

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ МАГНИТНО-ОПТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ СИНХРОТРОННОГО УСКОРИТЕЛЯ НА ЭНЕРГИЮ 4 ГэВ В ЛИНЕЙНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Моисеева Полина Сергеевна (otd4@expd.vniief.ru), Борисков Александр Сергеевич

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

В настоящее время в РФЯЦ-ВНИИЭФ ведутся работы по разработке синхротронного комплекса, предназначенного для проведения радиационных испытаний. Одним из ключевых элементов комплекса является синхротронный ускоритель, способный ускорять более 20 тяжелых заряженных частиц (ТЗЧ) до энергии 4 ГэВ по протонам. Важной частью любого синхротронного ускорителя является его магнитная система.

В работе представлены результаты расчета магнитно-оптической структуры основного синхротрона и бустерного синхротрона на энергии 700 МэВ и 4 ГэВ по протонам. Расчеты выполнены в программе MAD-X. При моделировании использованы параметры основных магнитных элементов ускорителей. Моделирование проводилось в несколько этапов для подбора наиболее оптимального решения задачи.

Для того, чтобы освоить методику расчета магнитной структуры синхротрона в программе MAD-X, аналитически получены уравнения, описывающие движение пучка частиц в ускорителе. Получены матрицы перехода для участков с квадрупольными линзами, дипольными магнитами и прямолинейными промежутками, а также инвариант Куранта – Снайдера и его параметры.

Так как на практике всегда существует погрешность в расположении магнитов, в значении их рассчитанных параметров, было выполнено моделирование магнитной структуры синхротронных ускорителей с учетом корректировки орбиты пучка. В рассчитанные магнитные структуры добавлены мониторы, регистрирующие смещения пучка вдоль равновесной орбиты, и корректоры, которые в случае зарегистрированного отклонения выравнивают пучок.

Ключевые слова: синхротронный ускоритель, магнитная структура, структура FODO, квадрупольная линза, дипольный магнит, уравнение Хилла, инвариант Куранта-Снайдера, MAD-X; параметры Твисса, бетатронные колебания, дисперсия, эмиттанс.

DETERMINATION OF THE OPERATING MODES OF THE MAGNETIC-OPTICAL STRUCTURE OF A SYNCHROTRON ACCELERATOR AT AN ENERGY OF 4 GeV IN A LINEAR APPROXIMATION

Moiseeva Polina Sergeevna (otd4@expd.vniief.ru), Boriskov Aleksandr Sergeevich

FSUE «RFNC-VNIIEF», Sarov Nizhny Novgorod region

Currently, the RFNC-VNIIEF is working on the development of a synchrotron complex designed for radiation testing. One of the key elements of the complex is a synchrotron accelerator capable of accelerating more than 20 heavy charged particles to an energy of 4 GeV by protons. An important part of any synchrotron accelerator is its magnetic system.

The paper presents the results of calculating the magnetic-optical structure of the main synchrotron and booster synchrotron at an energy of 700 MeV and 4 GeV for protons. The calculations were performed in the MAD-X program. The parameters of the main magnetic elements of accelerators were used in the simulation. Modeling was carried out in several stages to select the most optimal solution to the problem.

In order to master the method of calculating the magnetic structure of a synchrotron in the MAD-X program, equations describing the motion of a particle beam in an accelerator are analytically obtained. Transition matrices for sections with quadrupole lenses, dipole magnets and rectilinear gaps, as well as the Courant–Snyder invariant and its parameters are obtained.

Since in practice there is always an error in the location of magnets, in the value of their calculated parameters, the magnetic structure of synchrotron accelerators was simulated taking into account the correction of the beam orbit. Monitors have been added to the calculated magnetic structures that register beam displacements along the equilibrium orbit, and correctors that align the beam in case of a registered deviation.

Key words: synchrotron accelerator, magnetic structure, FODO structure, quadrupole lens, dipole magnet, Hill equation, Courant-Snyder invariant, MAD-X, Twiss parameters, betatron oscillations, dispersion, emittance.

Введение

Постоянное развитие ядерной физики непосредственно связано с созданием и совершенствованием ускорителей заряженных частиц. Наибольший интерес представляют циклические ускорители, в частности синхротроны, т. к. именно они позволяют разогнать пучки частиц до больших энергий и могут быть использованы в качестве накопителей. Синхротроны применяют в различных областях науки и техники, биологии и медицины [1].

