

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ Zn:CrSe ЛАЗЕРА НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Хлебников Алексей Александрович (oefimova@otd13.vniief.ru), Волков Михаил Валерьевич, Мищенко Григорий Михайлович, Стариков Федор Алексеевич

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров, Нижегородская область, Россия

Аннотация

Разработаны 3D физико-математическая и численная модели твердотельного одномодового непрерывного Cr:ZnSe лазера с подвижным активным элементом на основе решения волнового параболического уравнения. При численном решении параболического уравнения использовалась конечно-разностная схема интегрирования и расщепление по физическим процессам и направлениям.

В расчетах учитывались оптические неоднородности, вызванные нагревом подвижного активного элемента в процессе лазерной генерации. Профили температуры активного элемента определялись в ходе последовательного проведения энергетических и тепловых расчетов и использовались в качестве входных данных для нахождения пространственной структуры моды резонатора. Проведено сравнение полученных с помощью модели результатов с опубликованными экспериментальными данными и показано их хорошее согласие.

Ключевые слова: 3D моделирование, волновое параболическое уравнение, оптические неоднородности

NUMERICAL MODELING OF Zn:CrSe LASER OPERATION BASED ON THE EQUATION OF THE 3D PARABOLIC WAVE EQUATION

Khlebnikov Aleksey Aleksandrovich (oefimova@otd13.vniief.ru), Volkov Mikhail Valerievich, Mischenko Gregory Mikhailovich, Starikov Feodor Alekseevich

FSUE «RFNC – VNIIEF», Sarov, Nizhny Novgorod region, Russia

Abstract

Physical-mathematical and numerical wave 3D models of solid-state single-mode CW Cr:ZnSe laser have been developed. The finite-difference mesh, physical process and direction separation were used to solve the 3D parabolic wave equation.

Optical inhomogeneous induced by the mobile active element heating during the laser generation were demonstrated in the calculating. The temperature profiles of the active element were computed by the successive thermal and energy calculations. These profiles were used as the input data to find resonator mode spatial structure. The results of numerical solution were compared with the experimental data. Good correspondence was observed.

Key words: 3D modeling, wave parabolic equation, optical inhomogeneous

Основная проблема, ограничивающая выходную мощность и качество выходного излучения твердотельных лазеров – это организация эффективного теплоотвода. В случае кристаллов Cr:ZnSe эта проблема особенно остра из-за большого значения термооптической постоянной dn/dT . Поэтому в активных элементах возникают очень сильные тепловые линзы, выводящие резонатор лазера из области устойчивости. Как следствие – мощность, полученная в традиционных лазерных схемах при использовании Cr:ZnSe, невысока. Очевидно, что получение высокой выходной мощности в непрерывном режиме при сохранении удовлетворительной расходимости лазерного излучения возможно только в схемах, где роль тепловой линзы минимальна. К таким вариантам можно отнести схему с подвижными активными элементами (АЭ), что позволяет «размазать» тепло по большому объему и осуществлять теплообмен на довольно большой площади активного элемента, а фокусировка излучения накачки в малый объем позволяет получать одномодовую генерацию с довольно высоким значением оптического КПД.

Целью данной работы были создание расчетных моделей одномодового непрерывного Cr:ZnSe лазера с подвижным активным элементом на основе решения волнового параболического уравнения и анализ пространственных характеристик излучения.

Численная модель Cr:ZnSe на основе решения трехмерного волнового уравнения

Численная 3D модель Cr:ZnSe лазера для расчета пространственных характеристик лазерного излучения основана на решении трехмерного волнового уравнения в параболическом приближении. Входными параметрами в этой модели являются распределения коэффициента усиления слабого сигнала и показателя преломления в активном элементе. Коэффициент усиления слабого сигнала оценивался исходя из плотности мощности накачки, а распределение показателя преломления – на основе результатов моделирования нагрева вращающихся активных элементов Cr:ZnSe лазера. Модель позволяет находить стационарное распределение амплитуды лазерного поля в устойчивом резонаторе при одномодовой генерации и, соответственно, пространственные характеристики выходного излучения.

