## ТЕХНОЛОГИЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАБОТЫ ГРЕБНЫХ ВИНТОВ В ПАКЕТЕ ПРОГРАММ ЛОГОС

Козелков Андрей Сергеевич, Курулин Вадим Викторович, <u>Плыгунова Ксения Сергеевна</u> (ksplygunova@vniief.ru), Крутякова Ольга Леонидовна, Коротков Алексей Владимирович

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

В докладе представлена методика численного моделирования работы гребных винтов, реализованная на базе отечественного пакета программ ЛОГОС. Технология основана на решении системы трехмерных уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Для моделирования кавитационных течений используется метод Volume of fluid, дополненный моделью кавитации Schnerr-Sauer. Вращение винтов реализовано с помощью скользящих расчетных сеток с динамическими несостыкованными интерфейсами. Доклад содержит решения задач определения кривых действия моделей гребных винтов 8029 и КР505 в условиях свободной воды и моделей VP1304 и 8037 в условиях кавитации. Оцениваются прогнозируемые с помощью представленной методики гидродинамические характеристики винтов, проводится сравнение с экспериментальными данными по каждой задаче.

Ключевые слова: уравнения Навье-Стокса, гребной винт, кавитация.

## A NUMERICAL SIMULATION TECHNOLOGY FOR THE OPERATION OF MARINE PROPELLERS IN LOGOS SOFTWARE PACKAGE

Kozelkov Andrey Sergeevich, Kurulin Vadim Viktorovich, <u>Plygunova Ksenia Sergeevna</u> (ksplygunova@vniief.ru), Krutiakova Olga Leonidovna, Korotkov Aleksey Vladimirovich

FSUE «RFNC-VNIIEF», Sarov Nizhny Novgorod region

The paper describes a method of numerical simulation of marine propellers operation realized on the basis of LOGOS home software package. The technology is based on the solution of a system of three-dimensional Reynolds-averaged Navier-Stokes equations. Volume of fluid method is used to simulate cavitation flows; it is supplemented with a Schnerr-Sauer cavitation model. The rotation of propellers is realized using sliding computational meshes with dynamic undocked interfaces. The report gives a solution of the problem on determining function curves of the models of marine propellers 8029 and KP505 under open water conditions, and models of VP1304 and 8037 under cavitation conditions. Hydrodynamic characteristics of water propellers are assessed with the proposed method, and they are compared with experimental data on each problem.

Key words: Navier-Stokes equations, marine propeller, cavitation.

### Введение

В связи с ростом применения численного моделирования в судостроительной практике, вопросы отработки технологии моделирования и развития численных методов для повышения точности прогнозирования гидродинамических характеристик объектов морской техники крайне актуальны. Во многих задачах, характерных для тематики судостроения, возникает необходимость моделирования корабельных движителей, самым распространенным типом которых является гребной винт. Его работу характеризуют такие величины, как создаваемый упор и момент сопротивления вращению. Высокая точность определения данных гидродинамических характеристик важна для оптимизации формы винта и дальнейшего комплексного моделирования самоходных испытаний морских судов.

# Описание методики численного моделирования работы гребных винтов

Для описания турбулентного движения вязкой жидкости и газа используются уравнения Навье-Стокса, осредненные по Рейнольдсу (знаки осреднения опускаются) [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0, \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} + \tau_{ij}^t) + \rho g_i, \end{cases}$$
(1)

где t – время; i, j – нижние индексы, указывающие на принадлежность векторных компонент к декартовым координатам,  $i, j = \{x, y, z\}$ ;  $u_i$  – компонента вектора скорости;  $x_i$  – компонента вектора декартовых координат;  $\tau_{ij}$  – тензор вязких напряжений;  $\tau_{ij}^t$  – тензор рейнольдсовских напряжений;  $g_i$  – компонента вектора ускорения свободного падения; p – давление;  $\rho$  – плотность среды.

Тензор вязких напряжений, согласно гипотезе Буссинеска, записывается в виде [2]:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \tag{2}$$

где  $\mu$  – динамическая вязкость,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Линейные дифференциальные модели турбулентности используют эмпирические соотношения для коэффициента турбулентной вязкости  $\mu_t$  и гипотезу Буссинеска для вычисления тензора напряжений:

$$\tau^{t}_{ij} = 2\mu_{t} \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_{k}}{\partial x_{k}} \delta_{ij} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij},$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}} \right),$$
(3)

где *k* – кинетическая энергия турбулентности.