Для синхротронных ускорителей высоких энергий используется принцип сильной фокусировки. Магнитная система синхротрона с сильной фокусировкой состоит из квадрупольных линз и отклоняющих дипольных магнитов [2]. Последовательное действие на пучок фокусирующих и дефокусирующих линз приводит к общему фокусирующему эффекту.

В данной работе выполнен расчет магнитных структур кольцевых ускорителей, разрабатываемых в РФЯЦ-ВНИИЭФ в программе MAD-X [3]. MAD-X представляет возможность отслеживать поведение частиц в ускорителе при задании начальных параметров. Максимальная энергия разрабатываемого бустерного синхротрона 700 МэВ, основного синхротрона – 4 ГэВ по протонам.

Движение частиц в синхротронном ускорителе описывается путем построения оптических функций радиальных бетатронных колебаний. Аналитически получены матрицы перехода и уравнения зависимостей параметров Куранта–Снайдера от длины траектории для квадрупольных линз, дипольных магнитов и прямолинейных промежутков.

Теоретическая часть методики расчета магнитной структуры синхротрона

Главной задачей магнитной системы синхротрона является формирование равновесной замкнутой орбиты при помощи внешнего магнитного поля. Из-за того, что в пучке частиц всегда есть разброс по координатам и угловым отклонениям от равновесной орбиты магнитная система выполняет еще одну функцию – обеспечивает устойчивое движение частиц с помощью фокусирующих сил.

Для описания движения частиц с равновесной энергией используется уравнение Хилла (1). Уравнение Хилла – основное уравнение для описания радиальных бетатронных колебаний.

$$x'' + K_x(s)x = 0. \quad (1)$$

$$K(s) = h^2(s) + k(s) = \left(\frac{q}{p} B_{z0}(s) \right)^2 + \frac{q}{p} G(s), \quad (2)$$

$$G = \left(\frac{\partial B_z}{\partial x} \right)_{x=z} = 0,$$

где $h = \frac{1}{r_0}$ – кривизна траектории; p – импульс ча-

стицы; q – заряд частицы; K – магнитная жесткость; B – магнитная индукция; G – градиент магнитной индукции; s – продольная координата; x – поперечная координата.

Так как уравнение (1) – дифференциальное уравнение второго порядка, то для кусочно-постоянного приближения, когда весь периметр ускорителя делится на участки, на каждом из которых $B = \text{const}$, $G = \text{const}$, решение имеет одну из возможных форм:

– фокусирующий участок при $K_x > 0$:

$$x(s) = a \cos \sqrt{K_x} s + b \sin \sqrt{K_x} s, \quad (3)$$

– прямолинейный промежуток при $K_x = 0$:

$$x(s) = as + b, \quad (4)$$

– дефокусирующий участок при $K_x < 0$:

$$x(s) = ach \left(\sqrt{|K_x|} s \right) + bsh \left(\sqrt{|K_x|} s \right). \quad (5)$$

Константы a и b определяются начальными условиями.

Одним из способов решения уравнения Хилла является матричный формализм. Движение частиц

через квадрупольные линзы и дипольные магниты описывается с помощью матриц перехода.

Если частица движется через последовательность элементов, то входной и выходной векторы соотносятся как

$$\vec{x} = M_n \dots M_2 M_1 \vec{x}_0, \quad (6)$$

где M_1, M_2, \dots, M_n – матрицы перехода.

Такой метод удобно использовать, когда необходимо численно определить движение частицы через большое число элементов. В этом случае отсутствует необходимость на каждом участке решать уравнение движения с новыми начальными условиями.

Таким образом, матрица перехода для участка с фокусирующими линзами:

$$M_F = \begin{pmatrix} \cos(\sqrt{K_x} s) & \frac{1}{\sqrt{K_x}} \sin(\sqrt{K_x} s) \\ -\sqrt{K_x} \sin(\sqrt{K_x} s) & \cos(\sqrt{K_x} s) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Матрица перехода для участка с дефокусирующими квадрупольными линзами:

$$M_D = \begin{pmatrix} \text{ch}(\sqrt{|K_x|} s) & \frac{1}{\sqrt{|K_x|}} \text{sh}(\sqrt{|K_x|} s) \\ \sqrt{|K_x|} \text{sh}(\sqrt{|K_x|} s) & \text{ch}(\sqrt{|K_x|} s) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Матрица перехода для прямолинейного участка:

