

## УЛУЧШЕНИЕ КАЧЕСТВА ЯЧЕЕК ПРИ ПОСТРОЕНИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ТРЕУГОЛЬНЫХ СЕТОК В ПРЕПОСТПРОЦЕССОРЕ ЛОГОС АЭРО-ГИДРО

*Панкратов Дмитрий Михайлович (DMPankratov@vniief.ru)*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

В работе рассматривается подход к улучшению качества ячеек при построении поверхностной треугольной сетки. В процессе улучшения качества проводится поиск областей поверхностной сетки, не удовлетворяющих критериям качества, и их последующее перестроение. К критериям качества относятся соответствие величин, вычисляемых на основе длин ребер треугольника допустимым диапазонам величин, а также соответствие размера треугольника кривизне точной поверхности. Результатом этапа улучшения качества является повышение соответствия размеров треугольников кривизне поверхности и уменьшение количества треугольников низкого качества. Полученные на этом этапе данные передаются последующим этапам для дальнейшего построения расчетной сетки.

**Ключевые слова:** пакет программ ЛОГОС АЭРО-ГИДРО, генератор поверхностной треугольной сетки, качество сетки, кривизна, размер треугольника.

## CELL QUALITY IMPROVEMENT DURING TRIANGULAR SURFACE MESH GENERATION IN LOGOS AERO-HYDRO PREPOSTPROCESSOR

*Pankratov Dmitriy Mikhailovich (DMPankratov@vniief.ru)*

FSUE «RFNC-VNIIEF», Sarov Nizhny Novgorod region

The paper describes an approach to improve mesh quality during surface triangular mesh generation. During the process of mesh quality improvement a detection of surface mesh regions with poor quality of triangles is performed followed up by further remeshing. Quality criteria include the compliance of the values calculated on the basis of the lengths of the edges of the triangle with the allowable ranges of values, as well as the compliance of the sizes of the triangles with the curvature of the mesh surface. The result of mesh quality improvement stage is compliance enhancement of the triangle size to the surface curvature and reduction of the number of low-quality triangles. The data obtained at this stage are forwarded to the subsequent stages for further construction of the computational grid.

**Key words:** «Logos» software package, a surface triangular mesh generator, mesh quality, curvature, triangle size.

### Введение

В настоящее время во ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» разрабатывается пакет программ ЛОГОС АЭРО-ГИДРО для решения различных задач инженерного анализа, в частности, задач аэрогидродинамики. Для подготовки расчетных сеток для задач аэрогидродинамики используется сквозная цепочка построения с применением генераторов поверхностных и объемных сеток. Поскольку построенная поверхностная треугольная сетка

выступает в качестве входных данных для генераторов расчетных объемных сеток, то от ее качества напрямую зависит итоговый результат построения. Ячейки низкого качества объемной сетки или излишне подробная сетка могут оказать отрицательное влияние на точность дальнейшего расчета и значительно увеличить его продолжительность. Целью данной работы является улучшение качества поверхностной сетки и устранение областей с избыточно подробной сеткой.

## Треугольники низкого качества

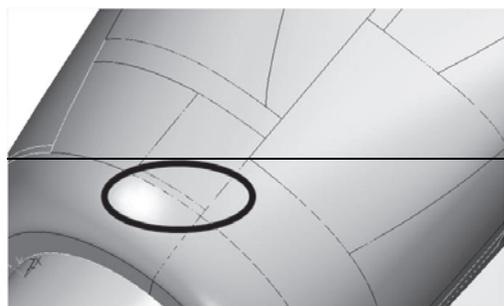
Поверхностная треугольная сетка – дискретное представление поверхности трехмерного тела с помощью замкнутого набора треугольников. На поверхностную сетку накладываются дополнительные требования со стороны методики моделирования и генераторов объемных сеток:

- соответствие размера элемента заданным пользовательским параметрам;

- соответствие размера элемента верхнему пределу допустимого диапазона значений в областях с низкой кривизной поверхности, сгущение сетки – в областях с высокой кривизной;

- построение треугольников, максимально приближенных по форме к равностороннему треугольнику

Треугольники низкого качества могут появляться в процессе построения поверхностной треугольной сетки как из-за дефектов исходной геометрической модели, так и из-за особенностей самого процесса построения сетки. Примером могут служить узкие грани, на которых невозможно разместить треугольники приемлемого качества. На рис. 1 приведен пример исходной узкой параметрической грани, рис. 1, а и полученной поверхностной сетки, рис. 1, б.



