

УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ УДАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ В ЭЙЛЕРОВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ НА БАЗЕ МОДИФИЦИРОВАННОЙ СХЕМЫ ГОДУНОВА

М. Х. Абузяров, Е. Г. Глазова, А. В. Кочетков, С. В. Крылов, А. А. Лисицын, И. А. Модин
(ННГУ им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород)

Разработанная ранее численная методика решения трехмерных задач динамического взаимодействия деформируемых тел и сред в эйлеровых переменных на базе схемы Годунова повышенной точности применяется для решения задач ударного взаимодействия упругопластических тел. Повышение точности схемы достигается за счет изменения шага *предиктор*. Применяется трехмерное и зависящее от времени решение упругой задачи распада разрыва, обеспечивающее второй порядок аппроксимации по времени и пространству в области гладких решений. Монотонность в области разрывных решений обеспечивается переходом на шаг *предиктор* схемы первого порядка аппроксимации. Используется многосеточный подход с тремя видами расчетных сеток для каждого тела с явным лагранжевым выделением подвижных свободных и контактных поверхностей. Приводятся результаты решения тестовых и прикладных трехмерных задач с большими перемещениями и деформациями, демонстрирующие возможности численного метода. Рассмотрены процессы удара, внедрения и пробивания деформируемыми ударниками однослойных и двухслойных упругопластических преград. Описываются процессы рикошетирувания ударников при наклонном соударении. Полученные результаты демонстрируют хорошую работоспособность численных моделей и методик.

Ключевые слова: численное моделирование, схема Годунова, повышенная точность, многосеточный подход, трехмерная задача, упругопластическая преграда, деформируемый ударник, многослойность, удар, пробивание, рикошет.

Введение

Схема Годунова [1] и ее наиболее известные модификации [2–5] получили широкое распространение для решения нелинейных динамических задач гидро- и газовой динамики в эйлеровых переменных благодаря возможности выделять и описывать разрывные решения без искусственной вязкости. В настоящее время различные модификации этой схемы также применяются для решения задач динамики деформируемого твердого тела в эйлеровых и эйлерово-лагранжевых переменных. Основной проблемой схемы Годунова является первый порядок аппроксимации по времени и пространству и, как следствие, значительная схемная вязкость, приводящая к быстрому затуханию решения. Многочисленные попытки устранить этот недостаток в газовой динамике, близкие по смыслу к изложенным в работах [2, 4, 5], увеличивают разностный шаблон схемы и не обеспечивают второго порядка аппроксимации по времени в области гладких решений в пространственном случае, а также создают дополнительные трудности при реализации граничных условий.

В динамике деформируемого твердого тела при моделировании волновых процессов влияние схемной вязкости еще более существенно, и во многих задачах необходимо использовать варианты схемы

с порядком аппроксимации не менее второго по времени и пространству. В настоящее время для деформируемых тел существует большое количество модификаций схемы Годунова повышенной точности, в частности в работах [6–19]. В указанных работах модификации основаны на различных вариантах гиперупругих моделей динамики твердого тела. Эти модели, включающие уравнение сохранения энергии, являются гиперболическими, инвариантными относительно вращений твердого тела, термодинамически совместимыми и могут быть записаны в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка в форме законов сохранения. Полученные модификации являются трудоемкими, больше представляют академический интерес и поэтому получили ограниченное распространение в вычислительной практике и коммерческих пакетах.

Для гипоупругих моделей решение проблемы повышения точности численных моделей было представлено В. Н. Кукуджановым [20] и далее развито им для различных моделей нелинейного поведения материала [21]. Показано, что для гипоупругих моделей сред, в том числе описывающих необратимые деформации, и для схем типа *предиктор–корректор* с расщеплением по физическим процессам для достижения второго порядка аппроксимации по времени и пространству упругопластических уравнений достаточно на этапе *предиктор* получить со вторым порядком аппроксимации решение линейризованных уравнений в упругом приближении. Учет нелинейного поведения материала производится на этапе *корректор*. При этом сохраняется второй порядок аппроксимации по времени и пространству системы уравнений в целом.

В работах [22,23] М. Х. Абузьяровым и Х. Аисо была предложена модификация двумерной схемы Годунова для деформируемых тел, имеющая второй порядок аппроксимации по времени и пространству на гладких решениях и монотонная на разрывах. В этом случае используется точное решение задачи распада разрыва в упругой постановке для линейризованных уравнений теории пластического течения в соответствии с подходом [20] на компактном шаблоне. Эта модификация решила проблему повышенной схемной вязкости на гладких решениях и проблему реализации граничных условий. Повышение точности достигается за счет сближения областей влияния дифференциальной и разностной задач распада разрыва, монотонность решений в области разрывов обеспечивается переходом на *предиктор* схемы первого порядка аппроксимации. На контактных границах также используется точное решение задачи распада разрыва. В работах [24,25] эта модификация обобщена на трехмерный случай и решены задачи ударно-волнового нагружения упругопластических тел.

Моделирование трехмерных динамических процессов взаимодействия твердых тел в эйлеровых переменных требует адекватного описания сложных процессов на подвижных контактных границах. Поэтому желательно выделять и сопровождать подвижные границы в процессе расчетов. В настоящее время существуют два подхода для описания пространственного движения свободных и контактных границ в эйлеровых переменных — SIM (Sharp Interface Method) и DIM (Diffusive Interface Method). SIM-подход [26–30] включает в себя точное выделение и отслеживание движения поверхности границ. Лучший вариант — это совпадение расчетной сетки с границами тела, что не всегда возможно при больших перемещениях и деформациях и практически возможно только в одномерном и двумерном случаях. Варианты, связанные с использованием различных алгоритмов отслеживания местоположения контактной поверхности внутри подвижных или неподвижных сеток, часто с использованием техники подсеточного разбиения для повышения точности в наиболее интересующих частях расчетной области (AMR — Adaptive Mesh Refinement), также сложны и успешно применяются только для решения двумерных задач. В трехмерном случае этот подход вызывает значительные трудности, связанные с отслеживанием и восстановлением самих поверхностей тел, динамическим нелагранжевым перестроением сеток и реализацией краевых условий.