$$M_0 = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Матрица перехода для участка, содержащего дипольные магниты:

$$M_{Dip} = \begin{pmatrix} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{r_0}} s\right) & \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{r_0}}} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{r_0}} s\right) \\ -\sqrt{\frac{1}{r_0}} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{r_0}} s\right) & \cos\left(\sqrt{\frac{1}{r_0}} s\right) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Другой способ решения уравнения Хилла заключается в том, что для исследования свойств пучка как целого и аналитического изучения поведения частиц в пучке, необходимо найти решение уравнения движения в виде функции азимутальной координаты s [4].

Решение уравнения Хилла в общем виде с использованием бетатронной функции имеет следующий вид:

$$x(s) = A\sqrt{\beta(s)} \cos(\mu(s) + \mu_0). \quad (11)$$

где A и μ_0 – постоянные, зависящие от начальных условий; $\mu(s)$ – фазовая функция (параметр Флоке); $\beta(s) = w^2(s)$ – бетатронная функция; $w(s)$ – амплитудная функция Флоке.

Бетатронная функция $\beta(s)$ – функция, описывающая бетатронное движение частицы, представляющая собой псевдогармонические колебания.

С одной стороны, бетатронная функция определяет максимальное отклонение частицы на азимуте при заданном A , зависящем от начальных условий [4].

$$x_{\max}(s) = \pm A\sqrt{\beta(s)}. \quad (12)$$

С другой стороны, бетатронная функция, через $\mu(s)$ характеризует мгновенную фазу колебаний, и может быть определена как локальная длина волны бетатронных колебаний [4].

$$2\pi\beta(s) = \lambda(s). \quad (13)$$

Параметры основных магнитных элементов синхротронных ускорителей

Разрабатываемый ускорительный комплекс состоит из двух синхротронных ускорителей: бустерный синхротрон и основной синхротрон. Максимальная энергия в бустерном синхротроне составляет 700 МэВ по протонам, а в основном синхротроне – 4 ГэВ по протонам. Значение магнитной индукции в дипольных магнитах ускорителей 1,6 Тл. Максимальный градиент магнитного поля в квадрупольных линзах типа FODO 14 Тл/м.

При разработке любого синхротронного ускорителя на начальном этапе оценивается его магнитная длина. Магнитная длина – это минимальная длина для создания замкнутой орбиты частиц с заданной энергией.

На рис. 1 и рис. 2 приведены схемы основного синхротрона и бустерного синхротрона.

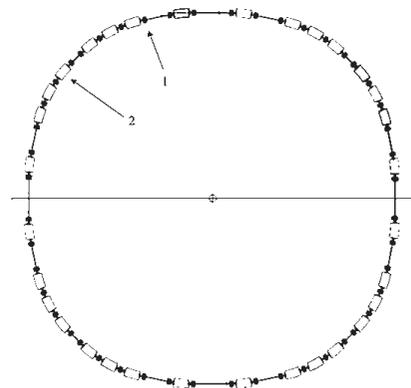


Рис. 1. Схема основного синхротрона: 1 – квадрупольная линза, 2 – дипольный магнит

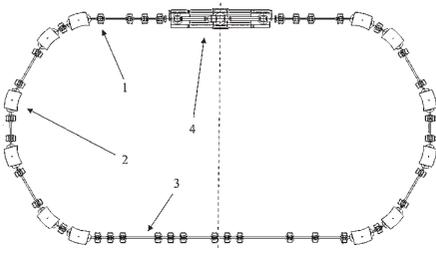


Рис. 2. Схема бустерного синхротрона: 1 – квадрупольная линза; 2 – дипольный магнит; 3 – прямолинейный участок под установку системы впуска и выпуска пучка; 4 – система электронного охлаждения для ионного пучка

Параметры основных магнитных элементов для бустерного и основного синхротрона приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры основных магнитных элементов для бустерного и основного синхротрона

Параметр	Бустерный синхротрон	Основной синхротрон
Магнитная длина, м	17,6	63,5
Количество дипольных магнитов	12	32
Количество квадрупольных линз	36	48
Угол поворота дипольного магнита	30°	11°25'
Длина дипольного магнита, м	1,466	1,985
Длина квадрупольной линзы, м	0,4	0,6

Расчет магнитной структуры основного синхротрона

Для расчета и оптимизации магнитно-оптической системы синхротрона используется программа MAD-X. MAD-X широко используется для расчетов оптики и динамики движения частиц. В программе MAD-X реализованы методы математического аппарата для решения уравнения движения заряженных частиц [3].

