

*Секция 1*

***СВОЙСТВА АТОМНЫХ ЯДЕР  
(ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ)***

---

# СВОЙСТВА НИЗКОЛЕЖАЩИХ $2^+$ СОСТОЯНИЙ В $^{132,136}\text{Te}$

Н. Н. Арсеньев, А. П. Северюхин

Лаборатория Теоретической Физики им. Н. Н. Боголюбова,  
141980 Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна Московской области,  
ул. Жолио-Кюри, д. 6  
Тел.: +7(49621)63-665, Факс: +7(49621)65-084, arsenev@theor.jinr.ru

Низкоэнергетические квадрупольные возбуждения в ядрах представляют собой уникальный полигон для изучения оболочечной структуры и изоспиновых степеней свободы. Несимметричный протон-нейтронный вклад в волновую функцию квадрупольных состояний проявляется благодаря оболочечной структуре. Такие особенности часто проявляются в виде сильных  $M1$ -переходов между низколежащими  $2^+$ -состояниями. Свойства таких возбуждений были изучены в рамках модели, которая построена на базе эффективных сил Скирма [1, 2] с учетом взаимодействия между простыми и сложными конфигурациями [3]. Сепарабельная аппроксимация частично-дырочного взаимодействия позволяет выполнить расчеты в большом конфигурационном пространстве [4]. В данном докладе мы анализируем свойства низколежащих  $2^+$ -состояний в нейтронно-избыточных изотопах  $\text{Te}$ . С одним набором параметров мы описываем имеющиеся экспериментальные данные [5] и демонстрируем влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства квадрупольных возбуждений в ядре  $^{136}\text{Te}$  [6].

## Список литературы

1. Severyukhin A. P., Arsenyev N. N., Pietralla N., Werner V. Impact of variational space on  $M1$  transitions between first and second quadrupole excitations in  $^{132,134,136}\text{Te}$  // *Phys. Rev. C*. – 2014. – Vol. 90. – P. 011306-1–011306-4.
2. Severyukhin A. P., Arsenyev N. N., Pietralla N., Werner V. Proton-neutron structure of first and second quadrupole excitations of  $^{90}\text{Sr}$  // *Eur. Phys. Jour. A*. – 2018. – Vol. 54. – P. 4-1–4-8.
3. Severyukhin A. P., Voronov V. V., Nguyen Van Giai. Effects of phonon-phonon coupling on low-lying states in neutron-rich  $\text{Sn}$  isotopes // *Eur. Phys. J. A*. – 2004. – Vol. 22. – P.397–403.
4. Severyukhin A. P., Voronov V. V., Nguyen Van Giai. Effects of the particle-particle channel on properties of low-lying vibrational states // *Phys. Rev. C*. – 2008. – Vol. 77. – P. 024322-1–024322-8.
5. Allmond J. M., Stuchbery A. E., Baktash C., et al. Electromagnetic moments of radioactive  $^{136}\text{Te}$  and the emergence of collectivity  $2p \times 2n$  outside of double-magic  $^{132}\text{Sn}$  // *Phys. Rev. Lett.* – 2017. – Vol. 118. – P. 092503-1–092503-6.
6. Arsenyev N. N., Severyukhin A. P. // in preparation.

## PROPERTIES OF LOW-LYING $2^+$ STATES IN $^{132,136}\text{Te}$

N. N. Arsenyev, A. P. Severyukhin

Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6,  
141980 Dubna, Moscow Region, Russia  
Phone: +7(49621)63-665, Fax: +7(49621)65-084, arsenev@theor.jinr.ru

Low-energy quadrupole excitations of nuclei represent a unique laboratory for studying the balance between collectivity, shell structure, and the isospin degree of freedom. An unbalanced the proton-neutron content of the wave functions can be interpreted as configurational isospin polarization which denotes varying contributions to the  $2^+$  states by the active proton and neutron configurations due to subshell structure.  $M1$  transitions between low-energy quadrupole excitations are often used as signature for states with such features. Starting from a Skyrme interaction we study the properties of the low-energy spectrum of quadrupole excitations [1, 2]. The coupling between one- and two-phonon terms in the wave functions of excited states is taken into account [3]. We use the finite-rank separable

approximation [4] which allows one to perform the calculations in large configurational space. In the present talk we study the properties of low-lying quadrupole excitations in neutron-rich Te isotopes. Using the same set of parameters, we describe available experimental data [5] and demonstrate the importance of the pairing effects on the properties of quadrupole excitations of  $^{136}\text{Te}$  [6].

## References

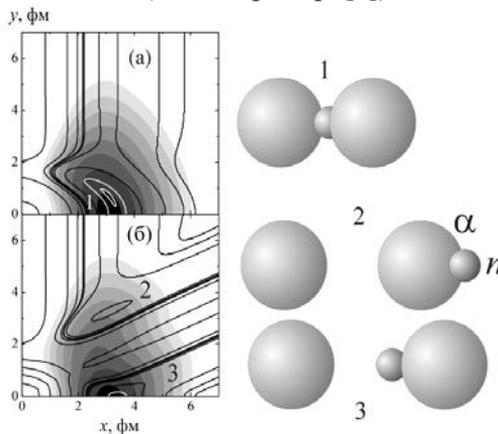
1. Severyukhin A. P., Arsenyev N. N., Pietralla N., Werner V. Impact of variational space on M1 transitions between first and second quadrupole excitations in  $^{132,134,136}\text{Te}$  // Phys. Rev. C. – 2014. – Vol. 90. – P. 011306-1–011306-4.
2. Severyukhin A. P., Arsenyev N. N., Pietralla N., Werner V. Proton-neutron structure of first and second quadrupole excitations of  $^{90}\text{Sr}$  // Eur. Phys. Jour. A. – 2018. – Vol. 54. – P. 4-1–4-8.
3. Severyukhin A. P., Voronov V. V., Nguyen Van Giai. Effects of phonon-phonon coupling on low-lying states in neutron-rich Sn isotopes // Eur. Phys. J. A. – 2004. – Vol. 22. – P.397–403.
4. Severyukhin A. P., Voronov V. V., Nguyen Van Giai. Effects of the particle-particle channel on properties of low-lying vibrational states // Phys. Rev. C. – 2008. – Vol. 77. – P. 024322-1–024322-8.
5. Allmond J. M., Stuchbery A. E., Baktash C., et al. Electromagnetic moments of radioactive  $^{136}\text{Te}$  and the emergence of collectivity  $2p \times 2n$  outside of double-magic  $^{132}\text{Sn}$  // Phys. Rev. Lett. – 2017. – Vol. 118. – P. 092503-1–092503-6.
6. Arsenyev N.N., Severyukhin A.P. // in preparation.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ЯДРА $^9\text{Be}$ В АЛЬФА-КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ МЕТОДОМ ГИПЕРСФЕРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

А. С. Бажин<sup>1,2</sup>, В. В. Самарин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Государственный университет «Дубна», Дубна, Московская область, 141982, Россия  
<sup>2</sup> 141980 Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6  
 E-mail: factortanton@gmail.com

Волновая функция основного состояния ядра  $^9\text{Be}$  в альфа-кластерной модели ( $\alpha + \alpha + n$ ) вычислена с помощью разложения по гиперсферическим функциям [1]. Для решения системы гиперрадиальных уравнений применен метод интерполяции кубическими сплайнами [2]. Примеры плотности вероятности для векторов Якоби  $\mathbf{x} \perp \mathbf{y}$  и  $\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}$  показаны на рисунке. Наиболее вероятна конфигурация 1 с нейтроном между  $\alpha$ -кластерами; конфигурации 2, 3 ( $\alpha + ^5\text{He}$ ), проявляющиеся в реакциях нуклонных и кластерных передач [3], менее вероятны. Было рассчитано распределение электрического заряда в ядре  $^9\text{Be}$  и получено согласие с экспериментальным распределением (см., например, [4]).



Примеры плотности вероятности (градации серого цвета в логарифмическом масштабе) для основного состояния ядра  ${}^9\text{Be}$  в координатах Якоби  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  для  $\mathbf{x} \perp \mathbf{y}$  (а) и  $\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}$  (б), наиболее вероятна конфигурация 1 с нейтроном между  $\alpha$ -кластерами; конфигурации 2, 3 ( $\alpha + {}^5\text{He}$ ) менее вероятны; кривые – эквипотенциальные линии потенциальной энергии системы ( $\alpha + \alpha + n$ ).

1. Джибути Р. И., Шитикова К. В. Метод гиперсферических функций в атомной и ядерной физике. – М.: Энергоатомиздат, 1993.
2. Samarin V. V., Eur. Phys. J. A. 2022. V. 58. P. 117.
3. Lukyanov S. M., Harakeh M. N., Naumenko M. A., World J. Nucl. Sci. Techn. 2015. V. 5. P. 265.
4. Загребаев В. И., Деникин А. С., Карпов А. В., Алексеев А. А., Науменко М. А., Рачков В. А., Самарин В. В., Сайко В. В. База знаний NRV по ядерной физике низких энергий, <http://nrv.jinr.ru/>.

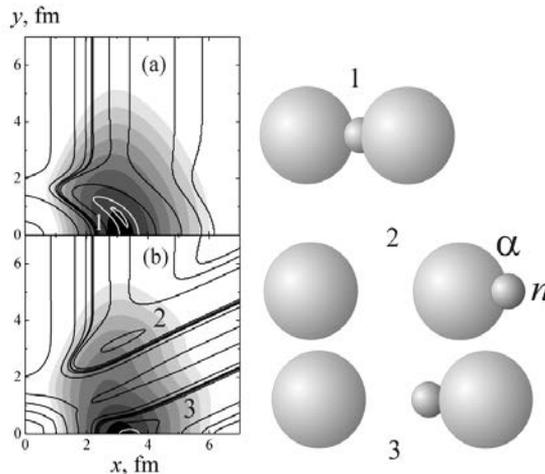
## STUDY OF THE STRUCTURE OF THE ${}^9\text{Be}$ NUCLEUS IN THE ALPHA-CLUSTER MODEL BY HYPERSPHERICAL FUNCTIONS METHOD

A. S. Bazhin <sup>1,2</sup>, V. V. Samarin <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Dubna State University, Dubna, Moscow Region 141982, Russia

<sup>2</sup> Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia  
E-mail: factortanton@gmail.com

The wave function of the ground state of the  ${}^9\text{Be}$  nucleus is calculated in the alpha-cluster model ( $\alpha + \alpha + n$ ) using hyperspherical functions [1]. Cubic spline interpolation is applied for solving hyperradial equations [2]. The examples of the probability density for Jacobi vectors  $\mathbf{x} \perp \mathbf{y}$  and  $\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}$  are shown in figure. The most probable configuration is configuration 1 with a neutron between  $\alpha$ -clusters. Configurations 2 and 3 ( $\alpha + {}^5\text{He}$ ) that may manifest themselves in nucleon and cluster transfer reactions [3] are less probable. The charge distribution for the  ${}^9\text{Be}$  nucleus was calculated and agreement with the experimental distribution (e.g., [4]) was obtained.



Examples of the probability density (shades of grey; logarithmic scale) for the ground state of the  ${}^9\text{Be}$  nucleus in Jacobi coordinates  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  for  $\mathbf{x} \perp \mathbf{y}$  (a) and  $\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}$  (b). The most probable is the configuration 1 with neutron between  $\alpha$ -clusters. Configurations 2 and 3 ( $\alpha + {}^5\text{He}$ ) are less probable. Curves are equipotential lines for the potential energy of the system ( $\alpha + \alpha + n$ ).

1. Dzhibuty R. I., Shitikova K. V., Hyperspherical functions method in the atomic and nuclear physics. – М.: Энергоатомиздат, 1993 (in Russian).
2. Samarin V. V., Eur. Phys. J. A. 2022. V. 58. P. 117.

3. Lukyanov S. M., Harakeh M. N., Naumenko M. A., World J. Nucl. Sci. Techn. 2015. V. 5. P. 265.

4. Zagrebaev V. I., Denikin A. S., Karpov A. V., Alekseev A. P., Naumenko M. A., Rachkov V. A., Samarin V. V., Saiko V. V., NRV Web Knowledge Base on Low-Energy Nuclear Physics, <http://nrw.jinr.ru/>.

## ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ПРЕДСКАЗАНИЯ ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**Д. Ф. Байрамов, К. А. Стопани, Т. Ю. Третьякова**

Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96  
E-mail: daniel.bayramov.02@mail.ru

Исследование сверхтяжелых элементов является одной из самых активно развивающихся областей ядерной физики на протяжении последних нескольких десятилетий. Незатухающий интерес обусловлен как важностью этой области для исследования особенностей структуры и динамики атомных ядер с экстремально большими массовыми числами, так и постоянным прогрессом в экспериментальных исследованиях сверхтяжелых ядер [1, 2]. Важной задачей в этой области является наработка как можно более полных цепочек сверхтяжелых изотопов.

Одной из основных мод распада сверхтяжелых элементов является  $\alpha$ -распад. Фактически регистрация цепочек  $\alpha$ -распада является свидетельством образования нового изотопа. В нашей работе рассмотрены некоторые феноменологические соотношения для предсказания периодов полураспада сверхтяжелых элементов в зависимости от энергии распада и на основе современных экспериментальных данных заново подобраны значения подгоночных параметров. Приведены результаты использования новых аппроксимаций для неизвестных ядер, при этом для предсказания энергии  $\alpha$ -распада сделаны в рамках феноменологического метода с использованием массовых соотношений для описания нейтрон-протонных корреляций в атомных ядрах. Этот простой и прозрачный метод достаточно эффективен для предсказания масс атомных ядер в широком диапазоне массовых чисел [3, 4]. Проведено сравнение наших расчетов с результатами других моделей.

### Список литературы

1. Yu. Ts. Oganessian, A. Sobiczewski, G. M. Ter-Akopian // Phys. Scr. 2017. V.92. 023003.
2. Yu. Ts. Oganessian et al. // Phys. Rev. C. 2022. V.106. 064306.
3. J. Jänecke, H. Behrens // Phys. Rev. C. 1974. V. 9. P. 1276.
4. E. V. Vladimirova, B. S. Ishkhanov, M. V. Simonov et al. // International Journal of Modern Physics E 2021. Vol. 30, no. 4. 2150025.

# SEMI-EMPIRICAL FORMULAS FOR THE HALF-LIFE OF SUPERHEAVY ELEMENTS PREDICTIONS

**D. F. Bayramov, K. A. Stopani, T. Yu. Tretyakova**

Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,  
Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96  
E-mail: daniel.bayramov.02@mail.ru

Over the past few decades, the study of superheavy elements has been one of the most actively developing areas of nuclear physics. The continued interest is due both to the importance of this area for studying the features of the structure and dynamics of atomic nuclei with extremely large mass numbers, and to the constant progress in experimental studies of superheavy nuclei [1, 2]. An important task in this area is to produce as complete chains of superheavy isotopes as possible.

One of the main modes of decay of superheavy elements is  $\alpha$ -decay. In fact, the registration of  $\alpha$ -decay chains is evidence of the formation of a new isotope. In our work, we consider some phenomenological relations for predicting the half-lives of superheavy elements as a function of the decay energy and, using modern experimental data, we reselect the values of the fitting parameters. The results of using new approximations for unknown nuclei are presented. Alpha-decay energy predictions are made within the framework of the phenomenological method using mass relations to describe neutron-proton correlations in atomic nuclei. This simple and transparent method is quite effective for predicting the masses of atomic nuclei in a wide range of mass numbers [3, 4]. Our calculations are compared with the results of other models.

## References

1. Yu. Ts. Oganessian, A. Sobiczewski, G.M. Ter-Akopian // Phys. Scr. – 2017. – V.92. – 023003.
2. Yu. Ts. Oganessian et al. // Phys. Rev. C. – 2022. – V.106. – 064306.
3. J. Jänecke, H. Behrens // Phys. Rev. C. – 1974. – V.9. – P. 1276.
4. E. V. Vladimirova, B. S. Ishkhanov, M. V. Simonov et al. // International Journal of Modern Physics E. — 2021. — Vol. 30, no. 4. — 2150025.

## МАГИЧНОСТЬ ЯДЕР $^{52,54}\text{Ca}$ И РАДИУСЫ НЕЙТРОННЫХ ОРБИТ $1F_{7/2}$ И $2P_{3/2}$

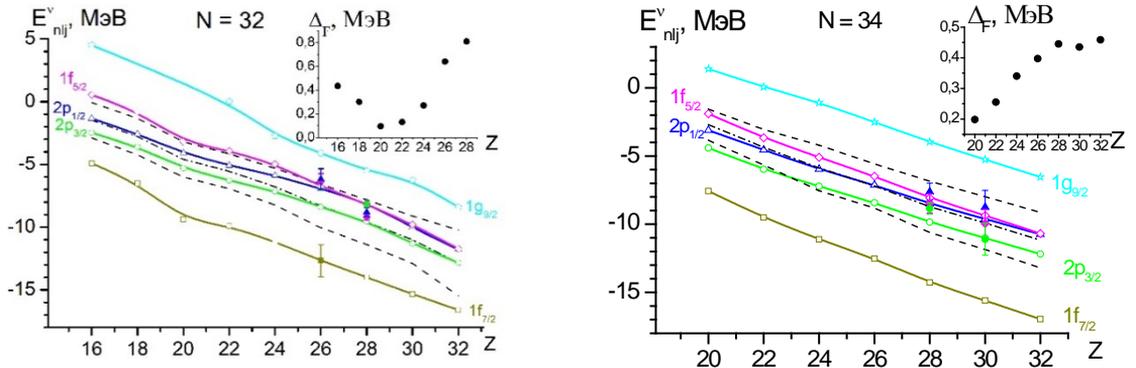
**О. В. Беспалова<sup>1</sup>, А. А. Климочкина<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96

<sup>2</sup> Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Физический факультет,  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2,  
+7 (495) 939-31-60  
bsp@sinp.msu.ru

«Неожиданно» большие [1] зарядовые радиусы  $r_{ch}$  нейтронно-избыточных изотопов Ca поставили вопрос о проявлении дважды магических свойств изотопами  $^{52,54}\text{Ca}$ . В [2] рост радиуса  $r_{ch}$  в ядрах с  $N > 28$  связали с гало-подобными особенностями структуры нейтронных орбит  $2p_{3/2}$  и  $2p_{1/2}$  в изотопах Ca с  $N > 28$ . В настоящей работе выполнен расчет эволюции нейтронных одночастичных энергий  $E_{nlj}$  изотонов с  $N = 32, 34$  (см. рис.) по дисперсионной оптической модели. Показано, что для изотонов  $^{52}\text{Ca}$ ,  $^{54}\text{Ti}$  с  $N = 32$  и ядра с  $^{54}\text{Ca}$  с  $N = 34$

характерна близость середины между последним заполненным и первым свободным нейтронными состояниями (согласно модели независимых частиц) к энергии Ферми  $E_F$  (см. врезки к рисункам ниже). Среднеквадратичные радиусы  $r_{rms}$  нейтронных орбит  $1f_{7/2}$  и  $2p_{3/2}$  в  $^{52}\text{Ca}$  составили соответственно 4.2 и 5.0 фм. Первое значение хорошо согласуется с экспериментальным радиусом  $r_{rms}^{\text{эксп}} = 4.13(14)$  фм, второе несколько завышено по сравнению с  $r_{rms}^{\text{эксп}} = 4.74(18)$  фм [3]. Улучшение согласия возможно при учете тензорного взаимодействия.



Нейтронные энергии  $E_{nlj}$  изотонов с  $N = 32$  (слева),  $34$  (справа). На вставках – разности  $\Delta_F = |E_F - \langle E_{2p_{3/2}}, E_{2p_{1/2}} \rangle|$  и  $\Delta_F = |E_F - \langle E_{2p_{1/2}}, E_{1f_{5/2}} \rangle|$  для изотонов с  $N = 32$  и  $34$  соответственно

### Список литературы

1. R. F. Garcia Ruiz et al. Nat. Phys. 12, 594 (2016).
2. J. Bonnard et al. Phys. Rev. Lett. 116, 212501 (2016).
3. M. Enciu et al. Phys. Rev. Lett. 129, 262501 (2022).

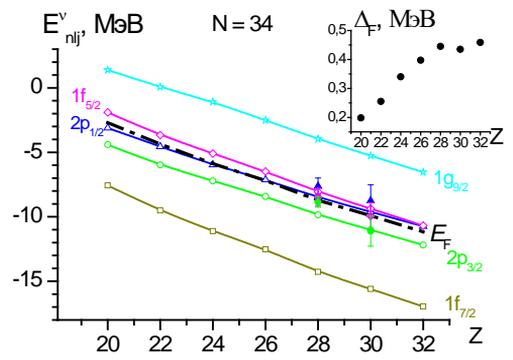
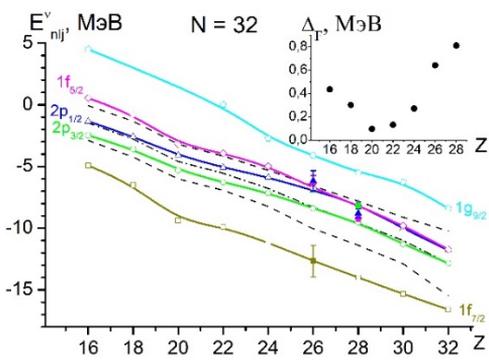
## MAGICITY OF $^{52,54}\text{Ca}$ NUCLEI AND RADII OF $1f_{7/2}$ AND $2p_{3/2}$ NEUTRON ORBITS

O. V. Bespalova<sup>1</sup>, A. A. Klimochkina<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,  
Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96

<sup>2</sup> M.V. Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, 1(2), Leninskie gory, GSP-1,  
Moscow 119991, Russian Federation, +7 (495) 939-31-60  
besp@sinp.msu.ru

"Unexpectedly" large [1] charge radii  $r_{ch}$  of the Ca isotopes with neutron excess challenges the doubly magic nature of  $^{52}\text{Ca}$ . In [2], an increase in the radius  $r_{ch}$  in Ca isotopes with  $N > 28$  was associated with the halo-like features of the structure of the  $2p_{3/2}$  and  $2p_{1/2}$  neutron orbits. We calculated the evolution of neutron single-particle energies of isotones with  $N = 32, 34$  (see fig.) by the dispersive optical model. It is shown that the single-particle spectra of  $^{52}\text{Ca}$  and  $^{54}\text{Ti}$  isotones with  $N = 32$  and  $^{54}\text{Ca}$  nucleus with  $N = 34$  are characterized by the proximity of the middle between the last occupied and the first unoccupied neutron states (according to the independent particle model) to the Fermi energy  $E_F$  (see incuts to the figures below). The  $r_{ms}$  radius of the  $1f_{7/2}$  and  $2p_{3/2}$  neutron orbits in  $^{52}\text{Ca}$  are equal to 4.2 and 5.0 fm, respectively. The first value is in good agreement with the experimental radius  $r_{rms}^{\text{exp}} = 4.13(14)$  fm and the second one is somewhat overestimated compared to  $r_{rms}^{\text{exp}} = 4.74(18)$  fm [3]. The agreement can be improved by taking into account the tensor interaction.



Neutron single-particle energies of isotones with  $N = 32$  (left),  $34$  (right). In the insets, the differences  $\Delta_F = |E_F - \langle E_{2p_{3/2}}, E_{2p_{1/2}} \rangle|$  and  $\Delta_F = |E_F - \langle E_{2p_{1/2}}, E_{1f_{5/2}} \rangle|$  are shown for isotones with  $N = 32$  and  $34$  respectively

## References

1. R. F. Garcia Ruiz et al. Nat. Phys. 12, 594 (2016).
2. J. Bonnard et al. Phys. Rev. Lett. 116, 212501 (2016).
3. M. Enciu et al. Phys. Rev. Lett. 129, 262501 (2022).

# ПОЛУМИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЗАРЯДОВО-ОБМЕННЫХ ГИГАНТСКИХ СПИН-ДИПОЛЬНЫХ РЕЗОНАНСОВ В СРЕДНЕТАЖЕЛЫХ МАГИЧЕСКИХ МАТЕРИНСКИХ ЯДРАХ

В. И. Бондаренко<sup>1</sup>, М. Г. Урин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН, Москва, Россия.

<sup>2</sup>Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия.  
115409, Россия, Москва, Каширское шоссе, 31  
vlbondarenko@mail.ru

В докладе представлены результаты теоретических исследований основных свойств зарядово-обменных (изовекторных) гигантских спин-дипольных резонансов (ИВГСДР<sup>( $\mp$ )</sup>) и их обертонов (ИВГСДР<sup>( $\mp$ )2</sup>) в материнских ядрах  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{132}\text{Zr}$  и  $^{208}\text{Pb}$ . Будучи выполненным в рамках полумикроскопической частично-дырочной дисперсионной оптической модели (ЧДДОМ), это исследование является непосредственным продолжением развитого в [1] подхода к описанию основных характеристик и параметров гамов-теллеровского и зарядово-обменных гигантских спин-монопольных резонансов в указанных материнских ядрах. В докладе представлены следующие результаты: 1) ЧДДОМ адаптирована к описанию зарядово-обменных гигантских (трёхкомпонентных) спин-мультипольных резонансов в среднетяжелых магических материнских ядрах. В таком описании возможно использование фиксированных в [1] параметров модели. 2) Вычислены силовые функции J-компонент ИВГСДР<sup>( $\mp$ )</sup>, ИВГСДР<sup>( $\mp$ )2</sup> ( $J^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$ ), а также усредненные по J силовые функции изучаемых гигантских резонансов (ГР) в указанных выше материнских ядрах. На этой основе вычислены основные параметры указанных ГР (энергия и ширина основного максимума резонансов, процент исчерпывания соответствующего правила сумм). 3) Проанализированы расчетные двойные и однократные (проецированные) переходные плотности, а также парциальные и полные относительные вероятности (брэнчинги) прямого однонуклонного распада изучаемых ГР. Некоторые из результатов расчетов сравниваются с имеющимися экспериментальными данными [2].

## Список литературы

[1] Bondarenko, V.I. Properties of Gamow-Teller and charge-exchange giant spin-monopole resonances in medium-heavy closed-shell parent nuclei: A semimicroscopic description // V. I. Bondarenko, M. H. Urin. // Phys.Rev. C -2022. V.106. P 024331.

[2] Akimune, H. Direct proton decay from the Gamov-Teller resonance in  $^{208}\text{Bi}$  // H. Akimune, I. Daito, Y. Fujita, M. Fujiwara, M. B. Greenfield, M. N. Harakeh, T. Inomata, J. Jänecke, K. Katori, S. Nakayama, et al. // Phys. Rev. C -1995, -V 52,-P 604.

### A SEMI-MICROSCOPIC DESCRIPTION OF CHARGE-EXCHANGE GIANT SPIN-DIPOLE RESONANCES IN MEDIUM-HEAVY CLOSED-SHELL PARENT NUCLEI

V. I. Bondarenko<sup>1</sup>, M. G. Urin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Shubnikov Institute of Crystallography, Federal Research Center “Crystallography and Photonics,” Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;

<sup>2</sup>National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Russia  
31, Kashirskoe Highway, Moscow, 115409 Russia, vlbondarenko@mail.ru

In this report, the results of a theoretical study of main properties of charge-exchange (isovector giant spin-dipole resonances  $\text{IVGSDR}^{(\mp)}$  and their overtones  $\text{IVGSDR}^{(\mp)2}$ ) in the  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{132}\text{Sn}$ , and  $^{208}\text{Pb}$  parent nuclei are presented. Being performed within the semi-microscopic particle-hole dispersive optical model (PHDOM), this study is a direct continuation of the description of the main characteristics and parameters of Gamow-Teller and charge-exchange giant spin-monopole resonances in the above-mentioned parent nuclei [1]. In this talk, the following results are presented. 1) PHDOM is adapted to the description of charge-exchange giant (three-component) spin-multipole GRs in medium-heavy closed-shell parent nuclei. All the model parameters specified in Ref. [1] might be used in such description. 2) The strength functions of  $J^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$  components of  $\text{IVGSDR}^{(\mp)}$  and  $\text{IVGSDR}^{(\mp)2}$  in parent nuclei under consideration are calculated together with J-averaged strength functions. On this base, the main GR parameters (the energies of GR maxima, total widths, percentage of sum-rule exhaustion) are also evaluated. 3) The calculated GR double and projected (one-body) transition densities are analyzed together with partial and total branching ratios of GR direct one-nucleon decay. Some of calculation results are compared with available experimental data [2].