Миллер и Колелла [28] предложили SIM-подход для трехмерного случая с использованием объемных долей и решения задачи распада разрыва для восстановления и перемещения контактной границы внутри ячеек со смесью различных веществ. Подход консервативен и включает AMR, но ввиду сложности не получил дальнейшего развития, несмотря на то, что по сути указал путь решения проблемы. В работе [29] Бартон и др. также предложили вариант SIM для трехмерного случая. Авторы решают задачу распада разрыва внутри ячеек со смесью, интерполируя и экстраполируя параметры из окружающих ячеек без смеси для постановки и решения задачи распада разрыва. Затем это решение используют для перемещения границы внутри ячеек со смесью и вычисления потоков в окружающие ячейки, "обрезая" их в соответствии с объемными долями в ячейках со

смесью. Ряд процедур имеет итерационный характер. Метод не нашел дальнейшего развития и применения также ввиду сложности. Показательна в этом плане работа Бартона [31], его переход от SIM-подхода в двумерном случае [15, 16, 26] к DIM-подходу в трехмерном [31, 32]. Он приходит к выводу о практической неприменимости SIM для трехмерных задач.

DIM-подход [33–45], применяемый на эйлеровых сетках, не предполагает точного выделения контактной поверхности и допускает использование ячеек, содержащих смеси веществ. При этом подходе приходится конструировать искусственное нефизичное уравнение состояния для смеси. Соответственно необходимо строить решение для задачи распада разрыва для схемы типа Годунова или специальные алгоритмы для определения потоковых величин и контактных параметров для других схем. В наиболее сложных вариантах [32, 36, 37, 41] в ячейке предполагается многокомпонентная смесь с динамическим равновесием с возможным скольжением компонентов смеси внутри ячейки — многоскоростной континуум. Поверхность контакта в этом подходе явно не определяется. Этот подход удобен для решения трехмерных задач, но он имеет значительную численную вязкость и не обладает необходимой точностью при описании сложных контактных явлений, таких как трение, отрывы и т. д. Ю. В. Янилкин и др. [42, 43] развивают аналогичные подходы, позволяющие решать ряд сложных задач динамического взаимодействия элементов конструкций со средами в трехмерной постановке.

Трудности, связанные с выделением и отслеживанием контактных поверхностей и описанием сложных уравнений состояния разнородных материалов, в значительной степени преодолены в многосеточном подходе, предложенном в работах [24, 25]. В этом подходе, который подробно изложен в [25], для каждого тела используются три типа расчетных сеток. Подход не требует сложных трехмерных сеточных генераторов, достаточно задания поверхностей тел STL-файлами, что значительно ускоряет процесс подготовки данных для расчета. Ниже приводятся результаты применения методики [25] для численного решения трехмерных задач ударного взаимодействия упругопластических тел.

Основные уравнения и методика численного решения

Для моделирования используются уравнения гипотупругой динамики сплошных сред в виде [25]

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{f} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{g} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{h} = \mathbf{k}, \quad (1)$$

$$\text{где } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \\ S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{xy} \\ S_{xz} \\ S_{yz} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - S_{xx} \\ \rho uv - S_{xy} \\ \rho uw - S_{xz} \\ (e + p - S_{xx})u - S_{xy}v - S_{xz}w \\ u \left(S_{xx} - \frac{4}{3}\mu \right) \\ u \left(S_{yy} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ u \left(S_{zz} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ uS_{xy} - \mu v \\ uS_{xz} - \mu w \\ uS_{yz} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - S_{xy} \\ \rho v^2 + p - S_{yy} \\ \rho uv - S_{yz} \\ (e + p - S_{yy})v - S_{xy}u - S_{yz}w \\ v \left(S_{xx} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ v \left(S_{yy} - \frac{4}{3}\mu \right) \\ v \left(S_{zz} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ vS_{xy} - \mu u \\ vS_{xz} \\ vS_{yz} - \mu w \end{pmatrix}; \quad \mathbf{h} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho vw - S_{xz} \\ \rho vw - S_{yz} \\ \rho w^2 + p - S_{zz} \\ (e + p - S_{zz})w - S_{yz}v - S_{xz}u \\ w \left(S_{xx} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ w \left(S_{yy} + \frac{2}{3}\mu \right) \\ w \left(S_{zz} - \frac{4}{3}\mu \right) \\ wS_{xy} \\ wS_{xz} - \mu u \\ wS_{yz} - \mu v \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ S_{xx} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + S_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + S_{xz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \lambda S_{xx} \\ S_{xy} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + S_{yy} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + S_{yz} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \lambda S_{yy} \\ S_{xz} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + S_{yz} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + S_{zz} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \lambda S_{zz} \\ S_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} (S_{xx} - S_{yy}) \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} S_{xz} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} S_{yz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \lambda S_{xy} \\ S_{xz} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} (S_{xx} - S_{zz}) \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} S_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} S_{yz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \lambda S_{xz} \\ S_{yz} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} (S_{yy} - S_{zz}) \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} S_{xz} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} S_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \lambda S_{yz} \end{pmatrix}.$$

Здесь p — давление; ρ — плотность; u, v, w — компоненты скорости по осям OX, OY, OZ ; e — полная механическая энергия единицы объема сплошной среды, $e = \rho(\varepsilon + 0,5(u^2 + v^2 + w^2))$; ε — внутренняя энергия единицы массы; $S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}, S_{xy}, S_{xz}, S_{yz}$ — компоненты деватора тензора истинных напряжений Эйлера; μ — модуль сдвига. Первые пять уравнений системы (1) представляют собой законы сохранения массы, импульса и энергии. Следующие шесть уравнений — физические соотношения упругости и пластичности с учетом поворота тензора напряжений в эйлеровых координатах (производная Яумана), записанные в дифференциальной форме.

Система (1) замыкается уравнением состояния (УРСом) в форме

$$\varepsilon = \varepsilon(p, \rho). \quad (2)$$

К системе (1), (2) добавляются начальные и краевые условия. В случае отсутствия сдвиговых напряжений система (1) переходит в уравнения Эйлера для движения сжимаемого газа [1]. Для описания процессов в плотных сжимаемых средах применяется баротропная зависимость вида $p = p(\rho)$,

позволяющая избежать интегрирования уравнения сохранения энергии. Для деформируемых тел с плотностью ρ_0 это будет зависимость идеального упругопластического тела $p = K\varepsilon_V$, где K — модуль объемного сжатия, $\varepsilon_V = 1 - \rho_0/\rho$ — объемная деформация. Критерием перехода из упругого напряженно-деформированного состояния в пластическое является условие текучести Мизеса: $J_2 = 1/2 S_{ij} S_{ij} \geq 1/3 \sigma_T^2$, где J_2 — второй инвариант девиатора тензора напряжений S_{ij} , σ_T — предел текучести. В соответствии с [20] в этом случае происходит коррекция компонент девиатора напряжений умножением на $\lambda = \sigma_T / \sqrt{3J_2}$.