Основная цель – построить оптические функции магнитной системы, с помощью которых можно

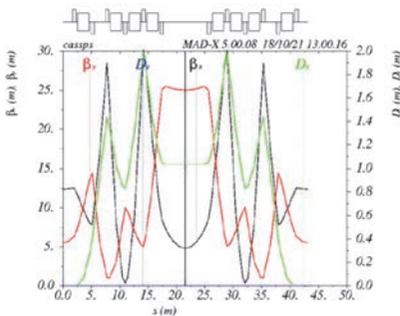


Рис. 3. Суперпериод синхротрона: β_x – горизонтальная β -функция; β_y – вертикальная β -функция; D_x – горизонтальная дисперсия

оценить поперечные размеры пучка. Для оценки поперечных размеров пучка используется формула:

$$x, y_{\max} = \sqrt{\beta_{x,y} \epsilon + \delta^2 D_{x,y}^2}, \quad (15)$$

где $\epsilon = 6\text{П}$ [см·мрад] – эмиттанс; $\beta_{x,y}$ – β -функции по x и y , соответственно; δ – импульсный разброс $\Delta p/p$; $D_{x,y}$ – дисперсия.

Расчет магнитных структур бустера и основного синхротрона проведен только по протонам, т. к. пучок протонов имеет максимальный эмиттанс и, как следствие, максимальный размер.

Так как синхротрон состоит из большого числа ячеек, то в силу периодичности достаточно смоделировать одну ячейку и размножить ее на N повторяющихся участков. Такие участки в синхротронном ускорителе называют суперпериодами, а про все кольцо говорят, что оно имеет N -кратную симметрию. Таким образом, необходимо смоделировать магнитно-оптическую структуру основного синхротрона, которая будет обладать периодичностью и симметрией.

Моделирование выполнялось в несколько этапов. При выполнении всех этапов варьировались жесткости квадрупольных линз и дипольных магнитов, а также их расположение.

На первом этапе выполнено моделирование половины суперпериода синхротрона с заданными граничными условиями, как показано слева на рис. 3. Сверху на рис. 3 приведено расположение квадрупольных линз типа FODO и дипольных магнитов. После оптимизации магнитная жесткость квадрупольных линз согласовалась. На этапе согласования оптимизировались наклон и значение дисперсионной функции. В конце полученной ячейки дисперсионная и бетатронные функции параллельны. Это необходимо для дальнейшего отображения. При отображении двух половин ячейки, получен полный суперпериод, показанный на рис. 3.

На последнем этапе моделирования магнитной системы основного синхротрона необходимо размножить суперпериод на 4 ячейки на полный угол поворота 2π . В результате получены замкнутые оптические функции основного синхротрона, как показано на рис. 4.

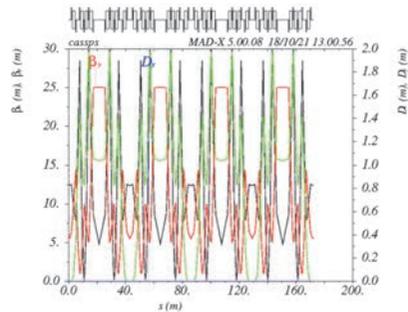


Рис. 4. Магнитная структура основного синхротрона: β_x – горизонтальная β -функция; β_y – вертикальная β -функция; D_x – горизонтальная дисперсия

Основной синхротрон смоделирован на энергию 700 МэВ по протонам. Он содержит 48 квадрупольных линз и 32 поворотных дипольных магнита с углом поворота $11^{\circ}25'$. Полученная магнитная структура периодична и симметрична.

В табл. 2 приведены рассчитанные параметры основного синхротрона с помощью MAD-X.

Таблица 2

Параметры основного синхротрона с помощью MAD-X

Параметр	Значение
Тип ускоряемых частиц	p
Энергия инжекции, МэВ	700
Энергия при выпуске, МэВ	700–4000
Частота обращения, МГц	1,4–1,7
Магнитное поле, Тл	0,43–1,6
Периметр кольца, м	172,2
Макс. β_x/β_y , м	29,9/25,6
Макс. η_x , м	1,9

Для максимального значения β -функции амплитуда бетатронных колебаний для основного синхротрона 75,1 мм. В участках установки дипольных магнитов поперечный размер пучка в 26,8 мм по x и 32,1 мм по y .