а



б

Рис. 1. Пример: а – исходной узкой параметрической грани, б – полученной поверхностной сетки

Наличие треугольников, не отвечающих требованиям, может в дальнейшем ухудшить качество ячеек расчетной сетки или увеличить их количество.

Для решения данной проблемы в генераторы поверхностных треугольных сеток было внедрено

улучшение качества сеток методом локального перестроения. Улучшение проводится последовательно в два этапа: сначала локальное перестроение по критерию качества, затем локальное перестроение по критерию соответствия размера треугольника кривизне поверхности. Каждый этап состоит из трех основных шагов:

1. Поиск треугольников низкого качества.
2. Формирование связанных областей.
3. Перестроение областей.

Для перестроения используется уже имеющийся алгоритм [2] построения поверхностной сети по модели в фасеточном представлении, которому подаются на вход перестраиваемые области с жестко зафиксированной границей для обеспечения их последующего встраивания в сетку.

### Локальное перестроение по критериям качества

К критериям качества относится соответствие допустимому диапазону величины отношения площадей соседних треугольников и соответствие качеству, определенному по формулам (1), (2) и (3) [3]. Еще одним критерием является соответствие размера треугольника заданному пользователем диапазону размеров.

$$Q_{shape} = \frac{4\sqrt{3}S}{a^2 + b^2 + c^2}, \quad (1)$$

где  $S$  – площадь треугольника;  $a, b, c$  – длины сторон ребер треугольника.

$$Q_{radius} = \frac{2r}{R}, \quad (2)$$

где  $r$  – радиус вписанной окружности;  $R$  – радиус описанной окружности.

$$Q_{aspect} = \frac{4\sqrt{3}S}{\max(a, b, c)(a + b + c)}, \quad (3)$$

где  $S$  – площадь треугольника;  $a, b, c$  – длины сторон ребер треугольника.

Значения, получаемые по формулам для каждого треугольника, варьируются на отрезке  $[0...1]$ . Из треугольников с качеством по какой-либо из приведенных выше формул ниже 0,1 формируются области для дальнейшего перестроения.

### Локальное перестроение по критерию соответствия кривизне

При перестроении по критерию соответствия кривизне треугольники выбираются исходя из соответствия их размера размеру, вычисленному на основе кривизны.

Сопоставление размеров треугольников сетки с размерами, вычисленными по кривизне, без дополнительной обработки может приводить к множественным ложноположительным и ложноотрицательным срабатываниям. Ложноположительные срабатывания могут привести к значительному увеличению времени работы алгоритма перестроения, а ложноотрицательные – к сохранению в сетке части сгущений. Для повышения эффективности распознавания несоответствующих кривизне областей сопоставление размеров треугольников производится в несколько этапов:

1. Поиск областей с неустойчивой кривизной.
2. Поиск треугольников с размером, не соответствующим кривизне.
3. Фильтрация ложных срабатываний.

Под областями с неустойчивой кривизной понимаются области сетки, в которых отклонения положения вершин сетки от описываемой поверхности не являются пренебрежимо малыми относительно размеров треугольников, что приводит к ложному завышению значений вычисляемой кривизны.

Далее каждый этап работы алгоритма описывается подробнее.

### Поиск областей с неустойчивой кривизной

Первым шагом поиска областей с неустойчивой кривизной является вычисления кривизны в вершинах сетки [4]. Для этого вычисляются направления нормалей в вершинах сетки (формула (4)).

$$N_v = \sum_{i \in T_v} N_i S_i, \quad (4)$$

где  $T_v$  – множество треугольников, инцидентных вершине;  $N_i$  – нормаль треугольника;  $S_i$  – площадь треугольника.

Далее для каждого ребра сетки вычисляется точка  $O$ , лежащая на середине отрезка, соединяющего ближайшие точки скрещивающихся прямых, построенных в узлах ребра и по направлению нормалей в узлах ребра (рис. 2).

