and reference beams. The alternative method of estimation of the axial radiation intensity on the receiver using the correlation analysis of the wave fronts of laser and reference beams has been proposed. The proposed method can be used in practice.

Key words: turbulent atmosphere, adaptive optics system, phase conjugation.

Введение

При решении задач оптической связи и передачи энергии зачастую приходится сталкиваться с во-

просами, связанными с фокусировкой лазерного пучка на удаленный приемник через турбулентную атмосферу. При этом, как правило, необходимо максимизировать энергетические характеристики излу-

чения на приемнике. Как известно, наличие фазовых неоднородностей в лазерном пучке на выходе из оптической системы, а также влияние турбулентности при его распространении в атмосфере приводят к ослаблению осевой интенсивности излучения в плоскости приемника, вследствие чего качество работы лазерных систем ухудшается [1].

Для того чтобы повысить эффективность фокусировки лазерного пучка в турбулентной атмосфере, проводят адаптивную фазовую коррекцию лазерного пучка в схеме фазового сопряжения с опорным пучком [2]. При этом качество лазерного излучения на удаленном приемнике характеризуется числом Штреля [3]. В [4] были проведены численные оценки числа Штреля St при фокусировке лазерного пучка на удаленный приемник в условиях неидеальной фазовой коррекции как собственных искажений в исходящем лазерном пучке, так и турбулентных искажений в опорном пучке. Согласно [4], $St \approx St_R \cdot St_L$, где St_R – число Штреля, полученное при коррекции опорного пучка, St_L – число Штреля, полученное при коррекции исходящего лазерного пучка. На практике больший интерес представляет оценка осевой интенсивности лазерного излучения на приемнике при различном уровне коррекции пучков. При этом осевая интенсивность излучения на приемнике однозначно связана со значениями числа Штреля St . Однако, в эксперименте измерение числа Штреля напрямую в некоторых случаях затруднительно, поскольку достаточно трудно (или даже невозможно) получить пучок, в котором полностью будут отсутствовать неоднородности фазы.

В настоящей работе проводятся численные оценки осевой интенсивности лазерного излучения на удаленном приемнике с использованием параметров частично скорректированных лазерного и опорного пучков.

Постановка задачи. Численное моделирование

Приемник располагается на заданном расстоянии L от приемно-передающей апертуры адаптивной системы ($z = 0$). Опорный источник света находится в месте расположения приемника в плоскости $z = L$. Длина волны лазерного и опорного излучения $\lambda \approx 1$ мкм.

Расчет распространения лазерного и опорного излучения в турбулентной атмосфере проводился в рамках интегрирования параболического уравнения для амплитуды поля излучения:

$$2ik \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} + \Delta_{\perp} \tilde{E} + k^2 \varepsilon \tilde{E} = 0, \quad (1)$$

где $\tilde{E}(x, y, z)$ – комплексная амплитуда напряженности электрического поля излучения, распространяющегося вдоль оси z ; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; λ – длина волны лазерного (опорного) излучения;

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \text{оператор Лапласа по поперечным}$$

координатам (x, y) ; ε – функция, описывающая флуктуации диэлектрической проницаемости среды.

Уравнение (1) решалось численно [5], при этом непрерывная оптически неоднородная среда моделировалась дискретным набором фазовых экранов [6]. Расчеты проводились для условий умеренной турбулентности, значение параметра Фрида $r_0 = 9$ см [2]. Отношение $D/r_0 \approx 10$, где D – диаметр передающей апертуры адаптивной системы.

Турбулентные искажения в опорном пучке корректировались с использованием адаптивного зеркала. В качестве функций отклика адаптивного зеркала был выбран базис полиномов Цернике [7]. Волновой фронт опорного пучка $W(\rho, \phi)$ раскладывался по базису первых n полиномов Цернике:

$$W(\rho, \phi) = \sum_{i=1}^n C_i Z_i(\rho, \phi), \quad (2)$$

где i – номер полинома; C_i – коэффициент, определяющий вклад полинома $Z_i(\rho, \phi)$ в разложение; (ρ, ϕ) – полярные координаты.

Полученное разложение фазы вычиталось из исходной фазы пучка. Остаточные фазовые искажения принимались за фазовую ошибку коррекции волнового фронта пучка первыми n полиномами Цернике ($Z_1 \div Z_n$).