Расчет магнитной структуры бустерного синхротрона

Моделирование бустерного синхротрона выполнялось аналогично в несколько этапов. На первом этапе смоделирована ячейка, включающая в себя систему электронного охлаждения, на втором этапе – ячейка с прямолинейным промежутком, предназначенная для размещения системы впуска и выпуска пучка.

Принцип электронного охлаждения пучка основан на передаче энергии теплового движения от «горячих» ионов «холодным» электронам при кулоновском столкновении. Электронный ускоритель, представляющий собой систему электронного охлаждения, инжектирует электронные пучки по направлению проходящего ионного пучка с одинаковыми скоростями. Ионный пучок «охлаждается» или сжимается, т. е. эмиттанс уменьшается.

Таким образом, смоделированная ячейка с системой электронного охлаждения включает в себя ячейку с поворотной магнитной структурой и, непосредственно, участок электронного охлаждения, как показано на рис. 5. Сверху на рисунке представлено расположение магнитных элементов. При моделировании ячейки с поворотной магнитной структурой

важно добиться нулевой дисперсии. Моделирование участка электронного охлаждения выполнено путем построения прямолинейного промежутка с одинаковыми по величине и наклону значениями β -функций. Также в конце ячейки β -функции должны быть параллельны, т. е. иметь нулевой наклон. Начальные условия – это значения из конца предыдущей ячейки. Построение оптики выполняется аналогичным способом: необходимо согласовать параметры Твисса на входе и на выходе из прямолинейного участка. Путем склеивания и отображения двух предыдущих ячеек выполнено моделирование всей ячейки с системой электронного охлаждения (рис. 5).

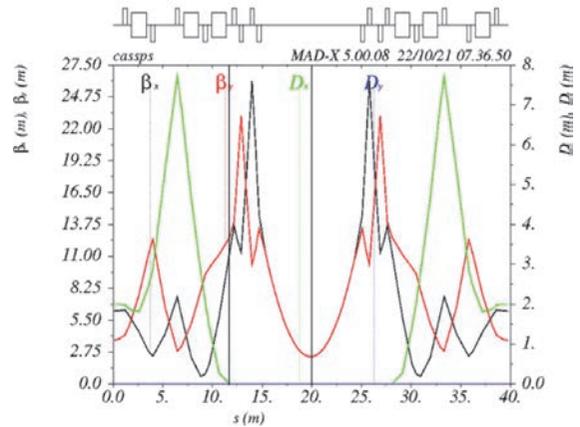


Рис. 5. Ячейка под установку системы электронного охлаждения: β_x – горизонтальная β -функция; β_y – вертикальная β -функция; D_x – горизонтальная дисперсия

Последующий этап моделирования ячейки бустера с прямолинейным участком под размещение элементов систем впуска и выпуска пучка выполняется аналогично. Ячейка с поворотной магнитной структурой остается прежней, а на ячейке с прямолинейным участком необходимо занулить дисперсию и добиться нулевого наклона β -функции в середине ячейки. Результат моделирования представлен на рис. 6.

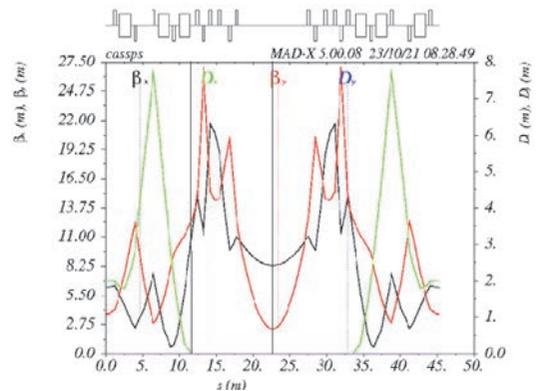


Рис. 6. Ячейка бустерного синхротрона с прямолинейным участком под размещение элементов систем впуска и выпуска пучка: β_x – горизонтальная β -функция; β_y – вертикальная β -функция; D_x – горизонтальная дисперсия

Заключительный этап моделирования бустерного синхротрона выполняется путем склеивания ячейки электронного охлаждения (рис. 5) и ячейки с прямой участком под размещение элементов систем впуска и выпуска пучка (рис. 6). Итоговый результат моделирования магнитной структуры бустерного синхротрона представлен на рис. 7.

