

ГЕНЕРАТОР ТЕТРАЭДРАЛЬНЫХ СЕТОК С ПРИЗМАТИЧЕСКИМИ СЛОЯМИ. НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ УСКОРЕНИЯ ГЕНЕРАЦИИ РАСЧЕТНОЙ СЕТКИ

Блажнова Ксения Алексеевна (kablazhnova@vniief.ru)

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Настоящий доклад посвящен описанию модифицированных алгоритмов построения тетраэдральной сетки в рамках препроцессора пакета программ ЛОГОС, позволяющим ускорить генерацию сетки с призматическими ячейками пограничного слоя.

Ключевые слова: препроцессор пакета программ ЛОГОС, генератор объемных сеток, тетраэдральная сетка, пограничный слой, призматические ячейки.

A GENERATOR OF TETRAHEDRAL MESHES WITH PRISMATIC LAYERS: NEW CAPABILITIES AND IMPROVEMENT OF ALGORITHMS TO SPEED UP THE COMPUTATIONAL MESH GENERATION

Blazhnova Kseniya Alekseevna (kablazhnova@vniief.ru)

FSUE «RFNC-VNIIEF», Sarov Nizhny Novgorod region

The report describes the modified algorithms of constructing a tetrahedral mesh in the framework of the LOGOS software package preprocessor that allows speeding up the generation of the mesh with prismatic boundary-layer cells.

Key words: preprocessor of the LOGOS software package, volume mesh generator, tetrahedral mesh, boundary layer, prismatic cells.

Введение

В настоящей работе представлены модифицированные алгоритмы построения тетраэдральной сетки в рамках препроцессора пакета программ ЛОГОС [1], позволяющие ускорить генерацию сетки с призматическими ячейками в пограничном слое. Генератор сеток данного вида [2] предназначен для подготовки сеточных моделей при моделировании задач гидроаэродинамики. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (направление «Математическое моделирование на супер-ЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности»). При подготовке расчетных сеток важными характеристиками работы генераторов являются не только высокое качество итоговой сетки, но и скорость ее генерации. Для генератора тетраэдральных сеток препроцессора пакета программ ЛОГОС значительное время сеткогенерации является важнейшей проблемой, которое для некоторых геометрий может достигать нескольких десятков

часов, что зачастую не позволяет применять его для подготовки сеточных моделей. С целью решения этой проблемы была проведена работа по усовершенствованию и разработке дополнительных алгоритмов оптимизации построения тетраэдральной сетки.

В данной работе представлены:

- цепочка этапов построения тетраэдральной сетки и ее модификация;
- оптимизированный алгоритм формирования призматических ячеек с учетом несдвигаемых узлов;
- реализованный алгоритм разбиения первой ячейки пограничного слоя на заданное количество слоев с учетом заданного пользователем коэффициента сгущения;
- модифицированные алгоритмы построения треугольной сетки в контрольных областях локального сгущения сетки;

Кроме того, приведены результаты работы модифицированных алгоритмов для фрагментов некоторых сеток, а также статистика по времени работы

генератора при тестировании его на совокупности задач различной сложности. Оценка полученных результатов показала ускорение работы генератора тетраэдральных сеток с призматическими ячейками в пограничном слое при незначительном изменении количества счетных ячеек, что подтверждает работоспособность реализованных алгоритмов.

Модифицированная цепочка этапов построения объемной сетки

Объемная сетка состоит из двух видов ячеек: призматические ячейки, расположенные вблизи поверхности моделируемого объекта, и тетраэдральные ячейки, которые заполняют оставшийся объем. Сечение объемной сетки показано на рис. 1.