Исходящий лазерный пучок так же имел фазовые неоднородности, коррекция которых моделировалась аналогичным образом, уровень коррекции был ограничен числом полиномов Цернике n , используемых при разложении.

Для оценки качества коррекции пучков вычислялось число Штреля St . В случае идеальной фазовой коррекции лазерного (или опорного) пучков, т. е. достижения плоского фазового фронта, $St_L(St_R) = 1$.

После коррекции в волновой фронт исходящего лазерного пучка вносились фазовые предискажения, полученные при коррекции опорного пучка, которые частично или полностью компенсировались при фокусировке лазерного пучка на приемник согласно принципу взаимности [8]. Распределения средней интенсивности лазерного излучения на приемнике получалось усреднением результатов по ансамблю случайных реализаций фазовых экранов (методом статистических испытаний). Общий уровень фазовой коррекции оценивался по значениям средней осевой интенсивности излучения на приемнике.

Расчеты фазовой коррекции пучков

В работе рассматривались исходящие лазерные пучки с различным уровнем угловой расходимости.

Средняя осевая интенсивность $\langle J_0 \rangle$ (в отн. ед.) и числа Штреля St_L и St_R при различных вариантах фазовой коррекции лазерного пучка с $\theta_0 \approx 10 \cdot \theta_{\text{дифр}}$ и опорного пучка [4]

№ варианта коррекции	Уровень коррекции опорного пучка	St_R	Уровень коррекции лазерного пучка	St_L	$\langle J_0 \rangle$, отн.ед.
1	без коррекции	0,05	без коррекции	0,01	0,0028
2	$Z_1 \div Z_6$	0,15	$Z_1 \div Z_{15}$	0,06	0,0079
3	$Z_1 \div Z_{15}$	0,33	$Z_1 \div Z_{21}$	0,2	0,0294
4	$Z_1 \div Z_{55}$	0,66	$Z_1 \div Z_{21}$	0,2	0,053
5	$Z_1 \div Z_{28}$	0,49	$Z_1 \div Z_{36}$	0,7	0,132
6	$Z_1 \div Z_{36}$	0,56	$Z_1 \div Z_{36}$	0,7	0,149
7	$Z_1 \div Z_{55}$	0,66	$Z_1 \div Z_{55}$	0,97	0,230
8	$Z_1 \div Z_{105}$	0,78	$Z_1 \div Z_{55}$	0,97	0,273

Профиль интенсивности $I = I_0 \exp\left(-2\left(r^2/a^2\right)^4\right)$,

где a – радиус пучка.

Фаза пучков разыгрывалась случайным образом с корреляционной функцией гауссова вида. Рассматривались пучки, расходимость которых превышала дифракционный предел ($\theta_{\text{дифр}} = 1,5 \cdot 10^{-6}$ рад) в 5 и 10 раз по уровню доли мощности в пучке в дальней зоне 84 %.

В [4] представлены результаты расчетов фокусировки исходящих лазерных пучков на удаленный приемник при различных сценариях частичной фазовой коррекции как лазерных, так и опорного пучков. В таблице приведены значения чисел Штреля при коррекции лазерного и опорного пучков с использованием первых n полиномов Цернике, а также, значения средней осевой интенсивности излучения на удаленном приемнике $\langle J_0 \rangle$ при различных вариантах фазовой коррекции пучков. Усреднение проводилось по 500 реализациям турбулентной атмосферы. Для полностью скорректированных лазерного и опорного пучков значение осевой интенсивности на приемнике $\langle J_{0\text{max}} \rangle = 0,365$ отн. ед.

Оценка интенсивности лазерного излучения на удаленном приемнике

Проведение численного эксперимента позволяет достаточно точно определить значения чисел Штреля St_R и St_L , характеризующие качество коррекции лазерного и опорного пучков, а также значения средней осевой интенсивности лазерного излучения на приемнике $\langle J_0 \rangle$. На практике измерять число Штреля напрямую затруднительно. Однако можно получить приближенные значения чисел Штреля и осевой интенсивности лазерного пучка на приемнике путем численных оценок этих величин. В настоящем разделе представлены результаты таких численных оценок.