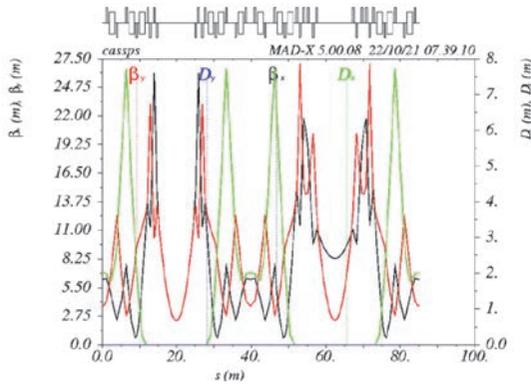


Рис. 7. Магнитная структура бустерного синхротрона

Бустерный синхротрон смоделирован на энергию 7,5 МэВ по протонам. Он содержит 36 квадрупольных линз и 12 поворотных дипольных магнитов, с углом поворота 30°.

В табл. 3 приведены рассчитанные параметры бустерного синхротрона с помощью MAD-X.

Таблица 3

Параметры бустерного синхротрона с помощью MAD-X

Параметр	Значение
Тип ускоряемых частиц	p
Энергия инжекции, МэВ	7,5
Энергия при выпуске, МэВ	7,5–700
Частота обращения, МГц	0,4–2,9
Магнитное поле, Тл	0,142–1,6
Периметр кольца, м	85,1
Макс. β_x/β_y , м	26,1/26,9
Макс. η_x , м	7,7

Для максимального значения β -функции диаметр вакуумной камеры бустерного синхротрона 142,5 мм. В участках установки дипольных магнитов поперечный размер пучка в 54,8 мм по x и 77,3 по y .

Расчет магнитных структур синхротронных ускорителей с учетом корректировки орбиты пучка

Так как на практике всегда существует погрешность в расположении магнитов и в значении их рассчитанных параметров, было выполнено моделирование магнитной структуры синхротронных ускорителей с учетом корректировки орбиты пучка.

Для этого в магнитные структуры ускорителей добавлены мониторы положения пучка и корректоры положения пучка. Мониторы положения пучка регистрируют отклонения пучка от равновесной орбиты [3]. Корректоры – небольшие дипольные магниты, которые в случае зарегистрированного отклонения выравнивают пучок.

При моделировании основного и бустерного синхротрона мониторы и корректоры расставлены после дипольных магнитов. Задана погрешность расположения квадрупольных линз с точностью до 2 мкм.

В магнитную структуру основного синхротрона добавлено 8 мониторов, регистрирующих положение пучка одновременно как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях, а также 16 корректоров, 8 из которых горизонтальные и 8 вертикальные.

На рис. 8 представлена магнитная структура основного синхротрона с учетом корректировки орбиты пучка. На рис. 9 – график отклонений пучка от равновесной орбиты. Как можно заметить по графику, начальные и конечные условия совпадают. Это значит, что движение частиц устойчиво при заданной погрешности.

В магнитную структуру бустерного синхротрона добавлено 6 мониторов, регистрирующих положение пучка одновременно как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях, а также 12 корректоров, 6 из которых горизонтальные и 6 вертикальные.

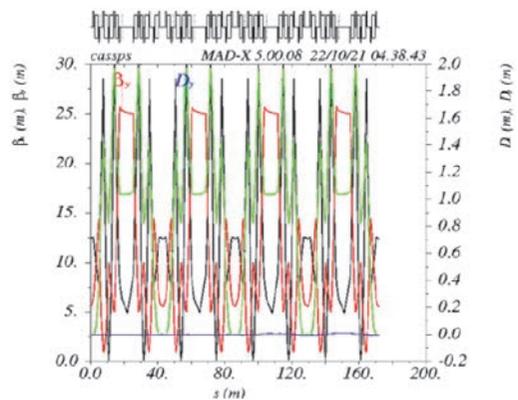


Рис. 8. Магнитная структура основного синхротрона с учетом корректировки орбиты пучка