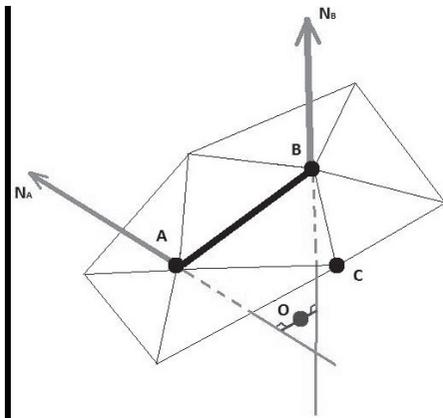


Рис. 2. Ближайшая точка скрещивающихся прямых

Кривизна на ребре вычисляется по формуле (5).

$$C = \frac{1}{\min(OA, OB)}, \quad (5)$$

где  $OA, OB$  – расстояния от точки  $O$  до узлов ребра  $A$  и  $B$ , соответственно.

Кривизна в вершине вычисляется как максимальное значение кривизны во всех инцидентных ей ребрах.

Далее проводится поиск областей с неустойчивой кривизной. Для этого положение узлов сетки сглаживается путем усреднения их положения относительно положения соседних узлов. После этого на сглаженной сетке снова вычисляется кривизна. Далее отбираются вершины, в которых изменение кривизны превысило заданный коэффициент. В качестве коэффициента эмпирическим путем выбрана константа 2. Для большей устойчивости алгоритма к ложным срабатываниям проводится фильтрация выбранных узлов: принадлежность узла к множеству узлов с неустойчивой кривизной изменяется, в зависимости от того, принадлежит ли большинство соседних узлов к этому множеству. Области с неустойчивой кривизной формируются из треугольников, которые инцидентны вершинам, входящим в описанное множество.

На рис. 3–4 изображен пример распределения вычисленных кривизн на исходной модели и на модели после сглаживания, соответственно. На рис. 5 выделены области со значительным изменением кривизны.

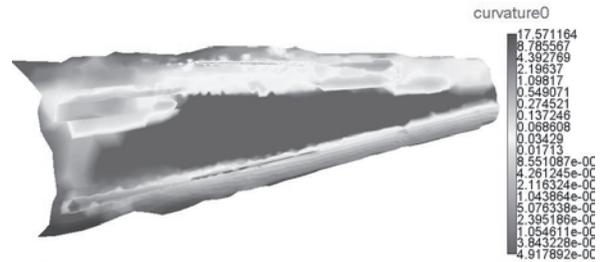


Рис. 3. Распределение кривизны, вычисленной на исходной модели

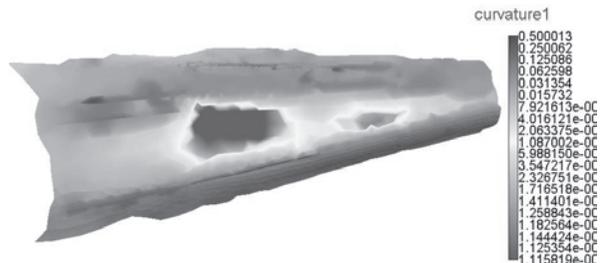


Рис. 4. Распределение кривизны, вычисленной на модели после сглаживания

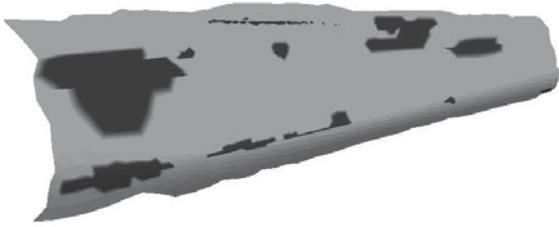


Рис. 5. Области со значительным изменением кривизны

### Выделение областей несоответствия кривизны размеру треугольника

Следующим шагом является выделение областей, в которых размер треугольника сетки не соответствует размеру треугольника, вычисленному по кривизне. Соответствующий кривизне размер в вершине определяется по формуле (6). По формулам (7) и (8) вычисляется размер треугольника сетки и требуемый размер треугольника соответственно.

$$H = \frac{\sqrt{2 - 2 \cos(2\pi/K)}}{|C|}, \quad (6)$$

где  $H$  – размер в вершине,  $K$  – заданная пользователем точность дискретизации поверхности,  $C$  – кривизна в вершине.

$$H_t = \frac{a+b+c}{3}, \quad (7)$$

где  $a, b, c$  – длины сторон ребер треугольника.

$$H_c = \frac{H_0 + H_1 + H_2}{3}, \quad (8)$$

где  $H_0, H_1, H_2$  – соответствующие размеры в вершинах треугольника.