Распределение лазерного поля внутри резонатора находилось путем решения временной задачи до выхода на стационар. Для расчета распространения лазерного излучения внутри активного элемента использовалось волновое уравнение в параксиальном приближении в декартовых координатах [1]:

$$2ik_0n_0\left(\frac{1}{c}\frac{\partial E(x,y,z)}{\partial t} + \frac{\partial E(x,y,z)}{\partial z}\right) + \Delta E(x,y,z) + k_0^2\left[-i\frac{n_0}{k_0}\alpha(x,y) + n^2(x,y) - n_0^2\right]E(x,y,z) = 0, \quad (1)$$

где $E(x, y, z)$ – комплексная амплитуда поля, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа по поперечным координатам, n_0 – исходный показатель преломления в активной среде, $n(x, y)$ – показатель преломления в среде при нагреве, $\alpha(x, y)$ – коэффициент усиления, $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число, c – скорость света.

В рассматриваемой постановке, предполагалось, что показатель преломления внутри активной среды $n(x, y)$ и коэффициент усиления $\alpha(x, y)$ не зависят от координаты z .

При помощи замены $t = z - ct$ уравнение (1) сводится к следующему уравнению:

$$2ik_0n_0\frac{\partial E(x,y,z)}{\partial z} + \Delta E(x,y,z) + k_0^2\left[-i\frac{n_0}{k_0}\alpha(x,y) + n^2(x,y) - n_0^2\right]E(x,y,z) = 0, \quad (2)$$

Заменим $n^2(x, y) - n_0^2$ на $2n_0(n(x, y) - n_0)$, и введем $k = k_0n_0$, тогда получим:

$$2ik\frac{\partial E(x,y,z)}{\partial z} + \Delta E(x,y,z) + 2k^2\frac{\delta n(x,y)}{n_0}E - ik\alpha(x,y)E(x,y,z) = 0, \quad (3)$$

где $\delta n(x, y) = n(x, y) - n_0$.

Данное уравнение решается следующим образом: уравнение (3) расщепляется по физическим процессам и на каждом шаге по z последовательно решается 3 уравнения:

$$2ik \frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} + \Delta E(x, y, z) = 0, \quad (4)$$

$$2ik \frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} + 2k^2 \frac{\delta n}{n_0} E(x, y, z) = 0, \quad (5)$$

$$2ik \frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} + ik\alpha E(x, y, z) = 0. \quad (6)$$

Схема интегрирования системы уравнений (4–6) следующая. Сначала решается уравнение (6) с шагом dz . Полученное решение используется в качестве начальных данных для решения уравнения (5) с шагом dz . После решается уравнение (4) с шагом dz .

При численном решении уравнения (4) используется расщепление по направлениям x и y . В основе методики интегрирования уравнения (4) лежит разностная схема $E_i^{l+1} - E_i^l + \Delta(\theta_1 E_i^{l+1} + \theta_2 E_i^l) = 0$ [2]. Здесь i – индекс по продольной координате, l – по поперечной

координате и введены обозначения: $\theta_1 = \frac{\rho + i\tau}{2}$, $\theta_2 = \frac{-\rho + i\tau}{2}$, $\tau = \Delta z / (2k \Delta x \Delta y)$ – число Куранта,

$\Delta E_i = E_{i+1} - 2E_i + E_{i-1}$ – поперечный разностный оператор. При помощи параметра ρ регулируется точность разностной схемы. Например, при $\rho = 0$ это известная схема Кранка-Николсона, при $\rho = 1/6$ – схема повышенного порядка точности. В расчетах всегда использовалась квадратная область размером $D_x = D_y = D$, с равным количеством счетных ячеек по осям x и y $N_x = N_y = N$.