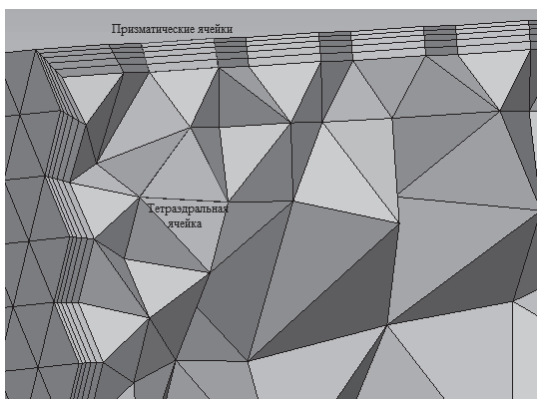


Рис. 1. Сечение объемной сетки

Исходными данными для генератора является поверхностная сетка из треугольников, построенная на геометрической модели. Перед началом построения объемной сетки поверхностная сетка проверяется на наличие топологических и геометрических ошибок: правильность ориентации треугольников, отсутствие свободных ребер, замкнутость контура и т.д. Если по результатам проверки обнаружены критические ошибки, то построение объемной сетки останавливается, и выводится сообщение об ошибке.

Изначально процесс построения тетраэдральной сетки с пограничным слоем состоял из следующих этапов:

- проверка исходной сетки на наличие геометрических и топологических ошибок;
- выделение характерных особенностей модели;
- построение смещенной поверхностной сетки;
- улучшение качества смещенной поверхностной сетки на границах, для которых не проводится построение пограничного слоя;
- формирование призматических ячеек пограничного слоя;
- оптимизация сетки из призматических ячеек при наличии несдвигаемых узлов, в которых не определяется направление сдвига;
- построение тетраэдральной сетки;

– объединение тетраэдральной сетки и призматических ячеек пограничного слоя;

– установка граничных условий на поверхности объемной сетки.

Выполнение некоторых этапов занимало продолжительное время, что привело к необходимости оптимизировать и модифицировать цепочку этапов построения объемной сетки. С этой целью проведены следующие работы:

– выполнена доработка алгоритма формирования призматических ячеек пограничного слоя и учет в нем «особых» узлов на характерных кривых, которые не меняют своих координат при смещении грани. Это позволило отказаться от этапа оптимизации сетки, состоящей из призматических ячеек при наличии в ней «особых» узлов;

– изменена последовательность выполнения этапов построения тетраэдральной сетки и призматических ячеек пограничного слоя, что позволило отказаться от этапа объединения призматических ячеек и тетраэдральной сетки.

Этапы процесса построения тетраэдральной сетки после проведения модификации:

- проверка исходной сетки на наличие геометрических и топологических ошибок;
- выделение характерных особенностей модели;
- построение смещенной поверхностной сетки;
- улучшение качества смещенной поверхностной сетки на неподвижных границах;
- построение тетраэдральной сетки;
- формирование призматических ячеек пограничного слоя;
- установка граничных условий на поверхности объемной сетки.

В результате модификации цепочки этапов построения было получено ускорение генерации тетраэдральной сетки.

Алгоритм формирования призматических ячеек пограничного слоя

В тех случаях, когда необходимо построить объемную сетку с пограничным слоем, вначале выполняется построение смещенной поверхностной сетки, каждый элемент которой удален от соответствующего элемента исходной сетки на заданное расстояние. Перед запуском генератора исходная сетка разбивается на границы – наборы связанных треугольников. Для каждой границы задается своя величина смещения. Смещенная поверхностная сетка для неподвижных границ (границ с нулевым смещением) не строится, то есть все внутренние узлы неподвижных границ остаются на месте, сдвигаются только граничные узлы на стыке подвижных и неподвижных границ. Для границ с ненулевым смещением каждый треугольник исходной сетки сдвигается на заданное расстояние.

Характерные особенности модели – это кривые, проходящие по негладким местам стыковки поверхностей, острые ребра геометрической модели. Параметрами для выделения характерных особенностей модели являются угол между нормальными к плоскостям треугольников поверхностной сетки и «дефицит» угла в узле. Характерные особенности учитываются при построении смещенной поверхностной сетки.

После построения смещенной поверхностной сетки происходит построение тетраэдральной сетки. Далее следует этап построения призматических ячеек пограничного слоя между исходной сеткой и смещенной, для которого задаются следующие параметры: число слоев призматических ячеек, толщина пограничного слоя, коэффициент сгущения.

Перед построением призм вначале переиндексируются все узлы исходной сетки и полученной смещенной сетки таким образом, чтобы первыми шли номера узлов неподвижных границ, то есть те узлы, которые остаются неподвижными. Наличие «особых» узлов на характерных кривых, которые не меняют своих координат при смещении границ, приводят к вырождению призм в тетраэдры и пирамиды с четырехугольным основанием. Это учитывается при формировании призматических ячеек.