Интегральная форма системы (1), на базе которой строится разностная схема, имеет вид

$$\iiint_{\omega} \mathbf{u} dx dy dz + \mathbf{f} dy dz dt + \mathbf{g} dx dz dt + \mathbf{h} dx dy dt = \iiint_{\Omega} \mathbf{k} dx dy dz dt, \quad (3)$$

где Ω — любой замкнутый объем, поверхность ω которого — гомеоморфная сфера в четырехмерном пространстве (x, y, z, t) . На границах контакта тел ставится условие непроникания с возможным кулоновским трением.

Решение уравнений (1)–(3) выполняется методом Годунова повышенной точности [22, 25] для упругопластических течений, модифицированного для решения задач динамики сжимаемых сред с необратимыми сдвиговыми деформациями на эйлерово-лагранжевых сетках. Данная модификация позволяет повысить порядок аппроксимации схемы до второго на гладких решениях, сохранив монотонность на разрывных, без изменения разностного шаблона явной двухшаговой схемы, модифицировав только шаг *предиктор*. Для численного моделирования динамических упругопластических уравнений со вторым порядком аппроксимации по времени и пространству для схем типа *предиктор–корректор* достаточно решения упругих уравнений со вторым порядком аппроксимации на этапе *предиктор* с использованием линейризованных уравнений (1), (2). При этом учет пластического поведения среды происходит на этапе *корректор* после интегрирования уравнений и сводится к "посадке" девиаторов напряжений на поверхность текучести. В соответствии с этим решение задачи распада разрыва проводится на основе упрощенной системы уравнений в упругом приближении, получаемой из (1), если положить $\lambda = 0$.

Граничные условия на границе упругопластической среды также реализуются на этапе *предиктор* схемы Годунова, т. е. на этапе решения задачи распада разрыва. Со стороны деформируемого тела используются инварианты, приходящие на границу, и граничные условия [25]. В случае контакта с трением вместо уравнений для сдвиговых инвариантов берутся кулоновские соотношения, связывающие нормальные и касательные соотношения напряжений. Распределения и направления для сдвиговых компонент при этом берутся в соответствии с касательными скоростями с нижнего временного слоя. Для повышения точности в области гладких решений на границе используется экстраполяция инвариантов из граничной и предграничной ячеек.

В данной работе используется эйлерово-лагранжев подход [25]. Подход является многосеточным и использует три типа расчетных сеток. Первый тип — лагранжевы сетки в виде STL-файлов, задающие и сопровождающие деформируемые поверхности тел. Внутри однородных областей используются сетки второго типа — неподвижные регулярные с кубическими ячейками. Третий тип сеток — вспомогательные локальные подвижные эйлерово-лагранжевы сетки, связанные с поверхностями тел. Используемый многосеточный алгоритм расчета контактного взаимодействия сред и конструкций детально приведен в работе [25].

Результаты численных расчетов

Удар пластины по полупространству (тест Уилкинса). Рассматривается задача высокоскоростного удара пластины о покоящееся полупространство [44]. Материал пластины и преграды — алюминий, толщина пластины 5 мм, тыльная поверхность пластины свободна. Для алюминия используется УРС для шаровых компонент: $p(\rho) = 72(\rho/\rho_0 - 1) + 172(\rho/\rho_0 - 1)^2 + 40(\rho/\rho_0 - 1)^3$, где $p(\rho)$ — гидростатическое давление в ГПа, $\rho_0 = 2700$ кг/м³; модуль сдвига $G = 24,8$ ГПа; предел текучести $\sigma_T = 0,2976$ ГПа. Начальное положение контактной границы $x_k = 0,5$ см. До прихода

возмущений с боковых границ расчетной области решение на прямой $y = 0, z = 0$ остается одномерным.

Расчеты проводились для скоростей соударения 0,8 км/с на равномерной разностной сетке $500 \times 500 \times 500$ ячеек (10 ячеек на миллиметр). Для оценки сходимости проводились расчеты на более грубой сетке — примерно 5 ячеек на миллиметр. Для схемы повышенной точности по напряжению и плотности результаты практически совпали. Размеры более подробной сетки соответствовали разностной сетке из работы [44], где приводится решение задачи в лагранжевых переменных. По толщине пластины принималось 50 ячеек.

На рис. 1 показаны распределения нормальных напряжений вдоль оси Ox в полупространстве на момент времени 5 мкс, полученные по схемам Годунова второго и первого порядка аппроксимации по времени и пространству, а также по схеме Уилкинса, имеющей второй порядок аппроксимации по времени и пространству [44]. Наблюдается хорошее совпадение решения по схеме Годунова второго порядка аппроксимации с решением Уилкинса. Решение по схеме первого порядка недостаточно точно описывает амплитуды волновых фронтов и контактных разрывов.

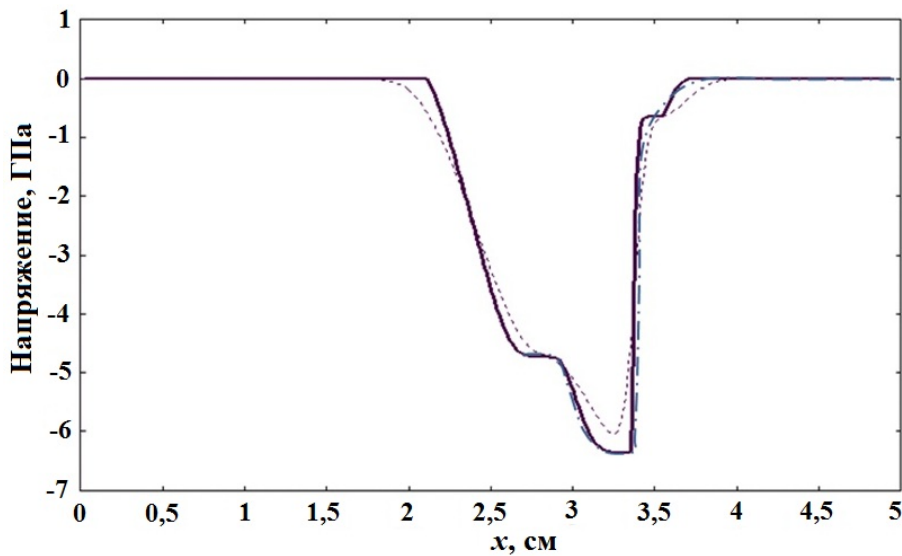


Рис. 1. Напряжение в алюминиевой преграде, $t = 5$ мкс: — — схема Годунова второго порядка аппроксимации; - - - — схема Годунова первого порядка аппроксимации; - · - — схема Уилкинса

Моделирование проникания медного ударника в алюминиевую преграду. Ударник — медный цилиндр высотой $H_1 = 2$ см, радиусом $R_1 = 0,4$ см; начальная вертикальная скорость 870 м/с; преграда — алюминиевый цилиндр высотой $H_2 = 6$ см, радиусом $R_2 = 3$ см на жестком основании (рис. 2). Свойства материалов: отожженная медь — $\rho = 8,9$ г/см³, $K = 178$ ГПа, $G = 48,7$ ГПа, $\sigma_T = 75$ МПа; отожженный алюминий — $\rho = 2,7$ г/см³, $K = 63,9$ ГПа, $G = 27$ ГПа, $\sigma_s = 0,08$ ГПа. Предполагается идеальная пластичность обоих материалов.