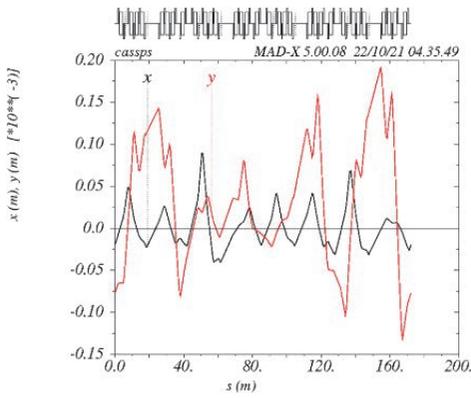


Рис. 9. График отклонений пучка от равновесной орбиты в основном синхротроне

На рис. 10 представлена магнитная структура бустерного синхротрона с учетом корректировки орбиты пучка. На рис. 11 – график отклонений пучка от равновесной орбиты. Как можно заметить по графику, начальные и конечные условия совпадают. Это значит, что движение частиц устойчиво при заданной погрешности.

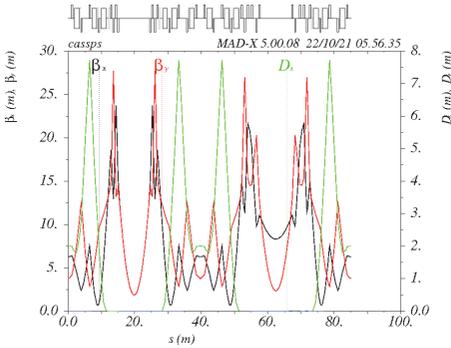


Рис. 10. Магнитная структура бустерного синхротрона с учетом корректировки орбиты пучка

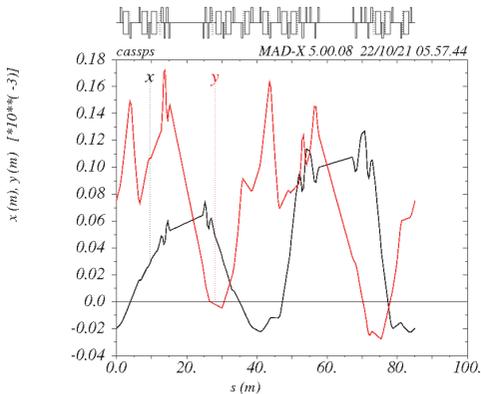


Рис. 11. График отклонений пучка от равновесной орбиты в бустерном синхротроне

В данной работе представлена методика расчета магнитной структуры синхротрона в программе MAD-X. Методика расчета использует аналитические уравнения, описывающие движение пучка частиц в ускорителе при влиянии на пучок квадрупольных линз и дипольных магнитов.

Определены предварительные параметры основных магнитных элементов основного синхротрона и бустерного синхротрона. Магнитная длина основного синхротрона составила 53,5 м, бустерного синхротрона 17,6 м.

Рассчитаны линейные оптические функции магнитной структуры синхротронных ускорителей. Подобраны оптимальные позиции для расстановки магнитов. Проведен расчет магнитно-оптической структуры основного синхротрона и бустерного синхротрона на энергии 700 МэВ и 4 ГэВ по протонам.

Выполнено моделирование магнитной структуры синхротронных ускорителей с учетом корректировки орбиты пучка. Корректировка орбиты пучка позволяет устранить влияние технологических погрешностей, отклонения магнитного поля.

Определены режимы работы магнитно-оптической системы бустерного синхротрона и основного синхротрона. Магнитная индукция в дипольных магнитах 1,6 Тл, максимальный градиент магнитного поля в квадрупольных линзах типа FODO 14 Тл/м.

Список литературы

1. Черняев А. П. Ускорители в современном мире. М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 2012.
2. Эйдельман Ю. И., Якименко В. Е. Связанное движение заряженной частицы в магнитных элементах ускорителей. Новосибирск: ГНЦ РФ «Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН», 1995.
3. The MAD-X Program User's Reference Manual [Электронный ресурс]: [веб-сайт]. Электрон. дан. 2002 – Режим доступа: <http://mad.web.cern.ch/mad/releases/5.02.08/madxuguide.pdf>.
4. Аношин А. В., Масунов Э. С., Полозов С. М., Томин С. И., Фомин Е. А., Шиканов А. Е. Лабораторный практикум по курсу «Электрофизические установки и технологии». Часть II. Циклические ускорители // Учебное пособие. М.: МИФИ, 2007.