Затем рассматриваются треугольники смещенной поверхностной сетки, принадлежащие подвижным границам. Для каждого узла треугольника, кроме «особых» узлов, находятся промежуточные узлы каждого слоя и запоминаются. Координаты промежуточных узлов рассчитываются по формуле (1).

$$\begin{aligned} x &= x_1 + (x_2 - x_1)k, \\ y &= y_1 + (y_2 - y_1)k, \\ z &= z_1 + (z_2 - z_1)k, \end{aligned} \quad (1)$$

где (x_1, y_1, z_1) – координаты узла из исходной сетки; (x_2, y_2, z_2) – координаты соответствующего узла из смещенной поверхностной сетки; k – коэффициент сдвига для каждого слоя.

Коэффициент сдвига для каждого слоя определяется по формуле (2).

$$k = k_{\text{пред}} k_{\text{сг}} + \frac{k_{\text{сг}} - 1}{k_{\text{сг}}^N - 1}, \quad (2)$$

где $k_{\text{пред}}$ – коэффициент сдвига на предыдущем слое; $k_{\text{сг}}$ – заданный коэффициент сгущения; N – количество слоев.

Далее с учетом новых узлов формируются призматические ячейки. В случае если все три узла рассматриваемого треугольника смещаемые, то формируется призма. Если один или два узла являются «особыми», то формируется многогранник. Таким образом рассматриваются все треугольники смещен-

ной поверхностной сетки и формируются призматические ячейки пограничного слоя. На рис. 2 представлен пример сетки с призматическими ячейками, содержащими «особый» узел.

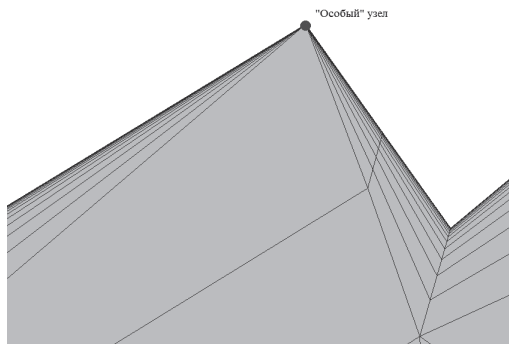


Рис. 2. Призматические ячейки, содержащие «особый» узел

В табл. 1 представлены результаты тестирования.

Таблица 1

Результаты тестирования

Модель	Размерность тетраэдральной сетки, ячеек	Время построения тетраэдральной сетки до изменений, мин.	Время построения тетраэдральной сетки после изменений, мин.	Ускорение построения сетки, раз
1	4581541	101,4	41,9	2,4
2	7887612	136,2	75,9	1,7
3	8476052	42	19,9	2,1
4	52164073	133,3	74,6	1,7
5	8404681	41,5	23,6	1,7

В результате модификации цепочки этапов построения сетки и доработки алгоритма формирования призматических ячеек пограничного слоя получено ускорение в работе генератора не менее, чем в 1,7 раза.

Алгоритм разбиения первой ячейки пограничного слоя

В рамках данного этапа для более точного моделирования физических процессов вблизи поверхности тела была реализована дополнительная возможность, а, именно, разбиение первой ячейки пограничного слоя на заданное количество слоев с учетом необходимого коэффициента сгущения. Первая ячейка пограничного слоя – это ячейка, расположенная на поверхности модели.

Дополнительное измельчение выполняется для каждого узла треугольника смещенной сетки для первой призматической ячейки пограничного слоя. Координаты новых промежуточных узлов вычисляются по формуле

$$\begin{aligned}x &= x_1 + (x_2 - x_1)k, \\y &= y_1 + (y_2 - y_1)k, \\z &= z_1 + (z_2 - z_1)k.\end{aligned}$$

Коэффициент сдвига при таком измельчении для каждого слоя определяется по формуле (3).

$$k_i = k_{i-1} + \frac{k_{сг} - 1}{k_{сг}^N - 1} \frac{1 - d_{сг}}{1 - d_{сг}^M} d_{сг}^{i-1}, \quad (3)$$

где i – номер слоя дополнительного измельчения, для которого идет текущий подсчет коэффициента сдвига; k_{i-1} – предыдущий коэффициент сдвига; $k_{сг}$ – заданный коэффициент сгущения для основных призматических ячеек пограничного слоя; N – количество слоев, заданное для основных призматических ячеек пограничного слоя; M – количество слоев, заданное для дополнительного измельчения; $d_{сг}$ – коэффициент сгущения, заданный для дополнительного измельчения.