Система уравнений (1) замыкается моделью турбулентности  $k - \omega$  SST Ментера [3] совместно с моделью ламинарно-турбулентного перехода  $\gamma - \text{Re}_{\theta}$  [4].

Для моделирования кавитационного течения используется метод VOF [5] и модель кавитации SS [6], которая основана на решении уравнения Рэлея-Плессета, описывающего динамику одиночного парового пузыря. В рамках такого подхода система (1) дополняется уравнением переноса объемной доли одной из фаз, например паровой:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0, \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} + \tau_{ij}^t) + \rho g_i, \quad (4) \\ \frac{\partial \rho_v \alpha_v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_v \alpha_v u_i) = R_e - R_c, \end{cases}$$

где  $\rho$  – в данном случае рассматривается как результирующая плотность, представляющая собой усредненное значение плотности по двум фазам:  $\rho = \rho_l \alpha_l + \rho_\nu \alpha_\nu$ ,  $\alpha$  – объемная доля ( $\nu$  – нижний индекс, указывающий на принадлежность к паровой фазе, l – нижний индекс, указывающий на принадлежность к водяной фазе);  $R_e$ ,  $R_c$  – массовые источники, описывающие генерацию и разрушение паровых включений.

Для определения параметров конденсации и парообразования  $R_e$  и  $R_c$  в модели SS используется соотношение между объемной долей пара и числом пузырьков в единице объема, согласно (5):

$$\alpha_{v} = \frac{n\frac{4}{3}\pi r_{B}^{3}}{1+n\frac{4}{3}\pi r_{B}^{3}},$$
(5)

где n – число пузырьков в единице пара,  $r_B$  – радиус пузырька.

Предполагается, что объемная доля пара меняется во времени только за счет изменения радиуса пузырьков, тогда:

$$\frac{d\alpha_{\nu}}{dt} = -\frac{d}{dt}(1-\alpha_{\nu}) = \frac{n4\pi r_B^2}{\left(1+n\frac{4}{3}\pi r_B^3\right)^2} \frac{dr_B}{dt} =$$

$$= \frac{3}{r_B}\alpha_{\nu}(1-\alpha_{\nu})\frac{dr_B}{dt}.$$
(6)

В случае, когда давление в окружающей пузырек жидкости p выше давления насыщенных паров  $p_B$ , идет процесс парообразования и увеличения радиуса пузырьков  $r_B$ , в противном случае идет процесс конденсации и уменьшения радиуса пузырьков. Согласно уравнению Рэлея-Плессета изменение скорости роста  $r_B$  можно записать как:

$$\frac{dr_B}{dt} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{p_B - p}{\rho_l}\right)}, \ p \le p_B, \\ -\sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{p - p_B}{\rho_l}\right)}, \ p > p_B, \end{cases}$$
(7)

С учетом (6) и (7) можно записать уравнение переноса объемной доли пара:

$$\frac{\partial \alpha_{\nu}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha_{\nu}}{\partial x_i} = \frac{\rho}{\rho_l \rho_{\nu}} (R_e - R_c).$$
(8)

Здесь для  $R_e$  и  $R_c$  используются следующие выражения:

$$R_e = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \alpha_v \left(1 - \alpha_v\right) \frac{3}{r_B} \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{p_B - p}{\rho_l}\right)}, \ p < p_B, \quad (9)$$

$$R_{c} = \frac{\rho_{v}\rho_{l}}{\rho}\alpha_{v}\left(1 - \alpha_{v}\right)\frac{3}{r_{B}}\sqrt{\frac{2}{3}\left(\frac{p - p_{B}}{\rho_{l}}\right)}, \ p > p_{B}, \ (10)$$

где  $\rho_v$  и  $\rho_l$  – плотность паровой и жидкой фазы соответственно, которые принимаются постоянными.