### References

[1] Bondarenko, V. I. Properties of Gamow-Teller and charge-exchange giant spin-monopole resonances in medium-heavy closed-shell parent nuclei: A semimicroscopic description // V. I. Bondarenko, M. H. Urin. // Phys.Rev. C -2022, -V.106,-P 024331.

[2] Akimune, H. Direct proton decay from the Gamov-Teller resonance in  $^{208}\text{Bi}$  // H. Akimune, I. Daito, Y. Fujita, M. Fujiwara, M. B. Greenfield, M. N. Harakeh, T. Inomata, J. Jänecke, K. Katori, S. Nakayama, et al. // Phys. Rev. C -1995, -V 52,-P 604.

# ГЛОБАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ БЕТА-РАСПАДА И ОБРАЗОВАНИЕ ТЯЖЕЛЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

И. Н. Борзов<sup>1,2</sup>, И. В. Панов<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский центр "Курчатовский Институт", Москва, Россия

<sup>2</sup>141980 Объединенный институт ядерных исследований,

г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6

<sup>3</sup> Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

В нуклеосинтезе тяжелых ядер, проходящем в различных сценариях [1], участвуют короткоживущие ядра, не изученные экспериментально. Для астрофизического моделирования их образования необходимы прогнозы большого количества ядерных характеристик, среди которых скорость бета-распада является наиболее важной величиной. Моделирование распространенности тяжелых ядер с использованием различных прогнозов ядерных характеристик фактически является численным экспериментом. Предсказания теоретических моделей могут быть проверены из сравнения с наблюдаемой распространенностью тяжелых элементов в Солнечной системе.

Расчеты нуклеосинтеза в сценарии слияния нейтронных звезд [2] показывают значительные расхождения результатов при использовании различных глобальных моделей бета-распада [4–6]. Они приводят к формированию реалистичной структуры кривой распространенности химических элементов в слабом  $r$ -процессе, но с существенно различающейся распространенностью.

В настоящем расчете использованы скорости бета-распада около 300 сферических и квази-сферических ядер, важных для  $r$ -процесса. Они получены в CQRPA модели [6], основанной на функционале Фаянса [7]. Как показало сравнение теоретических скоростей бета-распада в базе данных МАГАТЭ [8], расчеты [6] в случае сферических ядер лучше согласуются с экспериментом, что вносит коррективы в моделирование  $r$ -процесса.

Выполнено при поддержке гранта РФФИ №. 21-12-00061.

1. J. Cowan, et al. // *Rev. Mod. Phys.* 2021. V.93. id. 015002.

2. I. V. Panov // *Phys.At.Nucl.* 86(2) 2023; *PEPAN* 2023 вып. № 3-4

3. P. Moeller, J. R. Nix, and K.-L. Kratz // *ADNDT* 1997. V. 66. P. 131.

4. T. Marketin, L. Huther, G. Martínez-Pinedo // *Phys. Rev. C.* 2016. V. 93. Id. 025805.

5. E. M. Ney, J. Engel, and N. Schunck // *Phys. Rev. C.* 2020. V. 102. Id. 034326.

6. I. N. Borzov // *Phys.Rev. C*67, 025508 (2003); *Phys.Rev. C*69, 025508 (2005); *Phys.At. Nucl.* 82. (2020).

7. S. A. Fayans et.al. // *Nucl.Phys.* 676,49 (2000)

8. P. Dimitriou et.al. // *Nuclear Data Sheets*, 172, 144-238 (2021).

## GLOBAL BETA DECAY MODELS AND THE FORMATION OF HEAVY ELEMENTS

I. N. Borzov<sup>1,2</sup>, I. V. Panov<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> National Research Center "Kurchatov institute", Moscow, 123182, Russia;

<sup>2</sup>Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia

<sup>3</sup> Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russia

The nucleosynthesis of heavy nuclei, which takes place in various scenarios [1], involves short-lived nuclei that have not been studied experimentally. For astrophysical modeling of their formation, forecasts of a large number of nuclear characteristics are necessary, among which the beta decay rate is the most important value. Modeling the prevalence of heavy nuclei using various predictions of nuclear characteristics is actually a numerical experiment. The predictions of theoretical models can be verified by comparison with the observed prevalence of heavy elements in the Solar System.

Calculations of nucleosynthesis in the neutron star merger scenario [2] show significant discrepancies in the results when using different global beta decay models [4-6]. They lead to the formation of a realistic structure of the abundance curve of chemical elements in a weak r-process, but with significantly different abundances.

In this calculation, the beta decay rates of about 300 spherical and quasi-spherical nuclei important for the r-process are used. They are obtained in the CQRPA model [6] based on the Fayans functional [7]. As shown by the comparison of beta decay rates in the IAEA database [8], the calculations [6] in spherical nuclei are in better agreement with the experiment, which influences the modeling of the r-process.

1. J. Cowan, et al. // Rev. Mod. Phys. 2021. V.93. id. 015002.
2. I. V. Panov // Phys. At. Nucl. 86(2) 2023; PEPAN 2023 вып. №3-4
3. P. Moeller, J. R. Nix, and K.-L. Kratz // ADNDT 1997. V. 66. P. 131.
4. T. Marketin, L. Huther, G. Mart'inez-Pinedo // Phys. Rev. C. 2016. V. 93. Id. 025805.
5. E. M. Ney, J. Engel, and N. Schunck // Phys. Rev. C. 2020. V. 102. Id. 034326.
6. I. N. Borzov // Phys.Rev. C67, 025508 (2003); Phys.Rev. C69, 025508 (2005); Phys.At. Nucl. 82. (2020).
7. S. A. Fayans et.al. // Nucl.Phys. 676,49 (2000)
8. P. Dimitriou et.al. // Nuclear Data Sheets, 172, 144-238 (2021).

## ФУНКЦИОНАЛ ФАЯНСА. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ И РАДИУСЫ ЯДЕР ВБЛИЗИ НЕЙТРОННОЙ ОБОЛОЧКИ $N = 126$

И. Н. Борзов<sup>1,2</sup>, С. С. Панкратов<sup>1,3</sup>, С. В. Толоконников<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский центр "Курчатовский Институт", Москва, Россия  
<sup>2</sup>141980 Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна Московской области,  
ул. Жолио-Кюри, д. 6

<sup>3</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

Зарядовые радиусы, квадрупольные и магнитные дипольные моменты в длинной изотопной цепочке изотопов Tl рассчитаны в рамках самосогласованной теории конечных ферми систем (FFS). Основное состояние ядра описывается в рамках функционала плотности энергии (EDF) Фаянса и др. [1] Для моментов используется континуальное квазичастичное приближение случайной фазы (CQRPA) в полном одночастичном пространстве, определяемом вариацией функционала DF3-а [2]. Эффективное спин-зависимое NN-взаимодействие содержит хорошо установленное контактное взаимодействие Ландау-Мигдала с константами силы  $g$ ,  $g'$  и одно-пионным и одно-ро-мезонным обмена, модифицированными ядерной средой. Спаривание учитывается в диагональном HFB приближении (поверхностное спаривание) [3, 4].

Эффекты фононной связи включены в приближении  $g^2_L$  теории возмущений (где  $g^2_L$  – вершина квазичастично-фононного взаимодействия) [5]. Для изотопов вдали от нейтронной оболочки  $N = 126$ , “нерегулярный” вклад в магнитные моменты становится важным, когда происходит резонансное усиление из-за смещения с конфигурациями квазичастица-фонон, индуцируемыми в основном  $2+$  и  $3-$  фононами соответствующего кора Pb. Получено хорошее описание имеющихся экспериментальных данных для магнитных моментов. В частности, отклонение от данных для состояния  $1/2+$  в  $^{207}\text{Tl}$  составляет всего  $0,019(5) \mu\text{N}$  по сравнению со значением  $0,734(2) \mu\text{N}$  полученным путем усреднения по 5 различным EDF при глобальном аксиально-деформированном описании магнитных моментов в [6].

Поддержано грантом РФФ 21-12-00061.

1. S. A. Fayans et.al. // Nucl.Phys. 676. 49 (2000).
2. E. E. Saperstein and S. V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. 74. 1277 (2011).
3. I. N. Borzov, E. E. Saperstein, S. V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. 71, 469 (2008).

4. I. N. Borzov, E. E. Saperstein, S. V. Tolokonnikov, G. Neyens, and N. Severijns, Eur. Phys. J. A 45. 159 (2010).
5. E. E. Saperstein, O. I. Achakovskiy, S. P. Kamerdzhiev, S. Krewald, J. Speth, and S. V. Tolokonnikov. Phys.At. Nucl. 77. 1033 (2014).
6. P. L. Sazarini, J. Dobaczewski, J. Bonnard and R. F Garcia Ruiz. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 49 11LT01 (2022).

## FAYANS FUNCTIONAL. NUCLEAR ELECTROMAGNETIC MOMENTS AND RADII NEAR N = 126 NEUTRON SHELL

**I. N. Borzov<sup>1,2</sup>, S. S. Pankratov<sup>1,3</sup>, S. V. Tolokonnikov<sup>1,3</sup>**

<sup>1</sup>National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia

<sup>3</sup>Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russia

Nuclear charge radii, quadrupole and magnetic dipole moments in long isotopic chain of Tl isotopes are calculated within the self-consistent finite Fermi system (FFS) theory. The nuclear ground state is described within the energy-density functional (EDF) by Fayans et.al. [1] For the moments, the continuum quasiparticle random-phase approximation (CQRPA) is used in full single-particle space defined by the variation of the DF3-a functional [2]. The effective spin-dependent NN-interaction contains well established contact Landau-Migdal interaction with the strength constants  $g$ ,  $g'$  and the one-pion and one-rho meson exchanges modified by nuclear medium. The HFB problem is solved in diagonal approximation for surface pairing [3, 4].

The phonon-coupling effects are included perturbatively in  $g_L^2$  approximation (where  $g_L^2$  is the quasiparticle-phonon vertex) [5]. For the isotopes aside from the N=126 neutron shell, “non-regular” contribution to the magnetic moments become important when a resonant amplification occurs due to the mixing with quasiparticle-phonon configurations induced mostly by the 2+ and 3-phonons of corresponding Pb core. A good description of the available experimental data for the magnetic moments is achieved. In particular, the deviation from the data for the 1/2+ state in <sup>207</sup>Tl is only 0.019(5)  $\mu$ N cf. 0.734(2)  $\mu$ N obtained by averaging on the 5 different EDFs in the global axially-deformed description of magnetic moments in [6]. Supported by the RSCF grant 21-12-00061.

1. S. A. Fayans et.al. Nucl.Phys. 676, 49 (2000).
2. E. E. Saperstein and S.V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. 74, 1277 (2011).
3. I. N. Borzov, E. E. Saperstein, S. V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. 71, 469 (2008).
4. I. N. Borzov, E. E. Saperstein, S. V. Tolokonnikov, G. Neyens, and N. Severijns, Eur. Phys. J. A 45, 159 (2010).
5. E. E. Saperstein, O. I. Achakovskiy, S. P. Kamerdzhiev, S. Krewald, J. Speth, and S. V. Tolokonnikov. Phys.At. Nucl. 77, 1033 (2014).
6. P. L. Sazarini, J. Dobaczewski, J. Bonnard and R. F Garcia Ruiz. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 49 11LT01 (2022).

## ВОЗМОЖНЫЕ ПРЯМЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

**В. Е. Бунаков**

Петербургский Институт Ядерной Физики национального исследовательского центра  
«Курчатовский институт», 188300, Гатчина, Россия

Тел. служебный +7(81371)4-60-96. Факс +7(81371)3-19-63. e-mail vadim.bunakov@mail.ru

В недавних измерениях продуктов столкновений тяжелых ионов, проведенных в ЛЯР ОИЯИ (Дубна), были обнаружены быстрые альфа-частицы, вылетающие под передними углами и уносящие энергию, превышающую энергию налетающих на тяжелую мишень ионов (см.,

например [1]). В нашей работе [2] было предложено объяснение этого явления как результата нового процесса прямого квазиделения образующейся в результате столкновения ионов двойной ядерной системы тяжелого или сверхтяжелого ядра.

Рассмотрены прямые процессы, приводящие к появлению альфа-частиц с энергией, близкой к энергии налетающих тяжелых ионов. Проводится анализ возможных экспериментов для систематического изучения этих процессов.

### Список литературы

1. Пенионжкевич, Ю. Э. / Особенности ядро-ядерных реакций с вылетом быстрых заряженных частиц. Новый подход к реакциям синтеза холодных ядер / Ю. Э. Пенионжкевич // ЭЧАЯ. – 2022. – Т. 52. – Вып. 1 – С. 1–25.

2. Бунаков, В. Е. Прямые реакции при столкновении тяжелых ионов / В. Е. Бунаков, Ю. Э. Пенионжкевич // Письма в ЭЧАЯ. – 2023. – Т. 20. - № 2. – С. 118–126.

## POSSIBLE DIRECT PROCESSES IN HEAVY-ION COLLISIONS

V. E. Bunakov

Petersburg Nuclear Physics Institute, National Research Center Kurchatov Institute,  
188300, Gatchina, Russia  
Phone +7(81371)4-60-96. Fax +7(81371)3-19-63. E-mail vadim.bunakov@mail.ru

In the recent measurements of the heavy-ion collisions products carried out in FNLR at JINR (Dubna) fast alpha-particles were observed which were emitted at forward angles with energies exceeding the energy of the ion incident on the heavy target (see e.g. [1]). The explanation of this phenomenon was given in our paper [2] as a result of the new process of quasi-fission of the dinuclear heavy or superheavy system formed as a result of the ion-ion collision.

Direct processes are considered which lead to the appearance of fast alpha-particles with energies close to the energy of the incident heavy ion. The analysis is carried out of possible experiments for the studies of these processes.

### References

1. Penionzhkevich Yu. E. Features of nuclei-nuclei reactions with fast charged particles emission. New approach to synthesis of cold nuclei. / Yu. E. Penionzhkevich // Phys Part. Nucl. – 2022. – V. 53. – P. 45 – 58.

2. Bunakov V. E. Direct reactions in heavy-ion collisions. / V. E. Bunakov, Yu. E. Penionzhkevich // Phys. Part. Nucl. Letters. – 2023. – V.20. – P. 120 - 126

## НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПИНОВЫЕ И ОРБИТАЛЬНЫЕ M1-ВОЗБУЖДЕНИЯ В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

П. И. Вишневский<sup>1</sup>, В. О. Нестеренко<sup>1,2</sup>, Я. Квасил<sup>3</sup>, А. Репко<sup>4</sup>, П.-Г. Рейнхард<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Лаборатория теоретической физики, 141980 Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6, post@jinr.ru, +7 (496) 216-51-46

<sup>2</sup> Государственный университет «Дубна», Дубна, Московская область, 141982, Россия

<sup>3</sup>IPNP, Карлов университет, Прага, Чехия

<sup>4</sup>Институт физики Словацкой академии наук, 84511 Братислава, Словакия

<sup>5</sup> Институт теоретической физики II, Эрлангенский университет, D-91058, Эрланген, Германия

Недавно для деформированных ядер был предсказан низкоэнергетический магнитный дипольный (M1) спин-ножничный резонанс (СНР) в рамках подхода моментов Вигнеровских функций (МВФ) [1]. Мы анализируем данное предсказание, используя полностью самосогласованный квазичастичный метод приближения случайных фаз (КПСФ) [2,3]. Используются

силы Скирма SkM\*, SVbas, SG2 и SV-tls для исследования СНР и орбитального ножничного резонанса (ОНР) в  $^{160,162,164}\text{Dy}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ . Показана зависимость возникновения низкоэнергетических спиновых состояний от деформации. Было продемонстрировано, что низкоэнергетические состояния  $1^+$ , наблюдаемые в Dy, объясняются скорее фрагментацией орбитальной силы M1, чем возникновением коллективного резонанса спиновых ножиц. В целом, наши расчеты не подтверждают существование этого резонанса.

### Список литературы

- [1] E. B. Balbutsev, I. V. Molodtsova, and P. Schuck, Phys. At. Nucl. 83, 212 (2020)
- [2] M. Bender, P.-H. Heenen, and P.-G. Reinhard, Rev. Mod. Phys. 75, 121 (2003).
- [3] A. Repko, J. Kvasil, V. O. Nesterenko, and P.-G. Reinhard, Eur. Phys. J. A 53, 221 (2017).

## LOW-ENERGY SPIN AND ORBITAL M1 EXCITATIONS IN DEFORMED NUCLEI

**P. I. Vishnevskiy<sup>1</sup>, V. O. Nesterenko<sup>1,2</sup>, J. Kvasil<sup>3</sup>, A. Repko<sup>4</sup>, P.-G. Reinhard<sup>5</sup>**

<sup>1</sup>Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia, post@jinr.ru, +7 (496) 216-51-46

<sup>2</sup>Dubna State University, Dubna, Moscow Region 141982, Russia

<sup>3</sup>IPNP, Charles University, Praha, Czech Republic

<sup>4</sup>Institute of Physics, Slovak Academy of Sciences, 84511 Bratislava, Slovakia

<sup>5</sup>Institut für Theoretische Physik II, Universität Erlangen, D-91058, Erlangen, Germany

A low-energy magnetic dipole (M1) spin-scissors resonance (SSR) was recently predicted in deformed nuclei within the Wigner function moments (WFM) approach [1]. We analyze this prediction using fully self-consistent Skyrme quasiparticle random phase approximation (QRPA) method [2,3]. Skyrme forces SkM\*, SVbas, SG2 and SV-tls are implemented to explore SSR and orbital scissor resonance (OSR) in  $^{160,162,164}\text{Dy}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ . The dependence of the occurrence of low-energy spin states on deformation is shown. It is shown that low-energy  $1^+$  states observed at in Dy are rather explained by fragmentation of the orbital M1 strength than by the occurrence of the collective spin-scissors resonance. In general, our calculations do not confirm the existence of this resonance.

### References

- [1] E. B. Balbutsev, I. V. Molodtsova, and P. Schuck, Phys. At. Nucl. 83, 212 (2020)
- [2] M. Bender, P.-H. Heenen, and P.-G. Reinhard, Rev. Mod. Phys. 75, 121 (2003).
- [3] A. Repko, J. Kvasil, V. O. Nesterenko, and P.-G. Reinhard, Eur. Phys. J. A 53, 221 (2017).

## РАСЧЕТЫ СВОЙСТВ $^{148}\text{Gd}$ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТОЧНОГО И ПРИБЛИЖЕННОГО МЕТОДОВ, ОСНОВАННЫХ НА ГАМИЛЬТониАНЕ БКШ

**А. К. Власников, В. М. Михайлов, А. В. Лунев**

Санкт-Петербургский государственный университет, Ульяновская ул., 1, Санкт-Петербург, 198504, Россия, тел. (905)2736310, факс: (812)4287240, e-mail: a.vlasnikov@spbu.ru

Собственные значения гамильтониана БКШ рассчитаны в Gd ( $Z = 64$ ,  $N = 84$ ) для протонных состояний с нулевым синьорити ( $s$ ) (т.е. для основных состояний и монополярных ( $0^+$ ) возбуждений) и для состояний с  $s = 2$ , описываемых, как правило, как состояниями с двумя боголюбовскими квазичастицами. Расчеты проводились с одночастичными спектрами Саксона-Вудса, в которых спаривание вырезает энергетический слой с центром на уровне Ферми. Константа спаривания  $G_p = 0,2$  МэВ примерно соответствует сглаженным зависимостям  $G$  от массовых

чисел, полученным из эмпирических парных энергий в рамках теории БКШ. Эти же значения используются в расчетах квазичастиц. Точные энергии возбуждения (как разности энергий с  $s = 2$  и основных состояний в протонах) приведены в таблице вместе с соответствующими двух-квазичастичными энергиями БКШ (БКШ 2qp.) и значениями, рассчитанными в приближении сильного спаривания (ПСС) [1]. Из таблицы видно, что все возбуждения протонов  $s = 2$  лежат выше удвоенной протонной щели ( $2\Delta_p=2,71$  МэВ), а первый возбужденный уровень  $E_p(0^+) = 2,41$  МэВ находится ниже  $2\Delta_p$ . Хотя БКШ и ПСС дают сравнимые отклонения от точных энергий, ПСС, понижая энергии, тем не менее дает положение первых  $s = 0$  состояний ниже  $2\Delta_p$ .

#### Энергии протонных возбуждений с $s=2$ (МэВ)

$s = 2$ конфигурации	$2d\ 5/2,$ $2d\ 3/2$	$(2d\ 5/2)^2$	$2d\ 5/2,$ $3s\ 1/2$	$(1h11/2)^2$	$(2d\ 3/2)^2$	$1g\ 7/2,$ $2d\ 3/2$	$2d\ 5/2,$ $1g\ 7/2$
точно	3,18	3,19	3,44	4,05	4,08	4,24	4,25
БКШ 2qp.	3,37	2,97	3,59	3,74	4,22	3,98	3,83
ПСС	3,49	3,17	3,7	4,00	4,03	4,26	4,04

#### Список литературы

1. Власников А. К., Лунев А. В., Михайлов В. М. Применение функций Грина к конечным ферми-системам с фиксированным числом частиц и развитым спариванием // Изв. РАН. Сер. физ. – 2011. – Т. 75. – № 4. – С. 606 – 610.

### CALCULATIONS OF THE PROPERTIES OF $^{148}\text{Gd}$ USING EXACT AND APPROXIMATE METHODS BASED ON THE BCS HAMILTONIAN

A. K. Vlasnikov, V. M. Mikhajlov, A. V. Lunyov

Saint-Petersburg State University, Ulianovskaya Street, 1, St. Petersburg, 198504, Russia,  
phone: (905)2736310, fax: (812)4287240, e-mail: a.vlasnikov@spbu.ru

Eigenvalues of the BCS Hamiltonian are found in Gd ( $Z = 64$ ,  $N = 84$ ), for proton states with zero seniority ( $s$ ) (i.e. for the ground states and monopole ( $0^+$ ) excitations) and for states with  $s = 2$  described as a rule as states with two Bogolubov quasiparticles. Calculations have been performed with Saxon-Woods single-particle spectra in which the pairing cuts out the energy layer of  $\sim 2\hbar\omega_D$  with the center on the Fermi level. Pairing strength  $G_p = 0,2$  MeV approximately correspond to smoothed dependencies of  $G$  on mass numbers obtained from empirical pair energies in the frame of the BCS theory. The same values are employed in quasiparticle calculations. Exact excitation energies (as differences of energies with  $s=2$  and ground states in protons) are displayed in the table together with corresponding BCS two-quasiparticle energies (BCS 2qp.) and values calculated in the strong pairing approximation (SPA) [1]. The table shows that all proton  $s=2$  excitations lie above doubled proton pairing gap ( $2\Delta_p=2,71$  MeV) while the first excited level  $E_p(0^+) = 2,41$  MeV is below  $2\Delta_p$ . Though BCS and SPA give comparable deviations from the exact energies, SPA, lowering energies, nevertheless, gives position of first  $s = 0$  states below  $2\Delta_p$ .

#### Proton $s=2$ excitation energies (MeV)

$s = 2$ configurations	$2d\ 5/2,$ $2d\ 3/2$	$(2d\ 5/2)^2$	$2d\ 5/2,$ $3s\ 1/2$	$(1h11/2)^2$	$(2d\ 3/2)^2$	$1g\ 7/2,$ $2d\ 3/2$	$2d\ 5/2,$ $1g$ $7/2$
exact	3,18	3,19	3,44	4,05	4,08	4,24	4,25
BCS 2qp.	3,37	2,97	3,59	3,74	4,22	3,98	3,83
SPA	3,49	3,17	3,7	4,00	4,03	4,26	4,04

## References

1. Vlasnikov A. K., Lunev A. V., Mikhailov V. M. Application of Green functions to finite Fermi systems with fixed numbers of particles and strong pairing // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. – 2011. – V. 75. – № 4. – P. 569–573.

### О СВОЙСТВАХ ИЗОСКАЛЯРНЫХ ГИГАНТСКИХ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ РЕЗОНАНСОВ В СРЕДНЕТЯЖЕЛЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

М. Л. Горелик<sup>1</sup>, Б. А. Тулупов<sup>2</sup>, Ш. Шломо<sup>3</sup>, М. Г. Урин<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Московская экономическая школа, Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия

<sup>3</sup>Циклотронный Институт, Техасский А&М Университет, Колледж Стейшн, США

<sup>4</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

В последние годы выполнен большой объем теоретических исследований основных свойств изоскалярных гигантских мультипольных ( $L = 0 - 3$ ) резонансов (ИСГМПР) в средне-тяжелых сферических ядрах [1]. В рамках частично-дырочной дисперсионной оптической модели (ЧДДОМ) совместно учитываются основные моды релаксации высокоэнергетических возбуждений типа частица-дырка, ассоциированных с гигантскими резонансами (ГР). По этой причине ЧДДОМ обладает уникальными возможностями в описании силовых функций, переходных плотностей, вероятностей прямого однонуклонного распада для различных ГР в указанных ядрах. В представленной работе содержится ряд дополнений к выполненным в [1] в рамках ЧДДОМ исследованиям свойств ИСГМПР в ядрах  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{132}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$ . 1) Силовые функции, полученные из анализа  $(\alpha, \alpha')$ -реакции с возбуждением ИСГМПР [2] сравниваются с силовыми функциями, вычисленными в рамках ЧДДОМ. 2) Метод вычисления в рамках ЧДДОМ относительных вероятностей прямого однонуклонного распада ГР уточнен с целью описания соответствующих экспериментальных данных [3]. 3) Версия ЧДДОМ, в которой приближенно учитывается спаривание нуклонов в среднетяжелых сферических ядрах с незаполненными оболочками, использована для вычисления силовой функции изоскалярного монопольного ГР в четных изотопах олова  $^{112-124}\text{Sn}$ . В целом, полученные в пп. 1) – 3) результаты удовлетворительно согласуются с соответствующими экспериментальными данными [2–4].

### Список литературы

1. Gorelik M. L., Shlomo S., Tulupov B. A., and Urin M. H. Properties of isoscalar giant multipole resonances in medium-heavy closed-shell nuclei: A semimicroscopic description // Phys. Rev. C. 2021. V.103. P.034302, <https://arxiv.org/abs/2201.04202v3>
2. Bahini A., Neveling R., Von Neumann-Cosel P., Carter J. et al. Isoscalar giant monopole strength in  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{120}\text{Sn}$ , and  $^{208}\text{Pb}$  // Phys. Rev. C. 2023. V.107. P.034312
3. Hunyadi M., Van den Berg A.M., Davids B., Harakeh M.N. et al. Evidence for direct neutron decay of the isoscalar giant dipole resonances in  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{116}\text{Sn}$ , and  $^{208}\text{Pb}$  // Phys. Rev. C. 2007. V.75 P.014606
4. Li T., Garg U., Liu Y., Marks R. et al. Isoscalar giant resonances in the Sn nuclei and implications for the asymmetry term in the nuclear-matter incompressibility // Phys. Rev. C. 2010. V.81-P.034309

# ON PROPERTIES OF ISOSCALAR GIANT MULTIPOLE RESONANCES IN MEDIUM-HEAVY SPHERICAL NUCLEI

M. L. Gorelik<sup>1</sup>, S. Shlomo<sup>2</sup>, B. A. Tulupov<sup>3</sup>, M. H. Urin<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Moscow Economic School, Moscow, Russia;

<sup>2</sup>Cyclotron Institute, Texas A&M University, College Station, TX 77843, USA;

<sup>3</sup>Institute for Nuclear Research, RAS, Moscow 117312, Russia

<sup>4</sup>National Research Nuclear University “MEPhI”, Moscow, Russia

E-mail: gorelik@theor.mephi.ru

In recent years, a large volume of theoretical studies of properties of isoscalar giant multipole ( $L = 0 - 3$ ) resonances (ISGMPRs) in medium-heavy spherical nuclei has been performed [1]. Within the particle-hole dispersive optical Model (PHDOM), main relaxation modes of high-energy particle-hole-type nuclear excitations associated with Giant Resonances (GRs) in medium-heavy closed-shell nuclei are together taken into account. For this reason, PHDOM has unique abilities in describing strength functions, transition densities, probabilities of direct one-nucleon decay for various GRs in mentioned nuclei. In the present work, studies of Ref. [1] related to ISGMPRs in  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{132}\text{Sn}$ , and  $^{208}\text{Pb}$  are supplemented by the following points. (i) The strength distributions deduced from an analysis of  $(\alpha, \alpha')$ -reaction of ISGMPR excitation [2] are compared with the respective strength functions calculated within PHDOM. (ii) The method of evaluating within PHDOM partial branching ratios of GR direct one-nucleon decay is specified to make more adequate the comparison with experimental data of Ref. [3]. (iii) The extended PHDOM version, in which nucleon pairing in open-shell spherical nuclei is approximate taken into account, is implemented to evaluate the strength function of isoscalar monopole GR in the chain of even  $^{114-124}\text{Sn}$  isotopes. In a whole, the obtained in pp. (i)-(iii) calculation results are in a reasonable agreement with the respective experimental data [2–4].