Осевую интенсивность J_0 (плотность потока излучения) на приемнике, удаленном на расстояние L , можно получить, используя следующую оценку:

$$J_0 \approx St \frac{Q_{0\text{max}}^L}{L^2}, \quad (3)$$

где St – число Штреля лазерного излучения на приемнике, $Q_{0\text{max}}^L = \frac{P_L}{\lambda^2} S$ – предельная сила лазерного излучения, причем S – площадь пучка на выходе из апертуры, P_L – мощность лазерного излучения.

Согласно [4], при $St \geq 0,03$ выполняется следующее соотношение:

$$St = St_R St_L. \quad (4)$$

Также число Штреля можно получить, используя другую оценку. Силу лазерного излучения, сфокусированного через турбулентную атмосферу на приемник можно записать в виде:

$$Q^L = \frac{P_L}{\theta_L^2 + \theta_R^2}, \quad (5)$$

где величины θ_L и θ_R – расходимости исходящего лазерного и опорного пучков.

При фокусировке пучка на приемник через вакуум получим:

$$Q_{\text{vac}}^L = \frac{P_L}{\theta_D^2}, \quad (6)$$

где величины θ_D – расходимость дифракционно-ограниченного пучка.

Тогда число Штреля пучка на приемнике:

$$St = \frac{Q^L}{Q_{\text{vac}}^L} = \frac{\theta_D^2}{\theta_L^2 + \theta_R^2}. \quad (7)$$

Предположим, что значения чисел Штреля связаны с угловой расходимостью лазерного и опорного пучков следующим образом:

$$St_L = \frac{\theta_D^2}{\theta_L^2}, St_R = \frac{\theta_D^2}{\theta_R^2}. \quad (8)$$

$$J_0 \approx \frac{P_L}{(\theta_D^2 + \delta\theta_L^2 + \delta\theta_R^2) L^2}, \quad (13)$$

Тогда

$$St = \frac{St_R St_L}{St_R + St_L}. \quad (9)$$

Однако, как можно заметить, при $St_R = 1$ и $St_L = 1$ оценка (9) стремится к 0,5, а не к 1, как положено. В связи с этим можно подкорректировать оценочную формулу (9) так, чтобы устранить асимптотическую неточность. Тогда получим следующую полуэмпирическую оценку:

$$St = \frac{St_R St_L}{St_R + St_L - St_R St_L}. \quad (10)$$

Таким образом, задача оценки осевой интенсивности сводится к тому, чтобы определить числа Штреля лазерного и опорного пучков St_L и St_R через некоторые параметры, достаточно надежно определяемые в эксперименте.

Одним из таких параметров является расходимость пучка. Предположим, что максимальную осевую силу излучения можно приближенно оценить следующим образом:

$$Q_{0\max}^L = \frac{P_L}{\theta_D^2}, \quad (11)$$

тогда, подставив формулы (4), (8) и (11) в формулу (3) получаем следующую оценку осевой интенсивности излучения на мишени:

$$J_0 \approx \frac{P_L}{(\theta_R \cdot \theta_L / \theta_D)^2 L^2}. \quad (12)$$

Аналогично с учетом (10) из формулы (3) можно получить:

где $\delta\theta_L^2 = \theta_L^2 - \theta_D^2$, $\delta\theta_R^2 = \theta_R^2 - \theta_D^2$.

Далее нужно выбрать подходящий критерий определения угла расходимости. Рассмотрим несколько таких критериев: по доле мощности $P/P_{\text{полн}} = 0,84$ и $0,5$, а также по уровню $0,5$ от значения максимальной интенсивности пучка I_0 в плоскости фокусировки.

На рис. 1 представлены значения осевой интенсивности излучения на приемнике при коррекции опорного и лазерного пучков. Квадратами обозначены значения $\langle J_0 \rangle$, полученные в численном эксперименте (расчете). Номер варианта коррекции соответствует номеру строки в таблице. Также на рис. 1 треугольниками представлены оценки по формулам (12) и (13), причем расходимость лазерного и опорного пучков определялась по трем критериям.

Из рис. 1 следует, что при сравнении трех критериев оценки определения расходимости пучков, оценку по формулам (12) и (13) нельзя однозначно связать со значениями числа Штреля и осевой интенсивностью излучения, полученной в численном эксперименте. Это связано с тем, что при фазовой коррекции в плоскости фокусировки в пучках выделяются два угловых масштаба: приосевой яркий kern и крыло. Именно по этой причине достаточно трудно определить точный критерий, по которому можно было бы однозначно оценить число Штреля и осевую интенсивность на приемнике через расходимость пучков.