На рис. 3 представлен фрагмент сетки с призматическими ячейками, для которых выполнено дополнительное измельчение.

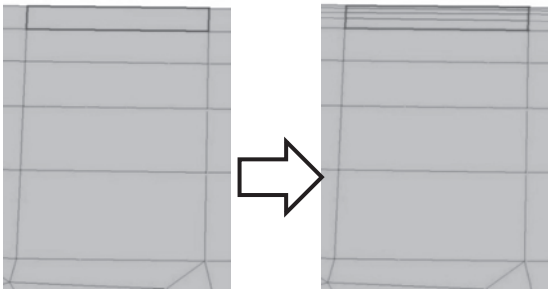


Рис. 3. Призматические ячейки с дополнительным измельчением

Алгоритм улучшения качества треугольной сетки контрольных областей для локального сгущения ячеек

Одним из следующих этапов работы генератора является построение тетраэдральной сетки. Объемная сетка строится на основе смещенной поверхностной сетки. При построении сетки учитываются такие параметры, как целевой размер тетраэдральной ячейки, улучшение при построении тетраэдральной сетки и уровень оптимизации сетки. Данные параметры задаются посредством графического интерфейса «Логос Препост». Улучшение качества сетки проводится за счет сглаживания узлов, смены ребер, вставки узлов без изменения характерных особенностей модели.

Дополнительно для сгущения ячеек сетки можно задать контрольные области в виде прямоугольного параллелепипеда, сферы, конуса, цилиндра, а также их тонкостенные варианты. Внутри областей устанавливается определенный размер тетраэдров.

Изначально алгоритм построения тетраэдральной сетки с заданными контрольными областями состоял из следующих этапов:

- построение поверхностной сетки для заданных контрольных областей с учетом локального размера;
- построение вспомогательной тетраэдральной сетки внутри полученных поверхностных сеток для каждой контрольной области;
- построение тетраэдральной сетки на основе смещенной поверхностной сетки с учетом заданных размеров ячеек в узлах вспомогательной сетки.

Построение тетраэдральной сетки до внесения изменений занимало продолжительное время. В связи с этим, для ускорения генерации сетки, проведена оптимизация алгоритма построения поверхностной сетки для контрольных областей типа конус, цилиндр, сфера, а также их тонкостенных вариантов.

Рассмотрим подробнее новые этапы построения сетки в данных контрольных областях:

- на основе габаритов заданной контрольной области выполняется построение промежуточной поверхностной сетки в форме этой области с крупными ячейками без учета локального размера;
- выполняется перестроение промежуточной поверхностной сетки с учетом заданного для этой области локального размера;
- построение вспомогательной тетраэдральной сетки внутри полученной поверхностной сетки для каждой контрольной области;
- построение основной тетраэдральной сетки на основе смещенной поверхностной сетки с учетом заданных размеров ячеек в узлах вспомогательной сетки.

Рассмотрим модифицированный алгоритм построения поверхностной сетки для контрольной области типа сфера.

Параметр	Значение
Параметры растяжения	
Режим задания	Коэффициент сгущения
Значение	1,2
Число слоев	5
Толщина пограничного...	
Использовать относ...	<input type="checkbox"/>
Относительно базы, %	40
Значение	0,002
Калькулятор у+	
Дополнительное измельч...	<input checked="" type="checkbox"/>
Параметры растяжен...	
Режим задания	Коэффициент сгущения
Значение	1,2
Число слоев	5

Рис. 4. Задание параметров для дополнительного разбиения первой ячейки пограничного слоя

На рис. 4 представлен диалог для задания параметров разбиения.