Размер ячейки по меди — 0,011 см, по алюминию — 0,025 см. Выбор указанных размеров ячеек проводился после исследований сходимости численного решения путем сравнения с решением на более грубой сетке с размерами ячеек в два раза больше. По размерам каверны и глубине проникания ударника наблюдалось совпадение результатов, но для описания растекания ударника по стенкам каверны потребовалась более подробная сетка.

На рис. 2 показаны контуры ударника и преграды в осевом сечении на разные моменты времени. Момент остановки ударника $t_k = 100$ мкс и конечная глубина проникания ударника $h_k = 3,6$ см близки к экспериментальным значениям, полученным Н. А. Златиным [45]. Наблюдаются большие изменения формы как ударника, так и преграды.

На рис. 3 в безразмерных координатах показаны результаты расчета в трехмерной постановке, расчета по лагранжево-эйлеровой методике на подвижных криволинейных сетках, связанных с границами тел, в двумерном комплексе UPSGOD [46], а также экспериментальные результаты [45].

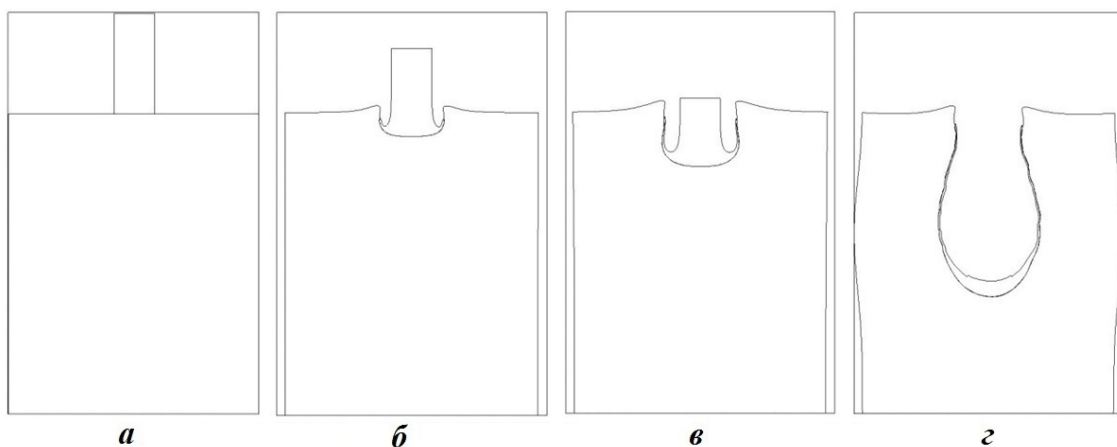


Рис. 2. Контуры ударника и преграды в осевом сечении в различные моменты времени: *a* — $t = 0$; *б* — $t = 9$ мкс; *в* — $t = 21$ мкс; *г* — $t = 100$ мкс

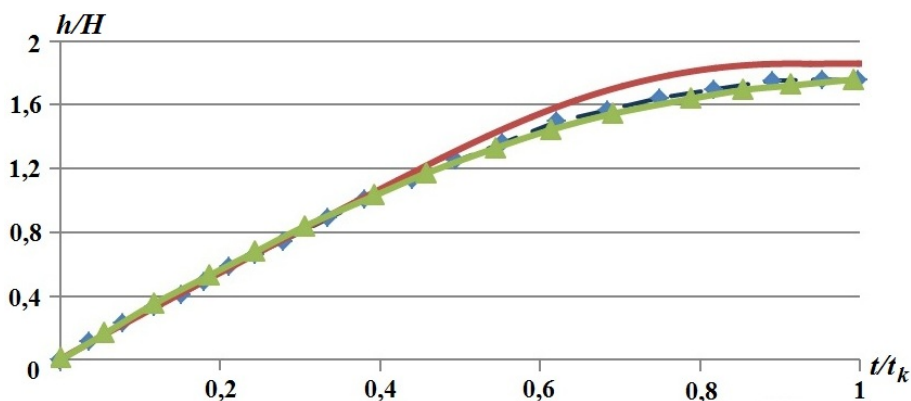


Рис. 3. Глубина проникания ударника от времени: — — расчет в трехмерной постановке; —◆— расчет по двумерному комплексу UPSGOD; —▲— эксперимент

Пробивание алюминиевой плиты стальным стержнем с оживальной головной частью при наклонном ударе. На рис. 4 приведена постановка задачи моделирования экспериментов по пробиванию стальным ударником с начальной скоростью 400 м/с алюминиевой плиты под углом 30° [47]. На рис. 5 показаны подробные фрагменты сеток поверхностей ударника и плиты, заданных в виде STL-файлов. Сталь имеет следующие параметры: $\rho = 7,85$ г/см³, $K = 175$ ГПа, $G = 80,77$ ГПа, $\sigma_T = 3,4$ ГПа, модуль упрочнения 2,4 ГПа; алюминий — $\rho = 2,71$ г/см³, $K = 67,64$ ГПа, $G = 26$ ГПа, $\sigma_T = 0,262$ ГПа, идеальная пластичность. В эксперименте [47] плита имела размеры $55 \times 55 \times 2,63$ см; с целью сокращения времени расчетов использовалась плита меньших размеров $10 \times 10 \times 2,63$ см со свободными границами, опирающаяся по периметру на жесткую квадратную раму шириной 1 см (рис. 6).

Размеры ячеек основной сетки в обоих телах 0,01 см. На рис. 7, *a*, *б* показаны сетки на моменты времени $t = 200$ и 540 мкс соответственно.