Распределение поля лазерного излучения в резонаторе описывается системой параболических уравнений для комплексных амплитуд двух встречных волн $E_L(x, y, z)$ и $E_R(x, y, z)$, которые имеют вид:

$$2ik \frac{\partial E_L(x, y, z)}{\partial z} + \Delta E_L(x, y, z) + 2k^2 \frac{\delta n(x, y)}{n_0} E_L(x, y, z) - ik\alpha(x, y) E_L(x, y, z) = 0, \quad (7)$$

$$2ik \frac{\partial E_R(x, y, z)}{\partial z} + \Delta E_R(x, y, z) + 2k^2 \frac{\delta n(x, y)}{n_0} E_R(x, y, z) - ik\alpha(x, y) E_R(x, y, z) = 0.$$

Внутри активного элемента каждое из уравнений (7) решается по описанной выше схеме. Вне активного элемента с целью уменьшения времени расчета распространение лазерного излучения рассчитывалось с помощью интеграла Френеля с использованием алгоритма БПФ.

Отражение лазерного излучения от зеркал учитывается в виде граничных условий:

$$E_R(x, y, 0) = \sqrt{R_1} \cdot \exp\left(-\frac{ik(x^2 - y^2)}{2F_1}\right) E_L(x, y, 0), \quad (8)$$

$$E_L(x, y, L_z) = \sqrt{R_2} \cdot \exp\left(-\frac{ik(x^2 + y^2)}{2F_2}\right) E_R(x, y, L_z).$$

где R_1 и R_2 – коэффициенты отражения зеркал резонатора, F_1 и F_2 – фокусные расстояния зеркал резонатора, L_z – длина резонатора.

Поскольку для торцевой накачки используются волоконные тулиевые лазеры, считалось, что в активном элементе распределение мощности накачки по радиусу имеет гауссов профиль с размером $\omega_{\text{нак}}$. Коэффициент усиления в активной среде записывался в виде:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot \frac{\exp\left(-\frac{2(x-x_0)^2}{\omega_{\text{нак}}^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{2(y-y_0)^2}{\omega_{\text{нак}}^2}\right)}{1 + \frac{|E|^2}{I_{\text{sat}}}}, \quad (9)$$

где α_0 – коэффициент усиления слабого сигнала, I_{sat} – интенсивность насыщения, $|E|^2 = |E_L|^2 + |E_R|^2$ – интенсивность лазерного излучения.

Качество генерируемого лазерного пучка характеризовалось с помощью параметра M^2 , который вычислялся на основе методики, описанной в ГОСТе [3]. Для этого в области пространства между активным элементом и выходным зеркалом в нескольких плоскостях перпендикулярных оптической оси лазера z вычислялись моменты первого порядка по формулам:

$$\bar{x}(z) = \frac{\iint I(x, y, z) x dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy}, \quad \bar{y}(z) = \frac{\iint I(x, y, z) y dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy}, \quad (10)$$

где $I(x, y)$ – распределение интенсивности лазерного пучка в заданной плоскости, и моменты второго порядка:

$$\alpha_x^2(z) = \frac{\iint I(x, y, z) (x - \bar{x})^2 dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy}, \quad \alpha_y^2(z) = \frac{\iint I(x, y, z) (y - \bar{y})^2 dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy}, \quad (11)$$

$$\alpha_{xy}^2(z) = \frac{\iint I(x, y, z) (x - \bar{x})(y - \bar{y}) dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy}.$$

Затем в каждой плоскости вычислялся диаметр лазерного пучка по осям x и y по формулам:

$$d_x(z) = 2\sqrt{2} \left(\sigma_x^2 + \sigma_x^2 + 2|\sigma_{xy}^2| \right)^{1/2}, \quad (12)$$

$$d_y(z) = 2\sqrt{2} \left(\sigma_x^2 + \sigma_x^2 - 2|\sigma_{xy}^2| \right)^{1/2}.$$