На рис. 5 представлен пример поверхностной сетки для контрольной области типа сфера до проведенной оптимизации алгоритма построения.

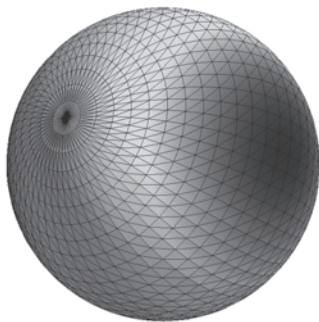


Рис. 5. Поверхностная сетка для контрольной области типа сфера до проведенной оптимизации алгоритма построения

Поверхностная сетка такого вида содержала большое количество вытянутых треугольников, размер которых уменьшался, а количество увеличивалось к полюсам сферы. За счет качества такой треугольной сетки построение тетраэдральной занимало продолжительное время.

В модифицированном алгоритме сетка для области в форме сферы строится в точке (x, y, z) и радиусом r . Первоначально в плоскости XU выполняется построение дуги из начальной точки $(x, y, z + r)$ относительно центра сферы (x, y, z) с разбиением, равным 16, относительно вектора вращения $(0, \pi, 0)$. Затем построенная дуга поворачивается относительно центра сферы (x, y, z) на 2π с разбиением, равным 36. Данные значения были выбраны как наиболее оптимальные для построения вспомогательной сетки при тестировании на различных задачах. Далее происходит удаление дублирующихся узлов из полученной сетки. Пример промежуточной поверхностной сетки для контрольной области типа сфера приведен на рис. 6.

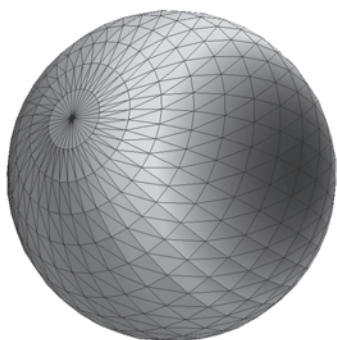


Рис. 6. Промежуточная поверхностная сетка для контрольной области типа сфера

На следующем этапе проводится перестроение промежуточной поверхностной сетки с учетом заданного для этой области локального размера. Результирующая треугольная сетка показана на рис. 7.

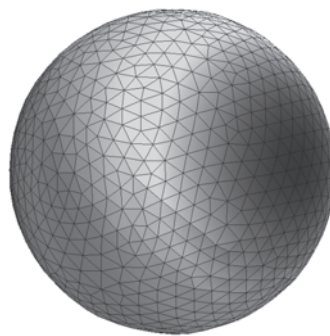


Рис. 7. Результирующая поверхностная сетка для контрольной области типа сфера

Размерность итоговой поверхностной сетки для контрольной области типа сфера меньше, чем на исходной сетке до изменений. Она состоит преимущественно из равносторонних треугольников, что позволяет существенно быстрее строить тетраэдральную сетку внутри нее.

Рассмотрим модифицированный алгоритм построения поверхностной сетки для контрольной области типа цилиндр (конус).

На рис. 8 представлен пример поверхностной сетки для контрольной области типа цилиндр до проведенной оптимизации алгоритма построения.



Рис. 8. Поверхностная сетка для контрольной области типа цилиндр до проведенной оптимизации алгоритма построения

Поверхностная сетка, изображенная на рис. 8, также содержала большое количество вытянутых треугольников, количество которых увеличивалось к центрам нижнего и верхнего оснований цилиндра. Построение тетраэдров внутри такой треугольной сетки занимало продолжительное время.

В оптимизированном алгоритме для построения вспомогательной сетки на цилиндре (конусе) на основе заданных размеров цилиндра строится кривая, которая потом вращается относительно оси цилиндра на 2π с шагом 10° . Данное значение было выбрано как наиболее оптимальные для построения вспомогательной сетки при тестировании на различных задачах. Начальная точка этой кривой – центр нижнего основания, конечная точка – центр верхнего основания. Кривая состоит из радиуса нижнего основания, образующей цилиндра и радиуса верхнего основания, количество разбиений каждого из которых равно 1.

Пример сетки для контрольной области типа цилиндр приведен на рис. 9.