На рис. 8 показана пробитая плита в направлении начального вектора скорости ударника на момент $t = 540$ мкс. На рис. 9 приведены формы ударника: на момент $t = 40$ мкс с прогибом с тенденцией на рикошет и на момент вылета $t = 540$ мкс с противоположным прогибом, что было отмечено в экспериментах [47]. Численные значения запреградной скорости ударника изменяются в диапазоне от 195 до 205 м/с из-за упругих колебаний, что близко к экспериментально полученному среднему значению 200 м/с [47].

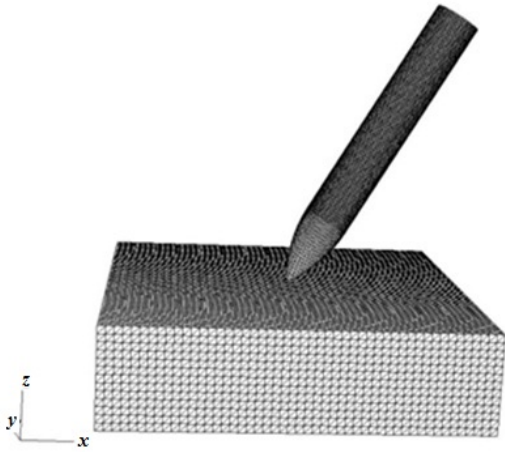


Рис. 4. Постановка задачи (STL-поверхности тел при $t = 0$) о пробивании алюминиевой плиты стальным стержнем

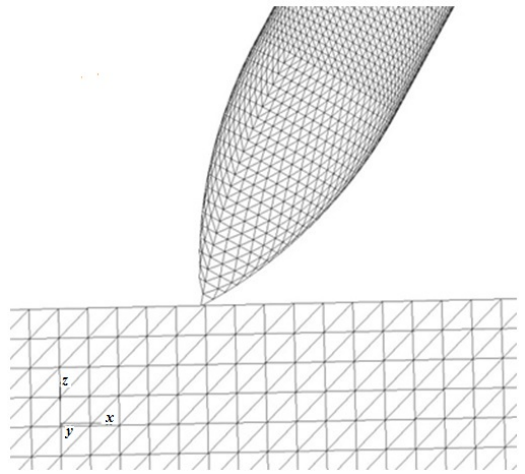


Рис. 5. Подробный фрагмент сетки в окрестности контакта

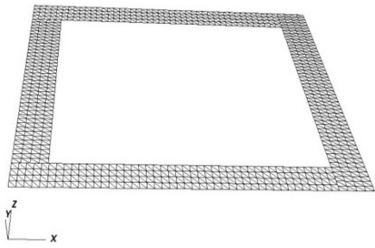
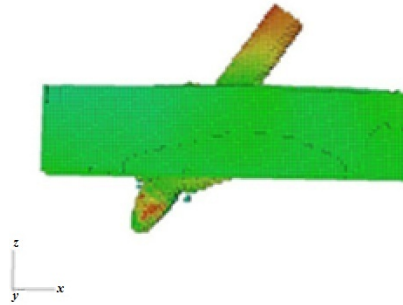


Рис. 6. Жесткая опора



a



б

Рис. 7. Пробивание алюминиевой плиты стальным стержнем: *a* — $t = 200$ мкс; *б* — $t = 540$ мкс

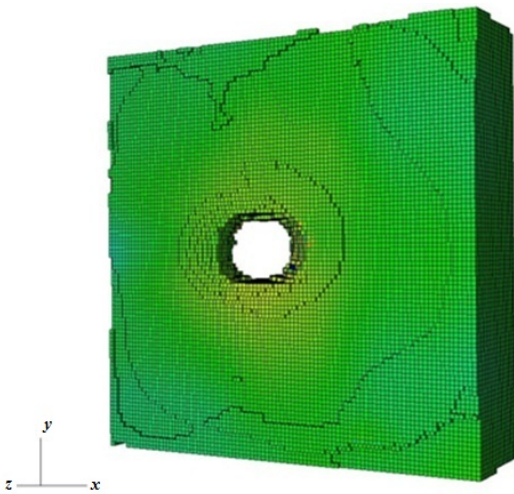


Рис. 8. Пробитая алюминиевая плита, $t = 540$ мкс

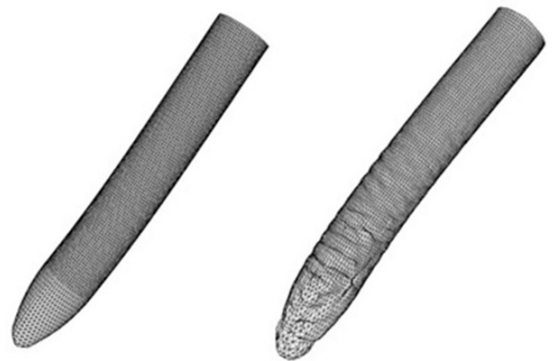


Рис. 9. Стальной стержень, $t = 40; 540$ мкс (STL-поверхности)

Нормальный и наклонный удары по двухслойной преграде. Для тестирования алгоритмов были проведены расчеты по взаимодействию ударника с двухслойной преградой. В этом случае алюминиевая плита из предыдущего теста разделена на два слоя в соотношении верхнего к нижнему 2 : 1. По плите осуществлялся нормальный удар тем же стальным ударником с начальной скоростью 400 м/с. На рис. 10 показаны STL-сетки ударника и двухслойной плиты на два момента времени для нормального удара. Подобные расчеты были проведены и для наклонного соударения с двухслойной плитой (см. рис. 4–9).

Сравнение численных результатов пробивания двухслойной плиты и такой же плиты в однослойной постановке [47] дало практически совпадающие результаты, что свидетельствует об адекватном выполнении контактных алгоритмов.