## References

1. Gorelik M. L., Shlomo S., Tulupov B. A., and Urin M. H. Properties of isoscalar giant multipole resonances in medium-heavy closed-shell nuclei: A semimicroscopic description // Phys. Rev. C. -2021. -V.103. -P.034302, <https://arxiv.org/abs/2201.04202v3>
2. Bahini A., Neveling R., Von Neumann-Cosel P., Carter J. et al. Isoscalar giant monopole strength in  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{120}\text{Sn}$ , and  $^{208}\text{Pb}$  // Phys. Rev. C. 2023. V.107. P.034312
3. Hunyadi M., Van den Berg A. M., Davids B., Harakeh M.N. et al. Evidence for direct neutron decay of the isoscalar giant dipole resonances in  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{116}\text{Sn}$ , and  $^{208}\text{Pb}$  // Phys. Rev. C. 2007. V.75. P.014606
4. Li T., Garg U., Liu Y., Marks R. et al. Isoscalar giant resonances in the Sn nuclei and implications for the asymmetry term in the nuclear-matter incompressibility // Phys. Rev. C. -2010. -V.81 -P.034309

## АЛЬФА-КЛАСТЕРНЫЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ В 4N ЯДРАХ

А. С. Демьянова, А. Н. Данилов\*, В. И. Старостин

НИЦ «Курчатовский институт», Москва 123182, Россия

\*email: danilov1987@mail.ru

Интенсивное изучение четырехнуклонных корреляций  $\alpha$ -кластерного типа, начатое более 50 лет назад, установило их важную роль в ядрах. Микроскопическим  $\alpha$ -кластерным моделям удалось описать структуру многих состояний в легких ядрах, в частности, вблизи порогов распада на составляющие кластеры. Большое внимание привлекли исследования  $\alpha$ -кластерных состояний в  $^{12}\text{C}$ , особенно второго возбужденного состояния  $0^+$ , расположенного при  $E_x = 7,65$  МэВ, на 0.38 МэВ выше порога распада на  $3\alpha$  частицы. Расчеты методом  $3\alpha$

генератора координат (GCM) и методом резонансных групп (RGM), проведенные более 30 лет назад, показали, что состояние  $0^+_2$  в  $^{12}\text{C}$  имеет слабосвязанную  $3\alpha$ -структуру и увеличенный радиус. Современные микроскопические расчеты в рамках кластерных моделей, таких как антисимметризованная молекулярная динамика (AMD) и фермионная молекулярная динамика (FMD), предсказывают увеличенный радиус этого надпорогового кластерного состояния. Более того, последние *ab initio* расчеты подтвердили этот результат. Также было показано, что состояние Хойла является основой вращательной полосы, все члены которой имеют увеличенные радиусы. Естественно возникает вопрос: существуют ли аналоги состояния Хойла в более тяжелых  $4n$  ядрах.

Мы рассмотрели  $4n$  ядра от  $^{16}\text{O}$  до  $^{28}\text{Si}$ . Первым возможным кандидатом является  $^{16}\text{O}$ . Наш анализ в рамках Модифицированной дифракционной модели (МДМ) показал, что состояния  $0^+_{2-0^+_6}$ , названные возможными аналогами состояния Хойла, имеют нормальные неувеличенные радиусы. Следующая цель –  $^{20}\text{Ne}$ . Среднеквадратичные радиусы  $^{20}\text{Ne}$  в короткоживущих возбужденных состояниях были оценены в рамках МДМ-анализа дифракционного рассеяния  $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ . Мы наблюдали увеличенные радиусы только для членов полосы  $K^\pi = 0_1^-$ , радиусы были увеличены на  $\sim 20\%$ . Более того, для состояния  $0^+_{2^+}$ , расположенного выше порога  $\alpha$ -распада, наблюдался увеличенный радиус. Этот результат может говорить в пользу возможной  $\alpha$ -конденсатной структуры состояния  $0^+_{2^+}$  и может рассматриваться как возможный аналог состояния Хойла  $0^+_{2^+}$  в  $^{12}\text{C}$ . Мы также проанализировали в рамках МДМ существующие экспериментальные данные по рассеянию альфа-частиц на  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{28}\text{Si}$ , но не наблюдали увеличенных радиусов ни для одного из состояний. Анализ в процессе.

## ALPHA-CLUSTER ROTATIONAL STATES IN $4N$ NUCLEI

A. S. Demyanova, A. N. Danilov\*, V. I. Starostsin

NRC Kurchatov Institute, Moscow 123182, Russia

\*email: danilov1987@mail.ru

An intensive study of four-nucleon correlations of the  $\alpha$ -cluster type initiated more than 50 years ago established their important role in nuclei. The microscopic  $\alpha$ -cluster models have succeeded in describing the structure of many states in light nuclei, in particular, around the threshold energy of breakup into constituent clusters. Considerable attention has been drawn to the studies of  $\alpha$ -cluster states in  $^{12}\text{C}$ , especially the second  $0^+$  state, located at  $E_x = 7.65$  MeV, which is 0.38 MeV above the  $3\alpha$  threshold. The  $3\alpha$  generator coordinate method (GCM) and  $3\alpha$  resonating group method (RGM) calculations, made over 30 years ago, showed that the 7.65 MeV  $0^+_{2^+}$  state in  $^{12}\text{C}$  has a loosely coupled  $3\alpha$  structure and an enlarged radius. Modern microscopic calculations in the framework of cluster models such as the antisymmetrized molecular dynamics (AMD) and the fermionic molecular dynamics (FMD) predict an increased radius of this above-threshold cluster state. Moreover, last *ab initio* calculations confirmed this result. It was also shown that the Hoyle state is a head of rotational band, all members of which have increased radii. A question naturally arises: do analogs of the Hoyle state exist in more massive  $4n$  nuclei.

We have considered  $4n$  nuclei from  $^{16}\text{O}$  to  $^{28}\text{Si}$ . First possible candidate is the  $^{16}\text{O}$ . Our analysis within Modified diffraction model (MDM) has shown that  $0^+_{2-0^+_6}$  states, which were named as possible analogs of the Hoyle state have normal non-increased radii. The next goal is  $^{20}\text{Ne}$ . The root mean square radii of  $^{20}\text{Ne}$  in the short-lived excited states were estimated from the MDM analysis of  $\alpha + ^{20}\text{Ne}$  diffraction scattering. We observed radius enhancement only for the  $K^\pi = 0_1^-$  band members, radii were increased by  $\sim 20\%$ . Moreover, for the  $0^+_{2^+}$  state located above  $\alpha$ -emission threshold increased radius was observed. This result can speak in favor of possible  $\alpha$ -condensate structure of the  $0^+_{2^+}$  state and can be considered as a possible analog of the famous 7.65-MeV  $0^+_{2^+}$  Hoyle state of  $^{12}\text{C}$ . We also analyzed within MDM existing experimental data on alpha-particle scattering on  $^{24}\text{Mg}$  and  $^{28}\text{Si}$  but haven't observed radius enhancement for any of the states. Analysis is still in progress.

# ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ ${}^6\text{Li}$ И ${}^8\text{Li}$ В ПРОЦЕССАХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЕЙТРОНОВ С ЯДРАМИ ${}^7\text{Li}$

Н. Буртебаев<sup>1</sup>, А. С. Демьянова<sup>2\*</sup>, С. Б. Сакута<sup>2</sup>, Маржан Насурлла<sup>1</sup>, Маулен Насурлла<sup>1</sup>,  
В. С. Жданов<sup>1</sup>, Д. К. Алимов<sup>1</sup>, А. Н. Данилов<sup>2</sup>, С. В. Дмитриев<sup>2</sup>, В. И. Старостин<sup>2</sup>,  
Д. А. Исаев<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Институт ядерной физики, 050032 Алматы, Республика Казахстан

<sup>2</sup>НИЦ Курчатовский институт, 123182 Москва, Россия

<sup>3</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, 050040 Алматы, Казахстан

\*email: a.s.demyanova@bk.ru

Первые исследования нейтронного гало привели к открытию совершенно новых ядерных конфигураций. В частности, это утверждение относится к трехчастичным системам вблизи границы стабильности. Самой популярной структурой оказалась так называемая борромияновская структура, в которой каждая пара частиц не образует связанной пары, а вместе они образуют устойчивое ядро. Наряду с борромияновскими структурами обсуждались и те, в которых одна из трех пар была слабосвязанной. Чтобы подчеркнуть разницу, было предложено называть такие конфигурации, «танго-гало». Одним из возможных кандидатов на «танго-гало» выступает  ${}^6\text{Li}$ . Поэтому большой интерес представляет определение радиуса этого нейтрон-протонного гало в  ${}^6\text{Li}$ . Этот же вопрос может возникнуть и при сравнении  ${}^8\text{Li}$  и  ${}^8\text{B}$ . В мультиплете  $A=8$  впервые гало было обнаружено в  ${}^8\text{B}$  по увеличенному квадрупольному моменту. Было показано, что структура этого гало представляет кор  ${}^7\text{Be}$  и валентный протон. Следует отметить, что гало обнаружено вопреки наличию как кулоновского, так и центробежного барьеров. Возникает вопрос о возможности гало в  ${}^8\text{Li}$ . Так, в одной из работ по значению квадрупольного момента для  ${}^8\text{Li}$  говорится о тонкой нейтронной коже вокруг кора  ${}^7\text{Li}$ . Таким образом, остаются открытые вопросы о структуре возбужденных состояний  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^8\text{Li}$ . Поэтому важным остается вопрос накопления новых экспериментальных данных с выходом  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^8\text{Li}$ .

Дифференциальные сечения реакций  ${}^7\text{Li}(d,p){}^8\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}(d,t){}^6\text{Li}$  были измерены на выведенном пучке дейтронов У-150М Института ядерной физики (Алматы, Республика Казахстан) при энергии 14.5 МэВ. В качестве мишени был использован изотоп  ${}^7\text{Li}$  (обогащение  $\approx 90\%$ ). Подложкой служила алундовая пленка. Толщина мишени составляла  $(0.39 \pm 0.03)$  мг/см<sup>2</sup>. Угловые распределения исследуемых ядерных реакций охватывают угловой диапазон от 18° до 128° (лаб). Экспериментальные данные были обработаны в рамках метода связанных каналов. Анализ данных продолжается.

Данное исследование финансируется МНВО РК (Грант № BR20280986 «Комплексные фундаментальные исследования по ядерной и радиационной физике, физике высоких энергий и космических лучей для атомной энергии»).

## STUDY OF STATES IN ${}^6\text{Li}$ AND ${}^8\text{Li}$ IN THE INTERACTIONS OF DEUTERONS WITH ${}^7\text{Li}$ NUCLEI

N. Burtebayev<sup>1</sup>, A. S. Demyanova<sup>2\*</sup>, S. B. Sakuta<sup>2</sup>, Marzhan Nassurlla<sup>1</sup>, Maulen Nassurlla<sup>1</sup>,  
V. S. Zhdanov<sup>1</sup>, D. K. Alimov<sup>1</sup>, A. N. Danilov<sup>2</sup>, S. V. Dmitriev<sup>2</sup>, V. I. Starastsin<sup>2</sup>, D. A. Isaev<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Institute of Nuclear Physics, 050032 Almaty, Republic of Kazakhstan

<sup>2</sup>National Research Centre "Kurchatov Institute", 123182 Moscow, Russia

<sup>3</sup>Al-Farabi Kazakh National University, 050040 Almaty, Republic of Kazakhstan

\*email: a.s.demyanova@bk.ru

The first studies of the neutron halo have led to the discovery of completely new nuclear configurations. In particular, this statement applies to three-particle systems near the stability boundary. The most popular structure turned out to be the so-called Borromean structure, in which each pair of particles does not form a bound pair, but together they form a stable nucleus. Along with Borromean structures, those in which one of the three pairs was weakly bound were also discussed. To

emphasize the difference, these configurations were proposed to be called "tango-halo". One of the possible candidates for a "tango-halo" is  ${}^6\text{Li}$ . Therefore, determining the radius of this neutron-proton halo in  ${}^6\text{Li}$  is of great interest. The same question may arise when comparing  ${}^8\text{Li}$  and  ${}^8\text{B}$ . In the  $A=8$  multiplet, the halo was first discovered in  ${}^8\text{B}$  based on the increased quadrupole moment. It was shown that the structure of this halo consists of a core of  ${}^7\text{Be}$  and a valence proton. It should be noted that the halo was discovered despite the presence of both Coulomb and centrifugal barriers. The question of the possibility of a halo in  ${}^8\text{Li}$  arises. For example, in one of the studies, the value of the quadrupole moment for  ${}^8\text{Li}$  indicates a thin neutron skin around the core of  ${}^7\text{Li}$ . Thus, there are still open questions about the structure of the excited states of  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^8\text{Li}$ . Therefore, the accumulation of new experimental data on  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^8\text{Li}$  remains important.

The differential cross-sections of the reactions  ${}^7\text{Li}(d,p){}^8\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}(d,t){}^6\text{Li}$  were measured using the extracted deuteron beam of U-150M at the Institute of Nuclear Physics (Almaty, Republic of Kazakhstan) at an energy of 14.5 MeV. The isotope  ${}^7\text{Li}$  (enrichment  $\approx 90\%$ ) was used as the target. The substrate was an aluminum film. The thickness of the target was  $(0.39\pm 0.03)$  mg/cm<sup>2</sup>. The angular distributions of the investigated nuclear reactions cover an angular range from 18° to 128° (lab). The experimental data were processed within the framework of the coupled reactions channel method. Data analysis is in progress.

This study is funded by the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. BR20280986 "Comprehensive fundamental research in nuclear and radiation physics, high-energy physics, and cosmic rays for atomic energy").

## КЛАССИФИКАЦИЯ ТОПОЛОГИЙ ПОВЕРХНОСТИ ЯДЕР В РАМКАХ НЕЕВКЛИДОВЫХ ГЕОМЕТРИЙ

**В. В. Дьячков, Ю. А. Зарипова, А. В. Юшков\***

Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики при КазНУ  
им. аль-Фараби, пр. аль-Фараби 71, г. Алматы, Республика Казахстан  
\*yushkovalexv@mail.ru

В поверхности  $\beta_2(N,Z)$  [1–3] установлен целый ряд топологических типов ядер. Теоретически обсуждается проблема нахождения еще неизвестных экзотических форм ядер. Нами используется характеристика Эйлера, в которой множество сечений  $\sigma(\theta)$  определяет расстояния между ними  $\sigma_1(\theta), \sigma_2(\theta) \rightarrow d(\sigma_1(\theta))$  и превращает  $\sigma(\theta)$  в псевдометрическое пространство, которое позволяет сделать необходимый топологический анализ.

Тогда однородность радиального распределения ядерной материи фрагментирует на новые топологические типизации. В настоящей работе предложена классификация ядерной геометрии на семь типов топологической морфологии атомного ядра. Пространственная структура ядер с необходимой точностью экспериментально зондируется с помощью пучков ускоренных легких и тяжелых ионов. Самым чувствительным результатом изучения 3D-распределения ядерной материи с помощью ядерных реакций являются угловые распределения дифференциальных сечений (УРДС) –  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \equiv \sigma(\theta)$ , а самым точным и доминирующим ядерным процессом, указывающим на сложную пространственную морфологию ядра, является реакция упругого рассеяния на ядрах-матрицах и отдельных мультикластерах в условиях ядерной дифракции. В этом случае форма УРДС достаточно сложна и взаимно однозначно отражает всю гамму механизмов упругого рассеяния налетающих ионов с ядром – от разнообразных прямых процессов до реакций с образованием предравновесных и равновесных составных ядер. В настоящей работе по нашим и по мировым базам данных выполнена систематизация УРДС с акцентами на поиск новых топологических типов ядер. В УРДС эти механизмы, в соответствии с необходимыми прицельными параметрами, распределены по углам рассеяния  $\theta$  и демонстрируют нетривиальную структуру и сложное поведение.

## Список литературы

1. Yushkov A. The nuclear-deformation surface  $\beta(Z,N)$  for nuclei with  $Z=2-102$  // ЭЧАЯ. – 1993. Т. 24. Вып. 2. С. 348–408.
2. Юшков А. Форма ядер и ядерные реакции // Изв. АН СССР. 1975. Т.39. С. 1584–1604.
3. Dyachkov V., Yushkov A., et al. Direct experimental detection of spatially localized clusters in nuclei on alpha-particle beams // IJMP-E. 2018. Vol. 27. 1850017.

## CLASSIFICATION OF THE NUCLEAR SURFACE TOPOLOGIES IN THE FRAMEWORK OF NON-EUCLIDAN GEOMETRIES

V. Dyachkov, Yu. Zaripova, A. Yushkov\*

Institute of Experimental and Theoretical Physics al-Farabi KazNU, Almaty, Kazakhstan

\*yushkovalexv@mail.ru

In the surface  $\beta_2(N,Z)$  [1–3], a number of topological types of nuclei have been established. The problem of finding still unknown exotic forms of nuclei is discussed theoretically. We use the Euler characteristic, in which the set of sections  $\sigma(\theta)$  determines the distances between them  $\sigma_1(\theta), \sigma_2(\theta) \rightarrow d(\sigma_i(\theta))$  and turns  $\sigma(\theta)$  into a pseudometric space, which allows us to make the necessary topological analysis.

Then the uniformity of the radial distribution of nuclear matter fragments into new topological typifications. In this paper, we propose a classification of nuclear geometry into seven types of topological morphology of the atomic nucleus. The spatial structure of nuclei is experimentally probed with the required accuracy using beams of accelerated light and heavy ions. The most sensitive result of studying the 3D distribution of nuclear matter using nuclear reactions is the angular distributions of differential cross sections –  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \equiv \sigma(\theta)$ . And the most accurate and dominant nuclear process, indicating the complex spatial morphology of the nucleus, is the reaction of elastic scattering on matrix nuclei and individual multiclusters under conditions of nuclear diffraction. In this case, the shape of the angular distribution of the differential cross sections is quite complex and one-to-one reflects the entire range of mechanisms of elastic scattering of incident ions with a nucleus, from various direct processes to reactions with the formation of preequilibrium and equilibrium compound nuclei. In this paper, using our and world databases, we systematize the angular distributions of differential cross sections with emphasis on the search for new topological types of nuclei. In the angular distributions of differential cross sections, these mechanisms, in accordance with the required impact parameters, are distributed over scattering angles  $\theta$  and exhibit a nontrivial structure and complex behavior.

## References

1. Yushkov A. The nuclear-deformation surface  $\beta(Z,N)$  for nuclei with  $Z=2-102$  // PEPAN. – 1993. – Vol.24. – P. 348-408.
2. Yushkov A. Form of nuclei and nuclear reactions // Izv. ANSSSR. – 1975. – V.39. – P. 1584-1604.
3. Dyachkov V., Yushkov A., et al. Direct experimental detection of spatially localized clusters in nuclei on alpha-particle beams // IJMP-E. – 2018. – Vol. 27. – 1850017.

## «НОЕВ КОВЧЕГ» ДЛЯ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

**В. В. Дьячков, Ю. А. Зарипова А. В. Юшков**

НИИ экспериментальной и теоретической физики при КазНУ им. аль-Фараби, Алматы,  
Республика Казахстан  
\*yushkovalexv@mail.ru

В рамках риманово-лобачевской неевклидовой геометрии найден фундаментальный принцип, ограничивающий связанные состояния ядер (атомов) химических элементов. Впервые найдены четыре «линии связности» [1], названные нами следующим образом: Z-линия, N-линия, Cr-линия и E-линия, проведенные со стороны протонов, нейтронов, границы менделеевской таблицы и максимально предельной энергии возбуждения ядер (уровня Ферми), соответственно.

Особенно наглядно видны принципиальные границы связности ядер (атомов) в ряду изотопических цепочек, построенные на наших и на мировых базах данных [2], на основе фундаментальных значений на концах этих цепочек по  $Z_{\text{гран}}$ ,  $N_{\text{гран}}$ ,  $Cr_{\text{гран}}$  и  $E_{\text{гран}}$ . Эти граничные значения вычисляются с помощью римановой кривизны  $\varkappa$ , полученной в рамках римановой геометрии в тензорном формализме [3]:  $\varkappa = 1/\rho^2$ , где  $\rho$  – радиус римановой кривизны. При устремлении кривизны  $\varkappa$  к нулю  $\varkappa \rightarrow 0$  эллипсоидальные геодезические размыкаются, что и означает окончание связанных состояний нуклонно-кластерной субстанции ядер, а с ней и менделеевской таблицы. Таким образом, нами решена и стародавняя фундаментальная проблема о бесконечности Вселенной: и она, увы, конечна.

Второй новый результат настоящей работы состоит в открытии нами нового **параболического закона** для изменения радиусов ядер  $R_{Z_{\text{const}}}$  вдоль изотопической цепочки

$$R_{Z_{\text{const}}} = \eta(2N)^2.$$

В результате все расширяющийся ряд изотопов, начиная от водорода и заканчивая ураном и плутонием, легко вписывается в аллегорию «ноева ковчега», спасающего разумную, биологическую и естественную жизни от распадов среди бушующего океана хаоса и неопределенности. «Ребрами жесткости» ковчега, как раз, и служат изотопические ряды радиусов, удельных энергий связи и других параметров ZN-матрицы существующих ядер.

### Список литературы:

1. Yushkov A. V. The nuclear-deformation surface  $\beta(Z,N)$  for nuclei with  $Z=2-102$ // Fiz. Elem. Chastits At. Yadra 24, 348-408 (March-April 1993); ЭЧАЯ, 1993, т.24, вып.2, 348-408.
2. National Nuclear Data Center <https://www.nndc.bnl.gov/>
3. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: КРАСАНД, 2014. – 336 с.

## "NOAH'S ARK" FOR CHEMICAL ELEMENTS

**A. Yushkov\*, V. Dyachkov, Yu. Zaripova**

Institute of Experimental and Theoretical Physics al-Farabi KazNU, Almaty, Kazakhstan  
\*yushkovalexv@mail.ru

Within the framework of Riemannian-Lobachevsky non-Euclidean geometries, a fundamental principle was found that limits the bound states of nuclei (atoms) of chemical elements. For the first time, four “connection lines” [1] were found, which we named as follows: Z-line, N-line, Cr-line and E-line, drawn from the side of protons, neutrons, the boundary of the periodic table and the maximum limiting nuclear excitation energy (level Fermi), respectively.

Especially clearly visible are the fundamental boundaries of the connectivity of nuclei (atoms) in a series of isotopic chains, constructed on our and world databases [2], based on the fundamental values at the ends of these chains for  $Z_{\text{grand}}$ ,  $N_{\text{grand}}$ ,  $C_{\text{grand}}$  and  $E_{\text{grand}}$ . These boundary values are calculated using the Riemannian curvature  $\varkappa$  obtained in the framework of Riemannian geometry in the tensor formalism [3]:  $\varkappa = 1/\rho^2$ , where  $\rho$  is the radius of the Riemannian curvature. As the curvature  $\varkappa$  tends to zero  $\varkappa \rightarrow 0$ , the ellipsoidal geodesics open, which means the end of the bound states of the nucleon-cluster substance of the nuclei, and with it the periodic table. Thus, we have also solved the ancient fundamental problem of the infinity of the Universe: and, alas, it is finite.

The second new result of this work is the discovery by us of a new parabolic law for the variation of the nuclear radii  $R_{Z\text{const}}$  along the isotopic chain

$$R_{Z\text{const}} = \eta(2N)^2.$$

As a result, the ever-expanding range of isotopes, ranging from hydrogen to uranium and plutonium, easily fits into the allegory of the "Noah's Ark", saving intelligent, biological and natural life from decay in the midst of a raging ocean of chaos and uncertainty. The "stiffening ribs" of the ark, just, are the isotopic series of radii, specific binding energies and other parameters of the ZN-matrix of existing nuclei.

## References

1. Yushkov A. V. The nuclear-deformation surface  $\beta(Z,N)$  for nuclei with  $Z=2-102$ // Fiz. Elem. Chastits At. Yadra 24, 348-408 (March-April 1993); ЭЧАЯ, 1993, т.24, вып.2, 348-408.
2. National Nuclear Data Center <https://www.nndc.bnl.gov/>
3. Rashevsky P. Riemannian geometry and tensor analysis. – М.: KRASAND, 2014. – 336 p.

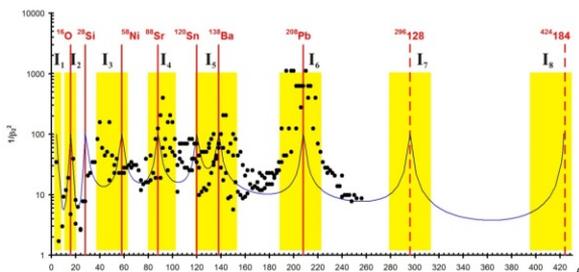
## ОБОСНОВАНИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ ВОСЬМИ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ «ОСТРОВОВ СТАБИЛЬНОСТИ» В НОВОЙ ПАРАДИГМЕ КЛАСТЕРИЗАЦИИ-КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ЯДЕР

**В. В. Дьячков, Ю. А. Зарипова, А. В. Юшков\***

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Республика Казахстан  
\*yushkovalexv@mail.ru

Экспериментально установленное квазикристаллическое строение ядер [1, 2] или «ядер-снежинок» позволяет распространить на физику ядер известные в классической кристаллографии законы и закономерности, в частности, знаменитую теорему академика Белова [3]. 2D-проекция энергии связи для всей ZN-матрицы выявляет закономерность: экстремумы  $\varepsilon = \varepsilon(Z,N)$  совпадают с магическими ядерными числами  $Z, N = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$  (прогноз),  $184$  (прогноз). Этим рисунком вскрывается **физическая сущность магических чисел** – это максимально плотные упаковки в объеме ядер нуклонов и нуклонных ассоциаций.

Предсказываем локализацию положения 7-го ( $I_7$ ) и 8-го ( $I_8$ ) «Островов стабильности»: 7-й будет обнаружен при  $Z = 126-128$ , а 8-й при  $Z = 184$ . В настоящей работе мы даем идею экспериментального достижения 7-го и 8-го островов путем построения нового типа ускорителя – 2-х пучкового тяжелоионного коллайдера для устранения бесполезной траты энергии на движение центра масс составной системы. Малое сечение таких столкновений планируется преодолеть путем организации встречи 2-х



пучков гадолиния (для  $I_7$ ) в межплоскостном пространстве охлаждаемого ориентированного монокристалла из тантала или вольфрама и двух пучков урана (для  $I_8$ ).