Полученные зависимости аппроксимировались методом наименьших квадратов в виде:

$$d_x(z) = \sqrt{a_x + b_x z + c_x z^2}, \quad (13)$$

$$d_y(z) = \sqrt{a_y + b_y z + c_y z^2}.$$

Тогда параметр M^2 по осям x и y :

$$M_x^2 = \frac{\pi}{8\lambda} \sqrt{4a_x c_x - b_x^2}, \quad (14)$$

$$M_y^2 = \frac{\pi}{8\lambda} \sqrt{4a_y c_y - b_y^2}.$$

На основе физико-математической модели была написана компьютерная программа для расчета пространственных характеристик излучения Cr:ZnSe лазера.

Моделирование оптических неоднородностей в подвижных активных элементах

Было проведено численное моделирование тепловых неоднородностей в подвижных активных элементах из Cr:ZnSe. Задача нагрева подвижного активного элемента является трехмерной

и нестационарной. Решение такой задачи требует очень больших объемов памяти и временных затрат. Для сокращения времени счета задача теплопроводности для подвижного активного элемента разбивалась на две части: стационарную и нестационарную. На первом этапе тепловыделение «размазывается» по трэку излучения накачки и находится примерное распределение температуры в АЭ. Полученное при решении стационарной задачи распределение температуры далее используется в качестве начальных условий для нестационарной задачи.

На рис. 1 показано характерное распределение температуры в области пучка накачки и его сечение при $x = 0$ мм.

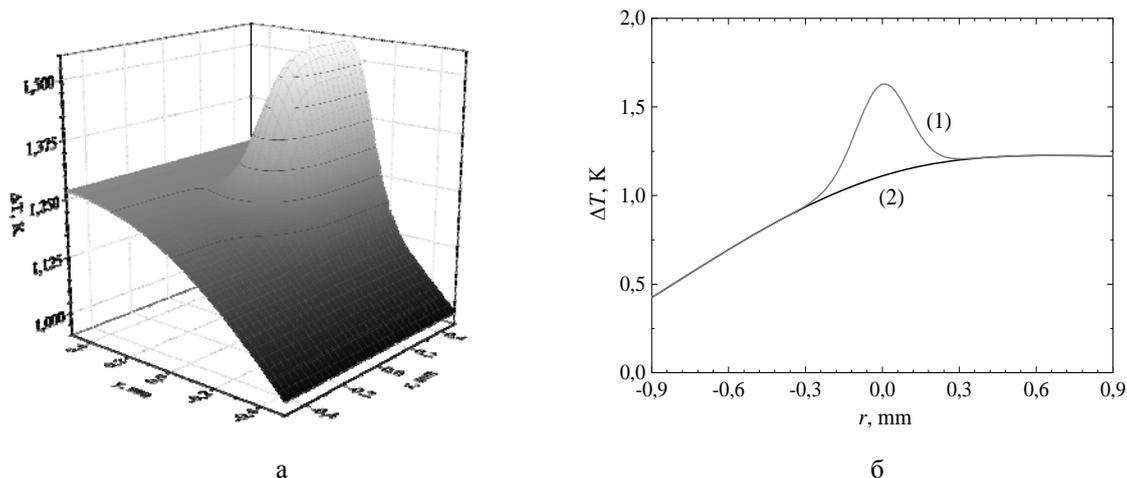


Рис. 1. Характерное распределение температуры в области пучка накачки (а) и его сечение при $x = 0$ мм (б) кривая (1) – неоднородность, связанная с нагревом среды за время прохода через область накачки кривая (2) – клин и линзоподобная неоднородность

Возникающие в процессе работы лазера тепловые неоднородности имеют плавное распределение. Их можно разделить на три составляющие. Первая – неоднородность, связанная с нагревом среды непосредственно за время прохода через область накачки. Эта неоднородность определяется только плотностью тепловыделения и никак не связана с системой охлаждения активного элемента. Величина этой неоднородности обратно пропорциональна скорости вращения активного элемента и прямо пропорциональна мощности излучения накачки. Две другие неоднородности – клин и линзоподобная неоднородность в радиальном направлении. Они связаны с отводом тепла из активной области и напрямую зависят от мощности накачки. Можно заключить, что качество пучка в Cr:ZnSe лазерах напрямую зависит от скорости движения активного элемента. Предельная мощность генерации определяется эффективностью резонатора и системы охлаждения активного элемента.