Далее для каждого треугольника вычисляется отношение размера треугольника по ребрам к размеру по кривизне (формула 9).

$$r = \frac{H_t}{H_c}, \quad (9)$$

где  $H_t$  – размер треугольника, вычисленный по его ребрам;  $H_c$  – размер треугольника, вычисленный по кривизне.

Для фильтрации треугольников области по степени несоответствия треугольники приписываются к одной из следующих групп в зависимости от значения соотношения относительно эмпирически подобранных коэффициентов:

- $R_0$  (обычные треугольники),  $r \geq 0,5$ ;
- $R_1$  (дополнение региона несоответствия),  $0,3 \leq r < 0,5$ ;

- $R_2$  (регион несоответствия),  $0,15 \leq r < 0,3$ ;
- $R_3$  (центр несоответствия),  $0,07 \leq r < 0,15$ ;
- $R_4$  (максимальное несоответствие),  $r < 0,07$ .

Пример распределения треугольников по группам приведен на рис. 6. Величина несоответствия показана градацией серого цвета от светлого к темному, где максимальное несоответствие обозначено темно-серым цветом, а обычные треугольники обозначены штриховкой.

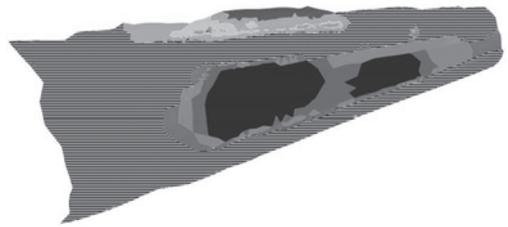


Рис. 6. Выделенные области несоответствия размеров

Далее проводится фильтрация областей. Для этого найденные области разбиваются на отдельные группы треугольников, принадлежащих множествам  $R_2, R_3$  и  $R_4$ , каждая из которых далее рассматривается независимо от других. Область считается подлежащей перестроению, если выполняется хотя бы одно из следующих условий:

1. В области содержится треугольник, принадлежащий одновременно к множеству треугольников с максимальным несоответствием и к множеству треугольников с неустойчивой кривизной (формула (10)).

2. Каждая пара треугольников области, соседствующих через ребро, принадлежит к различающимся не более чем на один уровень множествам несоответствия (формула (11)).

$$\exists t: t \in R_4 \cap R_C, \quad (10)$$

где  $t$  – треугольник области,  $R_4$  – область несоответствия кривизне,  $R_C$  – область неустойчивой кривизны

$$\forall t, t': t \in R_i, \quad t' \in R_j, \quad |i - j| \leq 1, \quad (11)$$

где  $t, t'$  – пара треугольников области, соседствующих друг с другом через ребро;  $R_i, R_j$  – области несоответствия кривизне

Далее области, выделенные для перестроения, дополняются окружающими их треугольниками из множества  $R_1$ .

На рис. 7 показаны области несоответствия размеров (выделены градацией серого цвета) с наложенными областями неустойчивой кривизны (выделены контуром и закрашены штриховкой).

## Результаты

Результаты улучшения качества поверхностных сеток приведены на рис. 10–11



Рис. 7. Выделенные области несоответствия размеров и наложенные области неустойчивой кривизны

На рис. 8 и 9 показана область исходной модели и результат перестроения соответственно.