За пределами  $Z = 184$  римановы эллиптические геодезические внутриядерные траектории размыкаются, что означает фундаментальный результат – окончательность менделеевской таблицы: экспериментальные данные по радиусам тяжелых ядер показывают, что уже для ядра  $^{208}\text{Pb}$  кривизна риманова пространства  $\varkappa$  устремлена к нулю и составляет значение  $\varkappa = 0,01$ .

### Список литературы:

1. Юшков А. В. Поверхность  $\beta(Z,N)$  ядерной деформации для ядер с  $Z = 2-102$  // ЭЧАЯ. 1993. Т.24, Вып. 2. С. 348–408.
2. N. D. Cook. Models of the Atomic Nucleus. – London-New York: Springer, 2010. – 300 p.
3. Белов Н. В. Структура ионных кристаллов и металлических фаз. – М.: АН СССР, 1947. 235 с.

## JUSTIFICATION OF THE EXISTENCE OF EIGHT FUNDAMENTAL "ISLANDS OF STABILITY" IN THE NEW NUCLEAR CLUSTERING-CRYSTALLIZATION PARADIGM

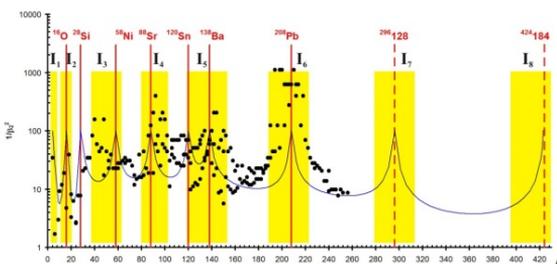
V. Dyachkov, Yu. Zaripova, A. Yushkov\*

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

\*yushkovalexv@mail.ru

The experimentally established quasi-crystalline structure of nuclei [1, 2] or “snowflake nuclei” makes it possible to extend the laws and regularities known in classical crystallography to nuclear physics, in particular, the famous theorem of Academician Belov [3]. The 2D projection of the binding energy for the entire  $ZN$  matrix reveals a regularity: the extremes  $\varepsilon = \varepsilon(Z,N)$  coincide with the nuclear magic numbers  $Z, N = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$  (forecast),  $184$  (forecast). This figure reveals the physical essence of magic numbers - these are the densest packings in the volume of nuclei of nucleons and nucleon associations.

We predict the localization of the position of the 7<sup>th</sup> ( $I_7$ ) and 8<sup>th</sup> ( $I_8$ ) "Islands of Stability": the 7<sup>th</sup> one will be found at  $Z = 126-128$ , and the 8<sup>th</sup> at  $Z = 184$ . In this paper, we give the idea of an experimental achievement 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> islands by



building a new type of accelerator - a 2-beam heavy ion collider to eliminate the waste of energy on the movement of the center of mass of the composite system. It is planned to overcome the small cross section of such collisions by organizing the meeting of 2 gadolinium beams (for  $I_7$ ) in the interplanar space of a cooled oriented tantalum or tungsten single crystal and two uranium beams (for  $I_8$ ).

Beyond  $Z = 184$ , Riemannian elliptical geodesic intranuclear trajectories open, which means a fundamental result – the end of the periodic table: experimental data on the radii of heavy nuclei show that already for the  $^{208}\text{Pb}$  nucleus, the curvature of the Riemannian space  $\varkappa$  tends to zero and amounts to  $\varkappa = 0.01$ .

### References

1. Yushkov A. Surface  $\beta(Z,N)$  of nuclear deformation for nuclei with  $Z=2-102$  // PEPAN. – 1993. – Vol. 24, Issue 2. – P. 348–408.
2. N. D. Cook. Models of the Atomic Nucleus. – London-New York: Springer, 2010. – 300 p.
3. Belov N. Structure of ionic crystals and metallic phases. – М.: АН СССР, 1947. – 235 p.

# ЧЕТЫРЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ГРАНИЦЫ СУЩЕСТВОВАНИЯ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР

В. В. Дьячков<sup>1</sup>, М. Г. Иткис<sup>2</sup>, Ю. А. Зарипова<sup>1</sup> А. В. Юшков<sup>1,\*</sup>,

<sup>1</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Лаборатория ядерных реакций им. Флерова Г.Н., 141980 Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6

\*yushkovalexv@mail.ru

В работе на основе геометрий Римана и Лобачевского доказывается, что менделеевская таблица и ZN-матрица ядер конечны. Рассмотрены фундаментальные границы существования в них [1–3].

Реальность **N-границы** провозглашается впервые на базе открытой авторами новой ядерной физики – «Римановой ядерной физики». Идея состоит в том, что в разомкнутых геодезических система не может иметь связанных состояний [1, 2]. А в нейтронно-избыточных ядрах геодезические риманова типа (эллиптические) переходят в евклидовы при увеличении радиуса, что происходит автоматически при изменении массы ядра по закону  $A^{1/3}$  и связи кривизны риманова пространства с радиусом кривизны.

**Z-граница** формируется протонами, в пределе это просто «протонная звезда». Однако Z-граница достигается значительно раньше за счет удивительного феномена – роста радиуса нейтронно-дефицитных ядер при кулоновском расталкивании протонов. Такой «пузырчатый механизм» существования экзотических ядер впервые был подмечен Ю. Ц. Оганесяном.

**Sh-граница** формируется за счет двух механизмов – тривиальным ростом радиусов супертяжелых ядер и размыкания геодезической; существованием у этих ядер фазового состояния оганесяновских «снежинок» – твердотельной модели ядра.

**E<sub>F</sub>-граница** формируется за счет эмпирической зависимости максимальных энергий возбуждения от массового числа изотопов. Систематика таких значений показывает асимптотическую константу, что позволяет сделать вывод о существовании E<sub>F</sub>-границы.

Подводя итоги можно утверждать, что в нашей части Вселенной все химические элементы заключены в ограниченный фазовый объем, который мы условно назовем “VitroLife”.

## Список литературы

1. Юшков А. В. Поверхность  $\beta_2(Z, N)$  ядерной деформации для ядер с  $Z = 2 - 102$  // ЭЧАЯ. 1993. Т.24, Вып. 2. С. 348–408.
2. Белов Н. В. Структура ионных кристаллов и металлических фаз. – М.: АН СССР, 1947. 235 с.
3. Norman D. Cook. Models of the Atomic Nucleus. –London-New York: Springer, 2010. – 310 p.

## FOUR FUNDAMENTAL LIMITS FOR THE EXISTENCE OF BOUND STATES OF NUCLEI

M. Itkis<sup>2</sup>, V. Dyachkov<sup>1</sup>, Yu. Zaripova<sup>1</sup> A. Yushkov<sup>1,\*</sup>,

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia

\*yushkovalexv@mail.ru

In this paper, based on the geometries of Riemann and Lobachevsky, it is proved that the periodic table and the ZN-matrix of nuclei are finite. The fundamental boundaries of existence in them are considered [1–3].

The reality of the **N-boundary** is proclaimed for the first time on the basis of a new nuclear physics discovered by the authors - "Riemannian nuclear physics". The idea is that in open geodesics

the system cannot have bound states [1, 2]. And in neutron-rich nuclei, Riemannian-type (elliptic) geodesics turn into Euclidean ones with an increase in radius, which occurs automatically with a change in the mass of the nucleus according to the  $A^{1/3}$  law and the connection between the curvature of the Riemannian space and the radius of curvature.

The **Z-boundary** is formed by protons, in the limit it is just a "proton star". However, the Z-boundary is reached much earlier due to an amazing phenomenon - an increase in the radius of neutron-deficient nuclei during the Coulomb repulsion of protons. Such a "bubble mechanism" of the existence of exotic nuclei was first noticed by Yu.Ts. Oganessian.

The **Ch-boundary** is formed due to two mechanisms: the trivial growth of the radii of superheavy nuclei and the opening of the geodesic; the existence in these nuclei of the phase state of Oganessian's "snowflakes" - a solid-state model of the nucleus.

The **E<sub>F</sub>-boundary** is formed due to the empirical dependence of the maximum excitation energies on the mass number of isotopes. The systematics of such values shows an asymptotic constant, which allows us to conclude that there is an E<sub>F</sub>-boundary.

Summing up the results, it can be argued that in our part of the Universe, all chemical elements are enclosed in a limited phase volume, which we will conditionally call "VitroLife".

### References

1. Yushkov A. Surface  $\beta(Z,N)$  of nuclear deformation for nuclei with  $Z=2-102$  // PEPAN. – 1993. Vol. 24, Issue 2. P. 348–408.
2. Belov N. Structure of ionic crystals and metallic phases. – M.: AN SSSR, 1947. – 235 p.
3. Norman D. Cook. Models of the Atomic Nucleus. – London-New York: Springer, 2010. – 310 p.

### ТРИНЕЙТРОН В ПОДХОДЕ SS-HORSE–NCSM

М. К. Ефименко<sup>1</sup>, И. А. Мазур<sup>2</sup>, А. М. Широков<sup>3</sup>, А. И. Мазур<sup>1</sup>,  
В. А. Куликов<sup>3</sup>, И. Дж. Шин<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия;

<sup>2</sup>Center for Exotic Nuclear Studies, Institute for Basic Science, Daejeon, Republic of Korea;

<sup>3</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96

<sup>4</sup>Rare Isotope Science Project, Institute for Basic Science, Daejeon, Republic of Korea;  
E-mail: welna@pnu.edu.ru

Изучение ядерных систем, состоящих только из нейтронов, является актуальной задачей ядерной физики. Интерес к таким системам возрос после экспериментальных работ [1, 2] и теоретических расчетов, основанных на реалистических NN-взаимодействиях (см., например, [3–5]), в которых было получено указание на существование резонансного состояния в системе четырех нейтронов (тетранейтрон).

Мы предлагаем обобщение метода SS-HORSE [6] на случай демократических распадов на нечетное число частиц и его применение для анализа резонанса в системе трех нейтронов (тринейтрон) на основе расчетов в NCSM (No-Core Shell Model) [7] с различными реалистическими NN-взаимодействиями.

«Мягкие» взаимодействия (Daejeon16, JISP16 и SRG-регуляризованное взаимодействие Idaho N<sup>3</sup>LO [8]) дают близкие положения полюсов S-матрицы с энергией резонанса от 0,4 до 0,7 МэВ и шириной от 0,9 до 1,2 МэВ, а исходное взаимодействие Idaho N<sup>3</sup>LO приводит к резонансному состоянию с энергией около 0,2 МэВ и шириной около 0,5 МэВ. Энергия резонанса тринейтрона, полученного с «мягкими» взаимодействиями, примерно в два раза меньше, чем приведенная в работах [4, 5], а ширина сравнима с результатом работы [5].

## Список литературы

1. M. Duer et al., *Nature* **606**, 678 (2022).
2. K. Kisamori et al., *Phys. Rev. Lett.* **116**, 052501 (2016).
3. A. M. Shirokov et al., *Phys. Rev. Lett.* **117**, 182502 (2016).
4. S. Gandolfi et al., *Phys. Rev. Lett.* **118**, 232501 (2017).
5. J. G. Li et al., *Phys. Rev. C* **100**, 054313 (2019).
6. A. M. Shirokov et al., *Phys. Rev. C* **94**, 064320 (2016).
7. B. R. Barrett, P. Navrátil, J. P. Vary, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **69**, 131 (2013).
8. R. Machleidt and D. R. Entem, *Phys. Rep.* **503**, 1 (2011).

### TRINEUTRON IN THE SS-HORSE–NCSM APPROACH

M. K. Efimenko<sup>1</sup>, I. A. Mazur<sup>2</sup>, A. M. Shirokov<sup>3</sup>, A. I. Mazur<sup>1</sup>,  
V. A. Kulikov<sup>3</sup>, I. J. Shin<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Pacific National University, Khabarovsk, Russia;

<sup>2</sup>Center for Exotic Nuclear Studies, Institute for Basic Science, Daejeon, Republic of Korea;

<sup>3</sup>Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,

1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,

Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96;

<sup>4</sup>Rare Isotope Science Project, Institute for Basic Science, Daejeon, Republic of Korea;

E-mail: welna@pnu.edu.ru

The study of nuclear systems consisting of neutrons only is a timely problem in nuclear physics. Interest to these systems is supported by experimental results [1, 2] and theoretical calculations based on realistic NN interactions (see, e. g., Refs. [3–5]) advocating the existence of a resonant state in a system of four neutrons (tetra-neutron).

We present a generalization of the Single-State HORSE method [6] to the case of democratic decays into an odd number of particles and suggest its application in combination with the ab initio No-Core Shell Model [7] to the analysis with various realistic NN interactions of a resonance in a system of three neutrons (trineutron).

“Soft” NN interactions (Daejeon16, JISP16, and the SRG-evolved chiral Idaho N3LO [8]) yield close locations of the S-matrix poles corresponding to resonance energies ranging from 0.4 MeV to 0.7 MeV and widths ranging from 0.9 MeV to 1.2 MeV. Meanwhile, the original Idaho N3LO interaction leads to a resonant state with an energy of about 0.2 MeV and a width of about 0.5 MeV. The trineutron resonance energy obtained with “soft” interactions is approximately two times smaller than that proposed in Refs. [4,5], while the width is comparable to the result of Ref. [5].

### References

1. M. Duer et al., *Nature* **606**, 678 (2022).
2. K. Kisamori et al., *Phys. Rev. Lett.* **116**, 052501 (2016).
3. A. M. Shirokov et al., *Phys. Rev. Lett.* **117**, 182502 (2016).
4. S. Gandolfi et al., *Phys. Rev. Lett.* **118**, 232501 (2017).
5. J. G. Li et al., *Phys. Rev. C* **100**, 054313 (2019).
6. A. M. Shirokov et al., *Phys. Rev. C* **94**, 064320 (2016).
7. B. R. Barrett, P. Navrátil, J. P. Vary, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **69**, 131 (2013).
8. R. Machleidt and D. R. Entem, *Phys. Rep.* **503**, 1 (2011).

# МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИРАСТ-ПОЛОСЫ В $^{248}\text{Cm}$

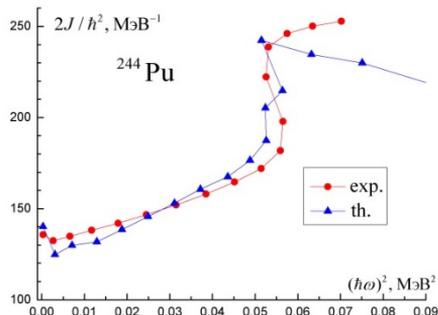
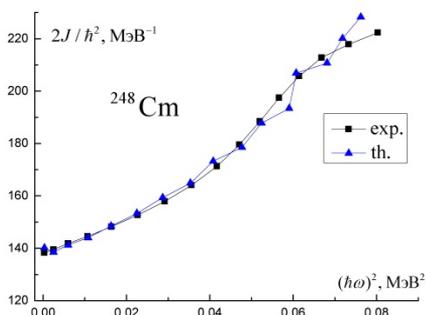
А. Д. Ефимов<sup>1,2</sup>, И. Н. Изосимов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова.

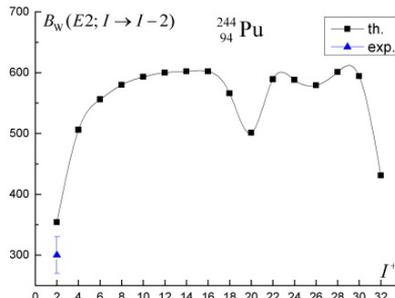
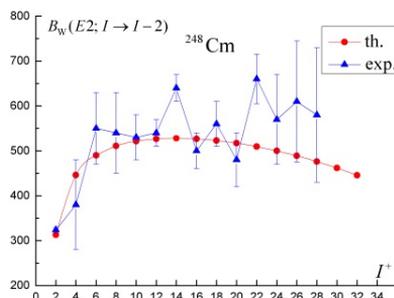
<sup>2</sup>ФТИ им. А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия.

<sup>3</sup>141980 Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6  
E-mail: efimov98@mail.ru

Для выявления причины отсутствия обратного изгиба в тяжелых ядрах с  $Z > 92$ , за исключением единственного  $^{244}\text{Pu}$ , были проведены сравнительные расчеты в ираст-полосах в  $^{248}\text{Cm}$  и  $^{244}\text{Pu}$ . Обратный изгиб момента инерции от квадрата частоты не наблюдается в  $^{248}\text{Cm}$ , но известны значения  $B(E2)$  с состояний до  $I^\pi = 28^+$ . В ядре  $^{244}\text{Pu}$ , наоборот, отчетливо проявляется явление обратного загиба. Расчеты проводились в рамках расширенной микроскопической версии МВБ1 [1], где, кроме d-бозонов, использовались,  $b_J$ -бозоны с  $J^\pi \leq 14^+$ . Гамильтониан теории в схематичном виде определяется как  $H = H_{\text{IBM1}} + \sum(\omega_i + E_0^{(b)})b_i^+ b_i + V(b, d)$  и все его параметры, кроме  $E_0^{(b)}$ , вычислялись микроскопически.  $E_0^{(b)}$  есть избыток энергий всех коллективных состояний, определяемых  $H_{\text{IBM1}}$  при наличии хотя бы одного  $b_J$ -бозона. Зависимость эффективного момента инерции для двух ядер показана на соответствующих рисунках.



Значения  $B(E2)$  вдоль ираст-полос приведены на следующих рисунках. Если для Cm параметр  $E_0^{(b)} = 1.9$  МэВ, то для Pu он равен  $-0.7$ . Видно, что при наличии пересечения полос в Pu, которое следует из зависимости  $J(\omega^2)$ , значения  $B(E2)$  дают аномалию, но не настолько большую, чтобы эту аномалию можно было идентифицировать с точностью 10 % от экспериментальных значений. В этом случае единственным критерием факта пересечения полос является поведение  $J(\omega^2)$ .



## Список литературы

1. A. D. Efimov, Phys. At. Nucl. 83, 651 (2020).

### MICROSCOPIC DESCRIPTION OF THE YRAST BAND $^{248}\text{Cm}$

A. D. Efimov<sup>1,2</sup>, I. N. Izosimov<sup>3</sup>

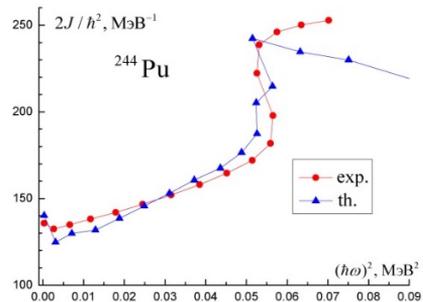
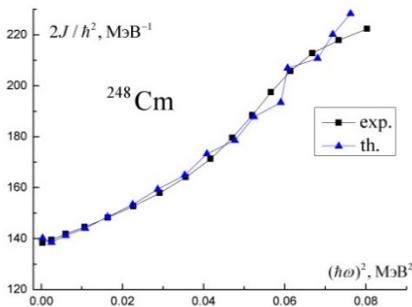
<sup>1</sup>Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, St.-Petersburg, Russia;

<sup>2</sup>Ioffe Physical-Technical Institute, Russian Academy of Sciences, St.-Petersburg, Russia;

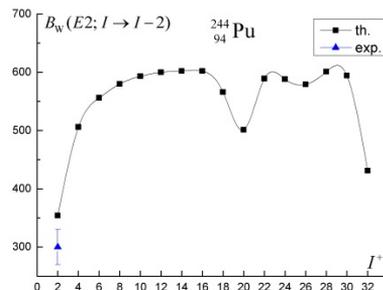
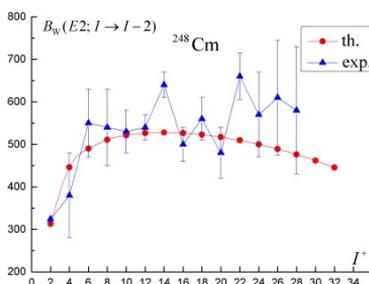
<sup>3</sup>Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia

E-mail: efimov98@mail.ru

To identify the reason for the absence of backbending in heavy nuclei with  $Z > 92$  the exception of the only  $^{244}\text{Pu}$ , comparative calculations were made in yrast bands in  $^{248}\text{Cm}$  and  $^{244}\text{Pu}$ . Backbending is not observed in  $^{248}\text{Cm}$ , but values  $B(E2)$  are known up to states up to  $I^\pi = 28^+$ . In the nucleus  $^{244}\text{Pu}$ , on the contrary, backbending is clearly manifested. The calculations were carried out within the framework of the extended microscopic version of IBM1 [1], where, in addition to d-bosons,  $b_j$ -bosons with  $J^\pi \leq 14^+$ . The Hamiltonian of the theory in a schematic form is defined as  $H = H_{\text{IBM1}} + \Sigma(\omega_i + E_0^{(b)})b_i^+ b_i + V(b, d)$  and all its parameters, except for  $E_0^{(b)}$ , were calculated microscopically.  $E_0^{(b)}$  is the excess of the energies of all collective states determined  $H_{\text{IBM1}}$  in the presence of at least one  $b_j$ -boson. The dependence of the effective moment of inertia for two nuclei is shown in the corresponding figures.



The values of  $B(E2)$  along the yrast bands are given in the following figures. If for Cm the parameter  $E_0^{(b)} = 1.9$  MeV, then for Pu it is  $-0.7$ . It can be seen that in the presence of band crossing in Pu, which follows from the dependence  $J(\omega^2)$ , the  $B(E2)$  values give an anomaly, but not so large that this anomaly could be identified at an accuracy level of 10 % of the experimental  $B(E2)$  values. In this case, the only criterion for the fact of crossing the bands is the behavior of the  $J(\omega^2)$ .



## References

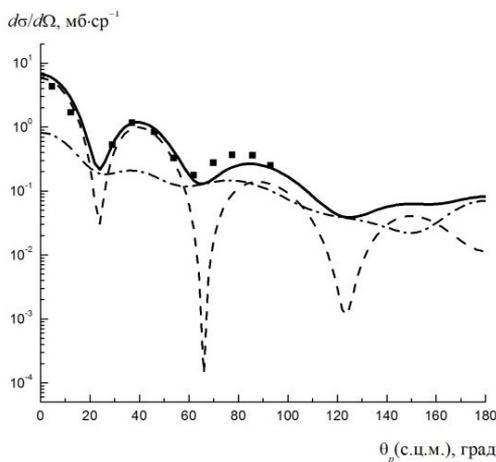
1. A. D. Efimov, Phys. At. Nucl. 83, 651 (2020).

### ДВУХНЕЙТРОННАЯ ПЕРИФЕРИЯ ЯДРА $^{14}\text{C}(\text{g. s.})$

Л. И. Галанина, Н. С. Зеленская

Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991 ГСП-1 Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96  
E-mail: ns-zelenskaya@yandex.ru

Ядро  $^{14}\text{C}$  имеет два избыточных нейтрона в  $1p_{1/2}$ -оболочке над кором  $^{12}\text{C}$ , что допускает существование протяженной нейтронной периферии этого ядра как в динейтронной, так и в сигарообразной (с одним нейтроном в каждом плече) конфигурации. Поскольку динейтрон и нейтроны в  $^{14}\text{C}$  достаточно сильно связаны с кором  $^{12}\text{C}$ , а среднеквадратичные радиусы изотопов  $^{12,14}\text{C}$  практически совпадают между собой и равны 2.45 Фм [1], существование такой периферии в  $^{14}\text{C}(\text{g. s.})$  неочевидно. Нами выполнено исследование нейтронной периферии ядра  $^{14}\text{C}(\text{g. s.})$ , проявляющееся в реакции  $^{12}\text{C}(t,p)^{14}\text{C}(\text{g. s.})$  с  $E_t \approx 20$  МэВ. На рисунке представлено



расчитанное с учетом механизмов срыва динейтрона и независимой передачи нейтронов дифференциальное сечение реакции (сплошная кривая), которое согласуется с экспериментальным [2].

Как видно из рисунка, при углах вылета протона  $\theta_p < 50^\circ$  основной вклад в сечение вносит механизм срыва динейтрона (штрих). При увеличении  $\theta_p$  заметен вклад механизма независимой передачи нейтрона (штрих-пунктир). Полученное согласие позволило определить параметры волновых функций относительного движения динейтрона (обоих нейтронов) и кора  $^{12}\text{C}$  и рассчитать  $\langle L_i \rangle$  – размеры нейтронной периферии в обеих конфигурациях:  $\langle L_{nn} \rangle = 2.754$  Фм,  $\langle L_{1,2} \rangle =$

$= 3.26$  Фм, так что динейтронная периферия в  $^{14}\text{C}(\text{g. s.})$  проявляется слабо. Протяженная однонейтронная «кожа» в сигарообразной конфигурации определяет двухнейтронную периферию в  $^{14}\text{C}(\text{g. s.})$ .

### Список литературы

1. A. V. Dobrovolsky, G. A. Korolev, S. Tang, G.D. Alkhalov, arXiv:2101.10687v1 [nucl-ex]. 2021.
2. H. T. Fortune, G.S. Stephans, Phys. Rev. C **25**, 1 (1982).

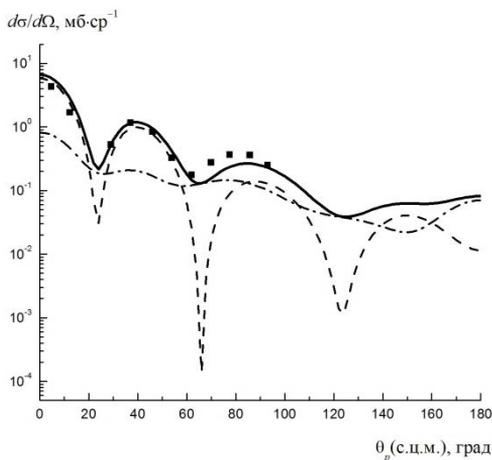
# TWO-NEUTRON PERIPHERY OF THE $^{14}\text{C}(\text{g. s.})$ NUCLEUS

L. I. Galanina, N. S. Zelenskaya

Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,  
Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96  
E-mail: ns-zelenskaya@yandex.ru

The  $^{14}\text{C}$  nucleus has two excess neutrons in the  $1p_{1/2}$  shell above the  $^{12}\text{C}$  core, which allows the existence of an extended neutron periphery of this nucleus in both dineutron and cigar-shaped (with one neutron in each arm) configurations. Since the dineutron and neutrons in  $^{14}\text{C}$  are quite strongly bound with  $^{12}\text{C}$  core and the root-mean-square radii of  $^{12,14}\text{C}$  isotopes practically coincide with each other and are equal to 2.45 fm [1], the existence of such a periphery in  $^{14}\text{C}(\text{g. s.})$  is not obvious. We have studied the neutron periphery of the  $^{14}\text{C}(\text{g.s.})$  nucleus, which manifests itself in the  $^{12}\text{C}(\text{t,p})^{14}\text{C}(\text{g. s.})$  reaction at  $E_t \approx 20$  MeV. The figure shows the reaction differential cross section (solid curve) calculated with taking into account the mechanisms of dineutron strip and independent neutron transfer, which agrees with the experimental one [2].

As can be seen from the figure, at proton emission angles  $\theta_p < 50^\circ$ , the main contribution to the cross section is made by the dineutron stripping mechanism (dashed line). With an increase in  $\theta_p$ , the contribution of the independent neutron transfer mechanism is noticeable (dash-dotted line). The obtained agreement made it possible to determine the parameters of the wave functions of the relative



motion of the dineutron (both neutrons) and the  $^{12}\text{C}$  core and calculate the sizes of the neutron periphery in both configurations:  $\langle L_{nn} \rangle = 2.754$  fm,  $\langle L_{1,2} \rangle = 3.26$  fm, so that the dineutron periphery in  $^{14}\text{C}(\text{g. s.})$  manifests itself weakly. An extended one-neutron "skin" in a cigar-shaped configuration determines the two-neutron periphery in  $^{14}\text{C}(\text{g. s.})$ .

## References

1. A.V. Dobrovolsky, G. A. Korolev, S. Tang, G.D. Alkhazov, arXiv:2101.10687v1 [nucl-ex]. 2021.
2. H. T. Fortune, G. S. Stephans, Phys. Rev. C **25**, 1 (1982).