Моделирование вращения гребного винта осуществляется движением расчетной сетки вместе с его границами. В области вращения производится учет движения сетки с помощью соотношения [7]:

$$\frac{d^*\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + v_i \frac{\partial\phi}{\partial x_i},\tag{11}$$

где  $\frac{d^* \varphi}{dt}$  – субстанциональная производная переносимого скаляра  $\varphi$  относительно подвижной системы координат;  $v_i$  – вектор скорости перемещения расчетной сетки. Рассмотрим переход к уравнению, учитывающему движение сетки, на примере уравнения переноса объемной доли (8). Используя (11), можно переписать уравнение (8) следующим образом (у объемной доли нижний индекс v далее опускается):

$$\frac{d^{*}\alpha}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left( \alpha \left( u_{i} - v_{i} \right) \right) - \alpha \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left( u_{i} - v_{i} \right) - Q = 0, \quad (12)$$

где 
$$Q = \frac{\rho}{\rho_l \rho_v} (R_e - R_c)$$

Для согласования решения на смежных границах произвольных неструктурированных сеток двух областей используется GGI-подобный метод [8], который основан на консервативной интерполяции потоков через несогласованный сеточный интерфейс. Алгоритм учитывает связь ячеек на смежных границах регионов без модификации исходной сетки через формируемый набор виртуальных граней, создавая дополнительные слагаемые в системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) на каждом расчетном шаге. На примере уравнения (6) рассмотрим его дискретизацию, которая осуществляется на основе метода конечных объемов с учетом неструктурированности расчетной сетки. Дискретизация по времени уравнения (6) может быть осуществлена по одной из известных схем, здесь будем использовать неявную схему Эйлера [9]:

$$\frac{\alpha_P^j - \alpha_P^{j-1}}{\Delta t} + \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha(u_i - v_i)) - \alpha \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i - v_i) - Q \right]^j = 0,$$
(13)

где  $\alpha_P^j$  – объемная доля в центре ячейки P на текущем временном шаге;  $\alpha_P^{j-1}$  – объемная доля в центре ячейки P на предыдущем временном шаге.

Для дискретизации уравнения (6) по пространству проинтегрируем его по объему  $V_P$  ячейки P, для конвективного слагаемого по теореме Остроградского-Гаусса перейдем к интегралу по поверхности  $S_P$  (временные индексы будем опускать там, где их значение очевидно):

$$\int_{V_P} \frac{\alpha_P^{j} - \alpha_P^{j-1}}{\Delta t} dV_P + \int_{S_P} \alpha (u_i - v_i) dS_P -$$

$$-\alpha_P \int_{S_P} (u_i - v_i) dS_P - \int_{V_P} Q dV_P = 0.$$
(14)

Для аппроксимации на конечно-объемной сетке конвективное слагаемое запишем в виде:

$$\int_{S_P} \alpha(u_i - v_i) dS_P - \alpha_P \int_{S_P} (u_i - v_i) dS_P \approx$$

$$\approx \sum_k \alpha_k (u_{i,k} - v_{i,k}) S_{i,k} - \alpha_P \sum_k (u_{i,k} - v_{i,k}) S_{i,k} \approx (15)$$

$$\approx \sum_k \alpha_k (F_k - F_k^v) - \alpha_P \sum_k (F_k - F_k^v),$$

где k – номер грани;  $S_{i,k}$  – вектор-площадь грани k;  $\alpha_k$  – объемная доля на грани k;  $F_k$  – объемный поток через грань k, который определяется из решения уравнений неразрывности и сохранения количества движения;  $F_k^{\nu}$  – объемный поток, связанный с движением сетки; суммирование проводится во всем граням ячейки P.

Для численного решения уравнений системы (4) формируются СЛАУ в соответствии с SIMPLEподобным алгоритмом [2, 10], в котором поля скорости и давления находятся по схеме предикторкорректор. Для учета силы тяжести используется алгоритм, основанный на поправке объемных сил [11], обеспечивающий отсутствие осцилляций, связанных с неколокированным размещением неизвестных величин, на сетках любого типа. Ускорение вычислений для проведения расчетов на высокопроизводительных супер-ЭВМ осуществляется многосеточным методом [12].

Описанная выше численная методика реализована на базе отечественного пакета программ ЛОГОС [13].

#### Численное моделирование работы гребных винтов в свободной воде

Вначале апробация методики проводится на задачах обтекания однородным потоком жидкости моделей пятилопастных гребных винтов КР505 и 8029 без учета кавитации. Винты фиксируются на конце вала, диаметр модели КР505 составляет 0,25 м, модели 8029 – 0,228 м. Геометрия гребных винтов показана на рис. 1.