Моделирование экспериментов, описанных в открытых источниках

Для апробации физико-математических моделей был проведен расчетный анализ экспериментов, в которых была получена генерация на вращающихся активных элементах из Cr:ZnSe. Серия рассматриваемых экспериментов проводилась в США в компании IPG Photonics и подробно описана в работе [4].

На рис. 2 показан кольцевой активный элемент с указанием размеров и детальный вид оптико-механической системы [4].

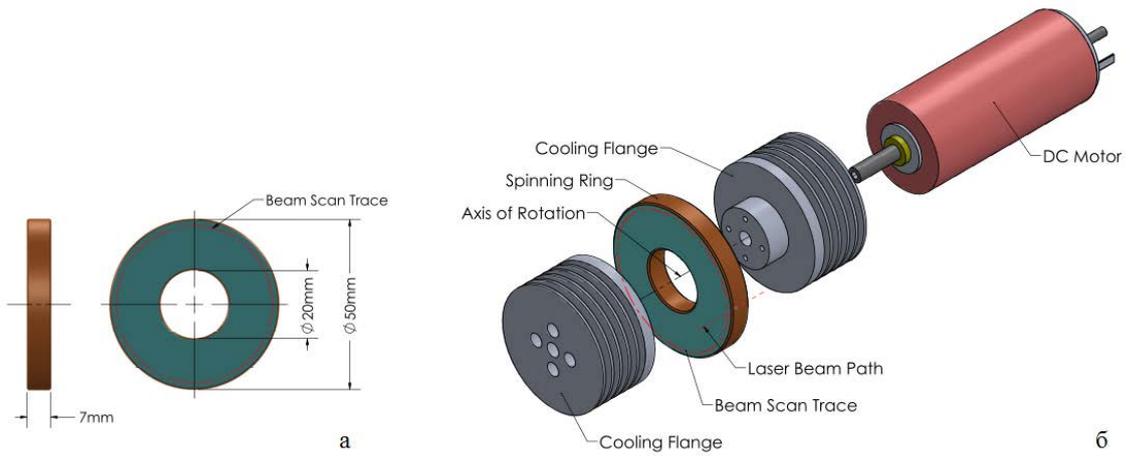


Рис. 2. Конструкция лазерной системы, основанной на технологии вращающегося активного элемента [4]: кольцевой активный элемент из Cr:ZnSe (а) и детальный вид оптико-механической системы (б)

Активный элемент кольцевой формы из Cr:ZnSe толщиной 7 мм и с концентрацией ионов хрома $\sim 5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ был установлен на ось мотора и вращался со скоростью 9500 оборотов в минуту ($\sim 158 \text{ Гц}$). Кольцевой активный элемент закреплялся между двумя фланцами, которые охлаждались окружающим воздухом. Для лучшего теплового контакта между активным элементом и фланцами использовалась индиевая фольга. В качестве источника накачки использовались один или два непрерывных волоконных тулиевых лазера мощностью $\sim 120 \text{ Вт}$ с длиной волны 1908 нм. При мощности излучения накачки более 100 Вт использовалось дополнительное охлаждение двумя струями сжатого воздуха.