## ОСОБЕННОСТИ БЕТА-РАСПАДА ЭКЗОТИЧЕСКИХ ЯДЕР И К-ИЗОМЕРОВ

И. Н. Изосимов

141980 Объединенный институт ядерных исследований,  
г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6  
e-mail: izosimov@jinr.ru

Вероятность  $\beta$ -перехода на уровень дочернего ядра с энергией возбуждения  $E$  пропорциональна [1] произведению функции Ферми  $f(Q_\beta - E)$ , описывающей лептонную часть, и силовой функции  $S_\beta(E)$   $\beta$ -распада, описывающей нуклонную часть. При энергии возбуждения  $E$  меньше полной энергии  $\beta$ -распада  $Q_\beta$ ,  $S_\beta(E)$  определяет характеристики  $\beta$ -распада. Для энергий возбуждения  $E > Q_\beta$ ,  $S_\beta(E)$  определяет сечение зарядово-обменных реакций [1–3].

Как было показано в работах [2–5], методы ядерной спектроскопии с высоким разрешением по энергии дали однозначное доказательство резонансной структуры  $S_\beta(E)$  для  $\beta$ -переходов типа Гамова-Теллера (GT) и для  $\beta$ -переходов первого порядка запрета (FF)

в сферических, деформированных и переходных ядрах. В работах [3-6] продемонстрировано наличие расщепления пиков  $S_{\beta}(E)$  на два компонента для GT  $\beta^+/\text{EC}$ -распада в деформированных ядрах. Резонансная структура  $S_{\beta}(E)$  для  $\beta$ -распада гало ядер проанализирована в [7-9].

Деление и альфа распад изомеров с большим спином довольно сильно заторможены, в то же время при  $\beta$ -распаде таких изомеров в дочернем ядре могут заселяться соответствующие уровни с высоким спином вблизи ираст-полосы [10]. Далее, после нескольких  $\gamma$ -переходов, заселяются уровни ираст-полосы. Энергия уровней ираст-полосы может быть рассчитана с использованием ряда модельных подходов и экстраполяций [11, 12]. Подобные оценки энергий уровней ираст-полосы крайне полезны при планировании и проведении экспериментов по исследованию  $\beta$ -распада, особенно в области тяжелых и сверхтяжелых ядер [12].

В представленном докладе анализируется тонкая структура резонансов  $S_{\beta}(E)$ . Обсуждаются резонансная структура  $S_{\beta}(E)$  для GT и FF  $\beta$ -распадов, структура  $S_{\beta}(E)$  для гало ядер, перенормировка константы [9] аксиально-векторного слабого взаимодействия  $g_A^{\text{eff}}$ , расщепление пиков  $S_{\beta}(E)$  в деформированных ядрах, связанное с анизотропией колебаний протонных дырок относительно нейтронов (резонансы в  $S_{\beta}(E)$  для GT  $\beta^+/\text{EC}$ -распада) или протонов относительно нейтронных дырок (резонансы в  $S_{\beta}(E)$  для GT  $\beta^-$ -распада), структура  $S_{\beta}(E)$  для  $\beta$ -распада высоко-спиновых изомеров (K-изомеров) [10].

### Список литературы

1. Yu. V. Naumov, A. A. Bykov, I. N. Izosimov, *Sov. J. Part. Nucl.*, **14**,175(1983). <https://www.researchgate.net/publication/233832321>
2. I. N. Izosimov, *Physics of Particles and Nuclei*, **30**,131(1999). <https://www.researchgate.net/publication/259820759>
3. I. N. Izosimov, et al, *Phys. Part. Nucl.*, **42**,1804(2011). DOI:10.1134/S1063779611060049
4. I. N. Izosimov, et al, *Phys. At. Nucl.*, **75**,1324(2012). DOI: 10.1134/S1063778812110099
5. I. N. Izosimov, et al, *Phys. Part. Nucl. Lett.*, **15**,298(2018). DOI:10.1134/S1547477118030081
6. I. N. Izosimov, et al, *JPS Conf. Proc.*, **23**,013004 (2018). DOI: 10.7566/JPSCP.23.013004
7. I. N. Izosimov, *JPS Conf. Proc.*, **23**,013005 (2018). DOI: 10.7566/JPSCP.23.013005
8. I. N. Izosimov, *Phys. Part. Nucl. Lett.*, **15**,621(2018). DOI:10.1134/S1547477118060092
9. I. N. Izosimov, *Phys. Part. Nucl. Lett.*, **16**,754(2019). DOI:10.1134/S1547477119060207
10. A. D. Efimov, I. N. Izosimov, *Phys. At. Nucl.*, **84**,408(2021). DOI:10.1134/S1063778821040116
11. A. D. Efimov, I. N. Izosimov, *Phys. At. Nucl.* (2023, in press); JINR Preprint P4-2022-50, (JINR, Dubna, 2022).
12. A. D. Efimov, I. N. Izosimov, *Phys. Part. and Nucl. Lett.*, **18**,658(2021). DOI: 10.1134/S1547477121060066; JINR Preprint E6-2022-19, (JINR, Dubna, 2022).

## FEATURES OF BETA DECAY OF EXOTIC NUCLEI AND K-ISOMERS

I. N. Izosimov

Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia  
e-mail: izosimov@jinr.ru

The probability of the  $\beta$ -transition to the nuclear level with excitation energy  $E$  is proportional [1] to the product of the lepton part described by the Fermi function  $f(Q_{\beta} - E)$  and the nucleon part described by the  $\beta$ -decay strength function  $S_{\beta}(E)$ . At excitation energies  $E$  smaller than  $Q_{\beta}$  (total  $\beta$ -decay energy),  $S_{\beta}(E)$  determines the characters of the  $\beta$ -decay. For higher excitation energies that cannot be reached with the  $\beta$ -decay,  $S_{\beta}(E)$  determines the charge exchange nuclear reaction cross sections, which depend on the nuclear matrix elements of the  $\beta$ -decay type [1-3].

It was shown [2-5] that the high-resolution nuclear spectroscopy methods give conclusive evidence of the resonance structure of  $S_{\beta}(E)$  both for GT and first-forbidden (FF)  $\beta$ -transitions in spherical, deformed, and transition nuclei. The splitting of the peaks in the  $S_{\beta}(E)$  for the GT  $\beta^+/\text{EC}$ -decay of the deformed nuclei into two components was demonstrated [3-6]. Resonance structure of the  $S_{\beta}(E)$  for  $\beta$ -decay of halo nuclei was analyzed in [7-9].

Fission and alpha-decay of the high-spin isomers are rather strongly forbidden, while the beta-decay of the high-spin isomers can populate high-spin levels near the yrast-band [10]. Then after a few gamma-decays the yrast-band levels may be populated. The prediction of the energies of the levels of the corresponding yrast-band can be done by using the model proposed in [11]. Such prediction is extremely useful in planning and carry out experiments, especially in the region of heavy and superheavy nuclei [12].

In this report the fine structure of  $S_{\beta}(E)$  is analysed. Resonance structure of  $S_{\beta}(E)$  for GT and FF  $\beta$ -decays, structure of  $S_{\beta}(E)$  for halo nuclei, quenching [9] of the weak axial-vector constant  $g_A^{\text{eff}}$ , splitting of the peaks in  $S_{\beta}(E)$  for deformed nuclei connected with the anisotropy of oscillations of proton holes against neutrons (peaks in  $S_{\beta}(E)$  of GT  $\beta^+$ /EC-decay) or of protons against neutron holes (peaks in  $S_{\beta}(E)$  of GT  $\beta^-$  – decay), and  $S_{\beta}(E)$  for the high-spin isomers [10]  $\beta$ -decays in heavy and superheavy nuclei are discussed.

## References

1. Yu. V. Naumov, A. A. Bykov, I. N. Izosimov, Sov. J. Part. Nucl., **14**,175(1983). <https://www.researchgate.net/publication/233832321>
2. I. N. Izosimov, Physics of Particles and Nuclei, **30**,131(1999). <https://www.researchgate.net/publication/259820759>
3. I. N. Izosimov, et al, Phys. Part. Nucl., **42**,1804(2011). DOI:10.1134/S1063779611060049
4. I. N. Izosimov, et al, Phys. At. Nucl., **75**,1324(2012). DOI: 10.1134/S1063778812110099
5. I. N. Izosimov, et al, Phys. Part. Nucl. Lett., **15**,298(2018). DOI:10.1134/S1547477118030081
6. I. N. Izosimov, et al, JPS Conf. Proc., **23**,013004 (2018). DOI: 10.7566/JPSCP.23.013004
7. I. N. Izosimov, JPS Conf. Proc., **23**,013005 (2018). DOI: 10.7566/JPSCP.23.013005
8. I. N. Izosimov, Phys. Part. Nucl. Lett., **15**,621(2018). DOI:10.1134/S1547477118060092
9. I. N. Izosimov, Phys. Part. Nucl. Lett., **16**,754(2019). DOI:10.1134/S1547477119060207
10. A. D. Efimov, I. N. Izosimov, Phys. At. Nucl., **84**,408(2021). DOI:10.1134/S1063778821040116
11. A. D. Efimov, I. N. Izosimov, Phys. At. Nucl. (2023, in press); JINR Preprint P4-2022-50, (JINR, Dubna, 2022).
12. A. D. Efimov, I. N. Izosimov, Phys. Part. and Nucl. Lett., **18**,658(2021). DOI: 10.1134/S1547477121060066; JINR Preprint E6-2022-19, (JINR, Dubna, 2022).

## ДОПОЛНЕНИЕ К КВАНТОВОМУ ОПИСАНИЮ ОБЪЕМОВ, ЗАНИМАЕМЫХ ЭЛЕКТРОНАМИ В АТОМАХ И НУКЛОНАМИ В ЯДРАХ

**М. А. Ватугин, В. Н. Кауров, Е. С. Каурова, А. М. Шаймарданов, Е. А. Петрова**

Государственный Университет аэрокосмического приборостроения, СПб  
190000, СПб, ул. Большая Морская, д. 67-А, т. (812)710-65-10, факс (812)494-70-57,  
e-mail: info@guap.ru

Единый подход к моделированию движения электронов оболочки атома и нуклонов ядра получается, если использовать описание электронов и нуклонов в атоме через волны де-Бройля  $\psi = e^{i\vec{k}\vec{r}} / \sqrt{V}$  в сферической системе координат с соответствующим волновым вектором  $\vec{k}$  и сферической координатой  $\vec{r}$ . В знаменателе избавляемся от иррациональности, заменяя объем  $V$  на приближенный и управляемый. Для этого полный объем  $V$  заменим на ряд из суммы элементарных объемов  $L_0^3$  одной частицы в виде набора кубиков  $(vL_0)^3$ . Этот набор кубиков, отличающихся друг от друга размером ядра на единицу для соседей справа и слева, может заканчиваться кубом ребром  $(vL_0)$ , где  $v$  – значения натурального ряда чисел. Число  $v$  членов ряда из кубиков выражается через квадрат суммы натурального ряда из чисел от 1 до  $v$  [1]:

$$V = (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + v^3)(L_0)^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + v)^2 (L_0)^3.$$

Запишем выражение в скобках как арифметическую прогрессию

$$V \cong L_0^3 \sum_1^v v^3 = V_v = v^2 (v+1)^2 (L_0^3/2).$$

Теперь квадратный корень извлекается. В результате получаем  $\sqrt{V} = (v+1)L_0^{3/2} = \sqrt{V_v}$ . Элементарные объемы из ряда кубов можно расположить в пространстве в виде “круассана” (рис. 1), например,

$$V_{cr} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + v^3 + \dots + 3^3 + 2^3 + 1^3,$$

откуда автоматически следует, что объем куба  $(vL_0)^2$  содержит  $v^3$  частиц. Из сказанного выше следует, что электронная оболочка атома в простейшем случае может быть представлена в виде 2-х наборов кубиков, расположенных выше и ниже диаметра по длине окружности радиусом, равным Боровскому  $R$  (рис. 2). Из рисунка видно, что суммирование длин ребер “круассанов”, лежащих вдоль Боровской окружности, дает нам формулу для числа частиц, находящихся на окружности, в предположении, что частицы размером  $L_0$  расположены последовательно вдоль ребер кубиков:  $N = 2(v+1)^2 = 2n^2$ . В этой формуле  $n = (v+1)$  имеет смысл главного квантового числа, а  $N$  – число частиц на  $n$ -й оболочке. Применим полученную структуру из “круассанов” для описания ядра атома. В рамках предложенной модели хорошо воспроизводятся магические числа, вытекающие из оболочечной модели по соотношению  $N_{ob} = 2n^2$ , при  $n = (v+1)$  [2], и новые, вытекающие из предлагаемой объемной модели из “круассанов”, например, 2, 20, 90, 144 ... для  $N_{cr} = n^2(1+n^2)$ .

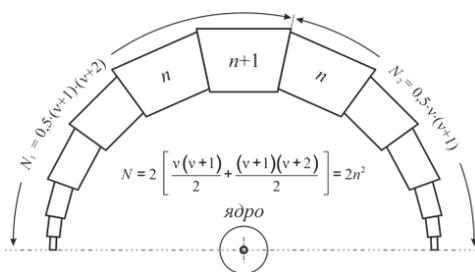
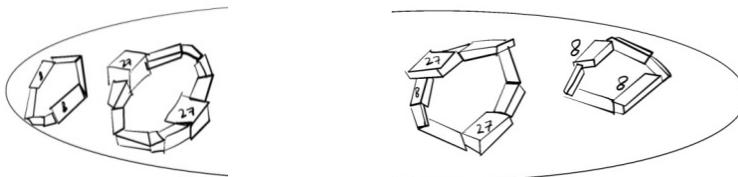


Рис. 1 Структура электронной оболочки атома с использованием “круассана”



# IN ADDITION TO THE QUANTUM DESCRIPTION OF THE VOLUMES OCCUPIED BY ELECTRONS IN ATOMS AND NUCLEONS IN NUCLEI

**M. A. Vatutin, V. N. Kaurov, E. S. Kaurova, A. M. Shaimardanov, E. A. Petrova**

State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg  
67-A Bolshaya Morskaya str., St. Petersburg, 190000, t. (812)710-65-10, fax (812)494-70-57,  
e-mail: info@guap.ru

A unified approach to modeling the motion of atom shell electrons and nucleons is obtained by using the description of electrons and nucleons in an atom through waves de-Broglie  $\psi = e^{i\vec{k}\vec{r}} / \sqrt{V}$  in a spherical coordinate system with a corresponding wave vector  $\vec{k}$  and a spherical coordinate  $\vec{r}$ . In the denominator, we get rid of irrationality by replacing the volume  $V$  with an approximate and manageable one. To do this, we replace the full volume  $V$  with a series of the sum of the elementary volumes  $L_0^3$  of one particle in the form of a set of cubes  $(vL_0)^3$ . This set of cubes that differ from each other in size by one for neighbors on the right and left can end with a cube edge  $(vL_0)$ , where  $v$  – runs the values of the natural series of numbers.  $v$  of the terms of the series of cubes is expressed by the square of the sum of the natural series of numbers from 1 to  $v$  [1]:

$$V = (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + v^3)(L_0)^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + v)^2 (L_0)^3.$$

Writing the expression in parentheses as an arithmetic progression, we get:

$$V \cong L_0^3 \sum_1^v v^3 = V_v = v^2 (v+1)^2 (L_0^3/2).$$

Now the square root is extracted and we get  $\sqrt{V} = (v+1)L_0^{3/2} = \sqrt{V_v}$ . Elementary volumes from a series of cubes can be arranged in space as a "croissant" (fig.1), for example:

$$V_{cr} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + v^3 + \dots + 3^3 + 2^3 + 1^3,$$

it automatically follows that the volume of the cube  $(vL_0)^2$  contains  $v^3$  particles. The relative accuracy of reproducing volume  $V$  through cubes will be written as

It follows from the above that the electron shell of an atom in the simplest case can be represented in the form of 2 sets of cubes located above and below the diameter along the circumference with a radius equal to Borovsky  $R$  (fig. 2).

It can be seen from the figure that summing the lengths of the edges of the "croissants" lying along the Bohr circle gives us a formula for the number of particles located on the circle, assuming that particles of size  $L_0$  are arranged sequentially along the edges of the cubes:  $N = 2(v+1)^2 = 2n^2$ . In this formula,  $n = (v+1)$  has the meaning of the main quantum number, and  $N$  – is the number of particles on the  $n$ th shell. Let us apply the resulting structure from "croissants" to describe the nucleus of an atom. Within the framework of the proposed model, the magic numbers arising from the chain model are well reproduced by the ratio  $N_{ob} = 2n^2$ , for  $n = (v+1)$  [2], and new ones arising from the proposed volumetric model of "croissants", for example, 2, 20, 90, 144 ... for  $N_{cr} = n^2(1+n^2)$ .

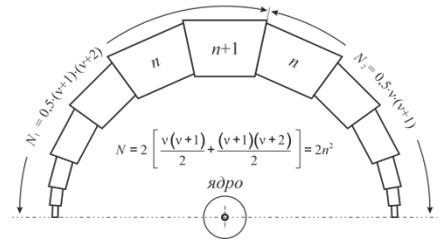


Fig. 1. Structure of the electron shell of an atom using a "croissant"

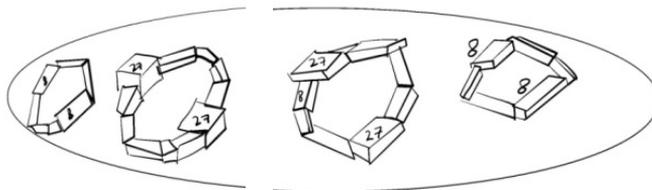


Fig. 2. The structure of a heavy deformed core obtained from a "croissant" for  $A = 220$ , inscribed in a spheroidal core

The possibility of replacing the real spheroidal surface of a heavy nucleus with the proposed model from “croissants” is shown in the above work, in which the values of the excitation energy of the nucleus are obtained in the first approximation of the perturbation theory. In the work of A.B.Migdal, placed in [2] in the form of a solved problem, deviations of the shape of the core surface from the surface of the sphere are considered. In our case, accordingly, deviations from the surface of the model are considered. A first-order correction to the oscillation energy of the spheroid surface is obtained. Perturbations are formed by the difference between the surfaces of the spheroid and the “croissant” model. Similar judgments are given in [3]. As an example, in the proposed model, a heavy nucleus of 220 nucleons is modeled using 4 closed shells, where each consists of 2 “croissants”. The first and fourth shells contain cubes of 1-8-1 nucleons. The middle two closed shells contain 1-8-27-8-1 nucleons in the “croissant”, and a total of 90 nucleons in the shell. The structure of the described kernel is shown in Fig.2. This structure is close to the  $^{222}\text{Rn}$  structure.

### References

1. I. M. Ryzhik. Tables of integrals, sums, series and products. OGIZ, Moscow: Leningrad, 1948, p. 241.
2. L. D. Landau, E. M. Lifshits. Quantum mechanics. Non-relativistic theory. Publishing house of Fizmatlitter-tours "Science". 1974, pp. 163-192.
3. R. Nataf. Models of nuclei and nuclear spectroscopy. M.: Publishing house "Mir", 1968. 403 p.

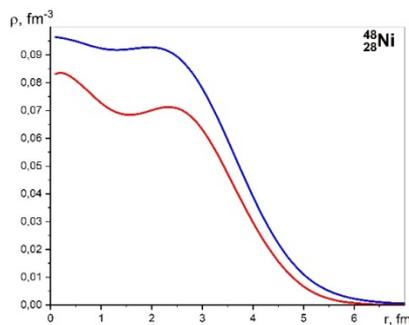
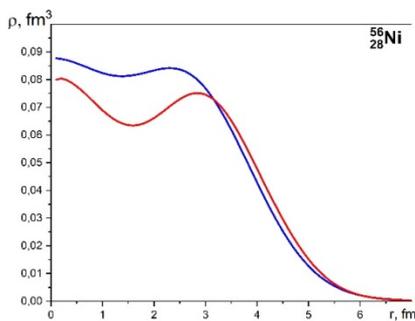
## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НУКЛОННОЙ ПЛОТНОСТИ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ИЗОТОПОВ $^{48-78}\text{Ni}$ В ДИСПЕРСИОННОЙ ОПТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

О. В. Беспалова<sup>1</sup>, А. А. Климочкина<sup>2</sup>, Д. Т. Талибджанов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96

<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Физический факультет,  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2,  
+7 (495) 939-31-60  
klimann16@gmail.com

В рамках дисперсионной оптической модели [1] при описании экспериментальных данных по одночастичным энергиям  $E_{nlj}$ , зарядовым среднеквадратичным радиусам  $r_{ch}^{эксп}$  и распределениям зарядовой плотности  $\rho_{ch}^{эксп}(r)$  сконструированы протонные дисперсионные оптические потенциалы (ДОП) для стабильных ядер  $^{58-64}\text{Ni}$  и ядра  $^{56}\text{Ni}$ . Проведена оценка протонных одночастичных энергий  $E_{nlj}^{p,оцен.}$  нейтронно-дефицитных изотопов  $^{48-54}\text{Ni}$  на основе экспериментальных нейтронных энергий  $E_{nlj}^{n,эксп}$  соответствующих зеркальных ядер-изобар. Используя физически обоснованный метод экстраполяции ДОП на область нестабильных ядер, выполнен расчет распределений протонных плотностей  $\rho_{ch}(r)$  и среднеквадратичных радиусов  $r_{ch}^{эксп}$  ядер  $^{48-54}\text{Ni}$ ,  $^{66-78}\text{Ni}$ . Результаты показывают необходимость введения зависимости параметров радиуса  $r_{HF}$  и диффузности  $a_{HF}$  хартри-фоковской составляющей от относительного нейтронного избытка  $(N - Z)/A$ . В ядре  $^{48}\text{Ni}$  расчет распределений плотности предсказывает образование «протонной» шубы, что согласуется с другими теоретическими подходами [2].



Распределения протонной (синий цвет) и нейтронной (красный) плотности ядер  $^{56}\text{Ni}$  и  $^{48}\text{Ni}$

### Список литературы

1. Mahaux C., Sartor R., Adv. Nucl. Phys., 20, 1 (1991).
2. N. Paar, P. et al, Phys. Lett. B 624, 195–202 (2006).

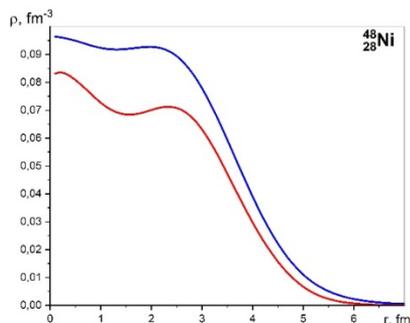
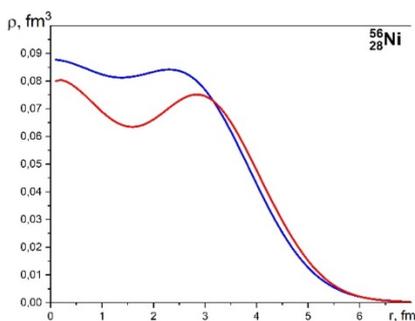
## NUCLEON DENSITY DISTRIBUTION OF EVEN-EVEN $^{48-78}\text{Ni}$ ISOTOPES IN THE DISPERSIVE OPTICAL MODEL

O. V. Besimalova<sup>1</sup>, A. A. Klimochkina<sup>2</sup>, J. T. Talibjanov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,  
Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96

<sup>2</sup> M.V. Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, 1(2), Leninskie gory, GSP-1,  
Moscow 119991, Russian Federation, +7 (495) 939-31-60  
klimann16@gmail.com

Within the dispersive optical model [1], proton dispersive optical potentials (DOPs) were constructed for stable  $^{58-64}\text{Ni}$  and unstable  $^{56}\text{Ni}$  nuclei describing the experimental single particle energies  $E_{nlj}$ . Using DOPs, root-mean-square charge radii  $r_{ch}^{exp}$  and charge density  $\rho_{ch}^{exp}(r)$  were calculated. The single-particle proton energies  $E_{nlj}^{p,estim.}$  of proton-rich  $^{48-54}\text{Ni}$  isotopes were estimated from the experimental neutron energies  $E_{nlj}^{n,exp}$  of the corresponding «mirror» isobar nuclei. The proton density  $\rho_{ch}(r)$  and root-mean-square radii  $r_{ch}^{exp}$  of  $^{48-54}\text{Ni}$ ,  $^{66-78}\text{Ni}$  nuclei were calculated also using the physically reasonable method of extrapolation of the DOP to the region of unstable nuclei. The results show the need to introduce the dependence of the parameters of the radius  $r_{HF}$  and diffuseness  $a_{HF}$  of the Hartree-Fock component on the relative excess of neutrons  $(N - Z)/A$ . The density distributions of  $^{48}\text{Ni}$  nucleus corresponds to the forming of proton skin, which is consistent with the results of theoretical approach [2].



Density distributions of protons (blue) and neutrons (red) of  $^{56}\text{Ni}$  and  $^{48}\text{Ni}$  nuclei

## References

1. Mahaux C., Sartor R., Adv. Nucl. Phys., 20, 1 (1991).
2. N. Paar, P. et al, Phys. Lett. B 624, 195–202 (2006).

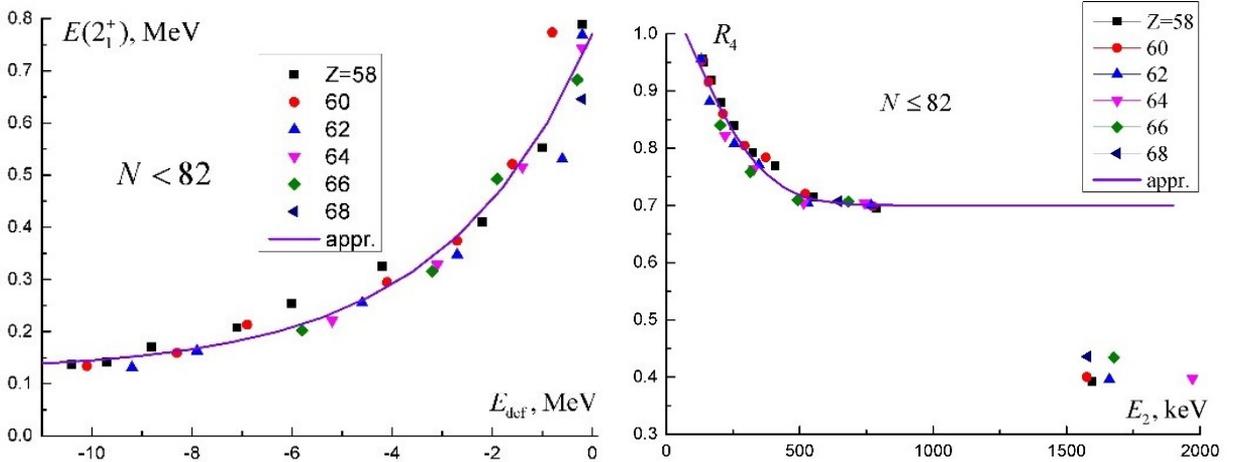
## ЭНЕРГИЯ $2_1^+$ , $4_1^+$ , $6_1^+$ СОСТОЯНИЙ В ТЯЖЕЛЫХ И СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЧЕТНЫХ-ЧЕТНЫХ ЯДРАХ

А. Д. Ефимов<sup>1,2</sup>, И. В. Коваль<sup>1</sup>, И. Н. Изосимов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова, Санкт-Петербург, Россия. <sup>2</sup>ФТИ им. А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург, Россия.

<sup>3</sup>141980 Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6  
E-mail: efimov98@mail.ru

В тяжелых и сверхтяжелых ядрах была продемонстрирована выраженная корреляция [1, 2] между  $E(2_1^+)$  энергиями  $2_1^+$ -состояний и энергиями деформации  $E_{\text{def}}$ , полученными в приближении Хартри–Фока–Боголюбова с реалистическими силами Гоньи [3]. Величина  $E_{\text{def}}$  определяется как разница между энергией ядер деформированной формы и сферической. Предложена и успешно использована параметризация  $E(2_1^+) = b_1 + b_2 e^{a E_{\text{def}}}$ . В [2] также рассматривалась систематика отношений энергий во вращательной полосе. Это позволило получить энергетические оценки  $4_1^+$ - и  $6_1^+$ -состояний, используя данные об энергиях  $2_1^+$ -состояний. Для отношения  $R_4 = E(4_1^+) / E(2_1^+) / (10/3)$  использовалась параметризация  $R_4 = a \exp(-(E(2_1^+) - E_0 / b)^2) + c$ . Соответствующие корреляции были проверены также для ядер группы лантаноидов с  $N \leq 82$ , и результаты представлены на рисунках.