Рис. 1. Модели гребных винтов: а - КР505, б - 8029

Для численного определения кривых действия гребных винтов проводится серия параметрических расчетов при частоте вращения n = 20 об/с. Относительная поступь J в этих расчетах изменяется в интервале 0,1 - 0,9 с шагом 0,1, из соответствующей поступи вычисляется скорость набегающего потока по формуле:

$$V_m = JnD_m. \tag{16}$$

Соответственно, диапазон рассматриваемых скоростей набегающего потока составляет 1–4,5 м/с для гребного винта КР505 и 0,91–4,11 м/с для винта 8029.

Расчетные сетки, показанные на рис. 2 построены со сгущениями ячеек вблизи лопастей, по ходу движения закрученного потока, а также в пограничном слое. Вращающийся регион представляет собой цилиндрическую область, окружающую винт. Внешняя граница расчетной области представляет собой цилиндрическую поверхность с валом на центральной оси.

На входной границе задана скорость набегающего потока. На выходной границе задано давление. На границах винтов задана стенка без проскальзывания. На боковых границах внешней области задано условие симметрии.



Рис. 2. Расчетная сетка для моделей гребных винтов: а – КР505, б – 8029

В расчетах были приняты следующие значения физических свойств воды: динамическая вязкость  $\mu_l = 0,00114 \, \Pi a \cdot c$ , плотность  $\rho_l = 1000 \, \mathrm{kr/m}^3$ .

На рис. 3 представлено мгновенное поле скорости на момент времени t = 1 с (режим J = 0,4).



Рис. 3. Мгновенное поле скорости: а – гребной винт КР505, б – гребной винт 8029

Из рис. З виден характер закрутки потока и распределение модуля скорости в области винта.

Количественное сравнение результатов численного моделирования проводится по характеристикам гребного винта: коэффициенту упора  $K_T$ , коэффициенту момента  $K_Q$  и коэффициенту полезного действия  $\eta_0$ , которые вычисляются по следующим формулам:

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4},\tag{17}$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5},\tag{18}$$

$$\eta_0 = \frac{J}{2\pi} \frac{K_T}{K_O},\tag{19}$$

где T – сила тяги, Q – момент силы тяги,  $\rho$  – плотность среды, n – скорость вращения винта, D – диаметр винта.

На рис. 4 показано сравнение кривых действия гребных винтов КР505 и 8029, полученных в пакете программ ЛОГОС, с экспериментальными данными [14–15].



Рис. 4. Кривые действия гребных винтов: а – КР505, б – 8029

Как видно из рис. 4, результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными. Погрешность в предсказании коэффициентов момента и упора принимает наибольшие значения на поступях, близких к единице, в связи с малыми значениями упомянутых величин в этих режимах работы гребного винта. Как следствие, возрастает и погрешность при вычислении коэффициента полезного действия, что особенно заметно для модели винта 8029. Отклонения полученных значений характеристик гребных винтов при значениях поступи меньше 0,5 составляют менее 5 %.

#### Численное моделирование работы гребных винтов в условиях кавитации

Рассматривается задача обтекания потоком жидкости модели вращающегося пятилопастного гребного винта VP1304. Модель гребного винта, геометрия которого показана на рис. 5, фиксируется на конце вала, диаметр винта составляет 0,25 м.



Рис. 5. Модель гребного винта VP1304

Расчетная сетка построена методом отсечения с детализаций ячеек вблизи лопастей, по ходу движения закрученного потока, а также в пограничном слое. На рис. 6 приведена сеточная модель гребного винта VP1304 вблизи лопасти.

Для численного определения кривых действия гребного винта проводилась серия параметрических расчетов при частоте вращения гребного винта n = 25 об/с. Относительная поступь *J* в расчетах изменялась в интервале 1,09–2,0, из соответствующей поступи вычислялась скорость набегающего потока по формуле (16).



Рис. 6. Сеточная модель винта VP1304

В расчетах были приняты следующие значения физических свойств воды: динамическая вязкость  $\mu_l = 0,00114 \ \Pi a \cdot c$ , плотность  $\rho_l = 1000 \ \text{кг/m}^3$ ; водяного пара: динамическая вязкость  $\mu_v = 1,26765 \cdot 10^{-5} \ \Pi a \cdot c$ , плотность  $\rho_v = 0,59531 \ \text{кг/m}^3$ .