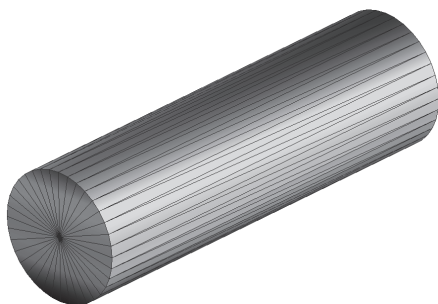


Рис. 9. Промежуточная поверхностная сетка для контрольной области типа цилиндр

На рис. 10 показана итоговая треугольная сетка для контрольной области типа цилиндр после перестроения промежуточной поверхностной сетки с учетом заданного для этой области локального размера.

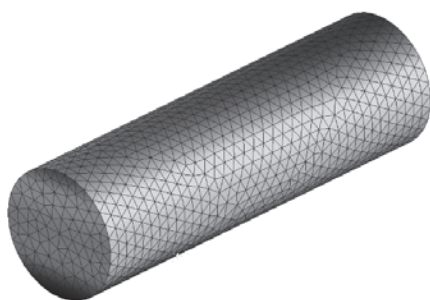


Рис. 10. Итоговая поверхностная сетка для контрольной области типа цилиндр

Для контрольных областей типа сферический слой, коническое кольцо и цилиндрическое кольцо поверхностные сетки строятся аналогичным образом.

Проведенная оптимизация построения поверхностной сетки в контрольной области позволила улучшить качество ячеек на поверхности и получить значительное ускорение процесса ее генерации. В табл. 2 представлены результаты тестирования по времени построения расчетных сеток с количеством ячеек от 3 до 20 млн.

Таблица 2

Результаты тестирования по времени построения сетки

Модель	Размерность тетраэдральной сетки, ячеек	Время построения тетраэдральной сетки до улучшения, мин	Время построения тетраэдральной сетки после улучшений, мин.	Ускорение построения сетки, раз
1	6474092	19,1	1,2	15,9
2	3434373	7	1,7	4,1
3	8865710	46,8	4,5	10,4
4	19757191	16984	23,4	725,8

В результате улучшения качества треугольной сетки контрольных областей для локального сгущения ячеек получено ускорение не менее чем в 3,7 раза.

Заключение

В работе рассмотрена оптимизация алгоритмов построения тетраэдральной сетки с призматическими ячейками пограничного слоя, модификация цепочки этапов работы генератора и оптимизация этапа формирования призматических ячеек. В рамках этапа формирования призматических ячеек пограничного слоя реализован алгоритм дополнительного разбиения первой ячейки. Приведена таблица с результатами тестирования, а также фрагмент сетки с призматическими ячейками и дополнительным разбиением. Данные изменения позволили получить ускорение в работе генератора не менее, чем в 1,7 раза.

В среднем для всей базы тестов получено ускорение ~ 2 раз относительно первоначальной последовательности этапов построения сетки.

Проведена оптимизация алгоритмов построения треугольной сетки контрольных областей для локального сгущения ячеек. Представлены примеры поверхностных сеток для контрольных областей типа сфера, цилиндр, а также приведена таблица с результатами тестирования.

Проведенная оптимизация позволила получить ускорение в работе генератора не менее, чем в 4,1 раза, при этом максимальное ускорение для одной из задач составило ~ 725 раз.

Работа выполнена в рамках научной программы Национального центра физики и математики по направлению «Математическое моделирование на супер-ЭВМ экс- и зеттафлопсной производительности».

Список литературы

1. Козелков А. С., Лашкин С. В., Куркин А. А., Корнев А. В., Вялых А. М. Параллельная реализация метода SIMPLE на основе многосеточного метода // Сибирский журнал вычислительной математики. 2020. Т. 23, № 1. С. 1–22.
2. Попова Н. В., Борисенко О. Н., Корнеева И. И., Чухманов Н. В., Потехина Е. В., Лазарев В. В., Гиниятуллина А. Г. Автоматический генератор неструктурированных тетраэдральных сеток с призматическими слоями в препроцессоре пакета программ «ЛОГОС» // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2020. Вып. 1. С. 43–57.