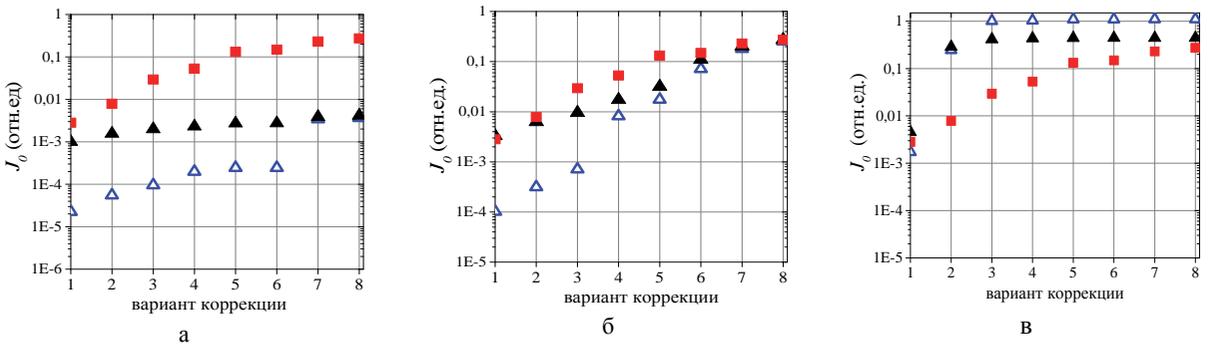


Рис. 1. Осевая интенсивность излучения на приемнике при различных вариантах коррекции для различных критериев определения расходимости пучков: а – $P/P_{\text{полн}} = 0,84$, б – $P/P_{\text{полн}} = 0,5$, в – $I/I_0 = 0,5$: \triangle – оценка по формуле (12), \blacktriangle – оценка по формуле (13), \blacksquare – расчет

Известно, что образование двух угловых масштабов в плоскости фокусировки при фазовой коррекции может быть характерно для пучков с неоднородностями фазы, характеризующимися корреляционной функцией гауссова вида. Число Штреля такого пучка можно оценить, зная среднеквадратичное отклонение (СКО) фазы пучка σ от среднего и значения поперечных длин корреляции фазы пучка l_x и l_y по осям ОХ и ОУ, которые определяют пространственный масштаб фазовых неоднородностей:

$$St = \exp(-\sigma^2) + \pi \frac{l_x l_y}{S} \frac{\sigma^2}{1 + 2\sigma + \sigma^4}. \quad (14)$$

Первое слагаемое в (14) отвечает вкладу скомпенсированной адаптивным зеркалом компоненты, а второе – вкладу нескомпенсированной компоненты.

Величины σ , l_x и l_y определяют профиль поперечной корреляционной функции фазы лазерного и опорного пучков (индексами L и R обозначены величины для лазерного и опорного пучков соответственно):

$$\langle \varphi_L(\mathbf{r}_1) \varphi_L^*(\mathbf{r}_2) \rangle = \sigma_L^2 \exp\left(-x^2/l_{Lx}^2 - y^2/l_{Ly}^2\right), \quad (15)$$

$$\langle \varphi_R(\mathbf{r}_1) \varphi_R^*(\mathbf{r}_2) \rangle = \sigma_R^2 \exp\left(-x^2/l_{Rx}^2 - y^2/l_{Ry}^2\right), \quad (16)$$

где $\mathbf{r} = \{x, y\} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

Корреляционную функцию фазы можно вычислить приближенно из анализа случайных распределений фаз лазерного и опорного пучков $\varphi(x, y)$ [9]. Причем, в нашем случае случайные реализации фаз лазерного и опорного пучков представляют собой статистически однородное и изотропное случайное поле [10]. Поэтому $l_x = l_y = l$.

На рис. 2 представлены корреляционные функции фазы, полученные приближенно, для лазерного пучка с расходимостью $\theta_0 \approx 10$ $\theta_{\text{дифр}}$ и опорного пучка при различном уровне фазовой коррекции пучков полиномами Цернике. На рис. 2 также представлены аппроксимации центральной области корреляционных функций гауссовыми функциями (15) и (16), из которых определялись σ_L, l_L и σ_R, l_R . Видно, что корреляционные функции, полученные приближенно, достаточно хорошо аппроксимируются гауссовой корреляционной функцией. Также из рис. 2 следует, что средний размер и амплитуда фазовых неоднородностей в пучке уменьшаются с улучшением качества коррекции.