Корреляция между  $E(2_1^+)$  и  $E_{\text{def}}$  очевидна, и аппроксимация эффективна. Для ядер с идеальным вращением  $R_4 = 1$ . Для простых колебаний без ангармонизма  $R_4 = 0.6$ . Для полумагических ядер  $R_4 \sim 0.4$ , что свидетельствует о том, что структура  $4_1^+$  в них во многом определяется не двухфонной компонентой, хотя она заметна из-за больших значений  $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ . Успех представленных приближений для ядер группы лантаноидов демонстрирует неслучайный успех аналогичных приближений для сверхтяжелых ядер.

1. A. D. Efimov, I. N. Izosimov, Physics of Particles and Nuclei Letters 18, 658 (2021).
2. A. D. Efimov and I. N. Izosimov, JINR Preprint P6-2021-53 (JINR, Dubna, 2021).
3. S. Hilaire, M. Girod, Eur. Phys. J. A. 2007. V. 33. P. 237; [http://www-phynu.cea.fr/science\\_en\\_ligne/carte\\_potentiels\\_microscopiques/choix/hoixisotopes.html](http://www-phynu.cea.fr/science_en_ligne/carte_potentiels_microscopiques/choix/hoixisotopes.html).

## ENERGY OF THE $2_1^+$ , $4_1^+$ , $6_1^+$ STATES IN HEAVY AND SUPERHEAVY EVEN-EVEN NUCLEI

A. D. Efimov<sup>1,2</sup>, I. V. Koval<sup>1</sup>, I. N. Izosimov<sup>3</sup>

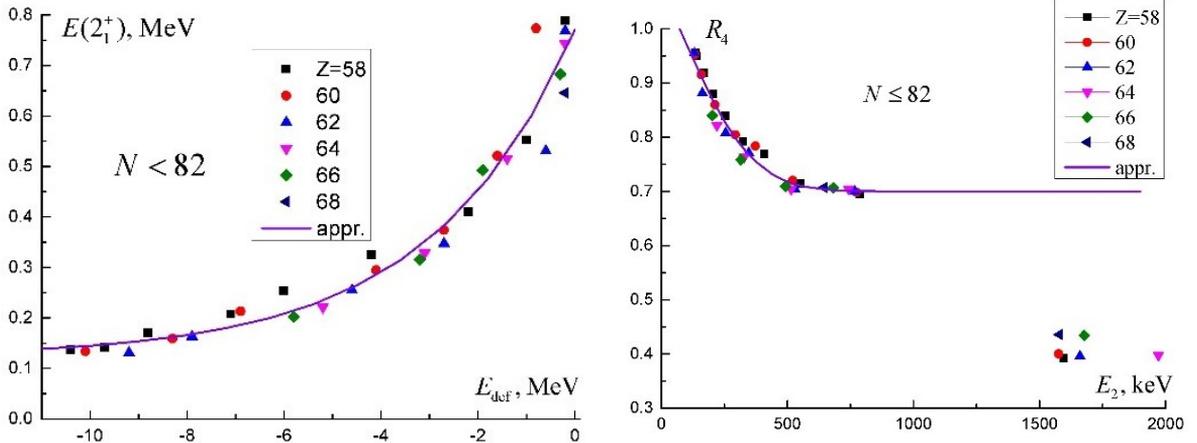
<sup>1</sup>Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, St.-Petersburg, Russia.

<sup>2</sup>Toffe Physical-Technical Institute, Russian Academy of Sciences, St.-Petersburg, Russia.

<sup>3</sup>Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia

E-mail: efimov98@mail.ru

In heavy and superheavy nuclei, a pronounced correlation was demonstrated [1, 2] between the energies  $E(2_1^+)$  of the  $2_1^+$  states and the deformation energies  $E_{\text{def}}$  obtained in the Hartree–Fock–Bogolyubov approximation with realistic Gogny forces [3]. The  $E_{\text{def}}$  value is defined as the difference between the energy of the nuclei with deformed shape and a spherical one. The parametrization of  $E(2_1^+) = b_1 + b_2 e^{aE_{\text{def}}}$  was proposed and successfully used. In [2], the systematics of the energy ratios in the rotational band was also considered. This made it possible to obtain energy estimates for the  $4_1^+$  and  $6_1^+$  states using data on the energies of the  $2_1^+$  states. For the ratio  $R_4 = E(4_1^+) / E(2_1^+) / (10/3)$ , the parametrization  $R_4 = a \exp(-((E(2_1^+) - E_0)/b)^2) + c$  was used. Corresponding correlations were also checked for the nuclei of the lanthanide group with  $N \leq 82$  and results are presented in figures.



The correlation between  $E(2_1^+)$  and  $E_{\text{def}}$  is obvious, and the approximation is effective. For nuclei with ideal rotation  $R_4 = 1$ . For simple vibrations without anharmonicity  $R_4 = 0.6$ . For semimagic nuclei the  $R_4 \sim 0.4$ , which indicates that the  $4_1^+$  structure is largely determined not by the two-phonon component, although it is noticeable due to the large value of  $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ . The success of the presented approximations for the nuclei of the lanthanide group renders the success of similar approximations for superheavy nuclei nonrandom.

1. A. D. Efimov, I. N. Izosimov, Physics of Particles and Nuclei Letters 18, 658 (2021).
2. A. D. Efimov and I. N. Izosimov, JINR Preprint P6-2021-53 (JINR, Dubna, 2021).
3. S. Hilaire, M. Girod, Eur. Phys. J. A. 2007. V. 33. P. 237; [http://www-phynu.cea.fr/science\\_en\\_ligne/carte\\_potentiels\\_microscopiques/choix/choixisotopes.html](http://www-phynu.cea.fr/science_en_ligne/carte_potentiels_microscopiques/choix/choixisotopes.html).

# ПРЕДСКАЗАНИЕ ЭНЕРГИЙ ВОЗБУЖДЕНИЙ $2_1^+$ СОСТОЯНИЙ НЕКОТОРЫХ СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

**Р. В. Джолос, Е. А. Колганова, Л. А. Малов, Н. Ю. Ширикова**

141980 Объединенный институт ядерных исследований,  
г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6  
+7 (496) 216-50-59  
E-mail: kea@jinr.ru

Синтез ядер с большим числом протонов привел к открытию новой области для исследования структуры ядер, а именно сверхтяжелых ядер [1–3]. Важным показателем формы и других свойств четных ядер является энергия возбуждения первых возбужденных  $2_1^+$  состояний  $E(2_1^+)$ . Феноменологическое соотношение Гродзинса [4], известное с 1962 года, говорит о том, что произведение энергии первого  $2_1^+$  состояния на вероятность  $E2$  перехода из основного состояния ядра в первое возбужденное  $2_1^+$  состояние является плавной функцией  $A$  и  $Z$  ядра. В работе [5] это соотношение выведено на основе микроскопической модели ядра. Это дает возможность использовать такой теоретический подход и хорошо известную информацию о ядерной структуре для вычисления энергий  $E(2_1^+)$  для некоторых цепочек сверхтяжелых ядер с  $Z$  от 100 до 120 [6, 7].

В работе выполнены расчеты энергий  $2_1^+$  состояний в ядрах с  $Z > 100$  и показано, что при  $Z$  близких к  $Z = 100$  энергия  $E(2_1^+)$  не превышает 100 кэВ. Затем  $E(2_1^+)$  резко возрастает с увеличением  $A$  и достигает максимального значения в 400-500 кэВ в ядрах с  $Z = 114, 116, 118$ .

## Список литературы

1. Yu. Ts. Oganessian // J. Phys. G. 2007. V.34. P.R165.
2. Yu. Ts. Oganessian et al. // Phys. Rev. C. 2013. V.87. P.014302.
3. Yu. Ts. Oganessian et al. // Phys. Rev. C. 2022. V.106. P.024612.
4. L. Grodzins // Phys. Lett. 1962. V.2. P.88.
5. R. V. Jolos, E. A. Kolganova // Phys. Lett. B. 2021. V.820. P.136581.
6. N. Yu. Shirikova et al. // Phys. Rev. C. 2022. V.105. P.024309.
7. N. Yu. Shirikova et al. // PEPAN. 2022. V.53. P.1138.

## PREDICTIONS OF THE EXCITATION ENERGIES OF THE $2_1^+$ STATES FOR SOME SUPERHEAVY NUCLEI

**R. V. Jolos, E. A. Kolganova, L. A. Malov, N. Yu. Shirikova**

Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia  
+7 (496) 216-50-59  
E-mail: kea@jinr.ru

The synthesis of nuclei with large proton numbers has led to discovering of a new region for investigation of the structure of nuclei, namely, of superheavy nuclei [1–3]. The important indicator of the shape and other properties of even-even nuclei is the excitation energy of the first excited  $2_1^+$  states  $E(2_1^+)$ . The phenomenological Grodzins relation [4] formulated in 1962 has established that the product of the energy of the first  $2_1^+$  state per probability of the  $E2$  transition from the ground state of the nucleus to the first excited  $2_1^+$  state is a smooth function of  $A$  and  $Z$  of a nucleus. In [5] this relation has been derived based on the microscopic nuclear model. It gives us a possibility to use this theoretical approach and the well established nuclear structure information to calculate  $E(2_1^+)$  for some chains of superheavy nuclei with  $Z$  from 100 to 120 [6,7].

In our work the calculations of the excitation energies of the  $2_1^+$  states in nuclei with  $Z > 100$  has been performed and it is shown that at  $Z$  close to  $Z = 100$  the energy  $E(2_1^+)$  does not exceed 100 keV. Then  $E(2_1^+)$  sharply increases with  $A$  and reaches maximum value of 400-500 keV in nuclei with  $Z = 114, 116, 118$ .

## References

1. Yu. Ts. Oganessian // J. Phys. G. 2007. V.34. P.R165.
2. Yu. Ts. Oganessian et al. // Phys. Rev. C. 2013. V.87. P.014302.
3. Yu. Ts. Oganessian et al. // Phys. Rev. C. 2022. V.106. P.024612.
4. L. Grodzins // Phys. Lett. 1962. V.2. P.88.
5. R. V. Jolos, E. A. Kolganova // Phys. Lett. B. 2021. V.820. P.136581.
6. N. Yu. Shirikova et al. // Phys. Rev. C. 2022. V.105. P.024309.
7. N. Yu. Shirikova et al. // PEPAN. 2022. V.53. P.1138.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СИММЕТРИЧНЫХ И НЕСИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХАТОМНЫХ СИСТЕМ АТОМОВ ГЕЛИЯ

**А. А. Коробицин, Е. А. Колганова**

141980 Объединенный институт ядерных исследований,  
г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6  
+7 (496) 216-50-59  
E-mail: koroaa@jinr.ru

Кластеры инертных газов представляют собой большой класс молекул, взаимодействие которых описывается потенциалами ван-дер-ваальсового типа. Некоторые слабосвязанные кластеры проявляют универсальные характеристики и масштабные инварианты, связанные со знаменитым эффектом Ефимова [1], который был экспериментально подтвержден в ультрахолодном газе атомов цезия [2]. Система тримера гелия долгое время считалась идеальным кандидатом для наблюдения состояний Ефимова. Недавно, после длительных и непрерывных исследований, было обнаружено состояние Ефимова как возбужденное состояние тримера гелия  ${}^4\text{He}_3$  [3]. Также была измерена волновая функция димера  ${}^4\text{He}$  с использованием техники кулоновского взрыва, которая позволила определить его малую энергию связи –  $151.9 \pm 13.3$  нэВ [4].

Существует множество реалистичных потенциальных моделей, которые все более и более точно воспроизводят взаимодействие двух атомов He-He [5]. Для оценки влияния потенциальной модели на характеристики трёхатомной системы необходимо выполнить очень точный расчет. Один из эффективных методов исследования трехатомных кластеров основан на использовании дифференциальных уравнениях Фаддеева.

В данной работе разработан алгоритм численного решения двумерных дифференциальных уравнений Фаддеева в модели твердого кора, который применяется для исследования свойств трёхатомных систем  ${}^4\text{He}_3$  и  ${}^3\text{He}^4\text{He}_2$  с использованием современных реалистичных потенциалов PRZ2010 [6] и PRZ2017 [7], а также более старые потенциалы – HFD-B [8], LM2M2 [9] и TTY [10]. Результаты расчетов сравниваются с результатами других авторов, а также с экспериментом.

## Список литературы

1. V. N. Efimov // Phys. Atom. Nucl. 1970. V.12. P.1080; Phys. Lett. B. 1970. V.33. P.563.
2. T. Kraemer et al. // Nature. 2006. V.440. P.315.
3. M. Kunitski et al. // Science. 2015. V.348. P.551.
4. S. Zeller, et al. // Proc. Nat. Acad. Sci. 2016. V.113. P.14651.
5. E. A. Kolganova et al. // Few-Body Syst. 2017. V.58. P.35.
6. M. Przybytek et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. V.104. P.183003.
7. M. Przybytek et al. // Phys. Rev. Lett. 2017. V.119. P.123401.
8. R. A. Aziz et al. // J. Chem. Phys. 1987. V.61. P.1487.
9. R. A. Aziz et al. // J. Chem. Phys. 1991. V.94. P.8047.
10. K. T. Tang et al. // Phys. Rev. Lett. 1995. V.74. P.1546.

# INVESTIGATION OF THE SYMMETRIC AND ASYMMETRIC HELIUM THREE-ATOMIC SYSTEMS

A. A. Korobitsin, E. A. Kolganova

Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia  
+7 (496) 216-50-59  
E-mail: koroaa@jinr.ru

Clusters of gas atoms are a large class of molecules interacting via van der Waals type potentials. Some weakly bound clusters show universal characteristics and scale invariants related to the famous Efimov effect [1], which was experimentally confirmed in an ultracold gas of the Cs atoms [2]. The helium trimer system has been long considered as an ideal candidate for observing Efimov states. Only recently, after a long and continued research, the Efimov state as the excited state of the  $^4\text{He}_3$ , was detected [3]. Also, the wave function of the  $^4\text{He}$  dimer has been measured via Coulomb explosion technique which enabled to determine its very small binding energy -  $151.9 \pm 13.3$  neV [4].

There are many realistic He-He potential models which are more and more accurate reproduce two body data [5]. Very accurate calculation needed in order to evaluate the effect of potential models on the characteristic of three-body system. One of the effective methods for studying triatomic clusters is based on the differential Faddeev equations.

In this work we develop algorithm for numerical solution of the two-dimensional differential Faddeev equations in the hard-core model is applied to study the properties of the  $^4\text{He}_3$  and  $^3\text{He}^4\text{He}_2$  helium three-atomic system using modern realistic potentials constructed by M. Przybytek et al. in 2010 [6] and 2017 [7] years, as well as older potentials – HFD-B [8], LM2M2 [9] and TTY [10]. The calculated results we compare with the results obtained using different methods by other authors and with the experiment.

## References

1. V. N. Efimov // Phys. Atom. Nucl. 1970. V.12. P.1080; Phys. Lett. B. 1970. V.33. P.563.
2. T. Kraemer et al. // Nature. 2006. V.440. P.315.
3. M. Kunitski et al. // Science. 2015. V.348. P.551.
4. S. Zeller, et al. // Proc. Nat. Acad. Sci. 2016. V.113. P.14651.
5. E. A. Kolganova et al. // Few-Body Syst. 2017. V.58. P.35.
6. M. Przybytek et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. V.104. P.183003.
7. M. Przybytek et al. // Phys. Rev. Lett. 2017. V.119. P.123401.
8. R. A. Aziz et al. // J. Chem. Phys. 1987. V.61. P.1487.
9. R. A. Aziz et al. // J. Chem. Phys. 1991. V.94. P.8047.
10. K. T. Tang et al. // Phys. Rev. Lett. 1995. V.74. P.1546.

## ПРОТОН-ПИОННАЯ МОДЕЛЬ НЕЙТРОНА И ЯДРА

П. В. Кудан

Научно-исследовательский центр общества с ограниченной ответственностью «Аквахром»  
117198, Москва, Ленинский проспект, д. 113/1, тел./факс: +7 (495) 727-44-90  
e-mail: pavel.kudan@aquachrom.ru

Показано, что заключение Дж. Чедвика о необходимости отнесения нейтрона к элементарным частицам не имеет логической полноты, так как получено на основании рассмотрения свойств только протона и электрона как единственных элементарных частиц, известных в 1932 г.

На основании рассмотрения свойств полного набора частиц, известных к 2023 г., показано, что по сочетанию спина, заряда и массы отрицательный пион также может рас-

смагиваться как частица, совместно с протоном образующая нейтрон и ядро, что соответствует изначальной гипотезе Э. Резерфорда о том, что ядра состоят из протонов и отрицательных частиц с уточнением типа отрицательной частицы на основании современных данных.

Точность данной идентификации подтверждается полным соответствием продуктов бета-распада нейтрона и ядер наиболее энергетически выгодному электронному пути бета-распада отрицательного пиона (при невозможности в силу недостатка энергии реализации менее энергетически выгодного мюонного пути), а также наличием прямой реакции между протоном и отрицательным пионом с образованием нейтрона и выделением энергии (в форме гамма-квантов либо в форме промежуточного образования нейтрального пиона с его дальнейшим распадом на гамма-кванты).

Независимым подтверждением точности данной идентификации также является то, что с точки зрения SU(3) симметрии именно отрицательный пион ( $d\bar{u}$ ) в точности соответствует разнице между протоном ( $uud$ ) и нейтроном ( $udd$ ).

На основании проведенной идентификации предложена протон-пионная модель нейтрона и ядра, описывающая нейтрон как композит, состоящий из одного протона и одного отрицательного пиона, ядра как композиты, состоящие из протонов и отрицательных пионов с избытком протонов, слабое взаимодействие как реакцию бета-распада отрицательного пиона и сильное взаимодействие как взаимодействие протонов с отрицательными пионами.

Показано, что по сравнению со Стандартной моделью, предложенная протон-пионная модель обеспечивает снижение сложности, так как при полном соответствии SU(3) симметрии не требует постулирования не наблюдаемых непосредственно в эксперименте кварков и глюонов.

## THE PROTON-PION MODEL OF NEUTRON AND NUCLEUS

**P. V. Kudan**

Research Center of «Aquachrom» Limited Liability Company  
117198, Moscow, Leninskiy Prospekt, 113/1, tel./fax: +7 (495) 727-44-90  
e-mail: pavel.kudan@aquachrom.ru

It is shown that J. Chadwick's conclusion about the need to attribute the neutron to elementary particles is not logically complete, as it was obtained on the basis of considering the properties of only the proton and electron as the only elementary particles known in 1932.

Based on the consideration of the properties of the complete set of particles known by 2023, it is shown that, by the combination of spin, charge and mass, a negative pion can also be considered as a particle that, together with proton, forms neutron and nucleus, which corresponds to the initial hypothesis of E. Rutherford that nuclei consist of protons and negative particles, but refined on the type of negative particle on the basis of modern data.

The accuracy of this identification is confirmed by the full correspondence of the products of beta decay of the neutron and nuclei to the most energetically favorable electron path of the beta decay of the negative pion (whereas the less energetically favorable muon path is impossible due to the lack of energy), as well as the presence of a reaction between the proton and the negative pion with the direct formation neutron and release of energy (in the form of photons or in the form of intermediate formation of a neutral pion with its further decay into photons).

An independent confirmation of the accuracy of this identification is also the fact that, from the point of view of SU(3) symmetry, it is the negative pion ( $d\bar{u}$ ) that exactly corresponds to the difference between a proton ( $uud$ ) and a neutron ( $udd$ ).

Based on the identification, a proton-pion model of the neutron and the nucleus is proposed, which describes the neutron as a composite consisting of one proton and one negative pion, nuclei as composites consisting of protons and negative pions with an excess of protons, weak interaction as a negative pion beta decay reaction and the strong interaction as the interaction of protons with negative pions.

It is shown that, in comparison with the Standard Model, the proposed proton-pion model provides a reduction in complexity, since, being in full compliance with the SU(3) symmetry, it does not require the postulation of quarks and gluons that cannot be directly observed in the experiment.

# ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ ЯДРА ${}^9\text{Li}$ МЕТОДОМ SS-HORSE–NCSM

**В. А. Куликов<sup>1</sup>, И. А. Мазур<sup>2</sup>, А. И. Мазур<sup>3</sup>, А. М. Широков<sup>1</sup>,  
I. J. Shin<sup>4</sup>, Y. Kim<sup>2</sup>, P. Maris<sup>5</sup>, J. P. Vary<sup>5</sup>**

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96

<sup>2</sup>Center for Exotic Nuclear Studies, Institute for Basic Science, Daejeon, Republic of Korea;

<sup>3</sup>Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия; <sup>4</sup>Institute for Basic Sciences,  
Daejeon, Republic of Korea; <sup>5</sup>Iowa State University, Ames, Iowa, USA  
E-mail: kulikov@nucl-th.sinp.msu.ru

В ядре  ${}^9\text{Li}$  измерены энергии и определены спин-четности основного и первого возбужденного состояний, оценены величины некоторых асимптотических нормировочных коэффициентов (АНК), а также известны энергии трех резонансов и спин-четность одного из них определена экспериментально. Мы проводим теоретическое исследование спектра ядра  ${}^9\text{Li}$  в подходе *ab initio* методами модели оболочек безинертного кора (No-core Shell Model, NSCM) [1] с использованием NN-взаимодействия Daejeon16. Мы используем формализм SS-HORSE (Single-State Harmonic Oscillator Representation of Scattering Equations) [2], позволяющий на основе результатов расчетов в NCSM рассчитать S-матрицу и найти ее полюсы. Это позволяет получить энергии и ширины резонансов, а в применении к связанным состояниям – уточнить энергии состояний и рассчитать АНК. В этом подходе мы получили энергию основного состояния  ${}^9\text{Li}$ , согласующуюся с экспериментальной, и описали первое возбужденное состояние. Нами исследован ряд резонансных состояний, некоторые из них можно сопоставить с известными из эксперимента. Результаты этих исследований частично представлены в работе [3], сейчас мы продолжаем данные исследования с использованием бóльших модельных пространств NCSM, что позволит уточнить имеющиеся и получить новые результаты.

## Список литературы

1. B. R. Barrett, P. Navrátil, J. P. Vary // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2013. Vol. 69. P. 131–181.
2. A. M. Shirokov, A. I. Mazur, I. A. Mazur, J. P. Vary // *Phys. Rev. C.* 2016. Vol. 94, no. 6. P. 064320–1–064320–24.
3. I. A. Mazur, A. I. Mazur, V. A. Kulikov, A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, P. Maris, J. P. Vary // *Phys. At. Nucl.* 2022. Vol. 85, no. 6. P. 36–48.

## THEORETICAL STUDY OF ${}^9\text{Li}$ SPECTRUM USING THE SS-HORSE–NCSM APPROACH

**V. A. Kulikov<sup>1</sup>, I. A. Mazur<sup>2</sup>, A. I. Mazur<sup>3</sup>, A. M. Shirokov<sup>1</sup>,  
I. J. Shin<sup>4</sup>, Y. Kim<sup>2</sup>, P. Maris<sup>5</sup>, J. P. Vary<sup>5</sup>**

<sup>1</sup> Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,  
Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96;

<sup>2</sup>Center for Exotic Nuclear Studies, Institute for Basic Science, Daejeon, Republic of Korea; <sup>3</sup>Pacific  
National University, Khabarovsk, Russia; <sup>4</sup>Institute for Basic Sciences, Daejeon, Republic of Korea;  
<sup>5</sup>Iowa State University, Ames, Iowa, USA  
E-mail: kulikov@nucl-th.sinp.msu.ru

${}^9\text{Li}$  ground and first excited state energies and spin-parities as well as some asymptotic normalization coefficients (ANCs) are known experimentally; the energies of three resonances and the spin-parity of one of them have been also determined. We perform a theoretical *ab initio* study of the  ${}^9\text{Li}$  spectrum by means of the No-core Shell Model (NSCM) [1] with Daejeon16 NN-interaction. We

utilize the SS-HORSE formalism (Single-State Harmonic Oscillator Representation of Scattering Equations) [2] to calculate the S matrix based on the NCSM results and to locate numerically the S-matrix poles. This makes it possible to obtain resonance energies and widths; in the case of bound states, the calculations of S-matrix poles provide improved results for binding energies and evaluation of ANC's. Within this SS-HORSE–NCSM approach, we described the  ${}^9\text{Li}$  ground state in a good agreement with experimental data and the first excited bound state. We obtained also a number of resonant states, some of them may be put into correspondence with experimentally observed resonances. These results were partly published in Ref. [3]; we are continuing these investigations using larger NCSM model spaces which will improve previous and provide new results.

## References

1. B. R. Barrett, P. Navrátil, J. P. Vary // Prog. Part. Nucl. Phys. 2013. Vol. 69. P. 131–181.
2. A. M. Shirokov, A. I. Mazur, I. A. Mazur, J. P. Vary // Phys. Rev. C. — 2016. — Vol. 94, no. 6. P. 064320–1–064320–24.
3. I. A. Mazur, A. I. Mazur, V. A. Kulikov, A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, P. Maris, J. P. Vary // Phys. At. Nucl. 2022. Vol. 85, no. 6. P. 36–48.

## РЕЗОНАНСНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЯДРА ${}^7\text{He}$ В ПОДХОДЕ SS-HORSE–NCSM

**А. И. Мазур<sup>1</sup>, И. А. Мазур<sup>2</sup>, А. М. Широков<sup>3</sup>, В. А. Куликов<sup>3</sup>,  
I. J. Shin<sup>4</sup>, Y. Kim<sup>2</sup>, P. Maris<sup>5</sup>, J. P. Vary<sup>5</sup>**

<sup>1</sup>Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия;

<sup>2</sup>Center for Exotic Nuclear Studies, Institute for Basic Science, Daejeon, Republic of Korea;

<sup>3</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991 ГСП-1Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96

<sup>4</sup>Institute for Basic Sciences, Daejeon, Republic of Korea; <sup>5</sup>Iowa State University, Ames, Iowa, USA  
E-mail: mazur@khhb.ru

Представлены теоретические исследования ab initio резонансных состояний несвязанного ядра  ${}^7\text{He}$  [1]. На основе результатов, полученных в модели оболочек без инертного кора (no-core shell model, NCSM [2]) с NN-взаимодействиями Daejeon16 [3] и JISP16 [4], в подходе SS-HORSE [5] рассчитаны S-матрицы для двухчастичных каналов  $n + {}^6\text{He}$  и  $n + {}^6\text{He}^*$  с ядром  ${}^6\text{He}$  соответственно в основном и возбужденном  $2^+$  состояниях, а также для четырехчастичного демократического канала распада  ${}^4\text{He} + n + n + n$ . Резонансные энергии и ширины определены численным расчетом положения полюсов S-матрицы. Описаны все экспериментально известные резонансы  ${}^7\text{He}$ , предложена интерпретация наблюдаемого широкого резонанса неизвестной спин-четности. Показано, что прямые демократические четырехчастичные распады резонансов ядра  ${}^7\text{He}$  подавлены вследствие большого гиперсферического центробежного барьера.

## Список литературы

1. I. A. Mazur, I. J. Shin, Y. Kim, A. I. Mazur, A. M. Shirokov, P. Maris, and J. P. Vary // Phys. Rev. C. 2022. Vol. 106. P. 064320.
2. B. R. Barrett, P. Navrátil, J. P. Vary // Prog. Part. Nucl. Phys. 2013. Vol. 69. P. 131.
3. A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, M. Sosonkina, P. Maris, and J. P. Vary // Phys. Lett. B. 2016. Vol. 761. P. 87.
4. A. M. Shirokov, J. P. Vary, A. I. Mazur, and T. A. Weber // Phys. Lett. B. 2007. Vol. 644. P. 33.
5. A. M. Shirokov, A. I. Mazur, I. A. Mazur, J. P. Vary // Phys. Rev. C. 2016. Vol. 94, P. 064320.