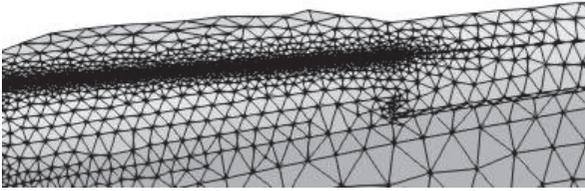


Рис. 8. Исходная сетка на модели

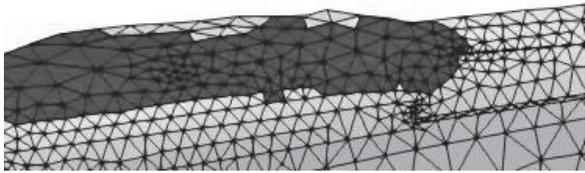
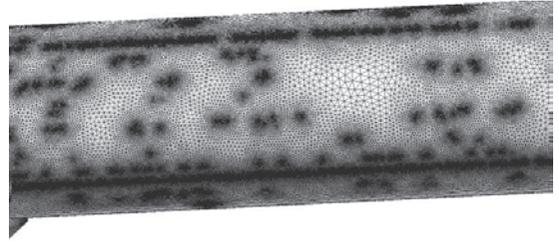
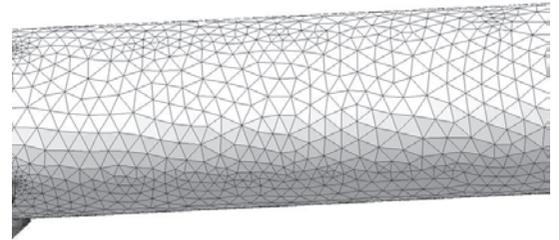


Рис. 9. Сетка на модели после локального перестроения. Темным цветом выделены перестроенные области.



а

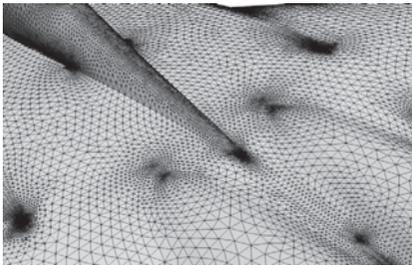


б

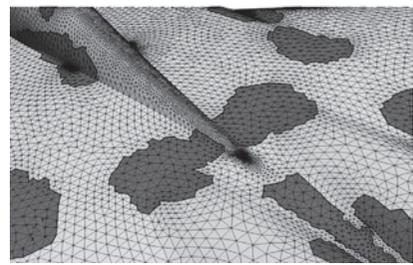
Рис. 10. Сетки тестовой модели: а – исходная, б – результирующая, полученная после улучшения

Темным цветом на рис. 11, б выделены перестроенные области.

В табл. 1 представлены результаты построения на разных моделях. Как видно из табл. 1, в результате внедрения этапа улучшения сетки было повышено качество треугольников и сокращено количество ячеек, что позволяет сократить вычислительные ресурсы для проведения численного моделирования.



а



б

Рис. 11. Сетки тестовой модели: а – исходная, б – результирующая, полученная после улучшения

Таблица 1

Сравнение результатов построения сеток при включенном и отключенном улучшении качества

	Количество треугольников в поверхностной сетке (тыс. ячеек)		Минимальное качество поверхностной сетки		Количество ячеек в расчетной сетке (тыс. ячеек)	
	нет	есть	нет	есть	нет	есть
Улучшение качества	нет	есть	нет	есть	нет	есть
Летательный аппарат	675	17	3,5e-027	0,0063	1852	251
Пассажирский самолет	39	39	0,0031	0,12	312	317
Маневренный самолет	970	728	4,4e-06	0,024	23769	18560
Грузовой автомобиль	1502	1109	6,3e-006	0,00032	22136	5467

В результате проведенных работ в генератор поверхностной треугольной сетки была внедрена возможность улучшения качества поверхностных треугольных сеток по критериям формы ячеек и по соответствию размеров ячеек кривизне поверхности. Разработанные алгоритмы позволили снизить требования к подготовке исходной геометрической модели перед построением сетки и улучшить качество получаемых поверхностных сеток и, как следствие, проводить построение более качественных расчетных сеток для подготовки задач аэрогидродинамики в ЛОГОС АЭРО-ГИДРО.

Работа выполнена в рамках научной программы Национального центра физики и математики по направлению «Математическое моделирование на супер-ЭВМ экска- и зеттафлопсной производительности».

1. Лукичев А. Н., Цалко Т. В., Панкратов Д. М., Логинов Д. В., Белова А. И., Моськина Е. О. Особенности построения триангуляционных сеток на поверхностях в аналитическом и фасеточном представлении / 15-я научно-техническая конференция «Молодежь в науке» // Сборник докладов. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2017. С. 73–78.
2. Описание возможностей библиотеки cm2meshtools. [Электронный ресурс]: [веб-сайт]. – Электрон.дан. – URL: [www.computing-objects.com/cm2-meshtools-suite/](http://www.computing-objects.com/cm2-meshtools-suite/).
3. Stimpson C. J., Ernst C. D., Knupp P., Pebay P. P., Thompson D. The Verdict Library Reference Manual, 2007.
4. M. Szilvasi-Nagy About Curvatures on Triangle Meshes, 2006.