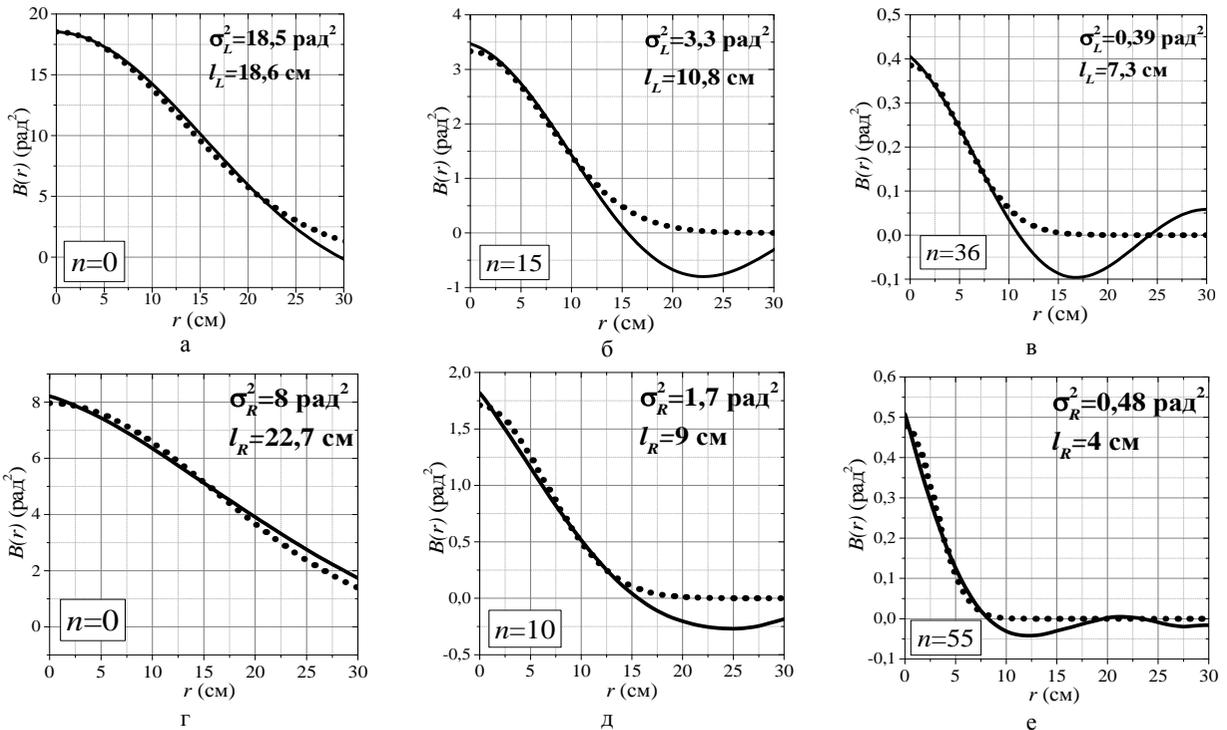
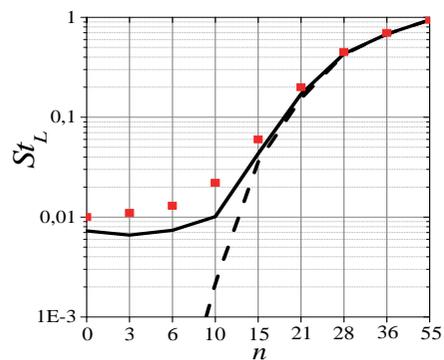
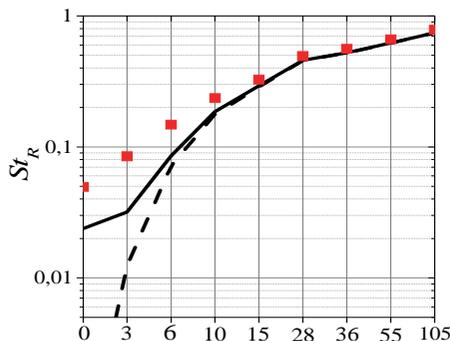