На рис. 3 показан боковой вид оптико-механической системы [4] с нумерацией точек, в которых снимались показания температуры. Положение активного элемента соответствует значениям указанных точек от $-0,5$ до $0,5$. А на рис. 4 приведены экспериментальные и расчетные профили температуры на радиаторах и активном элементе. Пунктиром здесь обозначены границы активного элемента. Как видно из рисунка, результаты расчетов хорошо совпадают с расчетными значениями температур из работы [4] в области АЭ и с экспериментальными температурами на дальних от АЭ ребрах радиатора. Наибольшие различия проявляются в области радиатора, близкой к активному элементу. Видимо, это связано с принятым в расчетах приближением постоянного коэффициента теплообмена на всей боковой поверхности радиатора.

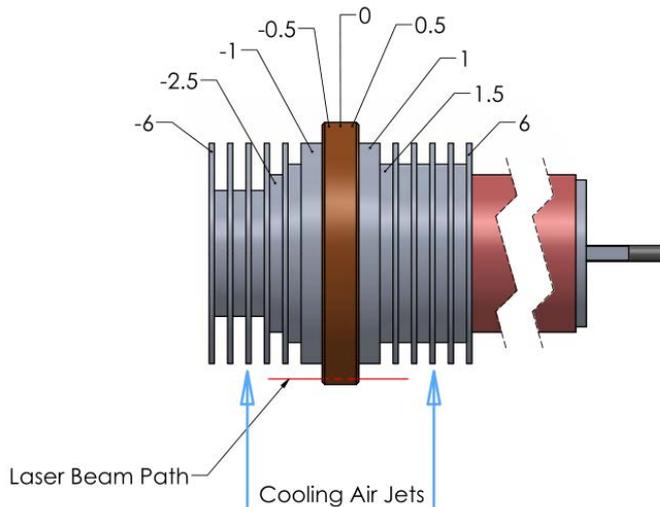


Рис. 3. Боковой вид оптико-механической системы [4] с нумерацией охлаждающихся пластин радиатора (а)

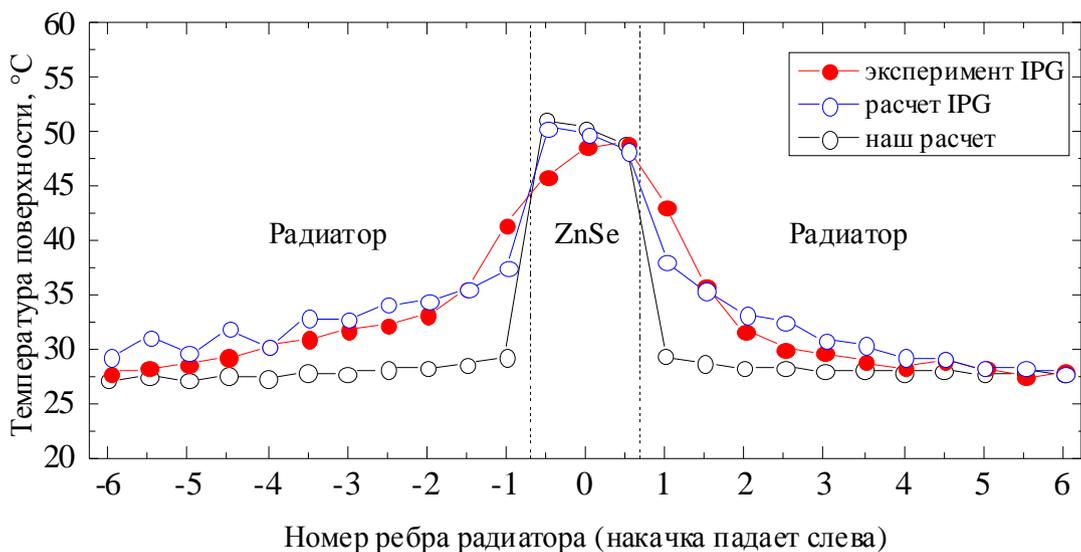


Рис. 4. Температурные профили на радиаторах и активном элементе

Таким образом, можно заключить, что условия, задаваемые в расчетах, позволяют адекватно моделировать условия охлаждения АЭ.