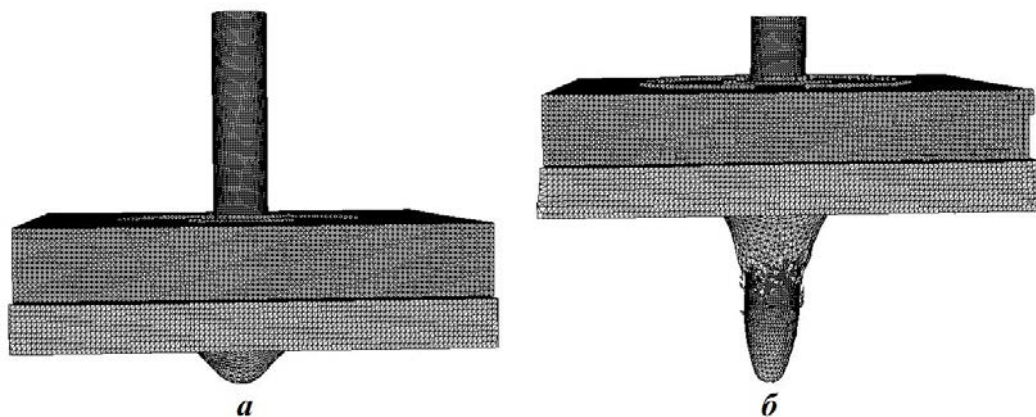


Рис. 10. Пробивание двухслойной алюминиевой плиты стальным ударником, 400 м/с: *a* — $t = 100$ мкс; *б* — $t = 250$ мкс

Нормальный и наклонный удар по усиленной двухслойной преграде. При замене нижнего слоя плиты на стальной с теми же параметрами стали, что и материал ударника, пробивания не происходит. На рис. 11 показаны распределение вертикальной скорости практически остановившегося ударника и основная сетка в плоскости симметрии задачи на момент времени $t = 180$ мкс при нормальном ударе; здесь изображены только ячейки внутри STL-поверхностей объектов. На рис. 12 на момент $t = 194$ мкс показано распределение вертикальной скорости в ударнике и двухслойной плите в плоскости симметрии при наклонном ударе под углом 30° ; на рис. 13 для этой же задачи изображены STL-поверхность ударника и распределение вертикальной скорости. К этому времени ударник также практически останавливается, совершая упругие колебания. Форма головной части ударника претерпевает значительные изменения. На рис. 14 приведены основные сетки и распределение вертикальной скорости для удара под углом 60° ; в этом случае происходит рикошет ударника со значительными изменениями его формы и деформациями.

Заключение

Применение многосеточной численной методики решения трехмерных задач взаимодействия деформируемых тел и сред в эйлеровых переменных на базе схемы Годунова повышенной точности для моделирования ударного взаимодействия упругопластических тел показало ее высокую точность, адекватность и эффективность. Методика позволяет моделировать в трехмерной постановке процессы глубокого проникания деформируемых тел в упругопластические преграды, перфорации многослойных преград, рикошетирования деформируемых ударников при различных углах соударения. В отличие от известных методик, применяемых для решения данного класса задач, используемый подход позволяет достаточно точно выделять контактные поверхности взаимодействующих тел на неподвижных сетках при больших перемещениях и деформациях с определением параметров

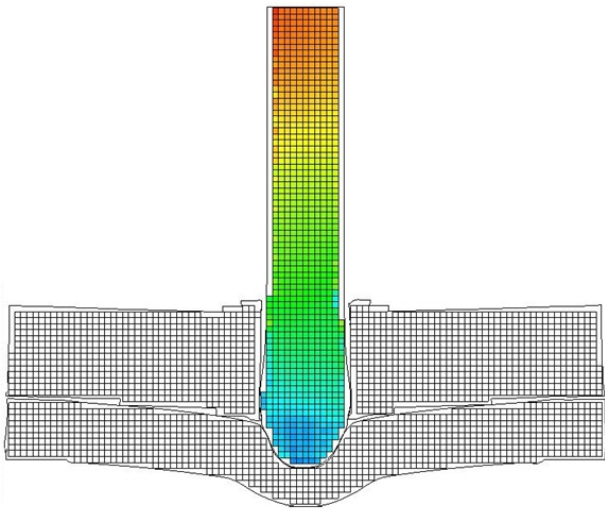


Рис. 11. Распределение вертикальной скорости и основная сетка при нормальном ударе со скоростью 400 м/с по усиленной двухслойной преграде, $t = 180$ мкс

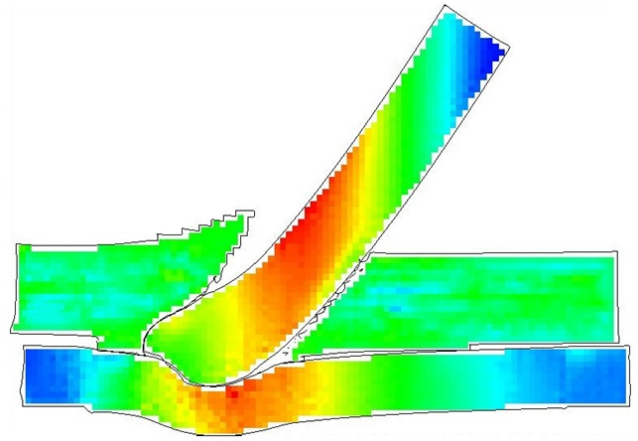


Рис. 12. Распределение вертикальной скорости в ударнике и двухслойной плите при ударе под углом 30° со скоростью 400 м/с, $t = 194$ мкс

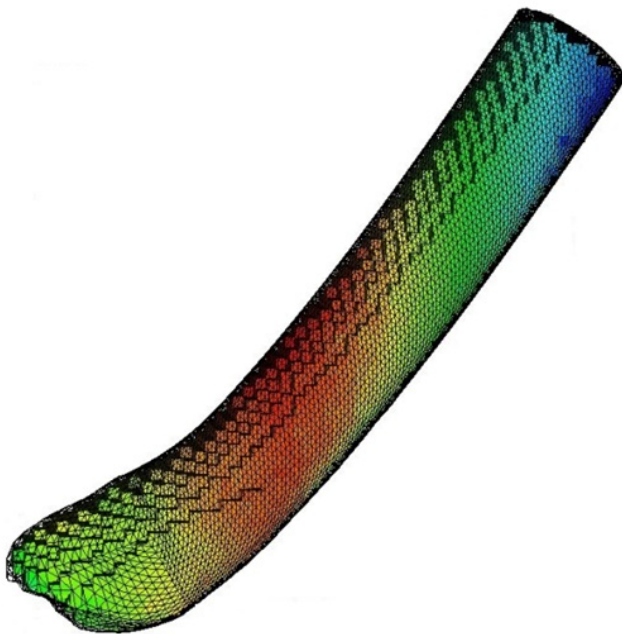


Рис. 13. Поверхность ударника и распределение вертикальной скорости при ударе под углом 30°

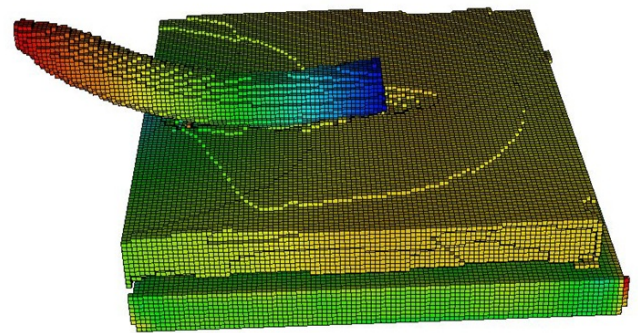


Рис. 14. Основные сетки и распределение вертикальной скорости при рикошете ударника (удар под углом 60°)

контактного взаимодействия. Сравнение с экспериментами по нормальному и наклонному пробиванию [47] показало несколько более интенсивное торможение ударника в расчетах. Авторы объясняют это отсутствием учета разрушения материала преграды: сильно деформированные ячейки преграды продолжают влиять на торможение так же, как и слабо деформированные. Одним из путей развития методики является включение в ее состав моделей динамического накопления повреждений и разрушения деформируемых тел.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-29-00672.