Рис. 2. Корреляционные функции (сплошные линии) и их аппроксимации гауссовыми корреляционными функциями (точки) при различном уровне коррекции первыми n полиномами Цернике для: а, б, в – лазерного пучка с $\theta_0 \approx 10\theta_{\text{дифр}}$ при $n = 0/15/36$, соответственно; г, д, е – опорного пучка при $n = 0/15/36$, соответственно

Определив значения параметров σ_L , l_L и σ_R , l_R , можно провести оценки чисел Штреля лазерного и опорного пучков в соответствии с формулой (14). На рис. 3 представлены числа Штреля при фазовой коррекции лазерного и опорного пучков первыми n полиномами Цернике. Маркерами показаны числа Штреля, полученные в расчете. Сплошной линией показаны результаты, полученные с использованием аналитической зависимости (14), причем l и σ брались из аппроксимаций корреляционных функций функциями гаусса, как показано на рис. 2. Площадь области локализации пучка в формуле (14) $S = \pi r^2$, где r – радиус пучка. Также на рис. 3 штриховой линией показана аналитическая зависимость $St = \exp(-\sigma^2)$.



а



б

Рис. 3. Числа Штреля при коррекции пучков первыми n полиномами Цернике: а – лазерный пучок с $\theta_0 \approx 10 \theta_{\text{дифр}}$, б – опорный пучок: — — — — — а – $St = \exp(-\sigma_L^2)$, б – $St = \exp(-\sigma_R^2)$, ■ – расчет

Согласно рис. 3, оценка $St = \exp(-\sigma^2)$ хорошо согласуется с расчетом в случае фазовой коррекции пучков первыми 15 полиномами Цернике и выше, когда отношение диаметра апертуры пучка к поперечной длине корреляции $D/l \geq 9$, а величина σ составляет несколько радиан. При низком уровне коррекции, когда $D/l < 9$ и значение σ – велико, доля нескомпенсированной компоненты растет и такая

оценка дает значения, заниженные на несколько порядков по сравнению с расчетом. Также из рис. 3 следует, что оценка по формуле (14) дает значения St достаточно близкие к расчету и расходится с ним не более чем в 1,5–2 раза.

На рис. 4 квадратами показаны расчетные значения средней осевой интенсивности излучения на приемнике $\langle J_0 \rangle$, полученные при различном уровне фазовой коррекции, как собственных искажений лазерных пучков с начальным уровнем расходимости $\theta_0 \approx 5 \theta_{\text{дифр}}$ и $\theta_0 \approx 10 \theta_{\text{дифр}}$, так и турбулентных искажений опорного пучка с использованием базиса полиномов Цернике. Чем выше был уровень коррекции пучков, тем больше значения $\langle J_0 \rangle$. Треугольниками показаны результаты численной оценки по формуле (3) с учетом формулы (4), кругами – с учетом формулы (10), с $\theta_0 \approx 5 \theta_{\text{дифр}}$ (закрашенные маркеры) и $\theta_0 \approx 10 \theta_{\text{дифр}}$ (не закрашенные маркеры). Значения чисел Штреля лазерного St_L и опорного St_R пучков получены в соответствии с формулой (14).

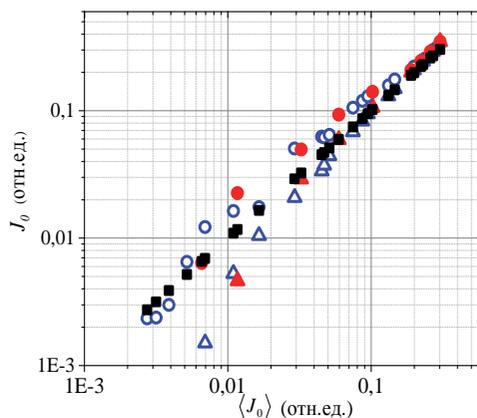


Рис. 4. Осевая интенсивность излучения на приемнике: Δ – оценка по формуле (3) с учетом (4), \blacktriangle – оценка по формуле (3) с учетом (4) с $\theta_0 \approx 5 \theta_{\text{дифр}}$, \circ – оценка по формуле (3) с учетом (10), \bullet – оценка по формуле (3) с учетом (10) с $\theta_0 \approx 10 \theta_{\text{дифр}}$, ■ – расчет