Далее были оценены оптические неоднородности, возникающие в АЭ из Cr:ZnSe в процессе генерации на длине волны 2,94 мкм. На рис. 5 приведены расчетные зависимости параметров распространения M^2 для выходного лазерного излучения от положения линзы в резонаторе. Параметр M_x^2 соответствует тангенциальному направлению, а параметр M_y^2 – радиальному направлению.

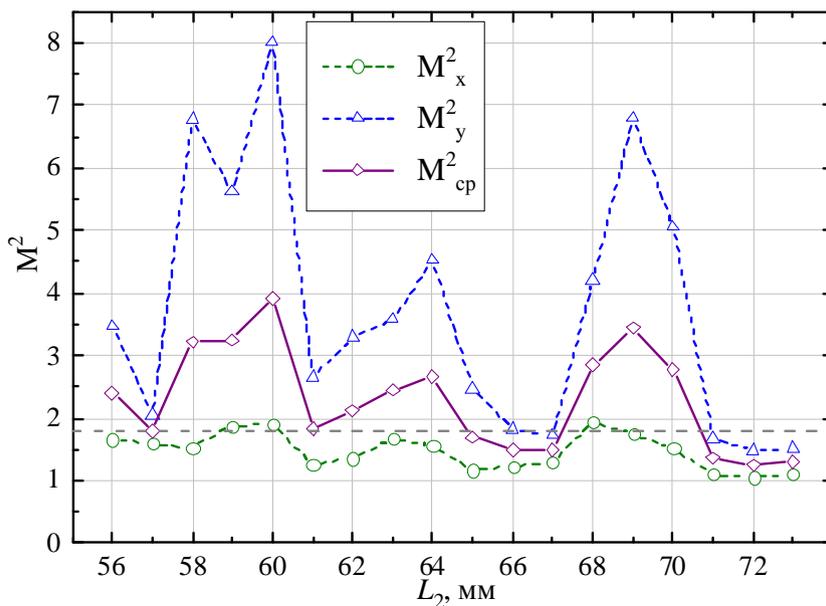


Рис. 5. Зависимости M_x^2 , M_y^2 , M_{cp}^2 от расстояния L_2 для резонатора [4] при $L_2 + L_3 = \text{const} = 212$ мм и $\lambda_{\text{ген}} = 2,95$ мкм

Видно, что значения M_x^2 и M_y^2 существенно различаются. В подобной ситуации часто пользуются средним значением параметра распространения $M_{cp}^2 = \sqrt{M_x^2 \cdot M_y^2}$. В работе [4] о различии

расходимости в перпендикулярных плоскостях не упоминается, а приводится только одно значение $M^2 = 1,77$ (горизонтальная пунктирная линия на рис. 5). Поэтому будем считать, что это значение относится к среднему значению параметра распространения.

Заключение

Представлена численная модель твердотельного одномодового непрерывного Cr:ZnSe лазера с подвижным активным элементом на основе решения волнового параболического уравнения с учетом неоднородного распределения коэффициента усиления и показателя преломления в активной среде. Модель позволяет находить стационарное распределение амплитуды лазерного поля в устойчивом резонаторе при одномодовой генерации и, соответственно, пространственные характеристики выходного излучения. Расчет распределения температуры в активном элементе выполнялся методом конечных элементов. Проведено сравнение полученных с помощью модели результатов с опубликованными экспериментальными данными и показано их хорошее согласие.

Список литературы

1. Ярив А., Юх П., Оптические волны в кристаллах: Пер. с англ. Москва: «Мир», 1987г.
2. Ладагин В. К., Вопросы атомной науке и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики, № 1, 19 (1985).
3. ГОСТ Р ИСО 11146-1-2008.
4. Moskalev I., Mirov S., Mirov M., Vasilyev S., Smolski V., Zakrevskiy A., Gapontsev V., «140 W Cr:ZnSe laser system», Optics Express, Vol. 24, No. 18, 21090-21104 (2016).