Список литературы

1. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
Godunov S. K., Zabrodin A. V., Ivanov M. Ya., Krayko A. N., Prokopov G. P. Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki. M. Moskva: Nauka, 1976.
2. Колган В. П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Ученые записки ЦАГИ. 1972. Т. 3, № 6. С. 68–77.
Kolgan V. P. Primenenie printsipa minimalnykh znacheniy proizvodnoy k postroeniyu konechnoraznostnykh skhem dlya raschyeta razryvnykh resheniy gazovoy dinamiki // Uchyenye zapiski TsAGI. 1972. T. 3, № 6. S. 68–77.
3. Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme V: A second-order sequel to Godunov's method // J. Comp. Phys. 1979. Vol. 32. P. 101–136.
4. Roe P. L. Approximate riemann solvers, parameter vectors and difference schemes // Ibid. 1981. Vol. 43. P. 357–372.
5. Colella P., Woodward P. R. The piecewise-parabolic method (PPM) for gas-dynamics simulations // Ibid. 1984. Vol. 54. P. 174–201.
6. Hill D. J., Pullin D., Ortiz M., Meiron D. An Eulerian hybrid WENO centered-difference solver for elastic–plastic solids // Ibid. 2010. Vol. 229. P. 9053–9072.
7. Trangenstein J. A., Colella P. A higher-order Godunov method for modelling finite deformation in elastic–plastic solids // Commun. Pure Appl. Math. 1991. Vol. 44. P. 41–100.
8. Miller G. H., Colella P. A high-order Eulerian Godunov method for elastic-plastic flow in solids // J. Comp. Phys. 2001. Vol. 167. P. 131–176.
9. Gavrilyuk S. L., Favrie N., Saurel R. Modelling wave dynamics of compressible elastic materials // Ibid. 2008. Vol. 227. P. 2941–2969.
10. Favrie N., Gavrilyuk S.L. Dynamics of shock waves in elastic–plastic solids // ESAIM: Proc. EDP Sciences, 2011. Vol. 33. P. 50–67.
11. Dumbser M., Peshkov I., Romenski E., Zanotti O. High order ADERschemes for a unified first order hyperbolic formulation of continuum mechanics: viscous heat-conducting fluids and elastic solids // J. Comp. Phys. 2016. Vol. 314. P. 824–862.
12. Barton P. T., Drikakis D., Romenski E., Titarev V. A. Exact and approximate solutions of Riemann problems in non-linear elasticity // Ibid. 2009. Vol. 228. P. 7046–7068.
13. Barton P., Romenski E. On computational modelling of strain-hardening material dynamics // Commun. Comp. Phys. 2012. Vol. 11. P. 1525–1546.
14. Меньшов И. С., Мищенко А. В., Сережжкин А. А. Численное моделирование упругопластических течений методом Годунова на подвижных эйлеровых сетках // Мат. моделирование. 2013. Т. 25. С. 89–108.
Menshov I. S., Mishchenko A. V., Seryezhkin A. A. Chislennoe modelirovanie uprugoplasticheskikh techeniy metodom Godunova na podvizhnykh eylerovykh setkakh // Mat. modelirovanie. 2013. T. 25. S. 89–108.
15. Barton P. T., Drikakis D. An Eulerian method for multi-component problems in non-linear elasticity with sliding interfaces // J. Comp. Phys. 2010. Vol. 229 (15). P. 5518–5540.
16. Barton P. T., Drikakis D., Romenski E. An Eulerian finite-volume scheme for large elastoplastic deformations in solids // Int. J. Numer. Methods Eng. 2010. Vol. 81. P. 453.
17. López Ortega A., Lombardini M., Pullin D. I., Meiron D. I. Numerical simulation of elastic-plastic solid mechanics using an Eulerian stretch tensor approach and HLLD Riemann solver // J. Comp. Phys. 2014. Vol. 257. P. 414–441.