# **$^7\text{He}$ NUCLEUS RESONANT STATES IN THE SS-HORSE–NCSM APPROACH**

**A. I. Mazur<sup>1</sup>, I. A. Mazur<sup>2</sup>, A. M. Shirokov<sup>3</sup>, V. A. Kulikov<sup>3</sup>,  
I. J. Shin<sup>4</sup>, Y. Kim<sup>2</sup>, P. Maris<sup>5</sup>, J. P. Vary<sup>5</sup>**

<sup>1</sup>Pacific National University, Khabarovsk, Russia;

<sup>2</sup>Center for Exotic Nuclear Studies, Institute for Basic Science, Daejeon, Republic of Korea;

<sup>3</sup>Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,

Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96; <sup>4</sup>Institute for Basic Sciences, Daejeon,  
Republic of Korea;

<sup>5</sup>Iowa State University, Iowa, Ames, USA

E-mail: mazur@khab.ru

Ab initio studies of resonances in the unbound  $^7\text{He}$  nucleus are presented [1]. We perform no-core shell model (NCSM) [2] calculations with NN interactions Daejeon16 [3] and JISP16 [4] and utilize the SS-HORSE–NCSM [5] approach to calculate the S matrix for two-body channels  $n + ^6\text{He}$  and  $n + ^6\text{He}^*$  with  $^6\text{He}$  respectively in the ground and excited  $2^+$  states as well as for the four-body democratic decay channel  $^4\text{He} + n + n + n$ . The resonant energies and widths are obtained by numerical location of the S-matrix poles. We describe all experimentally known  $^7\text{He}$  resonances and suggest an interpretation of an observed wide resonance of unknown spin-parity. We conclude that the direct democratic four-body decays of  $^7\text{He}$  resonances are suppressed due to the large hyperspherical centrifugal barrier.

## **References**

1. I. A. Mazur, I. J. Shin, Y. Kim, A. I. Mazur, A. M. Shirokov, P. Maris, and J. P. Vary // Phys. Rev. C. 2022. Vol. 106. P. 064320.
2. B. R. Barrett, P. Navrátil, J. P. Vary // Prog. Part. Nucl. Phys. 2013. Vol. 69. P. 131.
3. A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, M. Sosonkina, P. Maris, and J. P. Vary // Phys. Lett. B. 2016. Vol. 761. P. 87.
4. A. M. Shirokov, J. P. Vary, A. I. Mazur, and T. A. Weber // Phys. Lett. B. 2007. Vol. 644. P. 33.
5. A. M. Shirokov, A. I. Mazur, I. A. Mazur, J. P. Vary // Phys. Rev. C. 2016. Vol. 94, P. 064320.

## **ЗАВИСИМОСТЬ ЭНЕРГИЙ СВЯЗИ ТРЕХ ЧАСТИЦ С КОНТАКТНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ОТ МАСС**

**О. И. Картавец, А. В. Малых**

141980 Объединенный институт ядерных исследований,

г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6

E-mail: maw@theor.jinr.ru

Рассмотрены спектры энергии трех частиц в универсальном низкоэнергетическом пределе двухчастичных взаимодействий нулевого радиуса. Цель состоит в том, чтобы изучить, помимо типичного случая трех положительных масс, также случай одной отрицательной и двух положительных масс. В последнем случае описание относительного движения (в системе центра масс) является хорошо определенной задачей при условии, что сумма всех масс отрицательна. Заметим, что появление отрицательной эффективной массы является обычным явлением в задачах о конденсированных средах.

В секторе  $L^P = 0^+$  полного углового момента  $L$  и четности  $P$  существует эффект Ефимова, а асимптотика спектра имеет вид  $E_N = \exp(2 \pi N / |g|)$ . Зависимость  $g$  от масс определена, в том числе, для случая одной отрицательной и двух положительных масс.

Для ненулевого полного углового момента, чтобы уменьшить ряд существенных параметров, рассматриваются две тождественные частицы массы  $m$  и отличная от них частица массы  $m_1$ . Если взаимодействие между одинаковыми частицами отсутствует, то существует соответствие между спектрами энергии для положительного отношения масс  $m/m_1$  и для отрицательного отношения масс  $m^*/m_1^*$  при выполнении равенства  $m^*/m_1^* = -m/m_1 / (1 + 2m/m_1)$ . В частности, при выполнении равенства для нечетных  $L$ , спектр фермионной (бозонной) задачи при положительном  $m/m_1$  совпадает со спектром бозонной (фермионной) задачи при отрицательном  $m^*/m_1^*$ ; а для четных  $L$ , спектры бозонной задачи для положительных и отрицательных масс одинаковы. При этом, как и в [1], получены критические значения отношения масс в разных  $L^P$  секторах. А именно, критические значения  $\mu_c$  указывают на возникновение эффекта Ефимова, а  $\mu_r$  указывает, где следует ввести дополнительный параметр  $b$  для однозначной постановки задачи. В частности, для  $L^P=1^-$  и отрицательного отношения масс  $\mu_r \approx -0,26664$  и  $\mu_c \approx -0,35700$ , если одинаковыми частицами являются бозоны. Приведен пример зависимости энергии от сил взаимодействия для низших полных угловых моментов.

### Список литературы

[1] O. I. Kartavtsev and A. V. Malykh EPL **115**, 36005 (2016).

## MASS DEPENDENCE OF ENERGIES FOR THREE PARTICLES WITH CONTACT INTERACTIONS

**O. I. Kartavtsev, A. V. Malykh**

Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia  
E-mail: maw@theor.jinr.ru

Energy spectra of three particles in the universal low-energy limit of zero-range two-body interactions are considered. The aim is to study, besides the typical case of three positive masses, the case of one negative and two positive masses. In the latter configuration, the description of relative motion (in the center of mass frame) is a well defined problem under the condition that a sum of the masses is negative. Notice that the occurrence of negative effective mass is common in the condensed matter problems.

In the sector  $L^P = 0^+$  of total angular momentum  $L$  and parity  $P$ , Efimov effect takes place, and an asymptotic form of the spectrum is given by  $E_N = \exp(2 \pi N / |g|)$ . The dependence  $g$  on masses is determined including the case of one negative and two positive masses.

In order to diminish a number of essential parameters for nonzero total angular momentum one considers two identical particles of mass  $m$  and distinct one of mass  $m_1$ . If there is no interaction between identical particles then it appears that there is a correspondence between energy spectra for the positive mass ratio  $m/m_1$  and negative mass ratio  $m^*/m_1^*$  provided the relation  $m^*/m_1^* = -m/m_1 / (1 + 2m/m_1)$  is valid. Particularly, under this relation, for odd  $L$ , the spectrum of fermionic (bosonic) problem for positive  $m/m_1$  coincides with the spectrum of bosonic (fermionic) problem for negative  $m^*/m_1^*$ , while for even  $L$  the spectra of bosonic problem for positive and negative masses are the same.

Furthermore, similar to [1], the critical values of the mass ratio are obtained in different  $L^P$  sectors. More precisely, the critical values  $\mu_c$  indicates an occurrence of the Efimov effect and  $\mu_r$  indicates where an additional parameter  $b$  should be introduced to unambiguously formulate the problem. In particular, for  $L^P=1^-$  and negative mass ratios,  $\mu_r \approx -0.26664$  and  $\mu_c \approx -0.35700$  if the identical particles are bosons. The dependence of energy on the interaction strengths for the lowest total angular momenta is exemplified.

### References

[1] O. I. Kartavtsev and A. V. Malykh EPL **115**, 36005 (2016).

# СТАБИЛИЗАЦИЯ ОКТУПОЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ТЯЖЕЛЫХ И СВЕРХТЯЖЕЛЫХ АТОМНЫХ ЯДРАХ

**Е. В. Мардыбан, Е. А. Колганова, Т. М. Шнейдман, Р. В. Джолос**

141980 Объединенный институт ядерных исследований,  
г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6  
post@jinr.ru, +7 (496) 216-51-46

В структуре редкоземельных ядер, актинидов и сверхтяжелых ядер важную роль играют корреляции, приводящие к зеркально-асимметричной деформации [1]. Экспериментально зеркально-асимметричная деформация проявляется появлением низколежащих состояний отрицательной четности, связанных сильными переходами нечётной мультипольности с членами полосы основного состояния. В рамках геометрической коллективной модели и кластерного подхода получены аналитические выражения для зависимости величин расщепления по четности и переходных дипольных моментов от углового момента [2, 3]. В кластерной модели двойной ядерной системы произведен расчет расщепления по четности и критических угловых моментов для ядер с  $Z > 96$  [4].

## STABILIZATION OF OCTUPOLE DEFORMATION IN HEAVY AND SUPERHEAVY NUCLEI

**E. V. Mardyban, E. A. Kolganova, T. M. Shneidman, R. V. Jolos**

Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6,  
141980 Dubna, Moscow Region, Russia  
post@jinr.ru, +7 (496) 216-51-46

The correlations, which leading to reflection-asymmetric deformation, play an important role in the structure of rare-earth nuclei, actinides and superheavy nuclei [1]. Experimentally, the reflection-asymmetric deformation is manifested by the appearance of low-lying negative-parity states associated with strong odd multipole transitions with members of the ground state band. In the framework of the geometric collective model and the cluster approach, analytical expressions are obtained for the dependence of the parity splitting and transition dipole moments on the angular momentum [2,3]. Parity splitting and critical angular momenta for nuclei with  $Z > 96$  were calculated in the cluster model of a dinuclear system [4].

### References

- [1] R. V. Jolos E. A. Kolganova, E. V. Mardyban and T. M. Shneidman, Int. J. Mod. Phys. E, 2340002 (2023)
- [2] E. V. Mardyban, T. M. Shneidman, E.A. Kolganova, R. V. Jolos, and S.-G. Zhou, Chin. Phys. C 42, 124104 (2018).
- [3] E. V. Mardyban, T. M. Shneidman, E.A. Kolganova, R. V. Jolos, Physics of Atomic Nuclei. Vol. 83, No 1. 53 (2020).
- [4] E. V. Mardyban, E. A. Kolganova, T. M. Shneidman, R. V. Jolos, Physics of Particles and Nuclei Letters Vol. 19, No. 6, 646 (2022).

# ПОВЕДЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ В СИЛЬНОДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ $^{24}\text{Mg}$ И $^{20}\text{Ne}$

М. А. Мардыбан<sup>1</sup>, В. О. Нестеренко<sup>1,2</sup>, П.-Г. Рейнхард<sup>3</sup>, А. Репко<sup>4</sup>, Я. Квасил<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Лаборатория теоретической физики 141980 Объединенный институт ядерных исследований,  
г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6,  
post@jinr.ru, +7 (496) 216-51-46

<sup>2</sup> Государственный университет «Дубна», Дубна, Московская область, 141982, Россия

<sup>3</sup> Институт теоретической физики II, Эрлангенский университет, D-91058, Эрланген, Германия

<sup>4</sup> Институт физики Словацкой академии наук, 84511 Братислава, Словакия

<sup>5</sup> IPNP, Карлов университет, Прага, Чехия

Мы исследовали деформационную зависимость момента инерции  $J$  для легких ядер  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{20}\text{Ne}$  и нашли режимы, при которых  $J$  уменьшается с ростом аксиальной квадрупольной деформации  $\beta$ , в отличие от ожидаемой тенденции к росту [1]. Исследование основано на квадрупольных расчетах [2, 3] с использованием трех подходов для  $J$  (Инглиса-Беляева, Таулеса-Валатина, адиабатического, зависящего от времени Хартри-Фока) и набора сил Скирма (SVbas, SkM\* и SLy6). Расчеты охватывают широкий диапазон деформаций  $0 < \beta < 1,2$ . Аномальный режим с  $dJ/d\beta < 0$  начинается примерно при  $\beta = 0.5$  для  $^{24}\text{Mg}$  и  $\beta = 0.7$  для  $^{20}\text{Ne}$ , где спаривание уже нарушается. Необычный тренд  $J$  объясняется эффектом оболочечной структуры: специфической эволюцией нескольких доминирующих конфигураций частица-дырка с  $\beta$ . Анализ экспериментальных данных для вращательных полос основного состояния в  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{20}\text{Ne}$  [4] показывает, что такой аномальный эффект действительно может иметь место при низких спинах.

## Список литературы

[1] P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem (Springer-Verlag, Berlin, 1980).

[2] P.-G. Reinhard, B. Schuetrumpf, and J. A. Maruhn, Comput. Phys. Commun. 258, 107603 (2021).

[3] A. Repko, J. Kvasil and V.O. Nesterenko, Phys. Rev. C 99, 044307 (2019).

[4] Database <http://www.nndc.bl.gov>

## BEHAVIOR OF MOMENT OF INERTIA IN HIGHLY DEFORMED $^{24}\text{Mg}$ AND $^{20}\text{Ne}$

М. А. Мардыбан<sup>1</sup>, В. О. Нестеренко<sup>1,2</sup>, П.-Г. Рейнхард<sup>3</sup>, А. Репко<sup>4</sup>, Я. Квасил<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Laboratory of Theoretical Physics Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6,  
141980 Dubna, Moscow Region, Russia

<sup>2</sup>Dubna State University, Dubna, Moscow Region 141982, Russia

<sup>3</sup>Institut für Theoretische Physik II, Universität Erlangen, D-91058, Erlangen, Germany

<sup>4</sup>Institute of Physics, Slovak Academy of Sciences, 84511 Bratislava, Slovakia

<sup>5</sup>IPNP, Charles University, Praha, Czech Republic

post@jinr.ru, +7 (496) 216-51-46

We investigate the deformation dependence of the moment of inertia  $J$  for light nuclei  $^{24}\text{Mg}$  and  $^{20}\text{Ne}$  and find regimes where  $J$  decreases with increasing the axial quadrupole deformation  $\beta$ , at variance with the generally expected increasing trend [1]. The study is based on quadrupole constrained calculations [2, 3] using three cranking approaches for  $J$  (Inglis-Belyaev, Thouless-Valatin, adiabatic time-dependent Hartree-Fock) and set of Skyrme forces (SVbas, SkM\* and SLy6). The calculations cover a wide deformation range  $0 < \beta < 1.2$ . The anomalous regime with  $dJ/d\beta < 0$  starts at about  $\beta = 0.5$  for  $^{24}\text{Mg}$  and  $\beta = 0.7$  for  $^{20}\text{Ne}$ , where the pairing already breaks down. The unusual trend of  $J$  is explained by a shell structure effect: specific evolution of few dominant particle-hole configurations with  $\beta$ . The analysis of experimental data for the ground-state rotational bands in  $^{24}\text{Mg}$  and  $^{20}\text{Ne}$  [4] shows that such anomalous effect indeed can take place at low spins.

## References

- [1] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, Berlin, 1980).  
[2] P.-G. Reinhard, B. Schuetrumpf, and J. A. Maruhn, *Comput. Phys. Commun.* 258, 107603 (2021).  
[3] A. Repko, J. Kvasil and V. O. Nesterenko, *Phys. Rev. C* 99, 044307 (2019).  
[4] Database <http://www.nndc.bl.gov>.

## ОПТИМАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ НА СКОРОСТЬ ЭВОЛЮЦИИ ПОДПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ В СЛУЧАЕ ПОТЕНЦИАЛА, ЗАВИСЯЩЕГО ОТ ВРЕМЕНИ

**А. К. Мотовилов**

Лаборатория теоретической физики, 141980 Объединенный институт ядерных исследований,  
г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6  
Тел.: +7 (496) 216-3355; факс: +7 (496) 216-5084;  
e-mail: [motovilv@theor.jinr.ru](mailto:motovilv@theor.jinr.ru)

Под квантовым ограничением скорости обычно понимают нижнюю оценку на время, необходимое для перехода квантовой системы из одного ее состояния в другое. Наиболее известной оценкой такого рода является неравенство Манделштама-Тамма, связывающее наименьшее возможное время, необходимое для перехода, с дисперсией энергии системы в исходном состоянии. В противоположность классическому неравенству Манделштама-Тамма мы следим за шрёдингеровской эволюцией не отдельного состояния, а целого подпространства состояний, возможно, бесконечномерного. Используя понятие максимального угла между подпространствами, мы устанавливаем оптимальные оценки на скорость эволюции такого подпространства. В нашем настоящем исследовании результаты, установленные в [1] для временизависимых операторов Шрёдингера, обобщаются на случай эволюции подпространства, порождаемой (возможно, неограниченным) гамильтонианом с потенциалом, зависящим от времени.

## Список литературы

1. Albeverio S., Motovilov A.K. Optimal bounds on the speed of subspace evolution // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2022. V. 55. Paper No. 235203 (17 pp.); DOI: 10.1088/1751-8121/ac6bcf.

## OPTIMAL BOUNDS ON THE EVOLUTION SPEED OF A STATE SUBSPACE IN THE CASE OF POTENTIAL DEPENDING ON TIME

**A. K. Motovilov**

Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia  
Phone: +7 (496) 216-3355; fax: +7 (496) 216-5084; e-mail: [motovilv@theor.jinr.ru](mailto:motovilv@theor.jinr.ru)

By a quantum speed limit one usually calls a lower bound on the time that is needed for a quantum system to evolve from a given state to a target state. The most known quantum speed limit is given in the form of the celebrated Mandelstam-Tamm inequality that bounds the minimal passage time of a state in terms of its energy dispersion. In contrast to the basic Mandelstam-Tamm inequality, we are concerned not with a single state but with a (possibly infinite-dimensional) subspace which is subject to the Schroedinger evolution. By using the concept of maximal angle between subspaces we derive optimal bounds on the speed of such a subspace evolution. Our present study extends the results obtained in [1] for time-independent Schroedinger operators to the case of subspace evolution governed by a (possibly unbounded) Hamiltonian including a time-dependent potential.

## References

1. Albeverio S., Motovilov A.K. Optimal bounds on the speed of subspace evolution // J. Phys. A: Math. Theor. 2022. V. 55. Paper No. 235203 (17 pp.); DOI: 10.1088/1751-8121/ac6bcf.

## ПРЯМОЕ НАБЛЮДЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ НЕЙТРОН – ЭЛЕКТРОННОЙ ЭНЕРГИИ СВЯЗИ ОТ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ НУКЛОНАМИ

**В. Г. Плеханов**

Fonoriton Sci. Lab., Garon Ltd., Tallinn, 11413, Estonia; vgplekhanov@gmail.com

Хорошо всем известный коэффициент – энергия связи протона с электроном (13,6 эВ) содержится в любой книге по атомной физике. Являющаяся второй частицей в ядре атома – нейтрон, свойства которого изучены не так полно как у протона. Демонстрацией сказанного служит отсутствие знания о нейтрон – электронной энергии связи [1]. Добавим, что оценку радиуса действия ядерных сил получают из рассеяния 10 МэВ нейтронов на протонах. Настоящий доклад посвящён результатам неускорительного изучения сильного ядерного дальнего действия в массовом изотопическом эффекте современным методом низкотемпературной оптической спектроскопии конденсированного состояния. Это стало возможным после открытия, что добавление одного нейтрона вызывает глобальное изменение макроскопических характеристик твёрдого тела. Наблюдение изотопического сдвига (0,103 эВ) бесфонной линии свободных экситонов в спектрах люминесценции кристаллов LiH (без сильного взаимодействия в ядре водорода) и LiD (с сильным взаимодействием в ядре дейтерия) явилось первым и прямым доказательством дальнего действия потенциала Юкавы. Действительно, в обоих кристаллах ионы лития, протон и электрон одни и те же и, следовательно, гравитационное, электромагнитное и слабое взаимодействие у них одни и те же, а добавление нейтрона, согласно Юкаве появляется сильное взаимодействие, влияние которого и проявляется в изотопическом сдвиге. Эти экспериментальные результаты продемонстрировали нейтрон – электронную энергию связи (0,105 эВ) которая прекрасно согласуется с теоретическими оценками Брейта [2], равной 0,1067 эВ. Было найдено, что максимальное значение константы сильного дальнего действия в ядре дейтерия равно 2,4680. Ещё один яркий эффект новой физики связан с изотопическим созданием массы у безмассовых фермионов (лептонов) в графене [3]. Этот механизм создания массы был предсказан более 15 лет назад Б. Л. Иоффе [4] для низкоэнергетических элементарных возбуждений, не требующих огромных энергий возбуждения современных ускорителей.

## Список литературы

1. Ю. А. Александров, Фундаментальные свойства нейтрона, Энергоиздат, Москва, 1982.
2. G. Breit, Rev. Mod. Phys. **30**, 507 (1958).
3. V.G. Plekhanov, in, Progress in Chem. Sci. Research (in press).
4. Б.Л. Иоффе, УФН **176**, 1103 (2006).

## DIRECT OBSERVATION OF THE DEPENDENCE OF THE NEUTRON - ELECTRON BINDING ENERGY ON THE DISTANCE BETWEEN NUCLEONS

**V. G. Plekhanov**

Fonoriton Sci. Lab., Garon Ltd., Tallinn 11413, Estonia; vgplekhanov@gmail.com

The well-known coefficient - the binding energy of a proton with an electron (13.6 eV) is contained in any book on atomic physics. Being the second particle in the nucleus of an atom, the

neutron, whose properties have not been studied as fully as that of the proton. The demonstration of what has been said is the lack of knowledge about the neutron-electron binding energy [1]. We add that the estimate of the radius of action of nuclear forces is obtained from the scattering of 10 MeV neutrons by protons. This report is devoted to the results of non-accelerator study of strong nuclear long-range interaction in the mass isotope effect by the modern method of low-temperature optical spectroscopy of condensed matter. This became possible after the discovery that the addition of one neutron causes global changes in the macroscopic characteristics of a solid. The observation of an isotopic shift (0.103 eV) of the zero-phonon line of free excitons in the luminescence spectra of LiH (without strong interaction in the hydrogen nucleus) and LiD (with strong interaction in the deuterium nucleus) crystals was the first and direct evidence of the long-range interaction of the Yukawa potential. Indeed, in both crystals, the lithium ions, the proton and the electron are the same and, therefore, the gravitational, electromagnetic and weak interactions are the same, and the addition of a neutron, according to Yukawa, a strong interaction appears, the influence of which manifests itself in the isotopic shift. These experimental results demonstrate the neutron-electron binding energy (0.105 eV) which is in excellent agreement with the theoretical Breit [2] estimate of 0.1067 eV. It was found that the maximum value of the strong long-range coupling constant in the deuterium nucleus is 2.4680. Another bright effect of the new physics is associated with the isotopic creation of mass by massless fermions (leptons) in graphene [3]. This mass creation mechanism was predicted more than 15 years ago by B.L. Ioffe [4] for low-energy elementary excitations that do not require huge excitation energies of modern accelerators.

### References

1. Yu. A. Aleksandrov, Fundamental Properties of Neutron, Energoisdat, Moscow, 1982.
2. G. Breit, Rev. Mod. Phys. **30**, 507 (1958).
3. V. G. Plekhanov, in, Progress in Chem. Sci. Research (in press).
4. B. L. Ioffe, UFN – Phys., Moscow **176**, 1103 (2006).

## ПРИМЕНЕНИЕ АБ ИНИТИО ПОДХОДОВ К РАСЧЕТУ ПАРЦИАЛЬНЫХ ШИРИН РАСПАДА РЕЗОНАНСНЫХ СОСТОЯНИЙ ЛЕГКИХ ЯДЕР И СЕЧЕНИЙ РЕЗОНАНСНЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Д. М. Родкин<sup>1,2</sup>, Ю. М. Чувильский<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96

<sup>2</sup> Научно-исследовательский институт автоматики имени Н. Л. Духова, 127055,  
Москва, Россия

В современной теоретической ядерной физике все большее место занимают высокоточные микроскопические подходы, в частности ab initio (из первопринципов) методы описания атомных ядер. Эти подходы основаны на применении реалистических NN-потенциалов. Важное место среди ab initio методов занимают различные версии оболочечной модели ядра безинертного кора (NCSM). В этой модели можно довольно точно рассчитать волновые функции основных и резонансных состояний легких ядер, как стабильных, так и нестабильных. Однако NCSM не может непосредственно применяться для расчета асимптотических нормировочных коэффициентов (ANC) закрытых и ширин открытых каналов распада ядер. Авторами был разработан метод ортогонализированных функций кластерных каналов (CCOFM), предназначенный для расчета асимптотических характеристик виртуального и реального распада ядер. Данный подход с успехом применялся для расчета распадных характеристик большого количества как связанных, так и резонансных состояний, в том числе высоковозбужденных состояний ядер <sup>5</sup>He, <sup>7</sup>Li, <sup>7</sup>He, <sup>8</sup>Be, <sup>10</sup>Be и <sup>10</sup>Li. Естественным

продолжением этой линии исследований является представленный в докладе новый подход к анализу полных и дифференциальных сечений ядерных реакций. В рамках данного подхода был проведен теоретический расчет функции возбуждения реакции  $p(^7\text{Li}, ^4\text{He})^4\text{He}$  в резонансной области энергий. Данная реакция характеризуется вкладом в сечение большого количества перекрывающихся резонансов, что делает его непосредственное фитирование без применения теоретических данных достаточно произвольной процедурой. Результаты теоретического расчета показывают вполне удовлетворительное соответствие теоретического расчета экспериментальным данным даже без дополнительного фитирования. В итоге подтверждена применимость разработанного подхода для использования в расчетах сечений ядерных реакций. Как следствие, данный метод можно рассматривать как один из немногих надежно обоснованных микроскопических подходов, объединяющих теорию атомного ядра и теорию ядерных реакций.

## **APPLICATION OF AB INITIO APPROACHES TO THE CALCULATION OF PARTIAL DECAY WIDTHS OF RESONANT STATES OF LIGHT NUCLEI AND CROSS SECTIONS OF RESONANT NUCLEAR REACTIONS**

**D. M. Rodkin<sup>1,2</sup>, Yu. M. Tchuvil'sky<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Dukhov Research Institute for Automatics, 127055, Moscow, Russia;

<sup>2</sup>Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,  
Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96

Nowadays, in theoretical nuclear physics, high-precision microscopic approaches, in particular, ab initio methods for describing atomic nuclei, occupy a prominent place. Ab initio approaches are based on the application of realistic NN-potentials. An important place among ab initio methods is occupied by various versions of the no-core shell model (NCSM). Using this model one can accurately calculate the A-nucleon wave functions of the ground and resonance states of light nuclei, both stable and unstable. However, NCSM cannot be directly applied for calculation of the asymptotic normalization coefficients (ANC) of closed and partial decay widths of open decay channels. The authors have developed cluster channel orthogonalized functions method (CCOFM) – designed to calculate the asymptotic characteristics of virtual and real nuclear decay channels. This approach has been successfully used for obtaining the decay characteristics of a large number of both bound and resonance states, including highly excited states of  $^5\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^7\text{He}$ ,  $^8\text{Be}$ ,  $^{10}\text{Be}$ , and  $^{10}\text{Li}$  nuclei.

A natural continuation of this research is the development of the new approach for the analysis of nuclear reactions total and differential cross sections presented in this report. Within the framework of this approach, a theoretical calculation of the excitation function of the  $p(^7\text{Li}, ^4\text{He})^4\text{He}$  reaction in the resonant energy region was carried out. This reaction is characterized by the influence of a large number of overlapping resonances, which makes its direct fitting without the use of theoretical data a rather arbitrary procedure. The results of the theoretical calculation show quite satisfactory agreement between the theoretical calculation and the experimental data even without additional fitting. As a result, the applicability of the developed approach for use in calculations of cross sections for nuclear reactions was confirmed. As a consequence, this method can be considered as one of the few well-founded microscopic approaches that combine the theory of the atomic nucleus and the theory of nuclear reactions.

# УЧЕТ НЕНУКЛЕОННЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

**О. А. Рубцова, В. Н. Померанцев**

Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96  
E-mail: rubtsova@nucl-th.sinp.msu.ru

Предлагается новый формализм для эффективного учета ненуклонных степеней свободы при расчетах в бесконечной ядерной материи. Этот формализм основан на дибарионной модели нуклон-нуклонного (NN) взаимодействия [1], учитывающей образование промежуточного шестикваркового (дибарионного) состояния в каждой парциально-угловой NN-конфигурации. Такой механизм приводит к зависящему от энергии эффективному взаимодействию нуклонов, отражающему связь с внутренним ненуклонным каналом. Для расчетов в ядерной материи удобно рассматривать такой внутренний канал явно. Здесь разработан специальный двухканальный подход, представляющий собой обобщение техники волновых пакетов, развитой ранее авторами для описания процессов в ядерной материи с учетом стандартных мезон-обменных NN-взаимодействий [2, 3].

На основе развитого подхода будет получено уравнение состояния симметричной ядерной материи при наличии дополнительного дибарионного канала, а также сверхтекучие щели. Ранее было показано, что высокоимпульсные компоненты NN-взаимодействия в дибарионной модели отличаются от предсказываемых стандартными мезон-обменными моделями. Поэтому такая модель должна приводить и к отличным короткодействующим корреляциям нуклонов в ядерной среде. Также будут вычислены сверхтекучие щели в NN-каналах  ${}^3\text{D}_2$  и  ${}^3\text{P}_F_2$ , дающие важные вклады в эффект спаривания при высокой плотности среды в симметричной ядерной материи и нейтронной материи соответственно.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-22-00072).

## Список литературы

1. V. I. Kukulin et al. // Chinese Physics C. 2022. V. 46. 114106.
2. H. Müther, O. A. Rubtsova, V. I. Kukulin, V. N. Pomerantsev // Phys. Rev. C. 2016. V. 94. 024328.
3. O. A. Rubtsova, V.I. Kukulin, V.N. Pomerantsev // Phys. Rev. C. 2021. V.103. 014307.

## ACCOUNT OF NON-NUCLEONIC DEGREES OF FREEDOM IN NUCLEAR MATTER

**O. A. Rubtsova, V. N. Pomerantsev**

Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,  
Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96  
E-mail: rubtsova@nucl-th.sinp.msu.ru

We introduce a new formalism for nuclear matter calculations which allows to consider effectively non-nucleonic degrees of freedom. Here the dibaryon model for the bare nucleon-nucleon (NN) interaction is employed [1]. This model takes into account a formation of the intermediate six-quark (dibaryon) state in each partial NN-configuration. The respective mechanism leads to an energy-dependent term in the interaction which reflects the coupling with the internal non-nucleonic channel. In nuclear matter calculations, it is convenient to consider the above dibaryon internal channel explicitly. A special two-channel formalism is developed for such type interaction. For this purpose, we generalize the wave-packet approach which has been shown to be efficient in practical nuclear matter calculations with the conventional meson-exchange NN potentials [2, 3].

Within the developed formalism we calculate the equation of state for symmetric nuclear matter and also the pairing gaps with account of the coupling with the internal dibaryon channel. The NN interaction of the dibaryon model is shown to have high-momentum components which differ from those for the meson-exchange NN potentials. So that, one can expect different contributions of short-range NN correlations in nuclear matter as well. A special attention will be paid to the pairing gaps in the channels  ${}^3D_2$  and  ${}^3PF_2$  which give visible contributions to pairing at high density in symmetric nuclear matter and neutron matter correspondingly.

This work was supported by the Russian Science Foundation grant no. 23-22-00072.

### References

1. V. I. Kukulín et al. // Chinese Physics C. 2022. V. 46. 114106.
2. H. Müther, O. A. Rubtsova, V. I. Kukulín, V. N. Pomerantsev // Phys. Rev. C. 2016. V. 94. 024328.
3. O. A. Rubtsova, V. I. Kukulín, V. N. Pomerantsev // Phys. Rev. C. 2021. V.103. 014307.

## ИНДУЦИРОВАНИЕ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ В ЯДРАХ ЗАКРУЧЕННЫМИ ФОТОНАМИ

А. А. Соколов, П. О. Казинский

Томский государственный университет, г. Томск, Россия  
E-mail: Alexei.Sokolov.A@gmail.com

Последнее время широко распространяются методы изучения структуры микросистем с помощью частиц с негауссовым профилем волновых функций [1]. Примером последних являются закрученные фотоны [2, 3], электроны и нейтроны [4–6] – частицы с определённой проекцией полного углового момента на выделенную ось. В процессе рассеяния таких частиц проявляются ранее неизвестные квантовые эффекты, которые используются для получения новой информации о системе.

В работе рассматривается процесс неупругого рассеяния закрученных фотонов на свободных атомных ядрах. Начальное состояние центра масс ядра задаётся гауссовым волновым пакетом. Основным методом вычисления инклюзивной вероятности фотопоглощения является стандартный S-матричный формализм и теория возмущений по постоянной тонкой структуре. В длинноволновом приближении получено выражение для вероятности фотопоглощения в виде ряда по приведённым матричным элементам мультипольных операторов. Показано, что основной вклад в фотопоглощение ядром закрученного фотона с проекцией полного углового момента  $m$  дают переходы типа  $E|m|$ .

Результаты исследования могут быть использованы для получения и изучения гигантских резонансов большой мультипольности.

### Список литературы

1. P. O. Kazinski, T. V. Solovyev, arXiv:2303.02821v2 [hep-th]
2. O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, G. Yu. Lazarenko, Phys. Rev. A 97, 033837 (2018).
3. O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, G. Yu. Lazarenko, Phys. Rev. A 100, 043836 (2019).
4. A. V. Afanasev, D. V. Karlovets, V. G. Serbo, Phys. Rev. C 103, 054612 (2021).
5. A. V. Afanasev, D. V. Karlovets, V. G. Serbo, Phys. Rev. C 100, 051601 (2019).
6. A. V. Afanasev, V. G. Serbo, M. Solyanik, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 45, 055102 (2018).

A. A. Sokolov, P. O. Kazinski

Tomsk State University, Tomsk, Russia

E-mail: Alexei.Sokolov.A@gmail.com

Recently, methods for studying the structure of microsystems using particles with non-Gaussian wave function profiles have become widespread [1]. Examples of such particles include twisted photons [2,3], electrons, and neutrons [4-6] – particles with a definite projection of the total angular momentum onto a distinguished axis. Previously unknown quantum effects are manifested in the process of scattering of such particles and are used to obtain new information about the system.

This work considers the process of inelastic scattering of twisted photons on free atomic nuclei. The initial state of the nucleus's center of mass is defined by a Gaussian wave packet. The main method for calculating the inclusive probability of nucleus photoexcitation is the standard S-matrix formalism and perturbation theory with respect to the fine structure constant. In the long wavelength approximation, an expression for the probability of photoexcitation of a nucleus is obtained in the form of a series of reduced matrix elements of multipole operators. It is shown that the main contribution to nucleus photoexcitation by a twisted photon with projection of the total angular momentum  $m$  comes from  $E|m|$  transitions.

The results of the study can be used to generate and to study giant resonances of high multipolarity.

## References

1. P. O. Kazinski, T. V. Solovyev, arXiv:2303.02821v2 [hep-th]
2. O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, G. Yu. Lazarenko, Phys. Rev. A 97, 033837 (2018).
3. O. B. Bogdanov, P. O. Kazinski, G. Yu. Lazarenko, Phys. Rev. A 100, 043836 (2019).
4. A. V. Afanasev, D. V. Karlovets, V. G. Serbo, Phys. Rev. C 103, 054612 (2021).
5. A. V. Afanasev, D. V. Karlovets, V. G. Serbo, Phys. Rev. C 100, 051601 (2019).
6. A. V. Afanasev, V. G. Serbo, M. Solyanik, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 45, 055102 (2018).

## ГЕНЕРАЦИЯ МАССОВЫХ ТАБЛИЦ НА ОСНОВЕ РАЗНОСТНЫХ СООТНОШЕНИЙ ЭНЕРГИЙ СВЯЗИ ЯДЕР

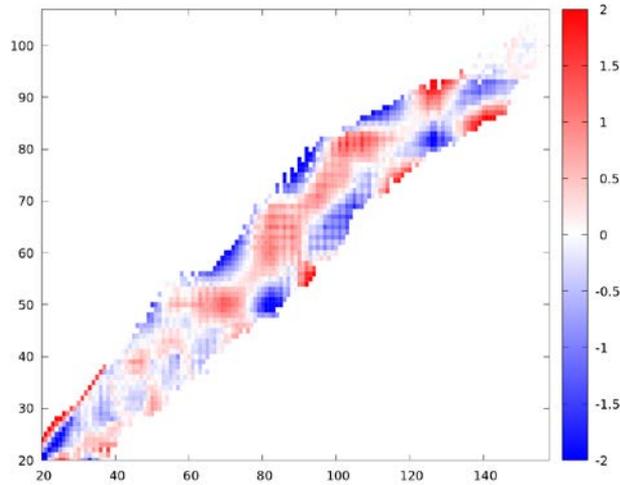
К. А. Стопани<sup>1</sup>, Т. Ю. Третьякова<sup>1,2</sup>, А. П. Ивлева<sup>2</sup>, Д. Ф. Байрамов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96

<sup>2</sup> Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Физический факультет, 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2,  
+7 (495) 939-31-60  
E-mail: kstopani@sinp.msu.ru

Простые арифметические разностные соотношения энергий связи и масс ядер давно используются в ядерной физике для предсказания неизвестных масс ядер, исследования различных типов нуклонных корреляций, анализа экспериментальных данных и т. д. К наиболее известным соотношениям этого типа относятся массовые соотношения Гарви-Келсона GKL и GKT [1], а также соотношения, полученные путем их модификации [2]. На плоскости NZ-диаграммы атомных ядер разностные соотношения рассматриваемого типа задают разностные уравнения, которые в зависимости от вида разностных соотношений могут являться однородными или неоднородными. Решения этих уравнений определяют массовые таблицы,

соответствующие данному разностному соотношению. При этом уравнение решается аналогично дифференциальным уравнениям в частных производных, а в качестве граничных условий используются данные об экспериментально измеренных значениях масс ядер. Рассмотрены семейства разностных соотношений размерностью по  $N$  и  $Z$ , соответственно,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  и  $4 \times 4$  с различными значениями коэффициентов. В каждом семействе определены оптимальные разностные соотношения для ядер с четным и нечетным количеством протонов и нейтронов. Некоторые из полученных оптимальных разностных соотношений совпали с уже известными, но в остальных случаях были найдены ранее не упоминавшиеся соотношения. Рассмотренные разностные соотношения использованы для генерации массовых таблиц и вычисления среднеквадратичного отклонения предсказанных масс от значений экспериментальной базы данных AME2020.



Отклонение в МэВ значений масс ядер, рассчитанных на основе разностного соотношения  $\Delta_{np}$ , от данных AME2020.

### Список литературы

- [1] G. T. Garvey et al., Rev. Mod. Phys. 41, S1 (1969).
- [2] Z. He, M. Bao, Y. M. Zhao, A. Arima, Phys. Rev. C 90, 054320 (2014).
- [3] E. V. Vladimirova et al. Int. J. Mod. Phys. E 30, 2150025 (2021).

## CALCULATION OF MASS TABLES BASED ON DIFFERENCE RELATIONS OF NUCLEAR BINDING ENERGIES

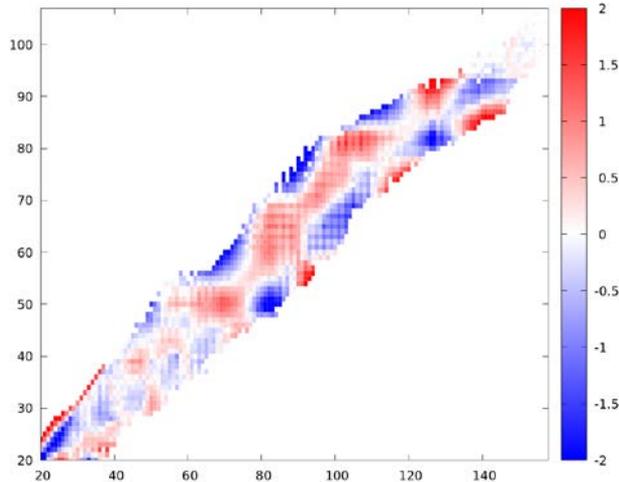
**K. A. Stopani<sup>1</sup>, T. Yu. Tretyakova<sup>1,2</sup>, A. P. Ivleva<sup>2</sup>, D. F. Bayramov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,  
Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96

<sup>2</sup> Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, 19991, GSP-1, Moscow, Leninskie gory,  
1(2), Phone: +7(495)939-31-60, Fax: +7(495)932-88-20  
E-mail: kstopani@sinp.msu.ru

Simple arithmetic difference relations of nuclear binding energies and masses are used for a long time in nuclear physics for prediction of unknown nuclear masses, exploration of different kinds of nucleon correlations, analysis of experimental data and so on. The most well-known relations of this type include the Garvey-Kelson relations GKL and GKT [1], as well as the relations obtained by their modification [2]. On the  $NZ$  plane the difference relations of the considered type define the corresponding difference equations, which, depending on the form of the underlying difference relations, can be homogeneous or inhomogeneous. The solutions of these equations determine the

mass tables corresponding to a given difference relation. For this the equation is solved similarly to partial differential equations, and the boundary conditions are provided from the experimentally measured masses of nuclei. The families of difference relations with the dimensions along N and Z axes, respectively,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ , and  $4 \times 4$  with different values of the coefficients are considered. In each family the optimal difference relations for nuclei with even and odd number of nucleons are deduced. Some of the obtained optimal difference relations were identical to the already known types, while the remaining optimal relations have not been studied previously. The considered difference relations were used for computation of the nuclear mass tables and calculation of the RMS deviation of the predicted masses from the values contained in the AME2020 experimental database.



Deviation (in MeV units) of the nuclear masses calculated using the  $\Delta_{np}$  difference relation from the AME2020 data.

### References

- [1] G. T. Garvey et al., Rev. Mod. Phys. 41, S1 (1969).
- [2] Z. He, M. Bao, Y. M. Zhao, A. Arima, Phys. Rev. C 90, 054320 (2014).
- [3] E. V. Vladimirova et al. Int. J. Mod. Phys. E 30, 2150025 (2021).

## ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ НЕЙТРОННО-ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗОТОПОВ ЛЕГКИХ ЯДЕР

Ю. Б. Гуров<sup>1,2</sup>, В. Г. Сандуковский<sup>2</sup>, М. В. Телькушев<sup>1</sup>, Б. А. Чернышев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», 115409 Россия, Москва, Каширское шоссе, 31г, тел. +7 495 788 56 99, факс +7 495 324 21 11

<sup>2</sup>141980 Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6  
e-mail chernyshev@mephi.ru

Образование высоковозбужденных состояний ( $E_x > 8$  МэВ) нейтронно-избыточных изотопов гелия и лития исследовалось в реакциях поглощения остановившихся пионов ядрами  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{10,11}\text{B}$  и  ${}^{12,14}\text{C}$ . Измерения были выполнены с помощью двухплечевого многослойного полупроводникового спектрометра. Поиск состояний исследуемых изотопов  ${}^n\text{He}$  ( $6 \leq n \leq 9$ ) и  ${}^n\text{Li}$  ( $8 \leq n \leq 11$ ) проводился в спектрах недостающих масс, полученных в инклюзивных и корреляционных измерениях. Исследованная область энергий возбуждений простиралась до 40 МэВ. Для большинства ядер результаты были получены сразу в нескольких каналах реакции. Обнаружены кандидаты на кластерные резонансы и изобар-аналоговые состояния.

# HIGH-EXCITED STATES OF NEUTRON-RICH ISOTOPES OF LIGHT NUCLEI

**Yu. B. Gurov<sup>1,2</sup>, V. G. Sandukovsky<sup>2</sup>, M. V. Tel'kushev<sup>1</sup>, B. A. Chernyshev<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> National Research Nuclear University MEPHI (Moscow Engineering Physics Institute),  
115409 Russia, Moscow, Kashirskoe sch., 31г, tel. +7 495 788 56 99, fax +7 495 324 21 11

<sup>2</sup> Joint Institute for Nuclear Research Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow Region, Russia  
e-mail chernyshev@mephi.ru

The formation of high-excited states ( $E_x > 8$  MeV) of neutron-rich isotopes of helium and lithium was studied in the absorption reactions of stopped pions by nuclei  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{10,11}\text{B}$  and  ${}^{12,14}\text{C}$ . The measurements were performed using a two-arm multilayer semiconductor spectrometer. The search for the states of the studied isotopes  ${}^n\text{He}$  ( $6 \leq n \leq 9$ ) и  ${}^n\text{Li}$  ( $8 \leq n \leq 11$ ) was carried out in the spectra of the missing masses obtained in inclusive and correlation measurements. The studied range of excitation energies extended up to 40 MeV. For most nuclei, the results were obtained in several reaction channels at once. Candidates for cluster resonances and isobar-analog states have been observed.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ В РАСЧЕТАХ АВ ИНИТЮ СВОЙСТВ ЯДЕР

**Р. Э. Шарыпов<sup>2</sup>, А. М. Широков<sup>1</sup>, А. И. Мазур<sup>2</sup>, А. О. Белозёров<sup>2</sup>, И. Дж. Шин<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова  
119991 ГСП-1Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2, НИИЯФ МГУ  
Тел.: +7 495 939-18-18, Факс: +7 495 932-08-96

<sup>2</sup>Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия; <sup>3</sup>Institute for Basic Sciences,  
Daejeon, Republic of Korea  
E-mail: shirokov@nucl-th.sinp.msu.ru

Исследованы возможности использования методов машинного обучения, а именно искусственных нейронных сетей (ИНС), для экстраполяции результатов расчетов, полученных в рамках модели оболочек безинертного кора (no-core shell model [1]) на бесконечный базис. Представлены результаты экстраполяции энергии основного состояния и среднеквадратичного радиуса распределения заряда для различных ядер:  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^6\text{Be}$ , полученных при использовании различных реалистических NN-потенциалов. Выполнена оценка погрешности экстраполяции путем создания ансамбля ИНС. Показано, что использование более сложной топологии ИНС (по сравнению с работой [2]) позволяет получать более стабильные предсказания при изменении гиперпараметров. В частности, проведено исследование зависимости получаемых предсказаний при изменении масштабирования и предварительного отбора входных данных.

### Список литературы

1. B. R. Barrett, P. Navratil and J. P. Vary // Prog. Part. Nucl. Phys. 2013. Vol. 69. P. 131.
2. G. A. Negoita et al. // Phys. Rev. C. 2019. Vol. 99. P. 054308.

A. M. Shirokov<sup>1</sup>, A. I. Mazur<sup>2</sup>, R. E. Sharypov<sup>2</sup>, A. O. Belozerov<sup>2</sup>, I. J. Shin<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,  
1(2) Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia,  
Tel.: +7 495 939-18-18, fax: +7 495 932-08-96;

<sup>2</sup>Pacific National University, Khabarovsk, Russia; <sup>3</sup>Institute for Basic Sciences, Daejeon,  
Republic of Korea  
E-mail: shirokov@nucl-th.sinp.msu.ru

We explore possibilities of using machine learning and artificial neural networks (ANN) for extrapolating the ab initio calculation results obtained by means of the no-core shell model [1] to the case of infinite basis. We present extrapolations of the <sup>2</sup>H, <sup>4</sup>He, <sup>6</sup>Li, and <sup>6</sup>Be ground state energies and rms charge radii obtained using various realistic NN interactions. A set of ANNs is created to evaluate the extrapolation uncertainty. We demonstrate that the stability of predictions is improved and less affected by the changes of the machine learning hyperparameters if a more complicated ANN topology as compared to those of Ref. [2] is used. In particular, we present a study of the dependence of the extrapolated results on the input data selection and scaling.

## References

1. B. R. Barrett, P. Navratil and J. P. Vary // Prog. Part. Nucl. Phys. 2013. Vol. 69. P. 131.
2. G. A. Negoita et al. // Phys. Rev. C. 2019. Vol. 99. P. 054308.

## САМОСОГЛАСОВАННЫЕ РАСЧЕТЫ E1 ПЕРЕХОДОВ ИЗ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ В ДВУХ-ФОНОННОЕ В ИЗОТОПАХ ОЛОВА

М. И. Шитов<sup>1</sup>, С. П. Камерджиев<sup>1</sup>, С. В. Толоконников<sup>1</sup>, В. И. Целяев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Контактная информация: Шитов Михаил Игоревич

Тел. +7(985) 146 62 84

Email: schitov.mih@mail.ru

В рамках самосогласованной Теории Конечных Ферми-Систем [1] впервые рассмотрены E1-переходы из основного состояния в двух-фононное в ядрах со спариванием. В отличие от подобной задачи, изученной в Квазичастично-Фононной Модели [2], наши расчеты выполнялись с одними и теми же параметрами энергетического функционала плотности Фаянса как для характеристик обоих фононов, так и для величин  $V(E1, 0 \rightarrow [2_1^+ \otimes 3_1^-]_1^-)$ . Используемая физическая схема близка к той, которая реализована нами для E1-переходов между указанными однофононными состояниями [3, 4]. Она существенно отличается от двух-фононной модели, рассмотренной в [5].

Получено удовлетворительное согласие со всеми имеющимися экспериментальными данными для ядер <sup>112-124</sup>Sn, как для характеристик отдельных фононов, так и для указанных величин  $V(E1)$ . Показано, что наблюдаемые величины  $V(E1)$  определяются численной разностью двух количественно больших эффектов –поляризуемостью ядра и корреляциями в основном состоянии.

В качестве возможной причины небольшого расхождения с экспериментом для величин  $V(E1)$  обсуждается неточный учет «духового»  $1^-$  - состояния.

## Список литературы

- [1] V. A. Khodel, E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).  
[2] J. Bryssinck et al., Phys. Rev. C **59**, 1930 (1999).  
[3] М. И. Шитов, Д. А. Войтенков, С. П. Камерджи́ев, С. В. Толоконников, Ядерная физика **85**, 45 (2022).  
[4] М. И. Шитов, С. П. Камерджи́ев, С. В. Толоконников, Письма в ЖЭТФ **117**, 3 (2023).  
[5] E. Litvinova, P. Ring, V. Tselyaev, Phys. Rev. C **78**, 014312 (2008).

## SELF-CONSISTENT CALCULATIONS OF THE PROBABILITIES OF E1 TRANSITIONS FROM THE GROUND STATE TO THE TWO-PHONON STATE IN TIN ISOTOPEs

M. I. Shitov<sup>1</sup>, S. P. Kamerdzhev<sup>1</sup>, S. V. Tolokonnikov<sup>1</sup>, V. I. Tselyaev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>National research center «Kurchatov institute», Moscow, Russia

<sup>2</sup>Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

Email: schitov.mih@mail.ru

Within the framework of the self-consistent Theory of Finite Fermi Systems [1], E1 transitions from the ground state to the two-phonon state in nuclei with pairing are considered for the first time. In contrast to a similar problem studied in the Quasiparticle-Phonon Model [2], our calculations were performed with the same parameters of Fayans energy functional density for the characteristics of both phonons and the values  $B(E1, 0 \rightarrow [2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-})$ . The physical scheme used is close to that implemented by us for E1 transitions between one-phonon states [3,4]. It differs significantly from the two-phonon model discussed in [5].

A generally satisfactory agreement was obtained with all available experimental data for nuclei  $^{112-124}\text{Sn}$ , both for the characteristics of individual phonons and for the values  $B(E1)$ . It is shown that the observed values of  $B(E1)$  are determined by the numerical difference of two quantitatively large effects - the nuclear polarizability and correlations in the ground state.

As a possible reason for a slight discrepancy with the experiment for the values of  $B(E1)$ , an inaccurate account of the "spiritual"  $1^-$  - state is discussed.

## References

- [1] V. A. Khodel, E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).  
[2] J. Bryssinck et al., Phys. Rev. C **59**, 1930 (1999).  
[3] M. I. Shitov, D. A. Voitenkov, S. P. Kamerdzhev, S. V. Tolokonnikov, Physics of Atomic Nuclei **85**, 42 (2022).  
[4] M. I. Shitov, S. P. Kamerdzhev, S. V. Tolokonnikov, JETP Letters **1**, 1 (2023).  
[5] E. Litvinova, P. Ring, V. Tselyaev, Phys. Rev. C **78**, 014312 (2008).

## ЭФФЕКТ НАВЕДЕННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПРИ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОНОВ НА ВОДОРОДЕ

В. А. Градусов, С. Л. Яковлев

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия;

Электронная почта: v.gradusov@spbu.ru, s.yakovlev@spbu.ru

Рассмотрено рассеяние заряженной частицы на двухчастичной системе-мишени, связанной притягивающим кулоновским взаимодействием. Хотя основной вклад в асимптотику волновой функции и ее компонент вносит асимптотическое кулоновское взаимодействие между двухчастичной мишенью и налетающей частицей, следующие дальнедействующие члены

мультипольного разложения этого взаимодействия играют важную роль в области энергий, в которой открыты каналы возбужденного состояния мишени [1, 2]. В этом сообщении мы получаем явные асимптотические представления для компонент волновой функции, которые учитывают как кулоновское, так и индуцированное дипольное взаимодействие между двухчастичной мишенью и налетающей частицей. Для построения асимптотических решений используется общий метод из [3]. Затем полученная асимптотика предназначена для использования в расчетах рассеяния электронов и позитронов на атомах водорода в области энергий выше порогов возбужденных состояний мишени, где индуцированное дипольное взаимодействие производит специфические эффекты в данных рассеяния [4, 5]. Для описания процесса рассеяния используется система уравнений Фаддеева-Меркурьева [6].

### Список литературы

1. M. Gailitis, J. Phys. B: Atom. Mol. Phys. 9, 843 (1976).
2. V. A. Gradusov, S. L. Yakovlev, JETP Letters (2023) to appear.
3. S. L. Yakovlev, Theor. Math. Phys. 203 (2), 664 (2020).
4. V. A. Gradusov et al., J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 52, 055202 (2019).
5. V. A. Gradusov et al., JETP Letters 114, No. 1, 11 (2021).
6. L. D. Faddeev and S. P. Merkuriev, Quantum Scattering Theory for Several Particle Systems, Kluwer, Dordrecht (1993).

## EFFECT OF INDUCED POLARIZATION IN SCATTERING OF ELECTRONS ON HYDROGEN

V. A. Gradusov, S. L. Yakovlev

St Petersburg State University, St Petersburg, Russia;  
E-mail: v.gradusov@spbu.ru, s.yakovlev@spbu.ru

Scattering of a charged particle with a two-particle target system, which is bound by the attractive Coulomb interaction, is considered. Although, the leading contribution to the asymptotic form of the wave function and its components comes from the asymptotic Coulomb interaction between the two-particle target and the spectator particle, the next long-range terms of the multipole expansion of this interaction plays important role in energy regions where the excited state channels are open [1,2]. In this contribution we derive the explicit asymptotic representations for the wave function components which take into account as the Coulomb as well as the induced dipole interactions between the two-body target and the spectator particle. The general method from [3] is used for constructing asymptotic solutions. The derived asymptotics is then intended for the use in electron and positron scattering off the hydrogen atom calculations in the energy region above the thresholds of excited states of the target where the induced dipole interaction produces specific effects in scattering data [4,5]. The Faddeev-Merkuriev set of equations is used for describing the scattering process [6].

### References

1. M. Gailitis, J. Phys. B: Atom. Mol. Phys. 9, 843 (1976).
2. V. A. Gradusov, S. L. Yakovlev, JETP Letters (2023) to appear.
3. S. L. Yakovlev, Theor. Math. Phys. 203 (2), 664 (2020).
4. V. A. Gradusov et al., J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 52, 055202 (2019).
5. V. A. Gradusov et al., JETP Letters 114, No. 1, 11 (2021).
6. L. D. Faddeev and S. P. Merkuriev, Quantum Scattering Theory for Several Particle Systems, Kluwer, Dordrecht (1993).