Для течений, в которых присутствуют эффекты кавитации в качестве определяющего параметра служит число кавитации. Для задач обтекания винта число кавитации σ определяется следующим образом:

$$\sigma = \frac{\left(P - P_{\text{Hac}}\right)}{\rho n^2 D^2 / 2},$$
(20)

где *Р* – давление среды, *P*<sub>нас</sub> – давление насыщения.

В табл. 1 приведены параметры экспериментальных режимов обтекания винта VP1304 в условиях кавитации. Давление насыщенного пара, рассчитанное по температуре воды, составляло 3540 Па.

В экспериментах измерялось значение упора гребного винта и момента на винте, по которым рассчитываются безразмерные гидродинамические характеристики по формулам (17)–(19).

Таблица 1

Режимы расчета

Режим	1	2	3
Давление в трубе, Па	43071	31353	42603
Поступь винта	1,09	1,269	1,408
Число кавитации	2,024	1,424	2,0



Рис. 7. Поле модуля скорости в поперечном сечении: а – режим 1, б – режим 2, в – режим 3

На рис. 7 приведены поля модуля скорости в поперечном сечении области и формы кавитационных зон для трех режимов течения.

На рис. 8 приведено сравнение кривых действия гребного винта VP1304, полученных с помощью пакета программ ЛОГОС, и экспериментальных данных [16].



Рис. 8. Кривые действия гребного винта VP1304 в условиях кавитации

Расчетные значения коэффициента упора для поступей, близких к единице, почти совпадают с экспериментальными, а для больших значений поступи принимают меньшие относительно экспериментальных значения. Максимальное отклонение КПД наблюдается для режима 2 и составляет 1,2 %.

Следующей рассматривается задача обтекания потоком вращающейся модели пятилопастного гребного винта 8037. Модель фиксируется на конце вала, диаметр винта составляет 0,2 м. На рис. 9 представлена геометрия модели.

Для численного определения кривых действия гребного винта проводится серия параметрических расчетов при различной частоте вращения гребного винта n, относительной поступи J и числе кавитации  $\sigma$ . Скорость набегающего потока вычислялась по формуле (16).



Рис. 9. Геометрия гребного винта 8037

Расчетная сетка, показанная на рис. 10, построена с детализаций ячеек вблизи лопастей, по ходу движения закрученного потока, а также в пограничном слое.



Рис. 10. Центральное сечение сеточной модели гребного винта 8037

На входной границе задана скорость набегающего потока, на выходной границе задано граничное условие постоянства давления. На границах винтов задана стенка без проскальзывания, на боковых границах внешней области задано условие симметрии.



Рис. 11. Распределение поля амплитуды скорости: a - n = 30 об/с,  $\sigma = 0.9$ ;  $\delta - n = 30$  об/с,  $\sigma = 1,2$ 



Рис. 12. Изоповерхность объемной доли кавитационного пара: a - n = 30 об/с,  $\sigma = 0.9$ ; 6 - n = 30 об/с,  $\sigma = 1,2$ ; B - n = 36 об/с,  $\sigma = 0.9$ ;  $\Gamma - n = 36$  об/с,  $\sigma = 1,2$ 



Рис. 13. Кривые действия гребного винта 8037:  $a - \sigma = 0.9$ ,  $\delta - \sigma = 1.2$ 

Значения физических свойств воды и водяного пара принимаются аналогичными предыдущей задаче. Давление насыщенного пара в расчетах составило  $P_{\text{Hac}} = 2325 \,\Pi a$ .

На рис. 11 представлены поля скорости в центральном сечении расчетной области для различной скорости вращения винта и различных чисел кавитации.

На рис. 12 показано положение изоповерхности объемной доли кавитационного пара, полученное в пакете программ ЛОГОС, для различной скорости вращения винта и различных чисел кавитации.

Из приведенных рисунков виден характер распределения скорости вблизи винта, а также характер распределения кавитационного облака.

На рис. 13 представлены кривые действия гребного винта 8037 в условиях кавитации, рассчитанные в пакете программ ЛОГОС, а также сравнение с экспериментальными данными [17] для чисел кавитации  $\sigma = 0.9$  и  $\sigma = 1.2$  соответственно.

Результаты численного моделирования в пакете программ ЛОГОС находятся в согласии с референсными данными. Максимальные отклонения наблюдаются для числа кавитации  $\sigma = 1,2$  в режиме с наиболее высокой скоростью вращения винта и составляют 8,8 % для коэффициента упора, 10,7 % для коэффициента момента и 4,1 % для коэффициента полезного действия соответственно. В остальных режимах отклонение рассчитанных характеристик не превышает 5 % и в среднем составляет около 2,5 %.