18. Schoch S., Nordin-Bates K., Nikiforakis N. An Eulerian algorithm for coupled simulations of elastoplastic-solids and condensed-phase explosives // J. Comp. Phys. 2013. Vol. 252. P. 163–194.
19. Titarev V. A., Romenski E., Toro E. F. MUSTA-type upwind fluxes for non-linear elasticity // Int. J. Numer. Methods Eng. 2008. Vol. 73. P. 897.
20. Кукуджанов В. Н. Метод расщепления упругопластических уравнений // Механика твердого тела. 2004. № 1. С. 98–108.
Kukudzhanov V. N. Metod rasshchepleniya uprugoplasticheskikh uravneniy // Mekhanika tverdogo tela. 2004. № 1. S. 98–108.
21. Кукуджанов В. Н. Связанные модели упругопластичности и поврежденности и их интегрирование // Там же. 2006. № 6. С. 83–109.
Kukudzhanov V. N. Svyazannye modeli uprugoplastichnosti i povrezhdynnosti i ikh integrirovaniye // Tam zhe. 2006. № 6. S. 83–109.
22. Abouziarov M., Aiso H., Takahashi T. An application of conservative scheme to structure problems // Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics. Series from Research Institute of Mathematics of Kyoto University. 2004. No 1353. P. 192–201.
23. Abouziarov M. X., Aiso H. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows) // 10th Int. Conf. "Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications". Osaka, September 2004. Yokohama Publishers, Inc., 2006. P. 223–230.
24. Abuziarov K. M., Abuziarov M. H., Kochetkov A. V. 3D fluid structure interaction problem solving method in Euler variables based on the modified Godunov scheme // Materials Physics and Mechanics. 2016. Vol. 28, No 1–2. С. 1–5.
25. Абузяров М. Х., Глазова Е. Г., Кочетков А. В., Крылов С. В. Численная методика решения трехмерных задач взаимодействия высокоскоростных газовых струй с упругопластическими преградами // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2021. Вып. 4. С. 24–40.
Abuzyarov M. Kh., Glazova E. G., Kochetkov A. V., Krylov S. V. Chislennaya metodika resheniya tryekhmernykh zadach vzaimodeystviya vysokoskorostnykh gazovykh stuy s uprugoplasticheskimi pregradami // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoye modelirovaniye fizicheskikh protsessov. 2021. Vyp. 4. S. 24–40.
26. Barton P., Deiterding R., Meiron D., Pullin D. Eulerian adaptive finite-difference method for high-velocity impact and penetration problems // J. Comp. Phys. 2013. Vol. 240. P. 76–99.
27. Schoch S., Nordin-Bates K., Nikiforakis N. An Eulerian algorithm for coupled simulations of elastoplastic-solids and condensed-phase explosives // Ibid. Vol. 252. P. 163–194.
28. Miller G. H., Colella P. A conservative three-dimensional Eulerian method for coupled fluid-solid shock capturing // Ibid. 2002. Vol. 183. P. 26–82.
29. Barton P. T., Obadia B., Drikakis D. A conservative level-set based method for compressible solid/fluid problems on fixed grids // Ibid. 2011. Vol. 230. P. 7867–7890.
30. Udaykumar H. S., Tran L., Belk D. M., Vanden K. J. An Eulerian method for computation of multimaterial impact with ENO shock-capturing and sharp interfaces // Ibid. 2003. Vol. 186. P. 136–177.
31. Barton P. T. An interface-capturing Godunov method for the simulation of compressible solid-fluid problems // Ibid. 2019. Vol. 390. P. 25–50.
32. Wallis T., Barton P. T., Nikiforakis N. A flux-enriched Godunov method for multi-material problems with interface slide and void opening // Ibid. 2021. Vol. 442. Paper 110499.
33. Michael L., Nikiforakis N. A multi-physics methodology for the simulation of reactive flow and elastoplastic structural response // Ibid. 2018. Vol. 367. P. 1–27.

34. Favrie N., Gavriljuk S. L., Saurel R. Solid-fluid diffuse interface model in cases of extreme deformations // J. Comp. Phys. 2009. Vol. 228. P. 6037–6077.
35. Favrie N., Gavriljuk S. L. Diffuse interface model for compressible fluid-compressible elastic-plastic solid interaction // Ibid. 2012. Vol. 231. P. 2695–2723.
36. Ndanou S., Favrie N., Gavriljuk S. Multi-solid and multi-fluid diffuse interface model: applications to dynamic fracture and fragmentation // Ibid. 2015. Vol. 295. P. 523–555.
37. Michael L., Nikiforakis N. A hybrid formulation for the numerical simulation of condensed phase explosives // Ibid. 2016. Vol. 316. P. 193–217.
38. Jackson H., Nikiforakis N. A unified Eulerian framework for multimaterial continuum mechanics // Ibid. 2020. Vol. 401. P. 109022.
39. Adler M. C., Jain S. S., West J. R., Mani A., Lele S. K. Diffuse-Interface Capturing Methods for Compressible Multiphase Fluid Flows and Elastic-Plastic Deformation in Solids: Part I. Methods. Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs, 2020. <https://www.researchgate.net/publication/348297377>.
40. Yashraj Bhosale, Tejaswin Parthasarathy, Mattia Gazzol A remeshed vortex method for mixed rigid/soft body fluid–structure interaction // J. Comp. Phys. 2021. Vol. 444. Paper 110577.
41. Краюхин А. А., Стадник Л. Н., Янилкин Ю. В. Численное моделирование движения жестких ударников в упругопластических средах на неподвижной счетной сетке по методике ЭГАК // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2019. Вып. 1. С. 19–32.
Krayukhin A. A., Stadnik L. N., Yanilkin Yu. V. Chislennoe modelirovanie dvizheniya zhyestkikh udarnikov v uprugoplasticheskikh sredakh na nepodvizhnoy schetnoy setke po metodike EGAK // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2019. Vyp. 1. S. 19–32.
42. Янилкин Ю. В. Модели замыкания уравнений лагранжевой газодинамики и упругопластики в многокомпонентных ячейках. Часть 1. Изотропные модели // Там же. 2017. Вып. 3. С. 3–21.
Yanilkin Yu. V. Modeli zamykaniya uravneniy lagranzhevoy gazodinamiki i uprugoplastiki v mnogokomponentnykh yacheykakh. Chast 1. Izotropnye modeli // Tam zhe. 2017. Vyp. 3. S. 3–21.
43. Янилкин Ю. В., Топорова О. О., Колобянин В. Ю. Модели замыкания уравнений лагранжевой газодинамики и упругопластики в многокомпонентных ячейках. Часть 2. Анизотропные модели // Там же. С. 22–38.
Yanilkin Yu. V., Toporova O. O., Kolobyanin V. Yu. Modeli zamykaniya uravneniy lagranzhevoy gazodinamiki i uprugoplastiki v mnogokomponentnykh yacheykakh. Chast 2. Anizotropnye modeli // Tam zhe. S. 22–38.
44. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
Uilkins M. L. Raschet uprugoplasticheskikh techeniy // Vychislitelnye metody v gidrodinamike. M.: Mir, 1967. S. 212–263.
45. Златин Н. А., Мишин Г. И. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. М.: Наука, 1974.
Zlatin N. A., Mishin G. I. Ballisticheskie ustanovki i ikh primenenie v eksperimentalnykh issledovaniyakh. M.: Nauka, 1974.
46. Абузьяров М. Х., Крылов С. В., Цветкова Е. В. Моделирование гидроупругопластического взаимодействия с помощью программного комплекса UPSGOD // Проблемы прочности и пластичности. 2013. Вып. 75 (1). С. 25–32.
Abuzyarov M. Kh., Krylov S. V., Tsvetkova E. V. Modelirovanie gidrouprugoplasticheskogo vzaimodeystviya s pomoshchyu programmnoy kompleksa UPSGOD // Problemy prochnosti i plastichnosti. 2013. Vyp. 75 (1). S. 25–32.

47. *Piekutowski A. J., Forrestal M. J., Poormon K. L., Warren T. L.* Perforation of aluminum plates with ogive nose steel rods at normal and oblique impacts // *Int J. Impact Eng.* 1996. Vol. 7—8. P. 877.

Статья поступила в редакцию 06.10.22.