Из рис. 4 следует, что при значениях осевой интенсивности $J_0 > 0,02$ отн.ед., или при $St \approx St_R St_L > 0,05$, оценка по формуле (3) с учетом (4) дает практически совпадающие с детальным расчетом значения осевой интенсивности, а при достаточно малых St оценка лежит ниже расчетных значений. Оценка интенсивности по формулам (3) с учетом (10) завышает расчетные значения (но не более чем в 2 раза) при $0,01 < J_0 < 0,2$, то есть при умеренных St , зато при $J_0 < 0,01$ ($St < 0,03$) близка к расчетным значениям. В эксперименте можно использовать обе оценки, они будут определять диапазон, в котором лежит экспериментальное значение.

Заключение

В настоящей работе проведено численное моделирование фокусировки лазерного пучка с недифракционной расходимостью на удаленный приемник через турбулентную атмосферу с использованием адаптивной оптической системы фазового сопряжения исходящего лазерного пучка опорному пучку. Фазовая коррекция как лазерного, так и опорного пучков была неидеальной. Качество коррекции пучков характеризовалось числом Штреля. Цель работы состояла в получении простых численных оценок осевой интенсивности лазерного излучения на приемнике, которые описывали бы результаты детального численного расчета. Делать данные оценки предложено по параметрам частично скорректированных лазерного и опорного пучков. Численные оценки проводились на основе [4], а также с использованием полуэмпирической оценки. Числа Штреля скорректированных лазерного и опорного пучков вычислялись двумя способами: по значениям расходимости пучков и из корреляционного анализа их волновых фронтов. Оба способа можно реализовать в эксперименте.

В работе получены следующие результаты:

1. Численные оценки первым способом показали, что расходимость пучков нельзя однозначно связать со значениями числа Штреля лазерного St_L и опорного St_R пучков и со значениями осевой интенсивности лазерного пучка на приемнике во всем диапазоне их значений. Такой результат обусловлен тем, что с увеличением уровня фазовой коррекции в пучках в дальней зоне выделяется два угловых масштаба: приосевой яркий керн и крыло.

2. Получено, что при $St \approx St_R St_L > 0,05$, оценка с использованием соотношения $St = St_R \cdot St_L$ дает практически совпадающие с детальным расчетом значения осевой интенсивности, однако при достаточно малых St оценка лежит ниже расчетных значений. Оценка интенсивности с использованием аппроксимации $St = St_R St_L / (St_R + St_L - St_L St_R)$ превышает расчетные значения (но не более чем в 2 раза) при умеренных числах Штреля, зато при $St < 0,03$ дает значения интенсивности близкие к расчету. При практическом применении обе оценки будут опреде-

лять диапазон, в котором лежит экспериментальное значение.

Работа выполнена в рамках научной программы Национального центра физики и математики по направлению «Физика высоких плотностей энергии».

Список литературы

1. Лукин В. П. Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики // УФН. 2014. Т. 184, № 6. С. 599–640.
2. Hardy John W. Adaptive optics for astronomical telescopes. New York: Oxford University press, 1998. P. 438.
3. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1972. С. 720.
4. Немцева А. В., Богачев В. А., Стариков Ф. А. Адаптивная фазовая коррекция лазерного излучения в турбулентной атмосфере при неидеальном фазовом сопряжении / 19-я научно-техническая конференция «Молодежь в науке» // Сборник докладов. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2021.
5. Ладагин В. К. О численном интегрировании квазиоптического уравнения. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программа численного решения задач математической физики. 1985. Т. 19, № 1. С. 19–25.
6. Кандидов В. П. Метод Монте-Карло в нелинейной статистической оптике // УФН. 1996. Т. 166, № 12. С. 1309–1338.
7. Noll R. L. Zernike polynomials and atmospheric turbulence // J. Opt. Soc. Am. 1976. Vol. 66, N 3. P. 207–211.
8. Лукин В. П., Чарноцкий М. И. Принцип взаимности и адаптивное управление параметрами оптического излучения // Квантовая электроника. 1982. Т. 9, № 5. С. 952–958.
9. Кандидов В. П., Тамаров М. П., Шленов С. А. Влияние внешнего масштаба атмосферной турбулентности на дисперсию смещений центра тяжести лазерного пучка. Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11, № 1. С. 27–33.
10. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. Ч. II. М.: Наука, 1978. С. 463.