#### Заключение

В настоящей статье была представлена методика численного моделирования работы гребных винтов, реализованная на базе отечественного пакета программ ЛОГОС. Технология основана на решении системы уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Учет кавитационных процессов осуществлен с помощью метода VOF и модели кавитации SS. Вращение винтов моделируется при помощи движения узлов расчетной сетки и GGI-подобного метода для согласования решения на смежных границах произвольных неструктурированных сеток двух областей. Представлены результаты верификации методики на задачах определения кривых действия моделей гребных винтов 8029 и КР505 без учета кавитации и моделей VP1304 и 8037 в условиях кавитации. Полученные результаты численного моделирования показывают, что используемая технология позволяет получать достаточно точный результат при прогнозировании основных гидродинамических характеристик (отклонение до 5 %) для большинства рабочих режимов винта.

Работа выполнена в рамках научной программы Национального центра физики и математики по направлению «Математическое моделирование на супер-ЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности» при финансовой поддержке национального проекта «Наука и университеты» в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодежных лабораторий № FSWE-2021-0009 и при поддержке гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-70.2022.1.5.

#### Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц В. М. Гидродинамика. М: Наука, 1988.

2. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей в двух томах. Том 2. М: Мир, 1991.

3. Menter F. R. Two equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32, N 8. P. 1598–1605.

4. Menter F. R., Langtry R. B., Likki S. R., Suzen Y. B., Huang P. G., Völker S. A. Correlation-based Transition Model using Local Variables. Part 1: Model Formulation // ASME J. Turbomachinery. 2006. Vol. 128, N 3. P. 413–422.

5. Hirt C. W., Nichols B. D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // J. Comput. Phys. 1981. Vol. 39. P. 201–225.

6. Schnerr G. H., Sauer J. Physical and numerical modeling of unsteady cavitation dynamics // Proceedings of the Fourth International Conference on Multiphase Flow, New Orleans, USA, May 27 – June 1, 2001. P. 1–12.

7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. 8. Beaudoin M., Jasak H. Development of Generalized Grid Interface for Turbomachinery simulation with OpenFOAM // Open Source CFD International Conference: Berlin, 2008.

9. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М: Мир, 1980.

10. Ferziger J. H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. Berlin, Heidelberg: Springer, 2001.

11. Efremov V. R., Kozelkov A. S., Kornev A. V., Kurkin A. A., Kurulin V. V., Strelets D. Yu., Tarasova N. V. Method for taking into account gravity in free-surface flow simulation // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2017. Vol. 57, N 10. P. 1720–1733.

12. Kozelkov A. S., Kurulin V. V., Lashkin S. V., Shagaliev R. M., Yalozo A. V. Investigation of supercomputer capabilities for the scalable numerical simulation of computational fluid dynamics problems in industrial applications // Computational mathematics and mathematical physics. 2016. Vol. 56, N 8. P. 1524–1535.

13. Tyatyushkina E. S., Kozelkov A. S., Kurkin A. A., Pelinovsky E. N., Kurulin V. V., Plygunova K. S., Utkin D. A. Verification of the LOGOS Software Package for Tsunami Simulations // Geosciences. 2020. Vol. 10, N 10. P. 1–28.

14. Таранов А. Е. Определение локальных и интегральных гидродинамических характеристик контейнеровоза в цифровом бассейне // Труды Крыловского государственного научного центра. 2019. Т. 3, № 389. С. 73–82.

15. Панов Д. О., Смирнов Е. М., Таранов А. Е., Лобачев М. П. Моделирование ламинарно-турбулентного перехода в задаче численного определения кривых действия гребного винта // Труды ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова. 2013. Т. 78, № 362. С. 29–42.

16. Potsdam Propeller Test Case (PPTC). Cavitation Tests with the Model Propeller VP1304 // Report 3753 Potsdam. April 2011. P. 68.

17. Багаев Д. В., Егоров С. В., Лобачев М. П., Рудниченко А. А., Таранов А. Е. Валидация технологии численного моделирования кавитационных течений // Труды Крыловского государственного научного центра. 2017. Т. 4, № 382. С. 46–56.